## CONTENTS

Page

Acknowledgement	iv
Abstract in Thai	vi
Abstract in English	vii
List of Figures	х
Statement of Originality in Thai	xi
Statement of Originality in English	xii
Chapter 1 Introduction	1
Chapter 2 Preliminaries	6
2.1 Semigroups	6
2.2 Digraphs	9
2.3 Domination Parameters	14
2.4 Independence Parameters	16
2.5 Independent Domination Parameters	18
Chapter 3 Basic Properties of Cayley Digraphs of Rectangular Groups	20
3.1 Characterizations of Cayley Digraphs of Rectangular Groups	20
3.2 Some Properties of Cayley Digraphs of Rectangular Groups	21
Chapter 4 Domination on Cayley Digraphs of Rectangular Groups	23
4.1 Domination Number	
	23 24
4.2 Total Domination Number	34
Chapter 5 Independence on Cayley Digraphs of Rectangular Groups	41
5.1 Independence Number	41
5.2 Weakly Independence Number	48
5.3 Dipath Independence Number	54
5.4 Weakly Dipath Independence Number	57

Chapter 6 Independent Domination on Cayley Digraphs of Rectangular Groups	60
6.1 Independent Domination Number	60
6.2 Weakly Independent Domination Number	65
6.3 Dipath Independent Domination Number	67
6.4 Weakly Dipath Independent Domination Number	69
Chapter 7 Endomorphisms on Cayley Digraphs of Rectangular Groups	71
7.1 Endomorphisms on Cayley Digraphs of Rectangular Groups	71
7.2 Endomorphisms on Cayley Digraphs of Left Groups	77
7.3 Endomorphisms on Cayley Digraphs of Right Groups	79
Chapter 8 Conclusions	84
Bibliography	90
Curriculum Vitae	95

ลือสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ Copyright<sup>©</sup> by Chiang Mai University All rights reserved

## LIST OF FIGURES

Figure 2.1 Diagram.	8
Figure 2.2 Digraph $D_1$ .	10
Figure 2.3 Subdigraph of $D_1$ .	10
Figure 2.4 Strong subdigraph of $D_1$ .	10
Figure 2.5 Spanning subdigraph of $D_1$ .	10
Figure 2.6 Underlying graph of $D_1$ .	11
Figure 2.7 Weakly connected digraph & Strongly connected digrap	h. 12
Figure 2.8 $\operatorname{Cay}(\mathbb{Z}_6, \{\overline{1}, \overline{2}, \overline{3}\}).$	13
Figure 2.9 Digraph $D_2$ .	15
Figure 2.10 Digraph $D_2$ .	17
Figure 2.11 Digraph $D_3$ .	18
Figure 2.12 Digraph $D_4$ .	19
Figure 4.1 Cay( $\mathbb{Z}_6 \times L, \{(\overline{0}, l_1), (\overline{2}, l_1), (\overline{4}, l_1)\}$ ).	25
Figure 4.2 Cay $(\mathbb{Z}_6 \times L, \{(\overline{0}, l_1), (\overline{3}, l_2)\}).$	26
Figure 4.3 Cay $(\mathbb{Z}_3 \times R, \{(\overline{2}, r_1), (\overline{2}, r_2)\}).$	32
Figure 4.4 Cay $(\mathbb{Z}_4 \times R, \{(\overline{0}, r_1), (\overline{1}, r_1), (\overline{1}, r_2)\}).$	32
Figure 4.5 Cay $(\mathbb{Z}_3 \times R, \{(\overline{2}, r_1), (\overline{0}, r_2), (\overline{2}, r_2)\}).$	39
Figure 4.6 Cay $(\mathbb{Z}_3 \times R, \{(\overline{0}, r_1), (\overline{1}, r_1), (\overline{2}, r_1), (\overline{0}, r_2), (\overline{1}, r_2), (\overline{2}, r_2)\}$	). 40
Figure 7.1 Cay $(\mathbb{Z}_3 \times \{l,k\} \times \{\alpha,\beta\}, \{(1,l,\alpha)\}).$	74
Figure 7.2 Subdigraph of $\Delta$ induced by $\{0k\alpha, 1k\alpha, 2k\alpha, 1k\beta\}$ .	75
Figure 7.3 $Cay(\mathbb{Z}_6 \times \{l, k\}, \{(2, l)\}).$	78
Figure 7.4 Cay( $\mathbb{Z}_6 \times \{\alpha, \beta\}, \{(2, \alpha)\}$ ).	81

## ข้อความแห่งการริเริ่ม

- ทุกส่วนของงานวิจัยที่บรรจุอยู่ในวิทยานิพนธ์เรื่อง จำนวนโคมิเนชัน และอันตรสัณฐานบนไค กราฟเคย์เลย์ของกรุปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ฉบับนี้ ได้ถูกดำเนินการอยู่ในระหว่าง เดือนมกราคม พุทธศักราช 2556 และเดือนตุลาคม พุทธศักราช 2559 โดยมีเนื้อหาเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟเชิง พีชคณิต ต่อเนื่องมาจากงานวิจัยในระดับปริญญาตรีของข้าพเจ้า ซึ่งได้รับแรงบันดาลใจจาก อาจารย์ที่ปรึกษาของข้าพเจ้า คือ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สายัญ ปันมา
- ข้าพเจ้าขอประกาศว่า งานในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นงานของข้าพเจ้าอย่างแท้จริง ภายใต้กำ แนะนำและข้อลิดเห็นของอาจารย์ที่ปรึกษา วิทยานิพนธ์นี้ไม่ได้บรรจุงานของผู้อื่นที่เขียนหรือ พิมพ์เผยแพร่มาก่อนหน้านี้ ยกเว้นที่ระบุในการอ้างอิงและบรรณานุกรม
- 3) ข้าพเจ้าขอยืนยันว่า ทฤษฎี แนวคิด และผลงานทั้งหมดของผู้อื่น ที่ปรากฎในวิทยานิพนธ์นี้ ได้ รับการอ้างอิงอย่างถูกต้อง นอกจากนี้ ความช่วยเหลือทั้งหลายก็ได้รับการประกาศขอบคุณไว้ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ด้วย
- เนื้อหาของงานวิจัยฉบับนี้ ยังไม่ถูกเสนอในการศึกษาระดับปริญญาที่สถาบันการศึกษาขั้นสูง ใดๆ และจะไม่ถูกเสนอเพื่อรับรางวัล หรือเพื่อวัตถุประสงค์อื่นๆด้วย
- 5) ข้าพเจ้าอนุญาตให้นำวิทยานิพนธ์นี้ ไปใช้ในลักษณะใดก็ตาม ที่เห็นว่าเป็นการเหมาะสมสำหรับ ตอบสนองต่อความต้องการของการศึกษาระดับปริญญาดุษฎีบัณฑิต สาขากณิตศาสตร์ บัณฑิต วิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ และหากมีการคัดค้าน หรือการเรียกร้องใดๆ ข้าพเจ้าขอเป็นผู้รับ ผิดชอบแต่เพียงผู้เดียว

**ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงไหม** Copyright<sup>©</sup> by Chiang Mai University All rights reserved

## STATEMENT OF ORIGINALITY

- 1. All parts of research contained in this thesis entitled *Domination Numbers and Endomorphisms on Cayley Digraphs of Rectangular Groups* were conducted between January 2013 and October 2016. They are related to the field of algebraic graph theory which are continued from my bachelor research and inspired by my advisor, Asst. Prof. Dr. Sayan Panma.
- 2. I declare that the work presented in this thesis is truly my original work performed under the guidance and advice of my advisor. It does not incorporate any materials previously written or published by other people, except those indicated in quotations and bibliography.
- 3. I assert that all theories, ideas, and results of others appeared in this thesis have been correctly referenced. Furthermore, all sources of assistance have been acknowledged in this thesis.
- 4. Either whole or in part of this research has not been previously submitted for a degree at any other higher education institution and shall not be submitted to other institutions for the award or other purposes.
- 5. I give permission for this thesis to be used in any manner considered necessary to fulfill the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Mathematics, Graduate School, Chiang Mai University. I am the only person responsible for the thesis if there is any objection or claim from others.

xii