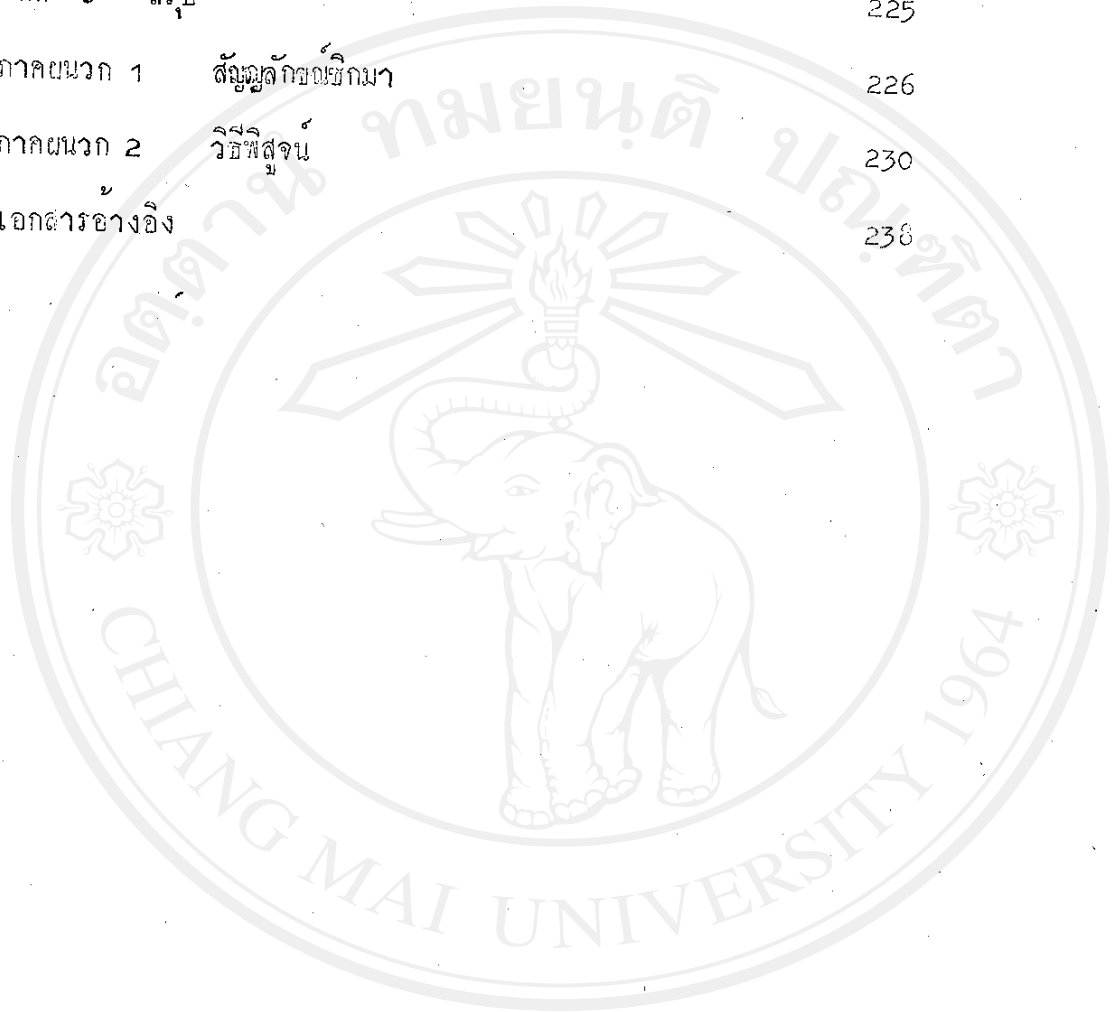


สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 คำนำ	1
บทที่ 2 บทนำเกี่ยวกับทฤษฎีเซต	4
2.1 เซตและสัญลักษณ์	4
2.2 โอเปอเรชันของเซต	5
2.3 ทฤษฎีเกี่ยวกับโอเปอเรชันของเซต	7
บทที่ 3 ระบบจำนวนจริง	13
3.1 สัจพจน์และคุณสมบัติเบื้องต้นของฟีลด์	14
3.2 สัจพจน์เกี่ยวกับลำดับ	19
3.3 การแทนจำนวนจริงด้วยจุดลงบนเส้นตรง	22
3.4 ช่วง	23
3.5 ค่าสัมบูรณ์	25
3.6 จำนวนธรรมชาติ จำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ	29
3.7 สัจพจน์คอมพลีท	32
3.8 การแทนจำนวนจริงด้วยทศนิยม	39
3.9 ทศนิยมไม่ระบุจบชนิดซ้ำ	42
บทที่ 4 พังค์ชันและความสัมพันธ์	45
4.1 คู่อันดับและความสัมพันธ์	45
4.2 พังค์ชัน	49
4.3 ไคเรคคอมิเมจและอินเวอร์สคอมิเมจ	51
4.4 คอมโพสิชันพังค์ชัน	60
4.5 อีคิววาเลนซ์และการคืนค่าของเซต	63
4.6 โมโนโทนพังค์ชัน	74

	หน้า
บทที่ 5 เมทริกซ์ เซต ซีเควนซ์จำนวนจริงและลิมิตฟังก์ชัน	77
5.1 เมทริกซ์เซต	78
5.2 เนเปอร์อฐก	84
5.3 เซตบิกและเซตเบิก	89
5.4 จุดลิมิตของเซต	91
5.5 ซีเควนซ์ของจำนวนจริง	101
5.6 ลิมิตของซีเควนซ์	106
5.7 ซีเควนซ์ลู่เข้า	112
5.8 ซีเควนซ์ลู่ออก	113
5.9 ซีเควนซ์ทรวาค	116
5.10 ซีเควนซ์โมโนโทน	120
5.11 ซีเควนซ์โคซี	124
5.12 ลิมิตของฟังก์ชัน	128
5.13 คุณสมบัติของลิมิต	137
5.14 ลิมิตขางเคียว	145
บทที่ 6 ความต่อเนื่องและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน	149
6.1 ฟังก์ชันต่อเนื่อง	150
6.2 คุณสมบัติของฟังก์ชันต่อเนื่อง	159
6.3 ฟังก์ชันต่อเนื่องอย่างสม่ำเสมอ	169
6.4 อนุพันธ์	173
บทที่ 7 อินทิกรัล	181
7.1 ริมานอินทิกรัล	181
7.2 ฟังก์ชันที่อินทิเกรตได้	196
7.3 คุณสมบัติของริมานอินทิกรัล	206
7.4 ทฤษฎีพื้นฐานทางแคลคูลัส	221

	หน้า
บทที่ 8 สรุป	225
ภาคผนวก 1 สัญญัตถ์กษัตริย์กษัตริย์	226
ภาคผนวก 2 วิถีชีวิต	230
เอกสารอ้างอิง	238



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
 Copyright © by Chiang Mai University  
 All rights reserved

รายการตารางประกอบ

		หน้า
ตารางที่ 5.12.1	แสดงถึงค่าของฟังก์ชัน $f(x)=x+1$ ที่ $x$ เข้าใกล้ 1.128	1.128
ตารางที่ 2.1	แสดงถึงความจริงของประพจน์พร้อมทวิเชื่อม	231
ตารางที่ 2.2	แสดงว่าประพจน์ $p \Rightarrow q \iff \sim q \Rightarrow \sim p$ เป็นทอโตโลยี	231



รายการภาพประกอบ

		หน้า
รูปที่ 2.3.1	แสดงถึงการยุบเนียน อินเทอเซคชัน และคอมพลิเมนต์ของเซต	10
รูปที่ 3.3.1	แสดงถึงการแทนจำนวนจริงด้วยจุดบนเส้นตรง	23
รูปที่ 3.4.1	แสดงถึงช่วงเปิด $(-2, 3)$	23
รูปที่ 3.4.2	แสดงถึงช่วงปิด $[-2, 3]$	23
รูปที่ 3.4.3	แสดงถึงครึ่งช่วงเปิด $(-2, 3]$	24
รูปที่ 3.4.4	แสดงถึงครึ่งช่วงเปิด $[-2, 3)$	24
รูปที่ 3.4.5	แสดงถึงช่วงอนันต์ $(2, -\infty)$	24
รูปที่ 3.4.6	แสดงถึงช่วงอนันต์ $(-\infty, 2]$	24
รูปที่ 3.5.1	แสดงถึงระยะทางระหว่างจำนวนสองจำนวน	25
รูปที่ 4.1.1	แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างเซตสองเซต	47
รูปที่ 4.1.2	แสดงถึงกราฟของเส้นตรง	47
รูปที่ 4.1.3	แสดงถึงกราฟของวงกลม	48
รูปที่ 4.2.1	แสดงถึงฟังก์ชันระหว่างเซตสองเซต	50
รูปที่ 4.2.2	แสดงถึงกราฟที่ไม่เป็นฟังก์ชัน	51
รูปที่ 4.2.3	แสดงถึงกราฟที่เป็นฟังก์ชัน	51
รูปที่ 4.3.1	แสดงถึงโดเมนโคโดเมนของฟังก์ชัน	52
รูปที่ 4.3.2	แสดงถึงกราฟพาราโบลา	52
รูปที่ 4.3.3	แสดงถึงอินเวอร์สโคโดเมนของฟังก์ชัน	55
รูปที่ 4.4.1	แสดงถึงคอมโพสิทฟังก์ชัน	61
รูปที่ 4.5.1	แสดงถึงเซตที่ถือกว่าเลนซ์กัน	66
รูปที่ 4.5.2	แสดงถึงเซตที่ถือกว่าเลนซ์กัน	67

		หน้า
รูปที่ 4.5.3	แสดงถึงเซตที่หาคิวว่าเส้นขนาน	68
รูปที่ 4.5.4	แสดงถึงรูปที่หาคิวว่าเส้นขนาน	73
รูปที่ 4.6.1	แสดงถึงฟังก์ชันโมโนโทน	73
รูปที่ 4.6.2	แสดงถึงฟังก์ชันโมโนโทน	74
รูปที่ 5.1.1	แสดงถึงผลบวกของคานสองคานยอมยาวกว่าคานที่สาม ในสามเหลี่ยมใด ๆ	74 75
รูปที่ 5.2.1	แสดงถึงเนเบอร์ฮูดใน $E^1$	85
รูปที่ 5.2.2	แสดงถึงเนเบอร์ฮูดใน $E^2$	86
รูปที่ 5.2.3	แสดงถึง $\{x / 0 < x \leq 1\}$	88
รูปที่ 5.2.4	แสดงถึงเซตจุดภายใน เซตจุดภายนอก และจุดที่ขอบ- ของ $\{<x,y> / x^2 + y^2 \leq 1\}$	88
รูปที่ 5.12.2	แสดงถึงกราฟของ $f(x) = \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1}$	132
รูปที่ 5.12.3	แสดงถึง $f(N'(1, \epsilon)) \subset N(5, \epsilon)$	133
รูปที่ 5.12.4	แสดงถึง $N(0, \delta) \not\subset N(b, \epsilon)$	134
รูปที่ 6.1.1	แสดงถึงฟังก์ชัน $h(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ b, & x = 1 \end{cases}$ ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 1$	153
รูปที่ 6.2.1	แสดงถึงฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 3 \\ \frac{x + 5}{2}, & x > 3 \end{cases}$ ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 3$	166

		หน้า
รูปที่ 6.2.2	แสดงถึงทฤษฎีอนุกรมเทย์เลอร์	166
รูปที่ 6.4.1	แสดงถึงฟังก์ชัน $f(x) =  x $	174
รูปที่ 7.1.1	แสดงถึงพื้นที่ของฟังก์ชัน $f$ บนช่วง $[a, b]$	182
รูปที่ 7.1.2	แสดงถึงพื้นที่ของฟังก์ชัน $f$ บนช่วง $[a, b]$	182
รูปที่ 7.1.3	แสดงถึง $L(f; P)$ และ $U(f; P)$	184
รูปที่ 7.1.4	แสดงถึงความแตกต่างกลางของ $M_i$ และ $m_i$	184
รูปที่ 7.1.5	แสดงถึงความ $M'_k \leq M_k$	186
รูปที่ 7.1.6	แสดงถึงพื้นที่ของฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1 \\ 2 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ บนช่วง $[0, 2]$	194
รูปที่ 7.2.1	แสดงถึงกราฟของ $f(x) = \begin{cases} 1/2^n, & \frac{1}{2^{n+1}} < x \leq \frac{1}{2^n} \\ 0, & x = 0 \end{cases}$	195
รูปที่ 7.2.2	แสดงถึงความยาวของ $ac, db$ และ พาริตี $P_1$ ในพาริตี $P$	200
รูปที่ 7.2.3	แสดงถึงจุดในแต่ละช่วงเปิดของพาริตี $P$	201
รูปที่ 7.3.1	แสดงถึงกราฟฟังก์ชัน $f^+$	214

อักษรย่อ

อักษรย่อที่ใช้ในการวิจัยเล่มนี้

$A, B, C, \dots$	แทนเซ็ท
$a, b, c, \dots$	แทนสมาชิกของเซ็ท
$\{2, 4, 6, 8\}$	แทนเซ็ทซึ่งประกอบด้วยสมาชิก 2, 4, 6, 8
$a \in A$	แทน $a$ เป็นสมาชิกของเซ็ท $A$
$b \notin B$	แทน $b$ ไม่เป็นสมาชิกของเซ็ท $B$
$A \cup B$	แทน $A$ ยูเนียน $B$
$A \cap B$	แทน $A$ อินเตอร์เซกชัน $B$
$B - A$	แทน $A$ คอมพลีเมนต์ $B$
$A \subset B$	แทน $A$ เป็นสับเซ็ท $B$
$B \not\subset C$	แทน $B$ ไม่เป็นสับเซ็ท $C$
$A = B$	แทน $A$ เท่ากับ $B$
$A$	แทน คอมพลีเมนต์ของ $A$
$\emptyset$	แทน เซ็ทว่าง
$R$	แทน จำนวนจริง
$a^{-1}$	แทน อินเวอร์สของ $a$
$<$	แทน น้อยกว่า
$>$	แทน มากกว่า
$\leq$	แทน น้อยกว่าหรือเท่ากับ
$\geq$	แทน มากกว่าหรือเท่ากับ
$(a, b)$	แทนช่วงเปิด
$[a, b]$	แทนช่วงปิด



$[a, b), (a, b]$	แทนครึ่งวงเปิด
$+ \alpha, -\alpha, \alpha$	แทน อนันต์
$ x $	แทน ค่าสัมบูรณ์ของ $x$
$N$	แทน จำนวนธรรมชาติ
$p$	แทน จำนวนเฉพาะ
$I$	แทน จำนวนเต็ม
$I^+$	แทน จำนวนเต็มบวก
$I^-$	แทน จำนวนเต็มลบ
$Q$	แทน จำนวนตรรกยะ
$e$	แทน ฐานของลอการิทึมธรรมชาติ
$\pi$	แทน อัตราส่วนระหว่างเส้นรอบวง กับเส้นผ่าศูนย์กลาง
$\sup$	แทน ซุปรีมัม
$\inf$	แทน อินฟิมัม
$\langle x, y \rangle$	แทน คู่อันดับ $x, y$
$A \times B$	แทน ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต $A$ และเซต $B$
$S$	แทน ความสัมพันธ์
$a S b$	แทน $a$ สัมพันธ์กับ $b$
$D_S$	แทน โดเมนของความสัมพันธ์ของ เซต $S$
$R_S$	แทน เรนจ์ของความสัมพันธ์ของ เซต $S$
$f, g, h, F, G, H$	แทน ฟังก์ชัน
$f : A \rightarrow B$ หรือ $A \xrightarrow{f} B$	แทน ฟังก์ชันจากเซต $A$ ไปสู่เซต $B$

$f(E)$	แทน ไคเรคอิมเมจ
$f^{-1}(H)$	แทน อินเวอร์สอิมเมจ
$g \circ f$	แทน คอมโพสิทของฟังก์ชัน $f$ และ $g$
$A \approx B$	แทน A อีควิวาเลนต์ B
$O$	แทน จำนวนเต็ม
$E$	แทน จำนวนเต็มคู่
$\mathbb{N}_0$	แทน อัลเลฟ-นัล
$\mathbb{N}_1$	แทน อัลเลฟ-วัน
$J$	แทน ขวง
$M$	แทน เซต
$d$	แทน เมตริกซ์
$\langle M, d \rangle$	แทน เมตริกซ์เซต
$E^1$	แทน ยุคดิเคียบหนึ่งมิติ
$E^2$	แทน ยุคดิเคียบสองมิติ
$E^3$	แทน ยุคดิเคียบสามมิติ
$N(p, \epsilon)$	แทน เนบอร์ฮูดของจุด $p$ รัศมี $\epsilon$
$N'(p, \epsilon)$	แทน คิลคเนอรัฮูดของจุด $p$ รัศมี $\epsilon$
$\text{int}(A)$	แทน เซตของจุดภายในของเซต $A$
$\text{bd}(A)$	แทน เซตของจุดที่ขอบของเซต $A$
$\text{ext}(A)$	แทน เซตของจุดภายนอกของเซต $A$
$A'$	แทน เซตของจุดลิมิตของ $A$
$\{a_n\}_{n=1}^\alpha$	แทน ซีควเอนซ์ของ $a_n$
$\lim_{n \rightarrow \alpha} a_n = 0$	แทน ซีควเอนซ์ $a_n$ มีลิมิตเป็นศูนย์ ขณะที่ $n$ เข้าใกล้อนันต์

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
 Copyright © by Chiang Mai University  
 All rights reserved

$f : [a, b] \rightarrow E^1$	แทนฟังก์ชันจากช่วงปิด $[a, b]$ ไปสู่ $E^1$
$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	แทน ลิมิตของ $f(x)$ ขณะ $x$ เข้าใกล้ $x_0$
$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$	แทน ลิมิตทางซ้ายของ $f(x)$ ขณะ $x$ เข้าใกล้ $x_0$ ทางซ้าย
$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$	แทน ลิมิตทางขวาของ $f(x)$ ขณะ $x$ เข้าใกล้ $x_0$ ทางขวา
$f'(x)$	แทน อนุพันธ์ของ $f(x)$
$f'(x_0^+)$	แทน อนุพันธ์ทางขวาของ $f(x_0)$
$f'(x_0^-)$	แทน อนุพันธ์ทางซ้ายของ $f(x_0)$
$P$	แทน นอร์มของพาร์ติชัน $P$
$L(f; P)$	แทน โลเวอร์รีมานซัมของฟังก์ชัน $f$
$U(f; P)$	แทน อีเปอริร์มานซัมของฟังก์ชัน $f$
$\sum_{i=1}^n a_i$	แทน ซิกมา $a_i$ $i$ เท่ากับหนึ่งถึง $n$
$\int_a^b f dx$	แทน อีเปอริร์มานอินทิกรัลของฟังก์ชัน $f$ บนช่วง $[a, b]$
$\int_a^b f dx$	แทน โลเวอร์รีมานอินทิกรัล ของฟังก์ชัน $f$ บนช่วง $[a, b]$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright © by Chiang Mai University

All rights reserved

$R [a, b]$  แทน กลุ่มของฟังก์ชัน  $f$  ที่อินทิเกรตบนช่วง  $[a, b]$

$S (f, p)$  แทน ปริมาณค่าของฟังก์ชัน  $f$  บนช่วง  $[a, b]$

$f^+ (x)$  แทน  $\begin{cases} f(x) & \text{ถ้า } f(x) \geq 0 \\ 0 & \text{ถ้า } f(x) < 0 \end{cases}$

$p, q, r, \dots$  แทน ประพจน์

$T$  แทน เป็นจริง

$F$  แทน เป็นเท็จ

$\wedge$  แทน และ

$\vee$  แทน หรือ

$\implies$  แทน ถ้า...จะได้อะไร...

$\iff$  แทน ก็ต่อเมื่อ

$\sim$  แทน negation

$\forall$  แทน สำหรับสมาชิกทุกตัว

$\exists$  แทน สำหรับสมาชิกบางตัว