บทที่ 3

หลุมดำ (Black Holes)

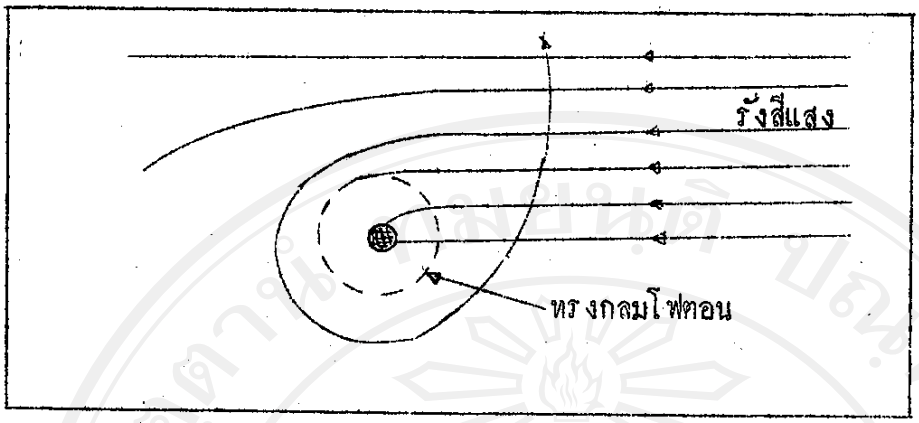
3.1 ลักษณะและคุณสมบัติโดยทั่วไป

จากผลการคำนวณทางฟิสิกส์ดาราศาสตร์ ประกอบกับการศึกษาวัตถุท้องฟ้าของนักดาราศาสตร์ สรุปว่าการวิวัฒนาการของดวงดาวอาจสิ้นสุดที่ดาวแคระขาวหรือดาวนิวตรอนหรือไม่ก็หลุมดำ โดยเฉพาะหลุมดำมีคุณสมบัติแตกต่างจากอย่างอื่น ๆ กล่าวคือ เป็นบริเวณที่มีมวลอัดกันแน่นมากจนกระทั่งความหนาแน่นบริเวณแกนกลางมีค่าเข้าสู่อนันต์ ความโน้มถ่วงที่บริเวณหลุมดำมีค่ามหาศาลและมีอิทธิพลเหนือแรงอื่นใดที่รู้จักในปัจจุบัน ทำให้อวกาศ-กาล ที่บริเวณหลุมดำโค้งมากจนกระทั่งปิดล้อมตัวเอง ไม่ยอมให้สิ่งใดหลุดออกมาจากหลุมดำได้เลยไม่ว่า มวล พลังงานหรือสัญญาณใด ๆ ก็ตาม ผู้สังเกตที่อยู่ไกลจากหลุมดำจึงไม่อาจสังเกตเห็นหลุมดำได้เลย ดังนั้นหลุมดำจึงเป็นเสมือนวัตถุดำสนิทในอวกาศที่ดูดกลืนทุกสิ่งทุกอย่าง ตำแหน่งของหลุมดำคลายความว่างเปล่าจึงมีผู้กล่าวว่า "เราไม่เคยเห็นหลุมดำเลย แต่เราก็ทราบตำแหน่งของมันได้"(12)

โดยเหตุที่หลุมดำเกิดจากดาวที่มีมวลมากยุบตัวลงจนกระทั่งมีขนาดเข้าสู่ศูนย์ ดังนั้นนักดาราศาสตร์เชื่อว่า หลุมดำไม่มีทั้งขนาดและรูปร่าง อย่างไรก็ตามอาจบอกขนาดของหลุมดำได้ด้วยขนาดของ event horizon ซึ่งเป็นผิวทรงกลมที่มีแกนกลางของหลุมดำเป็นจุดศูนย์กลางขนาดของทรงกลมนี้จะแปรผันโดยตรงกับมวลของหลุมดำ ไม่ว่าแสงหรือสิ่งอื่นใดที่อยู่ภายใน event horizon จะไม่สามารถหลุดออกมาภายนอกได้ เป็นเขตของหลุมที่กลืนทุกสิ่งทุกอย่างให้พ้นจากอายตนะของมนุษย์(12)

ถ้าฉายแสงผ่านบริเวณหลุมดำรังสีแสงจะเบี่ยงเบนไป เนื่องจากความโค้งของอวกาศ-กาล ที่บริเวณหลุมดำ ดังแสดงในรูปที่ 3.1

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

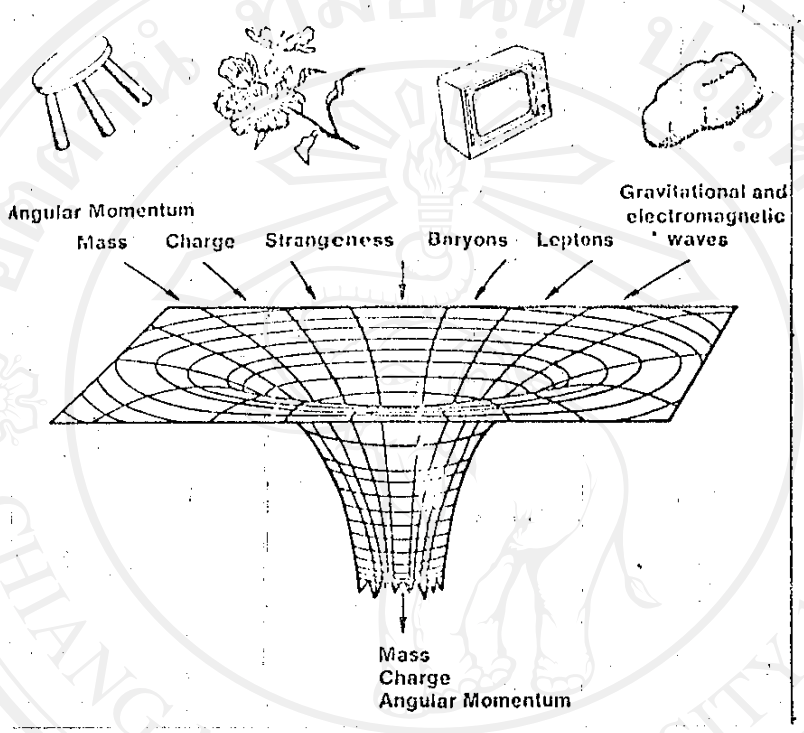


รูปที่ 3.1 แสดงการเบี่ยงเบนของรังสีแสงที่เคลื่อนที่ผ่านบริเวณหลุมดำ(3)

เป็นที่น่าสังเกตว่ารังสีแสงที่ผ่านห่างจากหลุมดำมาก ๆ จะเดินทางเป็นเส้นตรงหรือเกือบเป็นเส้นตรง**ส่วนรังสีแสง**ที่ผ่านใกล้บริเวณหลุมดำมากขึ้น จะเบนไปมากยิ่งขึ้นเรื่อย ๆ จนกระทั่งรังสีแสงผ่านเข้ามาในระยะพอเหมาะอันหนึ่งจะเบนไปจนวนเป็นวงกลมรอบบริเวณหลุมดำ บริเวณนี้เรียกว่า วงกลมโฟตอนหรือทรงกลมโฟตอน ส่วนรังสีแสงที่ผ่านเข้ามาใกล้กว่าทรงกลมโฟตอนจะวกเข้าสู่หลุมดำโดยไม่มีโอกาสหลุดออกมาสู่เอกภพภายนอกได้อีกต่อไป อนึ่งแสงที่วนอยู่บนทรงกลมโฟตอนจะไม่เสถียรภาพ หากมีสิ่งใดรบกวนแม้เพียงเล็กน้อยก็ตามแสงบริเวณนี้จะควงสว่านลงสู่หลุมดำหรือไม่ก็ออกสู่เอกภพภายนอก(3)

ถ้าหากวัตถุตกลงสู่หลุมดำ tidal force(3,13) อันมหาศาลของหลุมดำทำให้วัตถุยืดยาวออก แต่ในที่สุดวัตถุนั้นจะตกลงสู่หลุมดำและถูกอัดแน่นจนหลอมเป็นเนื้อเดียวกันหมด คุณสมบัติเดิมของสิ่งเหล่านั้นอันตรธานไป แม้อนุภาคมูลฐานที่นักฟิสิกส์รู้จักก็สูญเสียคุณสมบัติประจำตัวไปหมด สรรพสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าสสารหรือพลังงานอัดรวมกันจนกลายเป็นส่วนหนึ่งของหลุมดำ ซึ่งสภาพที่แท้จริงของมันยังไม่สามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎีฟิสิกส์ในปัจจุบัน แต่อย่างไรก็ตามสรรพสิ่งเหล่านี้จะรวมกันแสดงคุณสมบัติของหลุมดำ 3 ประการ คือ มวล ประจุ และโมเมนตัมเชิงมุม โดยที่เราไม่อาจจะทราบถึงองค์ประกอบดั้งเดิมของแต่ละส่วนของหลุมดำได้เลย ดังนั้นถ้าหลุมดำสองหลุมที่มีมวล ประจุ และโมเมนตัมเชิงมุมเท่ากันทุกประการ หลุมดำทั้งสองนี้จะเหมือนกันทุกประการ แม้ว่าจะมีประวัติความเป็นมาแตกต่างกันก็ตาม(12,14)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



รูปที่ 3.2 แสดงถึงสรรพสิ่งต่าง ๆ ที่เข้าสู่หลุมดำซึ่งจะสูญสิ้นคุณสมบัติเดิมไป เหลือเพียงคุณสมบัติ 3 ประการคือ มวล ประจุ และโมเมนตัมเชิงมุม[13]

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

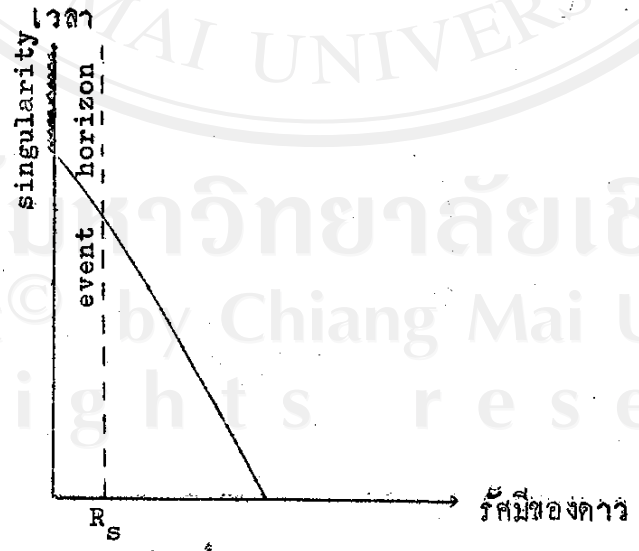
3.2 หลุมดำชวอร์ซไชล์ด (Schwarzschild black hole)

3.2.1 ลักษณะและโครงสร้าง

Schwarzschild black hole เป็นหลุมดำที่พิจารณาถึงมวลแต่เพียงอย่างเดียวซึ่งเกิดจากการยุบตัวของดาวที่มีลักษณะเป็นทรงกลมที่สมมาตร ไม่มีประจุ ไม่มีการหมุน ถ้าหากพิจารณาตามกฎเกณฑ์ของนิวตันแล้วจะพบว่า เมื่อดาวยุบตัวลงจนกระทั่งมีขนาดเล็กถึงขีดจำกัดค่าหนึ่งซึ่งมีรัศมี (R_s) เป็นไปตามสมการ[1,15,16]

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} \qquad (3.1)$$

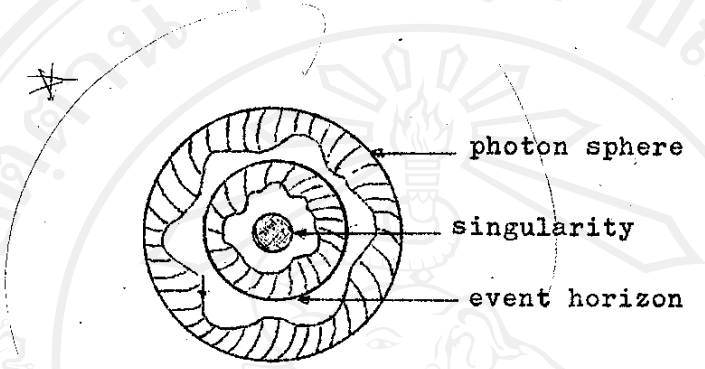
แล้วแสงจะไม่สามารถหลุดออกมาจากดาวได้ รังสีแสงทั้งหมดที่แผ่ออกมาจากดาวจะวกกลับลงสู่ดาวอีก ในขั้นตอนนี้เรียกว่าดาวยุบตัวเข้าไปใน event horizon ของมันเอง รัศมีของดาวค่านี้เรียกว่า รัศมีชวอร์ซไชล์ด (Schwarzschild radius) ซึ่งดาวก็ยังมีขนาดอยู่ แม้กระนั้นก็ตามไม่มีแรงอันใดที่จะหยุดยั้งการหดตัวของดาวต่อไปได้ ดาวทั้งดวงจะมีขนาดเล็กลงเรื่อย ๆ จนกระทั่งมีขนาดเข้าสู่ศูนย์เกิดเป็นหลุมดำขึ้น ณ บริเวณใจกลางของหลุมดำจะมีความดัน ความหนาแน่น และความโค้งของอวกาศ-กาล เข้าสู่ค่าอนันต์ ตำแหน่งดังกล่าวนี้เรียกว่า singularity



รูปที่ 3.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอวกาศและกาลของดาวที่ยุบตัวไปเป็นหลุมดำ[15]

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

แท้ที่จริงหลุมดำแบบนี้ Dr.Karl Schwarzschild[3,17] นักดาราศาสตร์ชาวเยอรมันพบในปี 1916 จากผลทางคณิตศาสตร์ของสมการของทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป ได้ผลสรุปว่าหลุมดำที่มีมวลเพียงอย่างเดียวจะประกอบด้วย singularity อยู่บริเวณใจกลางมี event horizon และ photon sphere ล้อมรอบ ดังแสดงในรูปที่ 3.4

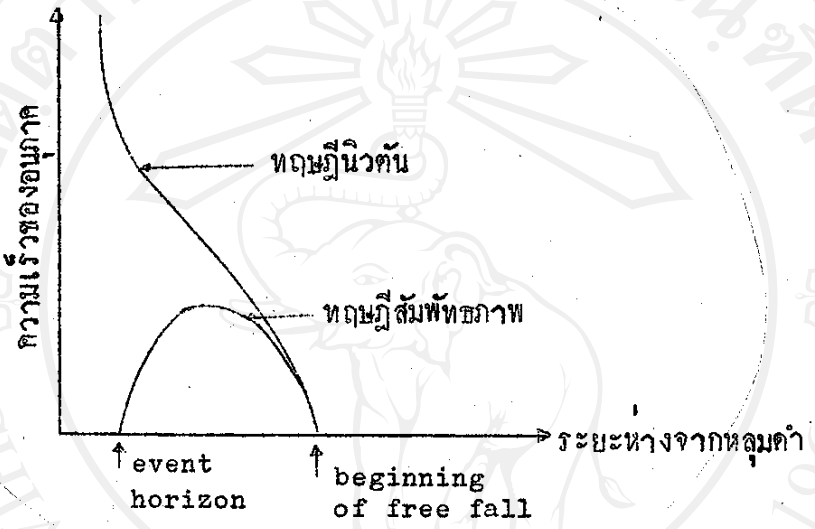


รูปที่ 3.4 แสดงโครงสร้างของ Schwarzschild black hole[3]

3.2.2 ความจำเป็นที่ต้องใช้ทฤษฎีสัมพัทธภาพอธิบายหลุมดำ

ถ้าสมมุติว่ามีผู้สังเกตคนหนึ่งอยู่ห่างจากหลุมดำ ปล่อยอนุภาคอันหนึ่งให้ตกโดยเสรีลงสู่หลุมดำ เขาจะเห็นว่าอนุภาคจะตกพุ่งเข้าสู่หลุมดำด้วยอัตราเร่งที่เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ถ้าใช้ทฤษฎีนิวตันอธิบายจะได้ว่าความเร็วของอนุภาคมีค่าอนันต์ (infinity) เมื่ออนุภาคตกถึง singularity แต่ในสภาพที่ความโน้มถ่วงมีความเข้มมหาศาลเช่นนี้ เมื่อใช้ทฤษฎีนิวตันอธิบายอาจไม่ถูกต้อง ถ้าใช้ทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปอธิบายจะได้ผลแตกต่างกัน กล่าวคือเมื่ออนุภาคตกเข้าสู่ event horizon การยืดของเวลา (slowing down of time) เริ่มมีบทบาททำให้ผู้สังเกตคนนั้นเห็นว่าอนุภาคนั้น เคลื่อนที่ช้าลง ๆ และมาหยุดอย่างสมบูรณ์ที่ event horizon ทั้งนี้เพราะเวลาได้หยุดอย่าง

สมบูรณ์ที่ event horizon ดังนั้นผู้สังเกตต้องเฝ้าดูเป็นเวลาอนันต์ (infinity) จึงจะเห็นอนุภาคผ่านเข้าไปใน event horizon ได้ ซึ่งผลต่างของการอธิบายโดยทฤษฎีทั้งสองนี้ ดังแสดงในรูปที่ 3.5

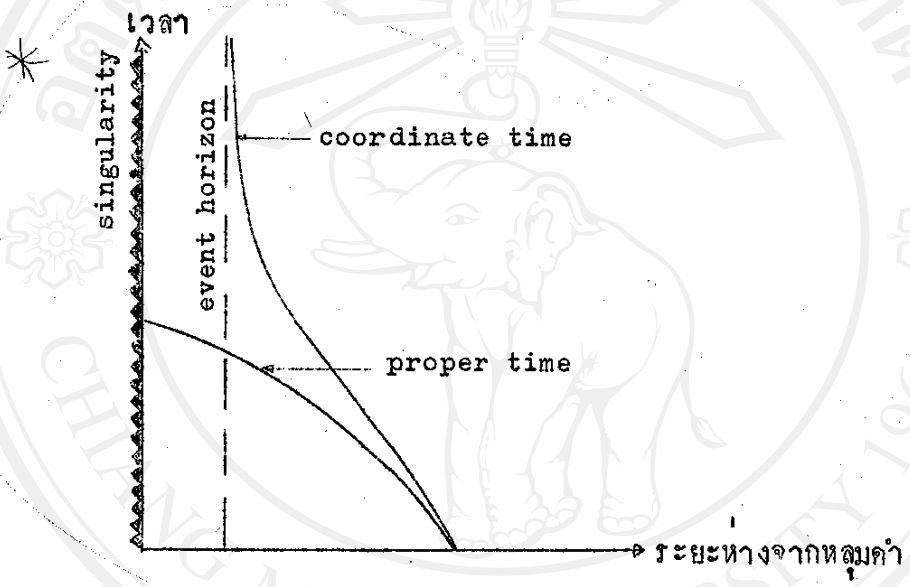


รูปที่ 3.5 กราฟแสดงความเร็วของอนุภาคที่ตกโดยเสรีลงสู่หลุมดำ เมื่อสังเกตโดยผู้สังเกตที่อยู่นิ่ง อยู่ห่างจากหลุมดำออกไป[3,18]

ถ้าหากผู้สังเกตตกลงสู่หลุมดำพร้อมกับอนุภาคที่สังเกต เขาจะพบเหตุการณ์ที่แตกต่างไปจากเดิม กล่าวคือ เขาไม่อาจจะสังเกตเห็นการยืดของเวลาได้เลย เพราะทุกสิ่งทุกอย่างที่สังเกตโดยผู้สังเกตที่เคลื่อนที่จะช้าลงไปหมดไม่ว่านาฬิกาข้อมือของเขา, การเต้นของหัวใจกระบวนความคิดหรือแม้แต่อัตราการแก่ของเขาก็ตาม ดังนั้นเขาจะรู้สึกว่า เขาตกผ่าน event horizon ในเวลาที่สั้นมากโดยวัดจากนาฬิกาข้อมือของเขา ภายใน event horizon นี้บทบาทของ อวกาศและกาล จะแลกเปลี่ยนกัน กล่าวคือ เขาจะถูกดูดไปสู่ singularity โดยไม่มีอำนาจใด ๆ จะยับยั้งได้เลย ทำนองเดียวกับการที่เราไม่อาจจะหยุดยั้งการผ่านไปของเวลาบนพื้นโลกเรานั่นเอง[3]

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

อนึ่งในการวัดเวลา นักฟิสิกส์นิยามการวัดเวลาเป็น 2 ประการ คือ ประการแรก เป็นเวลาที่วัดโดยผู้สังเกตที่อยู่ไกลจากหลุมดำ หรืออยู่ในอวกาศ-กาลที่แบนราบเรียกว่า coordinate time ประการที่สอง เป็นเวลาที่ผู้สังเกตซึ่งตกโดยอิสระลงสู่หลุมดำเป็นผู้วัด เรียกว่า proper time ถ้าคิดตาม proper time อนุภาคจะจะตกถึง singularity อย่างรวดเร็ว แต่ถ้าคิดตาม coordinate time อนุภาคจะตกไม่ถึง event horizon ดังแสดงในรูปที่ 3.6

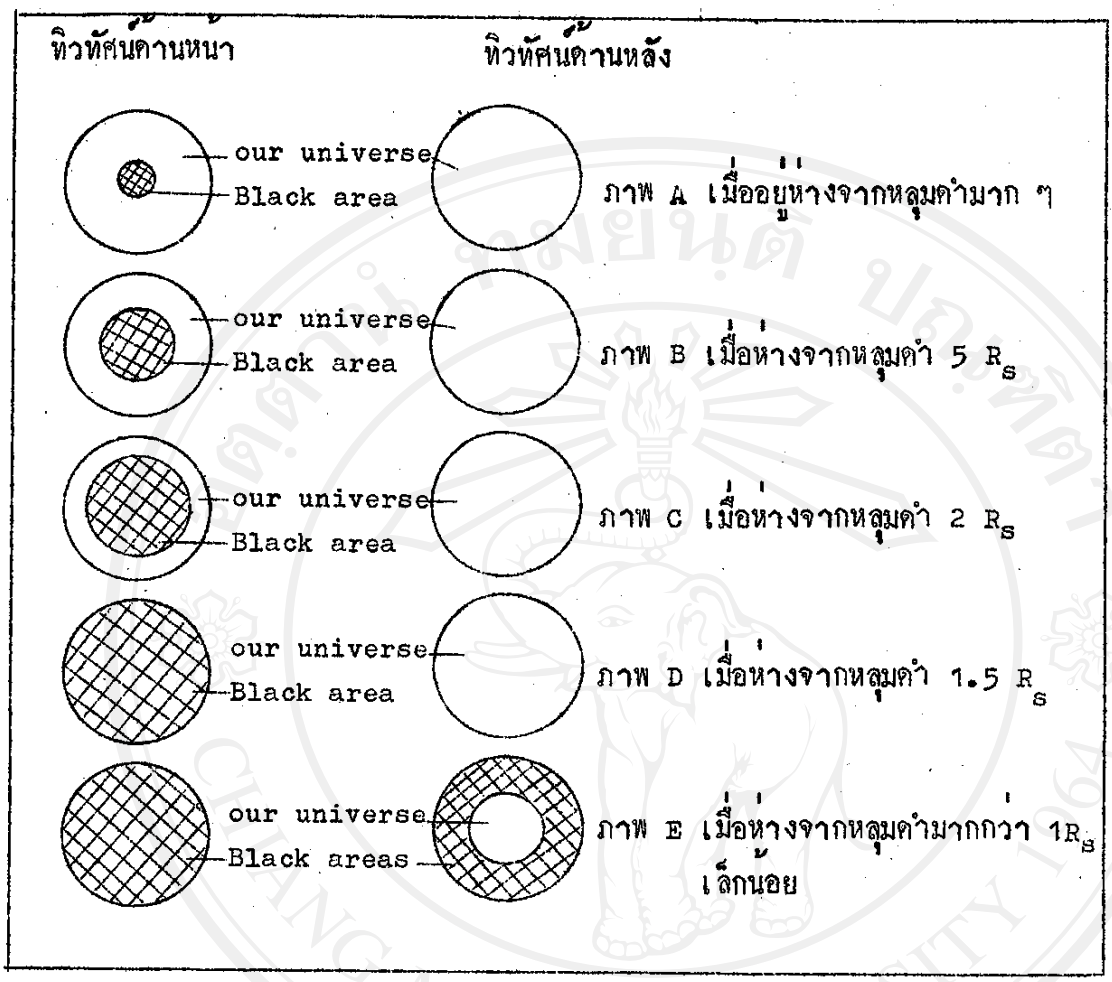


รูปที่ 3.6 กราฟแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง proper time และ coordinate time ของอนุภาคที่ตกโดยอิสระลงสู่หลุมดำ[3,18]

3.2.3 ภาพที่ปรากฏแก่ผู้สังเกตซึ่งเคลื่อนที่เข้าสู่หลุมดำชวอร์ซไชล์ด

ในปี 1975 C.T. Cunningham[3] ได้คำนวณหาลักษณะภาพของหลุมดำที่ปรากฏแก่ผู้สังเกตซึ่งเคลื่อนที่เข้าสู่หลุมดำ Schworzschild โดยสมมุติว่ามีนักบินอวกาศ 2 คนนั่งไปในยานอวกาศโดยหันหลังให้กัน คนหนึ่งถ่ายภาพทิวทัศน์ด้านหน้า อีกคนหนึ่งถ่ายภาพทิวทัศน์ด้านหลัง โดยหยุดถ่ายภาพ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ จากผลการคำนวณได้ลักษณะของภาพดังรูปที่ 3.7

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



รูปที่ 3.7 ภาพหลุมดำที่ปรากฏแก่ผู้สังเกต ณ ตำแหน่งต่าง ๆ (3)

เป็นที่น่าสังเกตว่า เมื่อผู้สังเกตอยู่ห่างจากหลุมดำมาก ๆ จะมองเห็นหลุมดำเป็นจุดเล็ก ๆ (ดูรูปที่ 3.7 A) ท้องฟ้าเป็นปกติไม่มีสิ่งรบกวน ดาวต่าง ๆ ในท้องฟ้าจะส่งแสงบางส่วนมาสู่หลุมดำ รังสีแสงบางส่วนจะวนรอบหลุมดำบนทรงกลมโฟตอน อาจมีบางสิ่งบางอย่างรบกวนทำให้รังสีแสงควงสว่านลงสู่หลุมดำ รังสีแสงบางส่วนจะควงสว่านออกไปภายนอก ทำให้ผู้สังเกตมองเห็นภาพดาวต่าง ๆ จำนวนมากปรากฏเป็นขอบรอบ ๆ หลุมดำ (เพื่อไม่ให้เกิดสับสนขึ้นในภาพ 3.7 A ถึง E จึงมิได้แสดงภาพของดาวที่ปรากฏเป็นขอบรอบหลุมดำเอาไว้) ส่วนภาพด้านหลังเป็นปกติ เมื่อ

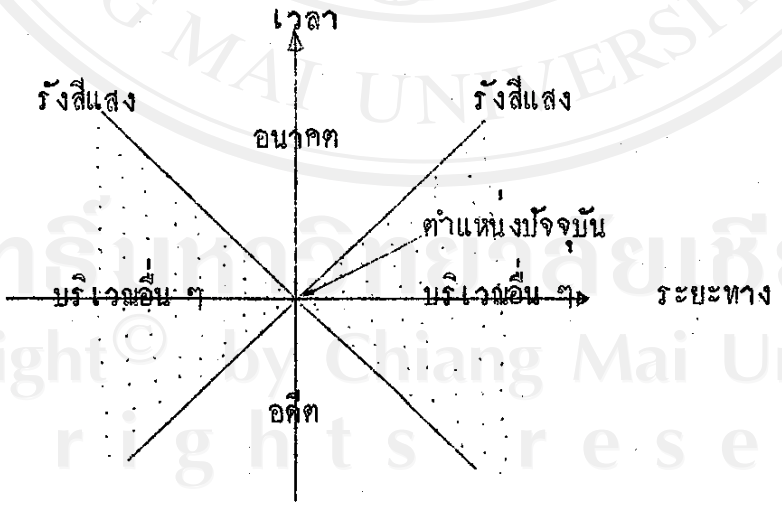
ผู้สังเกตเข้าใกล้หลุมดำเข้ามาเรื่อย ๆ จะเห็นภาพหลุมดำมีขนาดโตขึ้น ๆ ส่วนภาพท้องฟ้าด้านหลังจะถูกรบกวนเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ เมื่อมาถึงระยะห่างจากหลุมดำ 1.5 เท่าของรัศมีชวอร์ซไชลด์ ภาพด้านหน้าจะเป็นสีดำหมด (รูปที่ 3.7 D) เมื่อผู้สังเกตเข้าสู่ event horizon ภาพด้านหลังจะมีสีดำเป็นขอบรอบนอก ส่วนดวงดาวต่าง ๆ ในเอกภพภายนอกจะมารวมกันอยู่ตรงกึ่งกลางของภาพ (ดังรูปที่ 3.7 E)

3.2.4 แผนภาพอวกาศ-กาลของหลุมดำชวอร์ซไชล์ด

3.2.4.1 แบบธรรมดา

โดยปกติเหตุการณ์ต่าง ๆ ทางฟิสิกส์ที่เกิดขึ้น จะต้องเกี่ยวข้องกับอวกาศและกาล ดังนั้นเพื่อจะบอกเหตุการณ์นั้นให้ถูกต้องสมบูรณ์จึงต้องบอกถึง 4 มิติ คือ อวกาศ 3 มิติ และเวลาอีก 1 มิติ เพื่อจะแสดงแผนภาพของเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง แกนต่าง ๆ จึงเป็นดังนี้

แกนเวลาอยู่ในแนวดิ่ง แกนอวกาศอยู่ในแนวระดับ และสเกลของแกนให้พอดีที่รังสีแสงทำมุม 45° กับแกนดิ่งหรือแกนระดับ เช่น 1 นิ้วบนแกนเวลาแทนเวลา 1 วินาที 1 นิ้วบนแกนอวกาศแทนระยะทาง 186000 ไมล์ ดังรูปที่ 3.8

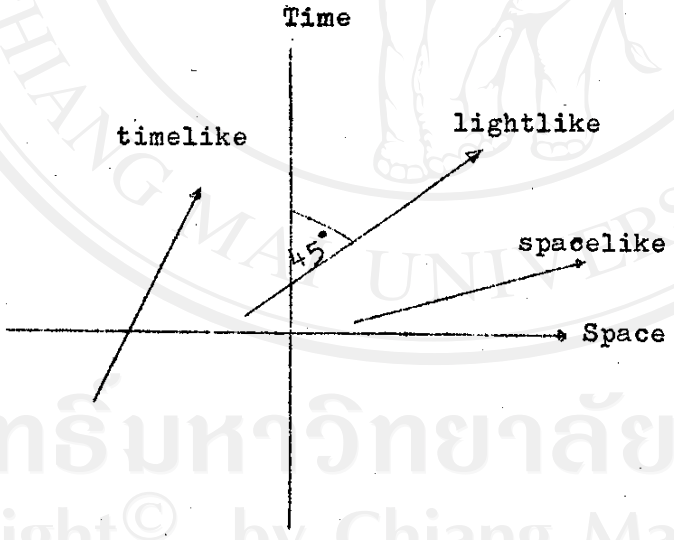


รูปที่ 3.8 แสดงแผนภาพอวกาศ-กาล(3)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

จากแผนภาพนี้จะเห็นได้ว่าแสงจะเดินผ่านตำแหน่งที่เวลา=0 และระยะทาง = 0 เรียกตำแหน่งนี้ว่า ตำแหน่งปัจจุบัน (here and now) แผนภาพนี้ประกอบด้วยบริเวณต่าง ๆ 4 บริเวณ คือ บริเวณในอดีต บริเวณอนาคตและบริเวณอื่น ๆ 2 บริเวณ โดยปกติเหตุการณ์ต่าง ๆ มาจากอดีตไปสู่อนาคต

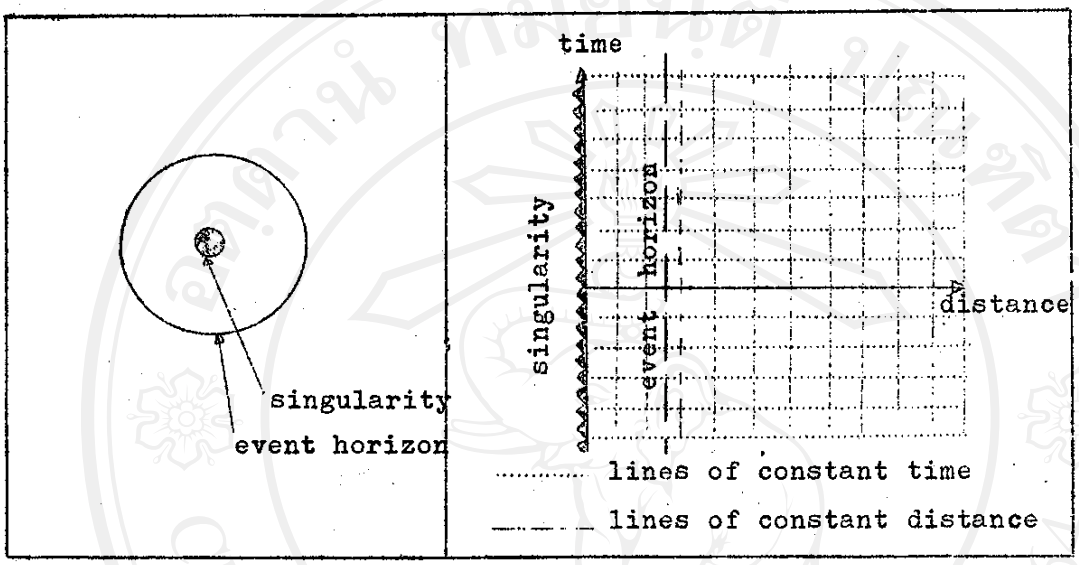
ตามแผนภาพนี้ถ้าหากการเคลื่อนที่ช้ากว่าแสง เส้นกราฟแสดงการเคลื่อนที่ (world line) จะทำมุมน้อยกว่า 45° กับแกนเวลา เรียกว่าเป็น timelike แต่ถ้าการเคลื่อนที่มีความเร็วเท่ากับความเร็วแสงเส้นกราฟแสดงการเคลื่อนที่นั้นจะทำมุม 45° กับแกนเวลา หรือทับกับเส้นกราฟทางเดินของแสงเรียกว่าเป็น lightlike แต่ถ้าการเคลื่อนที่เร็วกว่าแสงเส้นกราฟแสดงการเคลื่อนที่จะทำมุมน้อยกว่า 45° กับแกนระยะทาง เรียกว่าเป็น spacelike แต่ตามทฤษฎีสัมพัทธภาพเชื่อว่า แสงมีความเร็วสูงสุด นั่นคือ spacelike ย่อมเป็นไปไม่ได้ โดยปกติเหตุการณ์ต่าง ๆ จะเป็น spacelike เสมอ



รูปที่ 3.9 แสดงการเดินทาง 3 แบบ คือ ช้ากว่าแสง เร็วเท่าแสง และเร็วกว่าแสง(3)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ในกรณีของ Schwarzschild black hole เราสามารถเขียนแผนภาพอวกาศ-กาล โดยให้ singularity เป็น origin ได้ดังนี้



รูปที่ 3.10 แสดงหลุมดำในอวกาศและในอวกาศ-กาล รูปซ้ายมือ แสดง Schwarzschild black hole ในอวกาศ รูปขวามือ แสดง Schwarzschild black holeในอวกาศ-กาล world line ของ event horizon แสดงด้วยเส้นประ world line ของ singularity แสดงด้วยเส้นฟันเลื่อย[3]

จากแผนภาพอวกาศ-กาลของ Schwarzschild black hole ประกอบด้วยบริเวณใหญ่ ๆ 2 บริเวณ คือ บริเวณหนึ่งอยู่ระหว่าง singularity กับ event horizon อีกบริเวณหนึ่งถัดจาก event horizon ออกมา

เพื่อที่จะทราบถึงการเชื่อมต่อกันของสองบริเวณดังกล่าว สมมุติมีหลุมดำขนาด 10 $M_{\odot}$ และนักบินอวกาศพุ่งตัวออกจาก singularity ผ่าน event horizon สู่ภายนอก ณ ตำแหน่งที่ไกลออกมา 1 ล้านไมล์ จากหลุมดำ แล้วให้ตกลงสู่หลุมดำอีก โดยผาน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

event horizon ไปสู่ singularity (เป็นการสมมุติในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจริง ๆ ย่อมเป็นไปไม่ได้) ผลจากการคำนวณตามวิธีของ Schwarzschild ได้ว่า[3]

ใน proper time (ผู้เคลื่อนที่เองเป็นผู้สังเกต)

(1) นักบินอวกาศออกจาก singularity เมื่อเวลา 11.27 น.

(2) ในเวลาเพียง 1/10000 วินาทีต่อมา เขาผ่าน event horizon

(3) เมื่อเวลา 12.00 น. เขามาถึงจุดสูงสุด

(4) ในเวลา 1/10000 วินาทีต่อมา เขาผ่าน event horizon

(5) เมื่อเวลา 12.33 น. เขาถึง singularity

ใน coordinate time (ผู้สังเกตอยู่ไกลจากหลุมดำ)

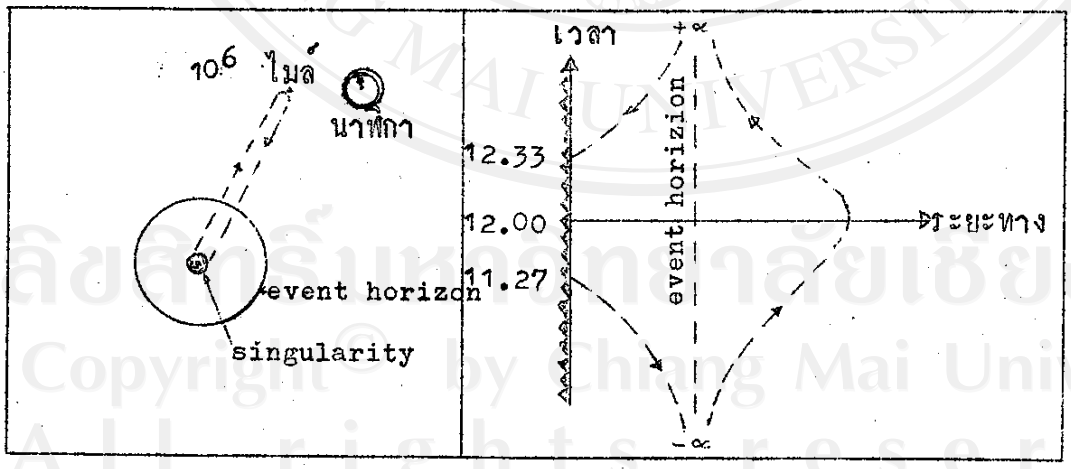
(1) นักบินอวกาศออกจาก singularity เมื่อเวลา 11.27 น.

(2) เขาผ่าน event horizon เมื่อเวลา $-\infty$ ปีมาแล้ว

(3) เขามาถึงจุดสูงสุดเมื่อเวลา 12.00 น.

(4) เขาตกถึง event horizon อีกเมื่อ $+\infty$ ในอนาคต

(5) เขาตกถึง singularity เมื่อ 12.33 น.



รูปที่ 3.11 แสดงการเดินทางใน coordinate time, รูปซ้าย แสดงการเดินทางในอวกาศ รูปขวา แสดงการเดินทางในอวกาศ-กาล[3]

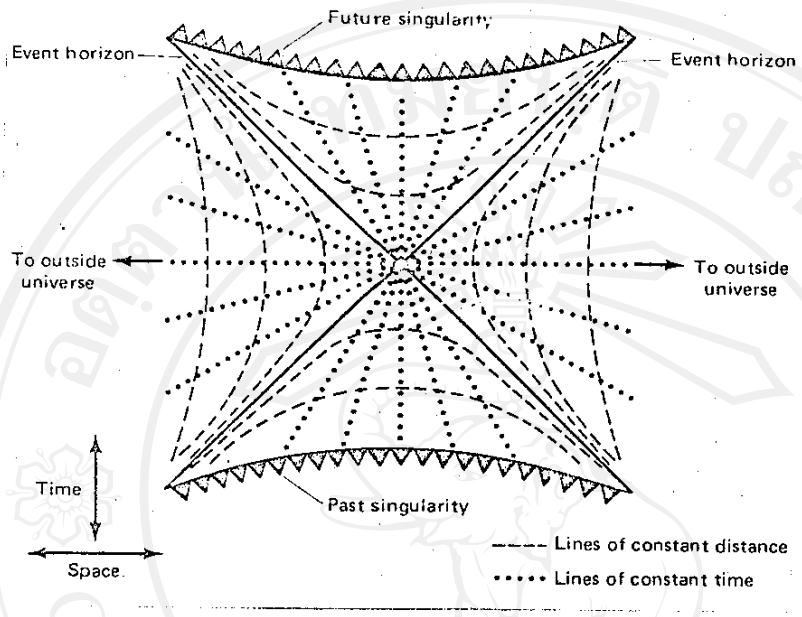
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

จากผลการคำนวณดังกล่าวเป็นที่น่าสังเกตว่าใน proper time เหตุการณ์ดำเนินไปตามปกติกล่าวคือในการเคลื่อนที่จาก singularity ถึง event horizon ใช้เวลา 1/10000 วินาทีทั้งขาขึ้นและขาลง และเคลื่อนที่จาก event horizon ถึงจุดสูงสุดใช้เวลาประมาณ 33 นาทีเท่ากันทั้งขาขึ้นและขาลงเช่นกัน ส่วนใน coodinate time มีความประหลาดมากกล่าวคือเมื่อนักบินอวกาศออกจาก singularity มาสู่ event horizon เขาเคลื่อนที่เข้าไปสู่อดีตถึง ∞ ปี และเขาก็ก้าวมาทันเวลาที่จุดสูงสุดตอนเที่ยงตรง และตกผ่าน event horizon ในอนาคต ∞ ปี แล้วเคลื่อนที่ถอยมากทันเวลาถึง singularity เวลา 12.33 น. จึงทำให้นักฟิสิกส์และนักคณิตศาสตร์หลายท่าน คิดว่าน่าจะไม่ถูกต้อง ดังนั้นจึงอาจกล่าวได้ว่าคณิตศาสตร์ของ Schwarzschild ล้มเหลวที่ event horizon(3)

3.2.4.2 แบบ Kruskal-Szekeres

ในปี 1960 Kruskal และ Szekeres(3,17) ต่างคนต่างคิดปรับปรุงแผนภาพอวกาศ-กาลของหลุมดำเพื่อให้เหมาะสมยิ่งขึ้น โดยใช้ความรู้ที่ว่า world line ของวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่งจะเป็นรูปไฮเปอร์โบลา (hyperbola) เมื่อวัตถุนั้นเคลื่อนที่มีความเร็วจนกระทั่งเข้าสู่ความเร็วแสง ความชันของ world line จะเข้าสู่ 45° สำหรับในกรณีของหลุมดำ ถ้าหากต้องการให้วัตถุวางอยู่นิ่งที่ event horizon จะต้องมีสิ่งที่สามารถต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุให้มีความเร็วเท่ากับแสงในอวกาศ-กาลที่แบนราบ ดังนั้นเขาจึงคิดว่า world line ของ event horizon จะต้องมีความชัน 45° แผนภาพอวกาศ-กาลของเขาที่เสนอขึ้นมาเรียกว่า Kruskal-Szekeres diagram ดังแสดงในรูปที่ 3.12

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



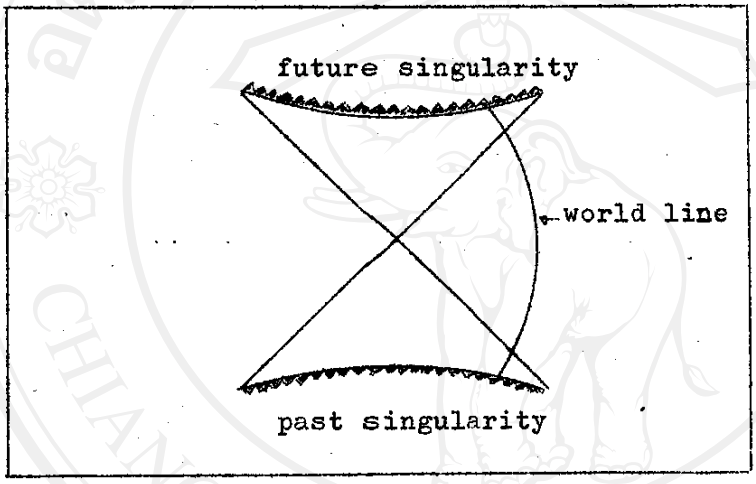
รูปที่ 3.12 แผนภาพอวกาศ-กาลของหลุมดำแบบของ Kruskal และ Szekeres[3]

ในแผนภาพอวกาศ-กาลของหลุมดำตามแบบของ Kruskal และ Szekeres ประกอบด้วยบริเวณต่าง ๆ 4 บริเวณคือ past singularity, future singularity และเอกภพภายนอก 2 บริเวณ สำหรับ line of constant distance และ line of constant time ก็แตกต่างไปจากในแผนภาพอวกาศ-กาล แบบธรรมดาเพราะว่าในแผนภาพอวกาศ-กาลธรรมดา (ดูรูปที่ 3.10) เส้นทั้งสองนี้อยู่ในแนว timelike และ spacelike ตามลำดับ แต่ในแผนภาพ Kruskal-Szekeres เป็นที่น่าสังเกตว่าบริเวณที่ห่างไกลจากหลุมดำมาก ๆ line of constant distance อยู่ในแนว timelike และ line of constant time อยู่ในแนว spacelike แต่ภายใน event horizon จะกลับกันคือ line of constant distance อยู่ในแนว spacelike และ line of constant time อยู่ในแนว timelike นั่นคือภายใน event horizon บทบาทของอวกาศกับบทบาทของกาลจะแลกเปลี่ยนกัน ถ้าหากมีใคร

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตกลงไปใน event horizon timelike paths ทั้งหมด จะนำเขาตรงดิ่งลงสู่ singularity อย่างที่ไม่อาจจะหลีกเลี่ยงได้เลย

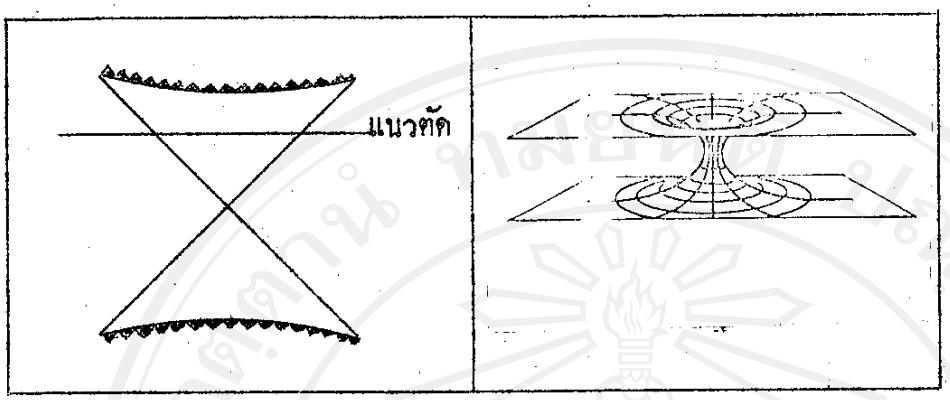
ถ้าพิจารณาพฤติการณ์ของนักบินอวกาศที่เคลื่อนที่ออกจาก singularity ผ่าน event horizon ออกมาภายนอก แล้วตกกลับลงไปอีก ดังที่ได้เคยกล่าวมาแล้วนั้น world line แสดงการเดินทางในแผนภาพ Kruskal-Szekeres สามารถเขียนได้ดังรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 แสดง world line ของการเดินทางในแผนภาพ Kruskal-Szekeres(3)

จะเห็นได้ว่าเขาออกมาจาก past singularity ผ่าน outside universe ไปสู่ future singularity ถ้าวิเคราะห์ให้ดีจะเห็นได้ว่าคล้ายกับผลทางคณิตศาสตร์ของ Schwarzschild ที่มีทั้งหลุมดำ และส่วนที่มีคุณสมบัติตรงกันข้ามกับหลุมดำ เรียกว่าหลุมขาว (white hole) โดยที่นักบินอวกาศออกจากหลุมขาว ผ่านเอกภพภายนอกเข้าสู่หลุมดำ และการเดินทางของเขาเป็น timelike เสมอ จึงนับได้ว่า Kruskal-Szekeres diagram เป็นพื้นฐานอันสำคัญทางทฤษฎีฟิสิกส์ดาราศาสตร์ที่เกี่ยวกับหลุมดำ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved



รูปที่ 3.14 แสดงภาคตัดตามแนว spacelike ของ Kruskal-Szekeres diagram[3]

3.4.2.3 แบบ Penrose

Penrose[3,17] พิจารณาเหตุการณ์ทางฟิสิกส์ในอวกาศที่แบนราบธรรมดาและเขาเสนอความเห็นว่ามีค่าอนันต์อยู่ 5 บริเวณด้วยกันคือ

(1) past timelike infinity (I^-) เป็นบริเวณที่มาของสิ่งต่าง ๆ ทั้งหลาย แล้ววัตถุต่าง ๆ จะเคลื่อนไปตาม timelike path

(2) future timelike infinity (I^+) เป็นบริเวณที่สิ่งต่าง ๆ จะเคลื่อนไปสู่บริเวณนี้

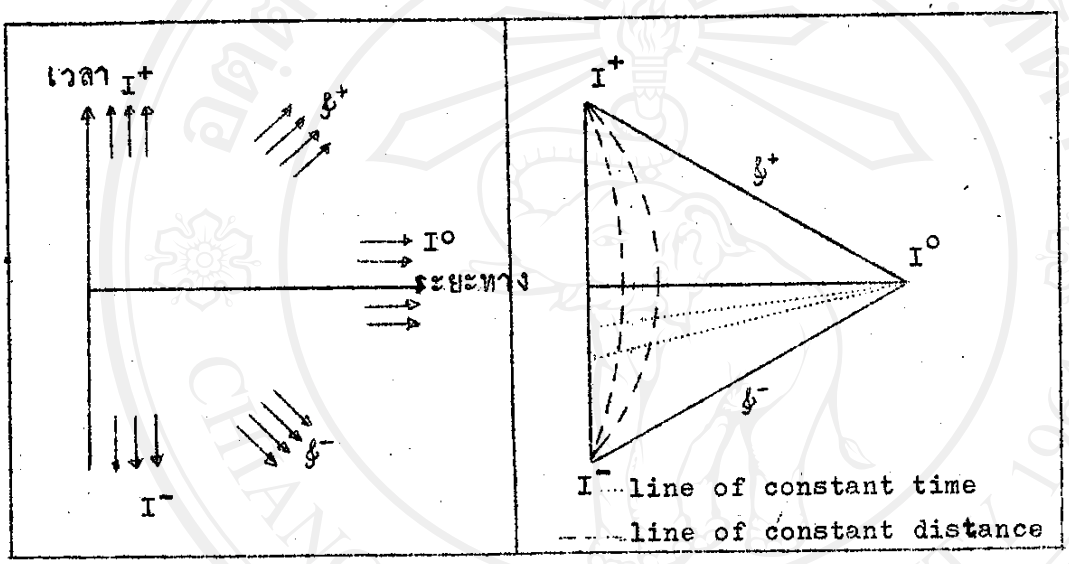
(3) spacelike infinity (I^0) เป็นบริเวณที่ไม่มีสิ่งใดไปถึง ทั้งนี้เพราะทุกสิ่งทุกอย่างมีความเร็วน้อยกว่าแสง สิ่งที่จะไปสู่บริเวณนี้ได้จะต้องมีความเร็วมากกว่าแสง

(4) past null infinity ($\mathscr{I}^-$) เป็นบริเวณที่แสงทั้งหมดมาจากบริเวณนี้

(5) future null infinity ($\mathscr{I}^+$) แสงไปสู่บริเวณนี้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

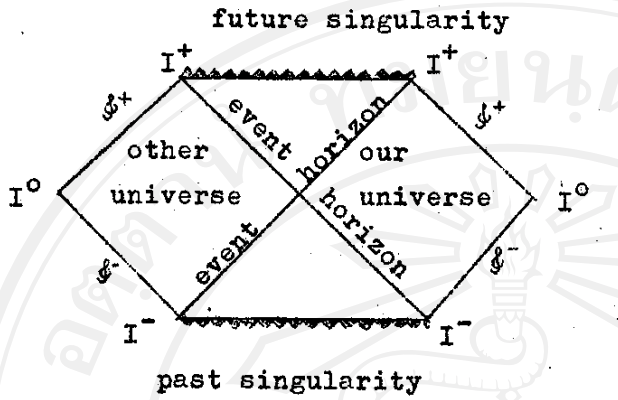
วิธีการเขียนแผนภาพอวกาศ-กาลของ Penrose นั้นเขากำหนดให้อวกาศ - กาล ทั้งหมดอยู่ทางขวามือ ทั้งนี้เพราะว่าค่าของระยะทางจะไม่เป็นลบ ไม่ว่าจะใช้จุดอ้างอิงใด ๆ ก็ตามจากนั้น Penrose ก็ใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์บีบแผนภาพนี้ให้ยุบย่อเข้ามาเหลือเป็นรูปสามเหลี่ยม โดยมี I^-, I^+, I^o แต่ละบริเวณอัดรวมกันอยู่เป็นมุมของรูปสามเหลี่ยม ดังรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 Penrose diagram ของอวกาศ-กาลที่แบนราบ ภาพซ้ายมือ แสดงค่าอนันต์ 5 ค่า ภาพขวามือ แสดงแผนภาพที่ถูกบีบเข้ามาเหลือเป็นรูปสามเหลี่ยม[3,17]

วิธีการของ Penrose ดังกล่าวนี้สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับหลุมดำได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งจาก Kruskal-Szekeres diagram สามารถที่จะย่นย่อ ตามวิธีทางคณิตศาสตร์ของ Penrose ได้ ดังรูปที่ 3.16

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



รูปที่ 3.16 Penrose diagram ของ Schwarzschild black hole[3,17]

3.3 หลุมดำที่มีประจุ (charged black hole)

3.3.1 ลักษณะและโครงสร้าง

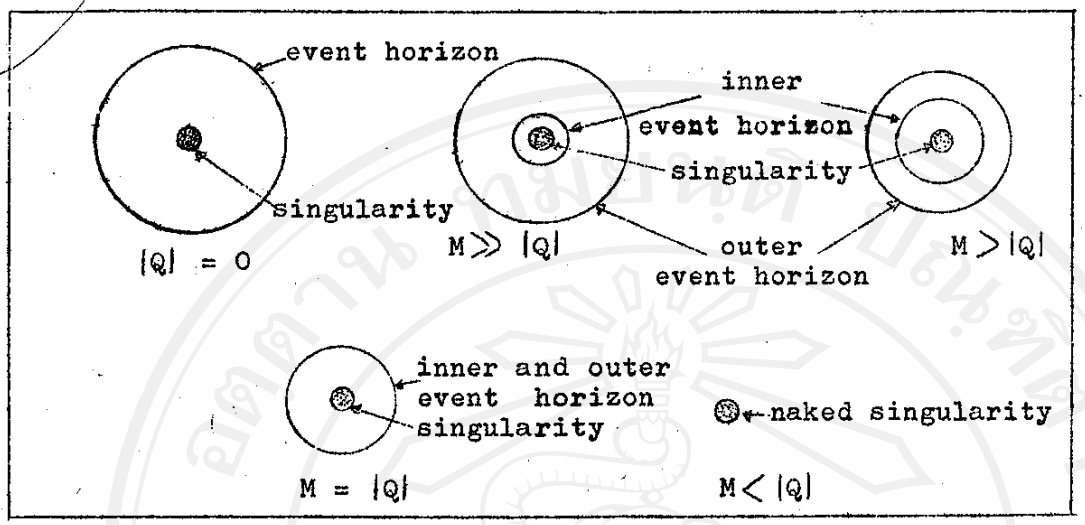
ในระหว่างปี 1916-1918 H.Reissner และ G.Nordstrom[3,17] ได้พบผลทางคณิตศาสตร์ของสมการของทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป ของหลุมดำที่มีทั้งมวลและประจุ จึงเรียกหลุมดำที่มีคุณสมบัติดังกล่าวนี้ว่า "Reissner-Nordstrom Black Hole" หลุมดำแบบนี้อาจจะมีประจุไฟฟ้า (ประจุบวกหรือลบ) และ/หรือขั้วแม่เหล็ก (ขั้วเหนือหรือขั้วใต้) ในปี 1975 นักวิทยาศาสตร์กลุ่มหนึ่งจาก Berkeley และ Houston[3] ได้ตีพิมพ์เกี่ยวกับการค้นพบแม่เหล็กขั้วเดียว ถ้าผลอันนี้ถูกต้องเป็นการยืนยันว่ามีแม่เหล็กขั้วเดียวอยู่อย่างอิสระได้ ผลทางคณิตศาสตร์ของ Reissner และ Nordstrom ยอมให้มีสนามแม่เหล็กจากขั้วแม่เหล็กอิสระได้ โดยไม่ต้องคำนึงถึงรายละเอียดเกี่ยวกับที่มาของขั้วเหล่านั้น คุณสมบัติทั้งหมดของทั้งประจุไฟฟ้าและขั้วแม่เหล็กคิดรวมเป็นจำนวนเดียวกันให้มีค่าเป็น $|Q|$ นั่นคือ หลุมดำที่มีประจุ จะขึ้นอยู่กับตัวแปรค่า 2 ตัว คือ M และ $|Q|$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

นักดาราศาสตร์เชื่อว่าหลุมดำที่มีประจุมีโอกาสน้อยมากที่จะมีอยู่จริงในธรรมชาติ[3] เพราะว่าแรงไฟฟ้ามีค่ามากกว่าแรงอันเนื่องจากความโน้มถ่วง ตัวอย่างเช่น สนามไฟฟ้าของอนุภาคโปรตอน จะมากกว่าสนามความโน้มถ่วงของมันเองอย่างมหาศาล นั่นคือถ้าหลุมดำหลุมหนึ่งมีประจุไฟฟ้ามากยิ่ง ความเข้มอันมหาศาลของสนามไฟฟ้าจะแยกกาซ และอะตอมต่าง ๆ ที่ลอยอยู่ในอวกาศบริเวณที่สนามไฟฟ้าส่งอิทธิพลถึงภายในเวลาอันสั้นโดยที่อนุภาคที่มีประจุชนิดเดียวกันกับหลุมดำจะถูกผลักออกไปส่วนประจุที่มีประจุต่างกันกับหลุมดำจะถูกดูดลงสู่หลุมดำ ทำให้หลุมดำมีประจุเป็นกลางหรือมิฉะนั้นก็มีค่า $|Q|$ น้อยมาก เมื่อเทียบกับค่า M

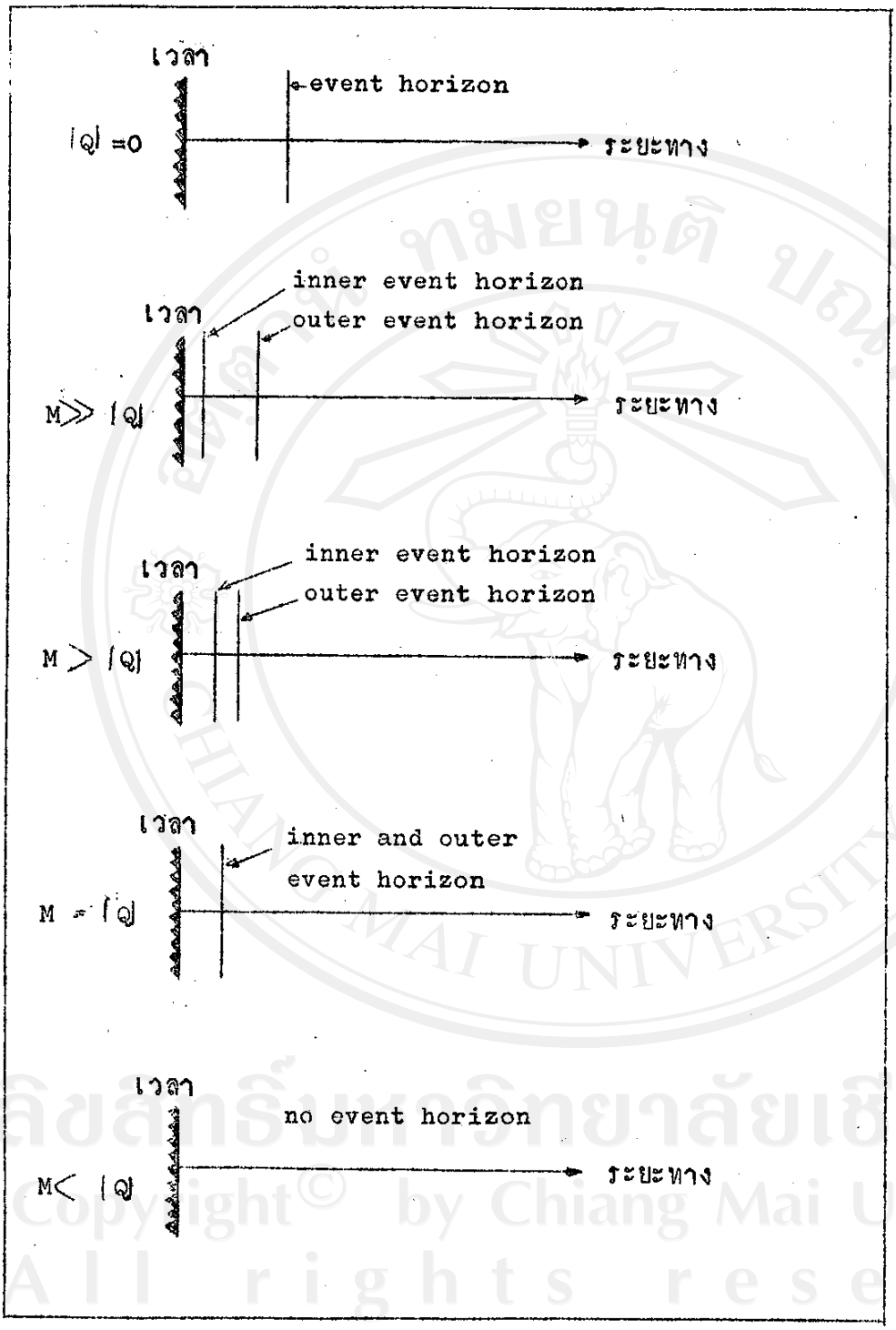
ส่วนโครงสร้างของหลุมดำที่มีประจุนั้น จากผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้สมการทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป โดย Reissner และ Nordstrom สรุปได้ว่าหลุมดำที่มีประจุมี event horizon 2 แห่งล้อมรอบ singularity กล่าวคือ เมื่อ $|Q| = 0$ จะกลายเป็นหลุมดำชวอร์ซไชลด์ มี event horizon ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะ 1 รัศมีชวอร์ซไชลด์ เมื่อค่า $|Q|$ เพิ่มขึ้นเล็กน้อยจะเกิด event horizon แห่งที่สองขึ้นใกล้ singularity เรียกว่า inner event horizon ส่วน event horizon เดิม จะหดเข้าไปเล็กน้อย เรียกว่า outer event horizon ถ้าค่า $|Q|$ เพิ่มขึ้น outer event horizon จะหดเล็กลงและขณะเดียวกันนั้น inner event horizon จะขยายใหญ่ขึ้น จนกระทั่งเมื่อ $M = |Q|$ event horizon ทั้งสองจะทับกันเรียกหลุมดำอันนี้ว่า extreme charged black hole จากนั้น เมื่อ $M < |Q|$ event horizon จะหายไป เหลือแต่ singularity เพียงอย่างเดียว ดังแสดงในรูปที่ 3.17 นอกจากนั้นจากผลการคำนวณโดยละเอียดพบว่าบริเวณใกล้ singularity จะเป็น antigravity

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



รูปที่ 3.17 แสดงโครงสร้างของหลุมดำที่มีประจุ ซึ่งมีมวลเท่ากัน แต่มีประจุต่าง ๆ กัน(3)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



รูปที่ 3.18 แผนภาพอวกาศ-กาล แบบธรรมดาของหลุมดำที่มีประจุ เมื่อมีมวลเท่ากัน แต่ประจุต่าง ๆ กัน(3)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

3.3.2 Penrose diagram ของ charged black hole

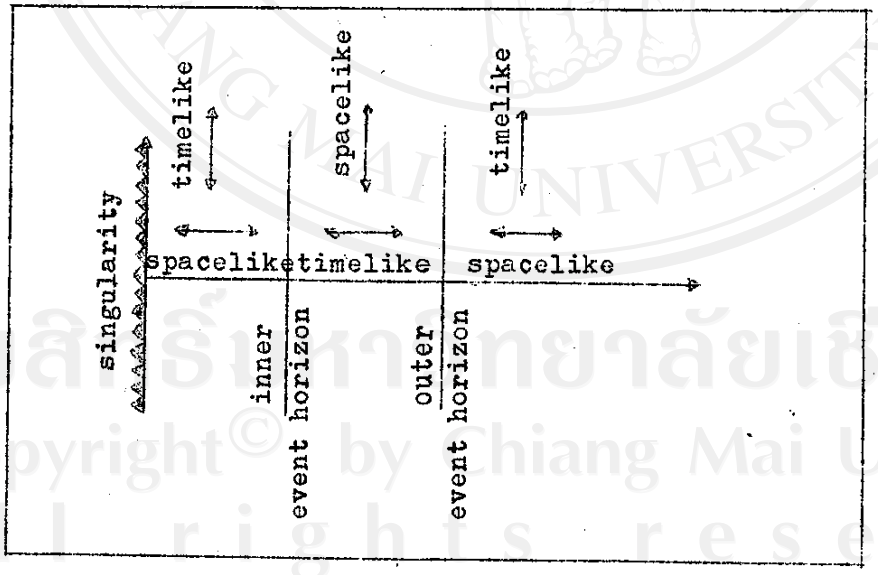
ในการสร้างแผนภาพอวกาศ-กาลของหลุมดำที่มีประจุตามแบบของ Penrose อาศัยหลักการดังต่อไปนี้(3,17)

(1) ต้องมี universe อื่นอยู่ตรงกันข้ามกับ our universe ซึ่งจะไปถึงได้ก็ต่อเมื่อเดินทางเร็วกว่าแสง (spacelike trips) หลักการนี้ได้จากเหตุผลที่ว่า Penrose diagram ของ charged black hole ที่มี $|Q| = 0$ จะต้องกลายไปเป็น Penrose diagram ของ Schwarzschild black hole ได้

(2) universe ภายนอกทั้งหลายจะต้องถูกยุบยอลงเป็นรูปสามเหลี่ยม และแต่ละอันต้องมีค่าอนันต์ 5 ค่าด้วยกันคือ $I^-, \mathcal{J}^+, I^0, \mathcal{J}^-$ และ I^+

(3) event horizons ทั้งหมดต้องเป็น lightlike คือจะต้องวางอยู่ในแนว 45°

(4) บทบาทของอวกาศและกาล จะต้องเปลี่ยนกันทุก ๆ ครั้งที่ข้ามผ่าน event horizon ดังรูปที่ 3.19

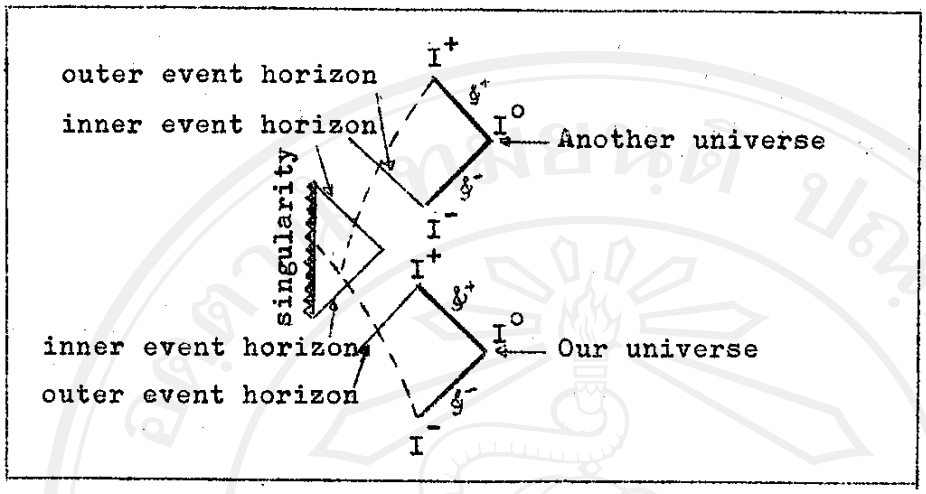


รูปที่ 3.19 แสดงการเปลี่ยนบทบาทกันของอวกาศและกาลของหลุมดำที่มีประจุ เมื่อ $M > |Q|$ (3)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เนื่องจากหลุมดำที่มีประจุโดยปกติประกอบด้วย 2 event horizons ดังนั้นบทบาทของอวกาศและกาลจะสับเปลี่ยนกัน 2 ครั้ง นั่นคือผลสุดท้ายบทบาทของอวกาศและกาลเมื่ออยู่ไกลจาก singularity มาก ๆ กับเมื่ออยู่ใกล้ singularity จะเหมือนกัน สรุปได้ว่า singularity ของหลุมดำที่มีประจุจะต้องเป็น timelike ซึ่งตรงกันข้ามกับ singularity ของ Schwarzschild black hole ซึ่งเป็น spacelike เพื่อที่จะเข้าใจการสร้าง Penrose diagram ของ charged black hole สมมุติว่า นักบินอวกาศอยู่บนโลกเรา ใน our universe เดินทางมุ่งสู่ charged black hole ซึ่งทางเดินแสดงได้ด้วยเส้นประในรูปที่ 3.20 การเดินทางต้องเป็น timelike เพราะมีความเร็วน้อยกว่าแสง ผ่าน outer event horizon ซึ่งวางในแนว 45° เมื่ออยู่ใน outer event horizon นักบินอวกาศไม่สามารถกลับสู่ our universe ได้เลย แต่จะตกลงสู่ inner event horizon เมื่ออยู่ภายใน inner event horizon เขาอาจจะเลือกขับยานเข้าสู่ singularity ก็ได้ ทั้ง ๆ ที่ประสบกับ antigravity หรืออาจจะขับยานของเขาออกไปจาก singularity ไปสู่ inner event horizon ซึ่งวางอยู่ในแนว 45° ก็ได้ ทั้งนี้เพราะ singularity ของหลุมดำที่มีประจุเป็น timelike ต่อจากนั้นเขาก็เคลื่อนผ่าน outer event horizon และออกสู่ universe ภายนอก แต่การเดินทางต้องใช้เวลา ดังนั้น เขาจะไม่เข้าสู่ our universe แต่เขาอาจจะไปสู่ future universe ซึ่งเป็นเอกภพของเราในอนาคต

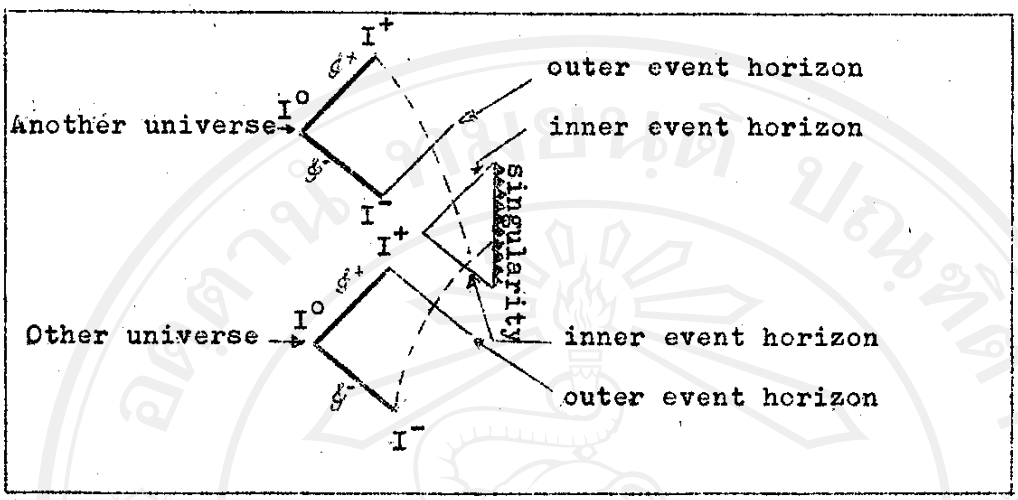
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



รูปที่ 3.20 แสดงถึงส่วนหนึ่งของ Penrose diagram เมื่อพิจารณาการเดินทางจาก our universe ไปสู่ charged black hole ที่มี $M > |Q|$ [3]

ตามรูปที่ 3.20 เป็นเพียงส่วนหนึ่งของ Penrose diagram ของ charged black hole อันที่จริงยังมี universes อื่น ๆ ที่อยู่ด้านตรงกันข้ามกับ our universe ซึ่งจะเข้าไปได้ก็ต่อเมื่อเดินทางได้เร็วกว่าแสงเท่านั้น แม้ว่าไม่มีใครเลย จาก our universe จะไปยัง universe อื่นได้เพราะไม่สามารถเคลื่อนที่ได้เร็วกว่าแสง แต่เราอาจสมมุติว่ามีนักบินอวกาศจาก universe อื่นเดินทางไปยังหลุมดำที่มีประจุอันเดียวกันนี้ ดังแสดงในรูปที่ 3.21

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

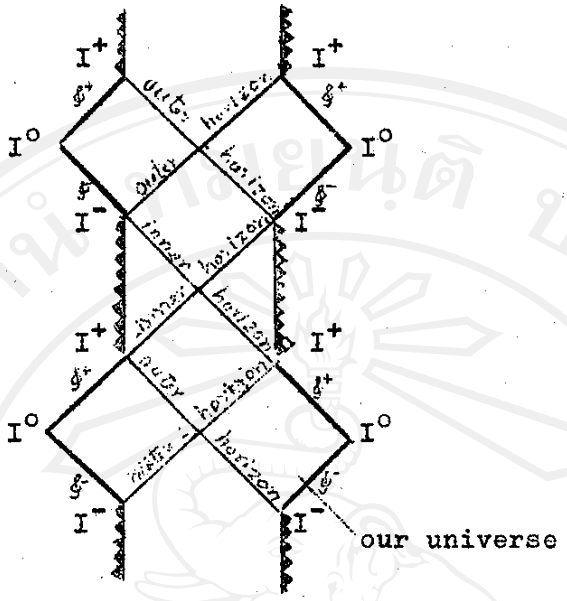


รูปที่ 3.21 แสดงถึงอีกส่วนหนึ่งของ Penrose diagram เมื่อพิจารณาการเดินทาง จาก other universe ไปสู่ charged black hole ที่มี $M > |Q|$ (3)

ในการเดินทางของนักบินอวกาศต่างเอกภพ จาก universe อื่นไปยังหลุมดำที่มีประจุจะผ่าน outer event horizon ไปสู่ inner event horizon จากนั้นนักบินอวกาศมีทางเลือก 2 ทางคือเข้าสู่ singularity หรือไม่ก็กลับออกมาผ่าน inner event horizon และ outer event horizon ไปยัง future universe ซึ่งเป็นเอกภพอื่นในอนาคต

จากแต่ละแบบของการเดินทางก็เป็นแต่ละส่วนของ Penrose diagram ภาพที่สมบูรณ์ของ Penrose diagram ได้จากการรวมรูปที่ 3.20 และ 3.21 เข้าด้วยกัน ดังแสดงในรูปที่ 3.22 ภาพอันนี้จะซ้ำซ้อนกันไปเรื่อย ๆ อย่างไม่มีสิ้นสุดทั้งด้านที่เป็นอดีตและด้านที่เป็นอนาคต ทั้งนี้เพราะนักบินอวกาศสามารถที่จะเลือกการเดินทางได้เรื่อย ๆ ในการเข้าหรือออกจากหลุมดำ

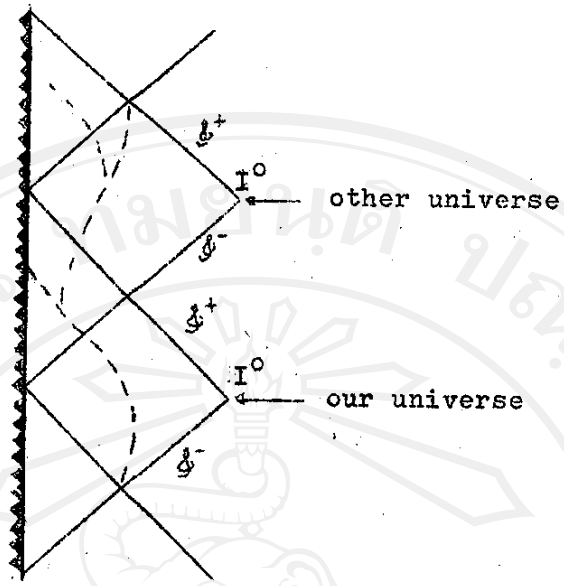
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



รูปที่ 3.22 Penrose diagram อย่างสมบูรณ์ของ charged black hole ที่มี $M > |Q|$ (3,17)

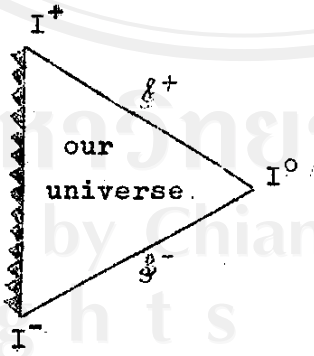
สำหรับในกรณีของ extreme charged black hole ($M = |Q|$) outer event horizon กับ inner event horizon ซ้อนกัน บริเวณระหว่าง event horizons ทั้งสองหายไป ดังนั้นบทมาทของอวกาศและกาล ภายนอกและภายใน event horizon จะเหมือนกัน คือ ทิศทางของ timelike ขนานกับ time axis และทิศทางของ spacelike ขนานกับ space axis

ถ้าสมมุติว่านักบินอวกาศจาก our universe เข้าไปสู่หลุมดำเมื่อผ่านเข้าไปใน event horizon เขาอาจจะพุ่งเข้าสู่ singularity ซึ่งเป็น timelike ก็ได้หรือไม่ก็เลี้ยวออกมาไปสู่ universe อื่นก็ได้ แล้วเขาก็มีโอกาสเลือกเข้าสู่หรือออกจากหลุมดำต่อไปได้อีก ดังนั้น Penrose diagram จึงเขียนซ้อน ๆ กันไปเรื่อย ๆ ทั้งในอดีตและอนาคต ดังรูปที่ 3.23



รูปที่ 3.23 Penrose diagram ของ extreme charged black hole[3]

ในกรณีของ charged black hole ที่มีประจุมากซึ่ง $M < |Q|$ จะไม่มี event horizon มีแต่ singularity แต่เพียงอย่างเดียว จึงไม่มีการเชื่อมต่อระหว่าง our universe กับ universe อื่น ๆ ดังนั้น Penrose diagram จะมีลักษณะ ดังรูปที่ 3.24



รูปที่ 3.24 Penrose diagram ของ charged black hole ที่มีค่า $|Q| > M$[3]

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

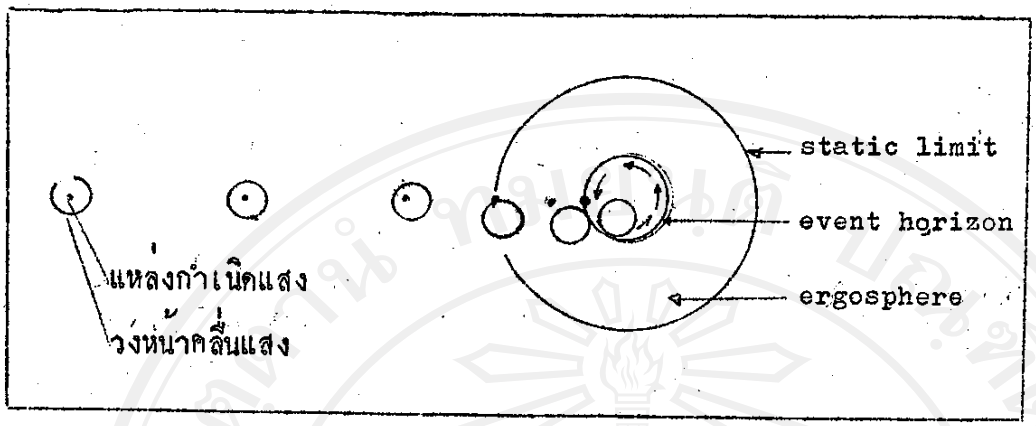
3.4 หลุมดำที่มีการหมุน (rotating black hole)

3.4.1 ลักษณะและโครงสร้าง

จากการศึกษาทางดาราศาสตร์พบว่าดาวต่าง ๆ ย่อมหมุนรอบตัวเองยิ่งไปกว่านั้นนักดาราศาสตร์ยังพบอีกว่าดาวที่มีมวลมากจะหมุนรอบตัวเองด้วยความเร็วสูง ดาวเหล่านี้เมื่อยุบตัวมีขนาดเล็กลงอัตราการหมุนจะยิ่งเร็วขึ้นเป็นไปตามหลักถาวรของโมเมนตัมเชิงมุมนั่นเอง แสดงว่าหลุมดำอันเป็นผลสุดท้ายของการวิวัฒนาการของดาวเหล่านี้ต้องมีการหมุนหรือต้องมีโมเมนตัมเชิงมุม (a) แนวความคิดเกี่ยวกับหลุมดำที่มีทั้งมวลและโมเมนตัมเชิงมุมมีมานานแล้ว ตั้งแต่ไอน์สไตน์ได้พบทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป แต่ไม่มีใครสามารถจะแก้สมการของทฤษฎีสัมพัทธภาพที่มีผลของการหมุนรวมอยู่ด้วยได้

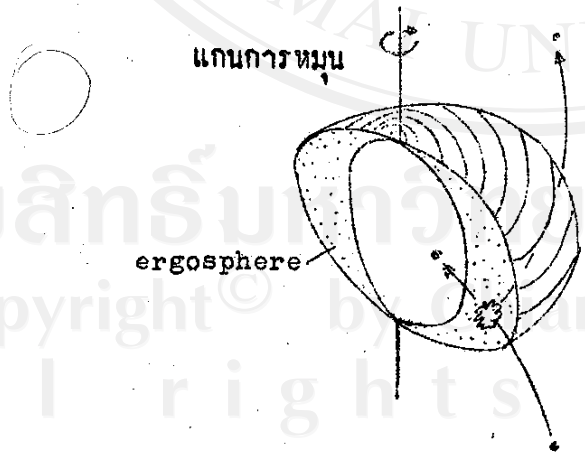
ในปี 1963 Roy P.Kerr[1,3,17] นักคณิตศาสตร์ชาวออสเตรเลียแห่งมหาวิทยาลัย Texas พบ complete solution ของสมการของทฤษฎีสัมพัทธภาพสำหรับหลุมดำนี้มีการหมุนจึงเรียกว่า Kerr black hole การค้นพบอันนี้เป็นสิ่งหนึ่งที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาทางทฤษฎีของฟิสิกส์ดาราศาสตร์ในศตวรรษนี้ ในกรณีที่มวลมีการหมุนจะเกิดปรากฏการณ์อันหนึ่งที่เรียกว่า "Lense-Thirring effect" เป็นปรากฏการณ์ที่อวกาศ-กาลถูกดึงไปรอบ ๆ โดยวัตถุที่กำลังหมุนเพื่อให้ง่ายแต่การเข้าใจ สมมุติว่าเราสามารถวางหลอดไฟฟ้าห่างจากหลุมดำที่กำลังหมุน ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ดังรูปที่ 3.25 แล้วกดสวิทช์ให้แสงไฟวาบออกมา จะสังเกตเห็นได้ว่าวงหน้าคลื่นของแสงจากหลอดไฟฟ้าที่อยู่ไกลจากหลุมดำมาก ๆ จะแผ่เป็นวงกลมโดยมีหลอดไฟฟ้าเป็นจุดศูนย์กลาง ส่วนวงหน้าคลื่นของแสงจากหลอดไฟฟ้าที่อยู่ใกล้หลุมดำเข้ามาเรื่อย ๆ จะเป็นวงกลม โดยหลอดไฟฟ้ามิได้เป็นจุดศูนย์กลางอีกต่อไป ทั้งนี้เพราะคลื่นแสงได้รับอิทธิพลจากทั้งความโน้มถ่วงและอวกาศ-กาลที่ถูกดึงไปรอบ ๆ ตามทิศทางของการหมุนจนกระทั่งถึงตำแหน่งอันหนึ่ง ซึ่งวงหน้าคลื่นของแสงทับหลอดไฟฟ้าพอดี เรียกตำแหน่งนี้ว่า static limit ส่วนหลอดไฟฟ้าที่อยู่ภายใน static limit จะอยู่ภายนอกวงหน้าคลื่นของแสงของตัวเอง ส่วนภายใน event horizon วงหน้าคลื่นจะหลุดออกจากหลอดไฟฟ้าเข้าสู่ singularity ทั้งหมด บริเวณระหว่าง static limit กับ event horizon เรียกว่า ergosphere

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



รูปที่ 3.25 แสดงถึงวงหน้าคลื่นของแสงที่แผ่ออกไปจากแหล่งกำเนิด ณ ระยะต่าง ๆ ห่างจากหลุมดำที่มีการหมุน(13)

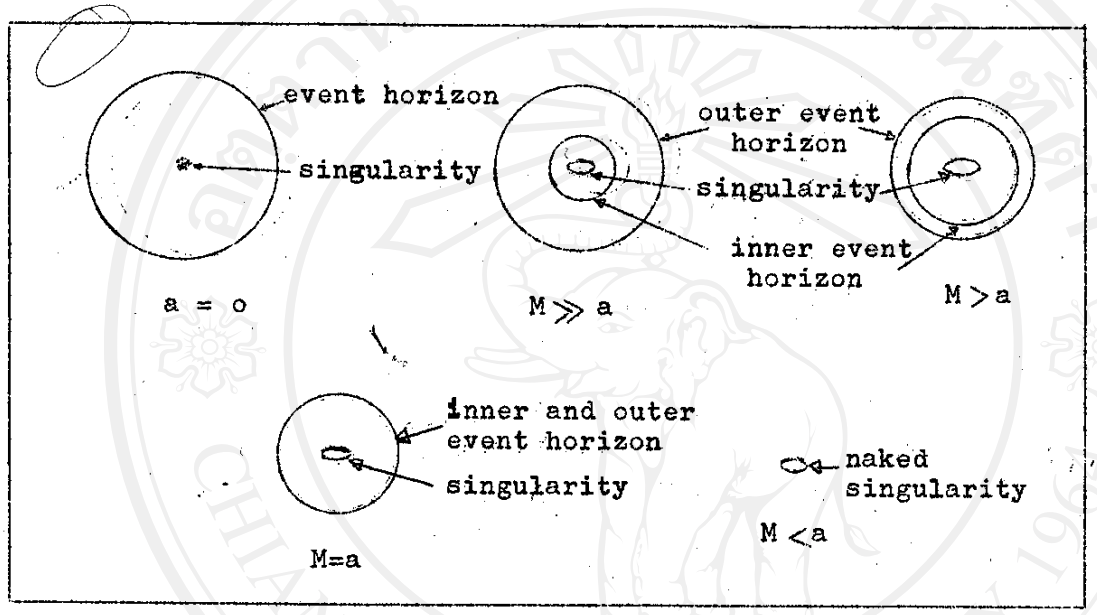
Penrose ได้ศึกษาและคำนวณเกี่ยวกับ ergosphere ของหลุมดำที่มีการหมุนพบว่า ถ้ามีวัตถุชิ้นหนึ่งตกลงไปใน ergosphere จะแตกออกเป็น 2 ส่วน ส่วนหนึ่งมีขนาดใหญ่กว่าจะตกลงสู่ event horizon เข้าสู่หลุมดำ อีกชิ้นหนึ่งมีขนาดเล็กกว่าจะหลุดออกมาภายนอก ถ้าวัตถุนั้นตกตรงดิ่งลงไป พลังงานของอนุภาคนี้แตกออกมาภายนอกจะมากกว่าพลังงานของวัตถุทั้งก้อนที่ตกลงไป นั่นแสดงว่าพลังงานจากหลุมดำที่หมุนนั้นถูกดูดออกไป ทำให้การหมุนของหลุมดำช้าลง(14,17)



รูปที่ 3.26 แสดงถึงวัตถุตกเข้าสู่หลุมดำนี้มีการหมุน เมื่อเข้าสู่ ergosphere วัตถุจะแตกออกเป็น 2 ส่วน ส่วนหนึ่งเข้าสู่หลุมดำ อีกส่วนหนึ่งจะออกมาภายนอก(14)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

จากผลทางคณิตศาสตร์ของ Kerr ในการแก้สมการทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป สรุปได้ว่า โครงสร้างของหลุมดำที่มีการหมุนประกอบด้วย singularity มีลักษณะเป็นวงแหวนล้อม inner event horizon และ outer event horizon จะเป็นทำนองคล้ายกับหลุมดำที่มีประจุ ดังแสดงในรูปที่ 3.27



รูปที่ 3.27 แสดงโครงสร้างของหลุมดำที่มีการหมุน มีมวลเท่ากัน แต่การหมุนต่าง ๆ กัน(3)

ตามปกติหลุมดำที่มีประจุและหลุมดำชวอร์ซไชลด์จะมีสมมาตรทรงกลมเหมือนกันทุกทิศทางมี singularity เป็นจุด แต่สำหรับหลุมดำที่มีการหมุนจะแตกต่างไปมาก กล่าวคือ จะมีแกนหมุนและมีสมมาตรแบบทรงกระบอก (axially symmetric) จึงมีคุณสมบัติไม่เหมือนกันในทุกทิศทุกทาง มี singularity เป็นรูปวงแหวน โดยที่ระนาบของวงแหวนอยู่ในระนาบอิเควเตอร์ซึ่งตั้งฉากกับแกนหมุน สมมุติว่านักบินอวกาศพุ่งเข้าสู่หลุมดำที่มีการหมุน จะเข้าไปชน singularity ได้เฉพาะเมื่อพุ่งเข้าไปในแนวระนาบอิเควเตอร์เท่านั้น ถ้าพุ่งเข้าไปในแนวอื่น ๆ จะไม่มีโอกาสชน singularity ได้เลย แต่จะลอดวงแหวนออกไปอีกด้านหนึ่ง โดยไม่ถูก tidal force ที่มีค่าอนันต์ กระทำซึ่งเขาจะไป

พบความประหลาดอันหนึ่งคือ จะเข้าสู่อวกาศที่เป็นลบ (negative space)(3)

นักฟิสิกส์บางคนไม่เห็นด้วยกับแนวความคิดเกี่ยวกับอวกาศเป็นลบได้มีการค้นหาแนวทางในการตีความใหม่พบว่ามันมีคุณสมบัติของ antigravity จากอีกด้านหนึ่งของวงแหวนจะมีแรงโน้มถ่วงเป็นแบบผลักออก บางทีจึงเรียกบริเวณนี้ว่า negative universe หรือ antigravity universe ซึ่งการที่หลุมดำที่มีการหมุนมี antigravity universe นี้จึงทำให้มีความแตกต่างกันกับหลุมดำที่มีประจุ แต่อย่างไรก็ตามสำหรับพฤติกรรมของ event horizon ก็ยังมีลักษณะเหมือน ๆ กันอยู่ คือ เมื่อไม่มีการหมุน Kerr black hole จะกลายไปเป็น Schwarzschild black hole หากมีการหมุนเล็กน้อย ($M \gg a$) จะเกิด inner event horizon อยู่ใกล้กับ singularity มาก แต่เมื่อการหมุนมากขึ้น ($M > a$) inner event horizon จะขยายห่างออกไป ส่วน outer event horizon จะเคลื่อนขยับเข้ามาครั้นเมื่อการหมุนมากขึ้น ($M=a$) event horizons ทั้งสองทับกัน เรียกหลุมดำที่มีค่า $M=a$ นี้ว่า extreme Kerr black hole ถ้าการหมุนมีค่ามากยิ่งขึ้น ($M<a$) event horizons จะหายไป เหลือแต่ singularity แต่เพียงอย่างเดียว

ปัญหาในตอนนี้ก็คือ ถ้าหากมีหลุมดำอยู่จริง ๆ ในธรรมชาติ จะมีโมเมนตัมเชิงมุมเท่าไร ? ในปี 1974 Kip S. Thorne(19) ได้ตีพิมพ์เกี่ยวกับการคำนวณหาโมเมนตัมเชิงมุมของหลุมดำที่จะเป็นไปได้แสดงให้เห็นว่าเหตุผลที่จะเป็นไปได้ก็คือ $a = 99.8\%$ ของ M

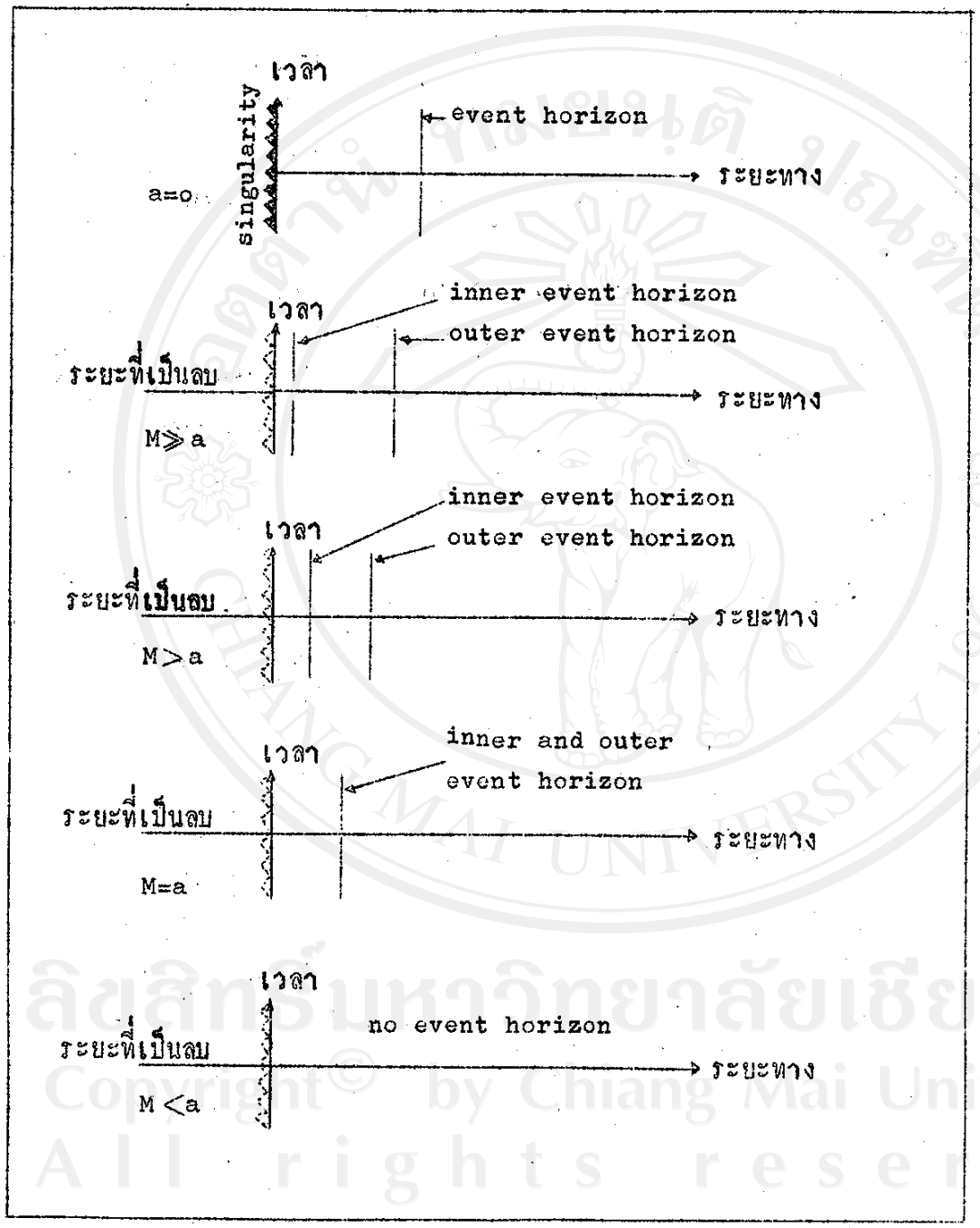
3.4.2 แผนภาพอวกาศ-กาลของหลุมดำที่มีการหมุน

3.4.2.1 แบบธรรมดา

เนื่องจาก rotating black hole มี singularity เป็นวงแหวน ถ้าสมมุตินักบินอวกาศเข้าสู่หลุมดำแบบนี้ในทิศทางทำมุมกับระนาบอิเควเตอร์เขาจะทะลุผ่านวงแหวนไปได้ ไปสู่ negative space ดังนั้น space-time diagram

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

แบบธรรมดา จะต้องมีระยะที่เป็นลบ (negative distance) ด้วย ส่วน singularity ใช้เส้นประ ดังรูปที่ 3.28



รูปที่ 3.28 แสดงแผนภาพอวกาศ-กาลแบบธรรมดาของหลุมดำ ที่มีการหมุน เมื่อมีมวลเท่ากัน แต่การหมุนต่าง ๆ กัน(3)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

3.4.2.1 แบบของ Penrose

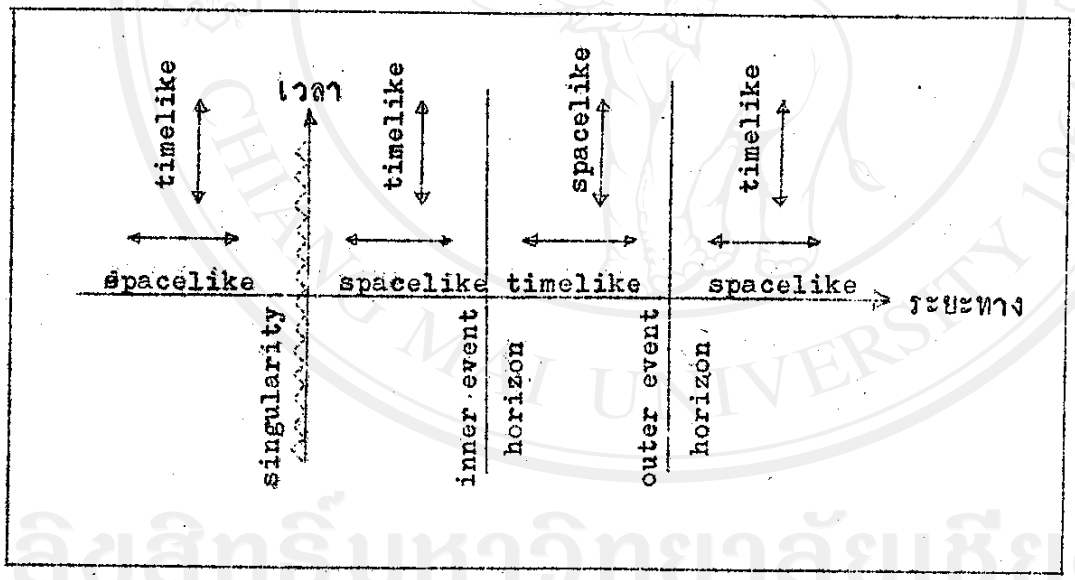
ในการสร้างแผนภาพอวกาศ-กาลของหลุมดำที่มีการหมุนตามแบบของ Penrose อาศัยหลักการ 4 ประการทำนองเดียวกับในเรื่องหลุมดำที่มีประจุ คือ[3]

(1) Kerr solution จะลดลงเป็น Schwarzschild solution เมื่อหลุมดำหยุดหมุน นั่นคือต้องมี universe อื่นอยู่ตรงกันข้ามกับ our universe

(2) universe ภายนอกทั้งหลายถูกยุบย่อลงเป็นรูปสามเหลี่ยมและแต่ละอันมีค่าอนันต์ 5 ค่า ($I^+, I^0, \mathcal{I}^+, \mathcal{I}^-$ และ I^-)

(3) event horizon ทั้งหมดจะวางอยู่ในแนว 45°

(4) บทบาทของอวกาศและกาลจะต้องเปลี่ยนกันทุก ๆ ครั้งที่ข้ามผ่าน event horizon ดังรูปที่ 3.29

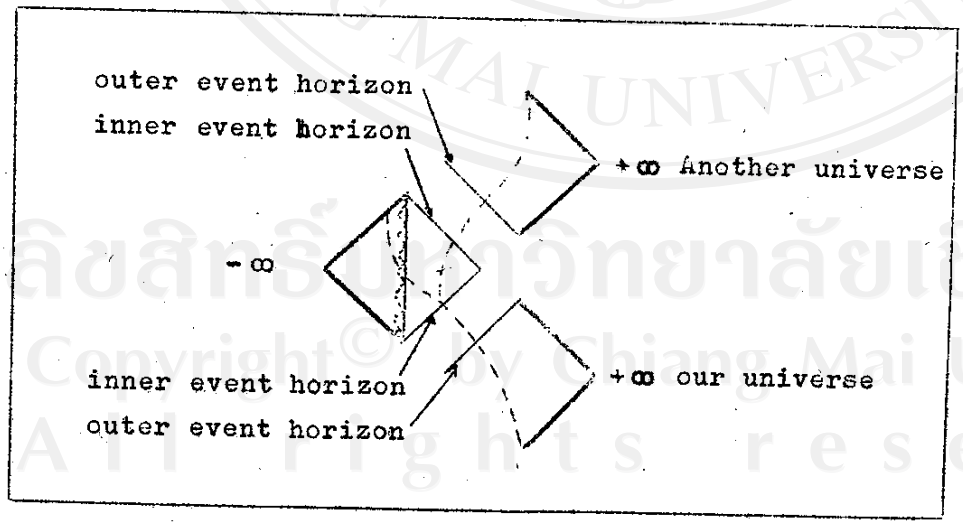


รูปที่ 3.29 แสดงการแลกเปลี่ยนบทบาทกันของอวกาศและกาลของหลุมดำที่มีการหมุน เมื่อ $M > a$[3]

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เมื่อพิจารณาแผนภาพอวกาศ-กาลของ Kerr black hole ซึ่ง $M > a$ บริเวณ outside universe ซึ่งอยู่ไกลจากหลุมดำ ทิศทางของ timelike จะอยู่ในแนวดิ่ง และทิศทางของ spacelike จะอยู่ในแนวนอน ในแต่ละครั้งที่ผ่าน event horizon บทบาทของอวกาศและกาลจะเปลี่ยนกัน ผลสุดท้ายจะปรากฏว่า singularity ของหลุมดำที่มีการหมุนจะเป็น timelike เช่นเดียวกันกับหลุมดำที่มีประจุ

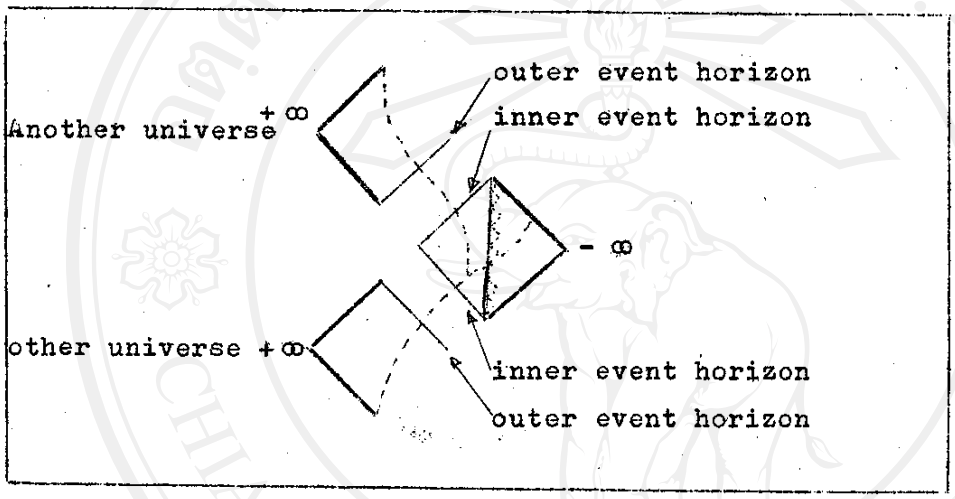
เพื่อที่จะเข้าใจการสร้างแผนภาพอวกาศ-กาลตามแบบของ Penrose สมมุติว่านักบินอวกาศออกจากโลกซึ่งอยู่ใน our universe พุ่งเข้าสู่ Kerr black hole จะผ่าน outer event horizon แล้วตกลงสู่ inner event horizon จากนั้นนักบินอวกาศอาจเลือกการเดินทางได้ คือ ถ้าเขาเข้าไปในแนวระนาบอิเควเตอร์เขาจะชน singularity ได้ แต่ถ้าไปแนวอื่นเขาจะลอดผ่าน ring singularity ไปสู่ negative universe แต่เนื่องจาก singularity เป็น timelike เขาอาจเลือกขับยานเลี้ยวออกมาข้างนอกผ่าน inner event horizon และ outer event horizon ไปสู่ future universe ต่อจากนั้นเขาอาจจะแวะอยู่ที่ future universe หรืออาจจะกลับลงสู่หลุมดำอีกก็ได้แล้วไปสู่ negative universe หรือออกสู่ future universe อื่นต่อ ๆ ไปอีกก็ได้ ดังแสดงในรูปที่ 3.30



รูปที่ 3.30 แสดงถึงส่วนหนึ่งของ Penrose diagram เมื่อพิจารณาการเดินทางจาก our universe ไปสู่ rotating black hole ที่มี $M > a$[3]

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

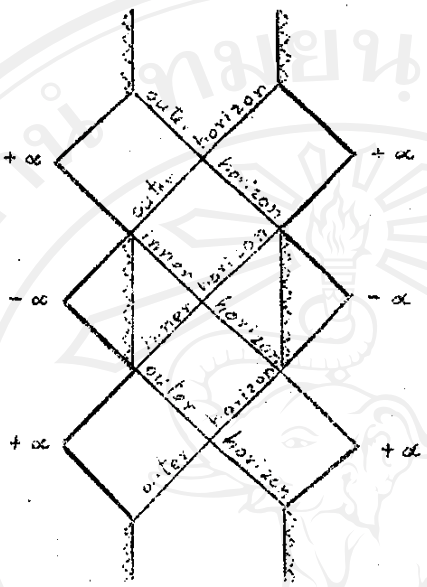
นอกจากนี้ยังมี universe อื่น ๆ ตรงกันข้ามกับ our universe ซึ่งจะไปถึงได้ก็เฉพาะในกรณีที่การเดินทางเป็น spacelike เพราะฉะนั้นถ้าพิจารณานักบินอวกาศต่างเอกภพจากเอกภพอื่นเดินทางมายัง Kerr black hole ในการเลือกการเดินทางก็เป็นทำนองเดียวกันกับนักบินอวกาศที่ไปจาก our universe นั่นเอง ดังแสดงในรูปที่ 3.31



รูปที่ 3.31 แสดงถึงอีกส่วนหนึ่งของ Penrose diagram เมื่อพิจารณาการเดินทางจาก other universe ไปสู่ rotating black hole ที่มี $M > a$(3)

เพื่อที่จะให้ได้แผนภาพอวกาศ-กาล อย่างสมบูรณ์ก็เอาทั้งสองส่วน (รูปที่ 3.30 และ 3.31) รวมเข้าด้วยกันจะได้เป็น Penrose diagram ของ Kerr black hole ที่มี $M > a$ ดังรูปที่ 3.32

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

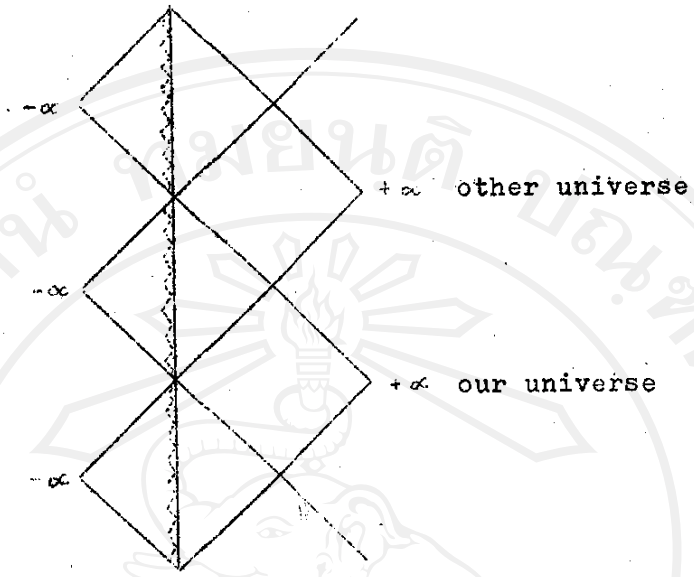


รูปที่ 3.32 Penrose diagram อย่างสมบูรณ์ของ rotating black hole ที่มี $M > a$ [3]

ในกรณีของ extreme Kerr black hole เนื่องจาก outer และ inner event horizon ทับกัน ดังนั้น บทบาทของอวกาศและกาล ภายในกับภายนอก event horizon จึงเหมือนกัน singularity ยังเป็น timelike อยู่ ในการสร้าง Penrose diagram ก็ทำนองเดียวกันกับในเรื่อง extreme charged black hole ดังกล่าวมาแล้ว สมมุติว่านักบินอวกาศจาก our universe เข้าสู่ extreme Kerr black hole ผาน event horizon บทบาทของอวกาศและกาล ยังคงเดิมอยู่ เขาอาจจะไปชน singularity ถ้าหากเขาเคลื่อนที่ไปในแนวระนาบอิเควเตอร์หรือเขาอาจจะผ่านเข้าไปใน ring singularity ไปสู่ negative universe ก็ได้ถ้าหากการเดินทางทำมุมกับระนาบอิเควเตอร์ หรือเขาอาจเลือกเดินทางวกกลับผ่าน event horizon ไปสู่ future universe ก็ได้ จากนั้นเขาอาจจะแวะอยู่ที่ future universe หรือเขาอาจจะเลือกเดินทางไปสู่หลุมดำนั้นอีกก็ได้

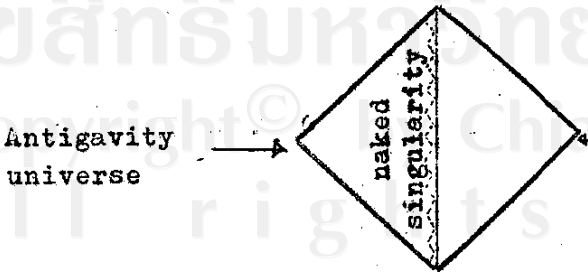
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

Penrose diagram จึงแสดงได้ดังรูปที่ 3.33



รูปที่ 3.33 Penrose diagram ของ extreme Kerr black hole[3] (M=a)

ในกรณีของหลุมดำที่มีการหมุนเร็วมากยิ่งขึ้น M a จะไม่มี event horizon ดังนั้น นักบินอวกาศเดินทางไปสู่หลุมดำนี้จะผ่านไปยัง negative universe หรือไม่ก็กลับมาสู่ our universe ได้ ดังรูปที่ 3.34



รูปที่ 3.34 Penrose diagram ของ rotating black hole ที่มี $M<a$[3]

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved
สำนักหอสมุด มหาวิทยาลัยเชียงใหม่