

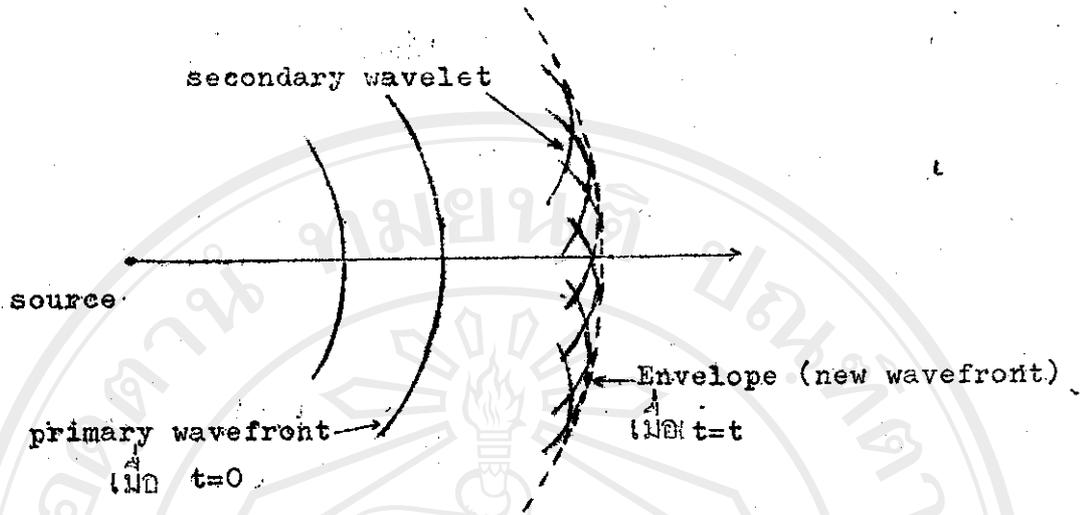
การเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล
(Fresnel diffraction)

2.1 กล่าวโดยทั่วไป

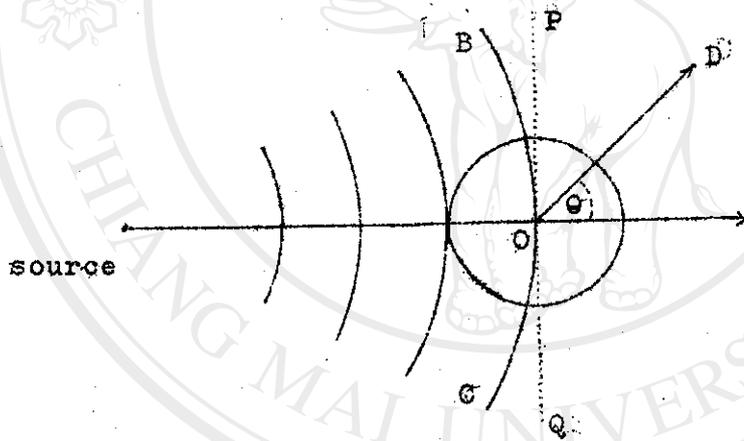
การเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล เป็นการเลี้ยวเบนของแสงสำหรับกรณีทั่วไป ซึ่งใช้โคทั้งที่เป็นลำแสงขนาน (plane wavefront) หรือลำแสงไม่ขนาน (spherical wavefront) ก็ยอมได้ การเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล เพียงแต่มีเงื่อนไขอยู่ว่า ทั้งระยะวัตถุและระยะภาพต่างก็จะต้องมีระยะทางจำกัด (finite distance) หรืออย่างน้อยจะต้องมีตัวใดตัวหนึ่งจำกัดค่าหมายความว่า ถ้ามีการเปลี่ยนตัวที่จำกัดค่าใดตัวใดตัวหนึ่ง แม้จะใช้วัตถุอันเดียวกัน รูปแบบของการเลี้ยวเบน (diffraction pattern) ก็ย่อมเปลี่ยนไปจากเดิม ไม่เหมือนกับแบบการเลี้ยวเบน ฟรอนโฮเฟอร์ ซึ่งกำหนดว่า ระยะวัตถุกับระยะภาพจะต้องอยู่ที่อนันต์ (infinity) หมายความว่า จะเกิดโคเฉพาะกรณีลำแสงขนานทั้งทางเข้าและทางออกเท่านั้น ดังนั้นรูปแบบการเลี้ยวเบน ฟรอนโฮเฟอร์จึงมีเฉพาะแบบสำหรับวัตถุอันหนึ่ง ๆ

2.2 หลักการของ Huygen - Fresnel

ตามหลักการของฮอยเกน ถือว่าแสงเคลื่อนที่ออกไปเป็นคลื่นรอบ ๆ แหล่งกำเนิดแสงในลักษณะคลื่นทรงกลม (spherical wave) โดยการพิจารณาที่ผิวหน้าคลื่นทรงกลมที่แผ่ออกไปรอบแหล่งกำเนิดแสงสีเดียว (monochromatic light source) จะได้ว่า จุดต่าง ๆ ทุกจุดที่อยู่บนผิวหน้าคลื่นทรงกลมนั้นประพฤติตัวเป็นแหล่งกำเนิดแสง (อันดับ 2) แล้วส่งคลื่นทุติยภูมิ (secondary wavelet) ออกมาเช่นเดียวกับแหล่งกำเนิดแสงปฐมภูมิ (primary source) ดังนั้นภายหลังจากเวลาเริ่มต้น แล้วผ่านไปเท่ากับ t ตำแหน่งใหม่ของหน้าคลื่นก็จะเปลี่ยนไปเป็นผิวสัมผัสกับลูกคลื่นทุติยภูมิที่เกิดขึ้น (รูป 2.1)



รูปที่ 2.1 (ก) แสดงการแผ่ของคลื่นแสงตามหลักการฮอยเกน



รูปที่ 2.1 (ข) แสดงค่า obliquity factor สำหรับ wavelet ซึ่งเท่ากับ $(1 + \cos \theta)$

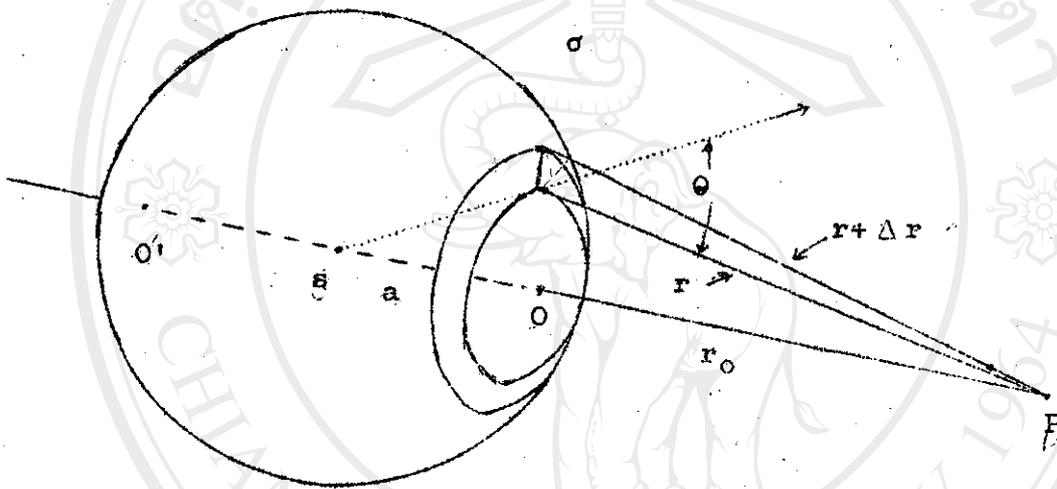
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright © Chiang Mai University

เฟรสเนลได้กำหนดให้หลักการของฮอยเกนในส่วนที่เป็นคลื่นทุกขุมมีการแทรกสอดซึ่งกันและกัน (interference) หมายความว่า ตามหลักการของเฟรสเนลได้นำเอาหลักการของฮอยเกน กับหลักการแทรกสอดมารวมกัน สำหรับใช้อธิบายปรากฏการณ์เลี้ยวเบนของแสงและการเคลื่อนที่ของแสงในอากาศ (free space) ว่าเป็นไปได้ อย่างไรก็ตาม (1,2) ดังนั้นจึงมีบางกลุ่มเรียกหลักการนี้ว่า Huygen-Fresnel principle (1,3)

2.3 การเคลื่อนที่ของคลื่นและ vibration curve

จากหลักการของฮอยเกน เมื่อมาพิจารณาถึงต้นกำเนิดแสงที่จุด S มันจะแผ่ลูกคลื่นมีพื้นที่ผิวทรงกลมหน้าคลื่นเท่ากับ σ ที่มีรัศมีทรงกลมเท่ากับ a และจุด P เป็นจุดที่อยู่ห่างจากต้นกำเนิดแสง = $a+r_0$ (รูป 2.2)



รูปที่ 2.2 แสดงการแบ่งพื้นที่ผิวหน้าคลื่นทรงกลมออกเป็นแถบวงกลม โดยแถบวงกลมเหล่านั้นห่างจากจุด P เป็นระยะทาง r และ $r+\Delta r$

เรากำหนดว่า a และ r_0 มีค่ามากกว่าความยาวคลื่น (λ) มาก ผลลัพธ์ของการแทรกสอดของคลื่นที่ศึกษาที่เกิดขึ้นจากตำแหน่งต่าง ๆ บนผิวหน้าคลื่นปฐมภูมิ ณ จุด P อาจหาได้จากพิจารณาแบ่งพื้นที่ผิวหน้าคลื่นออกเป็นแถบวงเล็ก ๆ โดยมีศูนย์กลางรวมอยู่ที่จุด O บนแนวแกน SP โดยให้วงโคจร ๆ ที่อยู่ติดกันมีระยะห่างจากจุด P = r และ $r+\Delta r$ (รูปที่ 2.2) ผลลัพธ์ของการแทรกสอดจากแถบวงเล็ก ๆ เหล่านั้น

ณ จุด P จะมีอัมปลิจูดเป็นสัดส่วนโดยตรงกับพื้นที่ผิว $\Delta\sigma$ และแปรผกผันกับระยะจากจุด P นอกจากนี้แล้วอัมปลิจูด ยังขึ้นอยู่กับค่า obliquity factor (3) ซึ่งจะขึ้นกับมุม θ

ค่า $\Delta\sigma$ อาจหาได้จากความสัมพันธ์

$$\Delta\sigma = \frac{2\pi ar}{a+r_0} \Delta r \dots\dots\dots(2.1)$$

$$\frac{\Delta\sigma}{r} q(\theta) = \frac{2\pi a}{a+r_0} \Delta r q(\theta) \dots\dots\dots(2.2)$$

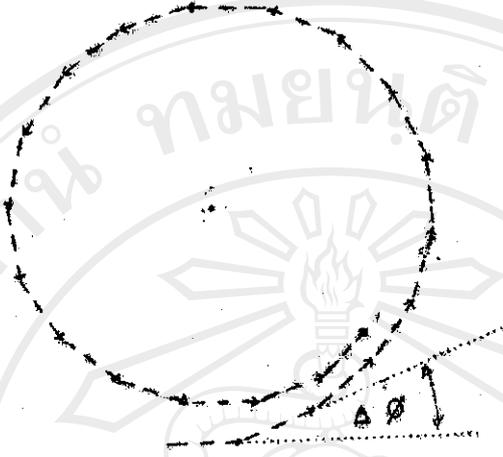
จาก (2.2) ทางขวามือจะเห็นว่าเทอมอื่น ๆ คงที่ ยกเว้นค่า $q(\theta)$ ซึ่งจะเป็นตัวกำหนดให้มีการเปลี่ยนแปลงไป จากค่าที่มากที่สุด เมื่อ $\theta=0$ ไปสู่ค่าน้อยที่สุด เมื่อ $\theta = \frac{\pi}{2}$ คือตำแหน่ง 0° ตามรูปที่ 2.2

เราจะหาผลการแทรกสอดของคลื่นที่มาจากแถบวงเล็ก ๆ เหล่านั้นได้ โดยอาศัยเวกเตอร์อัมปลิจูด คือ สมมติว่าระยะทางจากแถบวงกลมหนึ่ง ๆ ที่ติดต่อกันไปยังจุด P ต่างกันเท่ากับ Δr คงที่ จะโคจรผลการแทรกสอดที่มาจากแถบวงกลมซึ่งอยู่ติดกันไปยังจุด P มีเฟสต่างกัน $\Delta\phi$ คือ

$$\Delta\phi = \frac{2\pi \Delta r}{\lambda} \dots\dots\dots(2.3)$$

ดังนั้น จึงแทนเวกเตอร์ที่มีขนาดเกือบเท่ากัน กระทำมุมต่อกันเท่ากับ $\Delta\phi$

จากการแบ่งแถบวงกลมดังกล่าวออกเป็นแถบวงประกอบย่อย ๆ เราก็จะแทนแถบวงประกอบย่อย ๆ เหล่านั้นด้วยเวกเตอร์เล็ก ๆ ที่เขียนเป็นจุดไขปลาต่อกัน (รูปที่ 2.3)



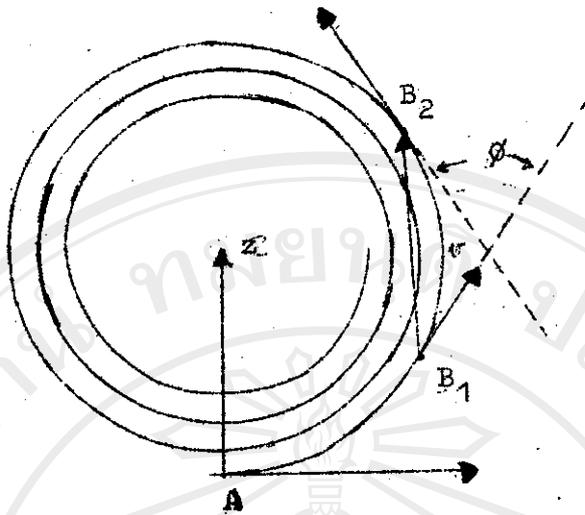
รูปที่ 2.3 แสดงการรวมกันของเวกเตอร์อัมปลิจูด จากผลการแทรกสอดคลื่นที่มายังจุด P

จากรูปที่ 2.3 ถ้ามีเวกเตอร์ที่เท่ากันและมี $\Delta\theta$ เท่ากันมารวมกันมันก็จะต่อกันเป็นรูปทรงหลายเหลี่ยมปิดพอดี โดยจะหาจำนวนด้าน คือ

$Q = \frac{\Delta\theta}{\lambda}$ มีค่าเท่ากับ $\frac{\lambda}{\Delta r}$

ในกรณีที่ เวกเตอร์ แทนอัมปลิจูดของแถบวงกลมที่อยู่ติดกันมีส่วนหนึ่ง เนื่องจากค่า obliquity factor ทำให้ความยาวของเวกเตอร์ค่อย ๆ ลดลง ดังนั้นเส้นที่เขียนต่อกัน จึงไม่ปิดเป็นรูปหลายเหลี่ยม แต่ก็เกือบจะปิดพอดี เนื่องจากค่า obliquity factor เปลี่ยนไปช้า ๆ ในขณะที่ r เพิ่มจาก r_0 เป็น $r_0 + \lambda$

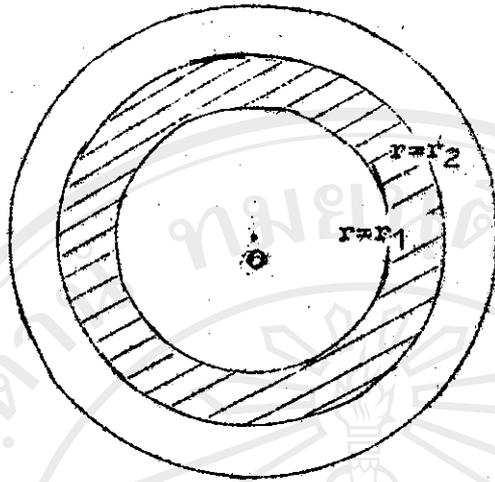
การที่ระลอกคลื่นของลำตกบในปัญหาข้างกล่าวมาจะต้องพิจารณาเมื่อ Δr ย่างเข้าสู่อะไร ๆ ก็คือ ขณะที่ Δr ลดลง ความยาวของเวกเตอร์และมุม $\Delta\theta$ จะลดลงเป็นสัดส่วนตรงกับ Δr จนในที่สุดมันจะกลายเป็นจุดเรียงต่อกันเป็นเส้นโค้งของ spiral (รูปที่ 2.4) ซึ่งเรียกว่า vibration curve



รูปที่ 2.4 แสดง vibration curve ที่สัมพันธ์กับการแบ่งแถบวงกลม
ที่หน้าคลื่นทรงกลมออกเป็นแถบวงประกอบย่อย ๆ

ดังที่ในเรื่อง vibration curve นี้มีประโยชน์สำหรับศึกษาการเลี้ยวเบนของแสง เนื่องจากส่วนประกอบของมันถูกกำหนดจากการแบ่งเวกเตอร์อัมปลิจูดออกเป็นส่วนย่อย ๆ ตามการแบ่งแถบวงกลมออกเป็นแถบวงย่อย ๆ อย่างสัมพันธ์กันแล้ว ดังนั้นมันจึงทำให้เราสามารถหาอัมปลิจูดจากจุดเริ่มต้นไปยังจุดที่ต้องการได้ โดยวิธีการสร้างรูปแบบเวกเตอร์ ซึ่งผลรวมของอัมปลิจูดก็คือ ความยาวของเส้นที่ลากออกจากจุดเริ่มต้นไปยังปลายจุดนั้นตามวิธีเวกเตอร์

ตัวอย่างเช่น เมื่อเราพิจารณา ณ จุด B ใด ๆ บน vibration curve ที่สอดคล้องกับแถบวงกลมที่แบ่งพื้นที่ทรงกลม มีจุดศูนย์กลางรวมที่จุด O อยู่ห่างจากจุด O ระยะทาง $r=r_0$ ก็จะสอดคล้องกับจุดเริ่มต้นที่ A เมื่อเรากำหนดให้ความยาวช่วงเล็ก ๆ ใน spiral แทนอัมปลิจูดการแทรกสอดของคลื่นที่มาจากแถบวงกลมประกอบย่อย ๆ ดังนั้นความยาวบนส่วนโค้งของ spiral = v ซึ่งอยู่ระหว่างจุด B1 และ B2 ก็จะแทนผลรวมอัมปลิจูดจากการแทรกสอดที่มาจากแถบวงกลมที่มี r_1 และ r_2 (รูปที่ 2.5) ซึ่งสอดคล้องกับ รูปที่ 2.4



รูปที่ 2.5 แสดงส่วนหน้าตัดของคลื่นทรงกลมที่ถูกแบ่งออกเป็นแถบวงกลม มีระยะห่างจากจุด P คือ r เท่ากับ r_1 และ r_2

เนื่องจากความยาวคอร์ค B_1B_2 แทนผลรวมของอัมปลิจูด และมุมสัมพันธ์กับส่วนโค้ง spiral ที่จุด B_1, B_2 จะแทนค่าของ phase difference (ϕ) ที่แทรกสอดกันเนื่องจากแถบวงกลมรัศมี r เท่ากับ r_1 และ r_2 ตามลำดับ คือ

$$\phi = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} \dots \dots \dots (2.4)$$

ในกรณีที่ $r_2 - r_1 = \lambda, \phi = 2\pi$ ส่วนโค้ง B_1B_2 ก็จะแทนความหมายว่าครบ 1 รอบ spiral พอดี ซึ่งรัศมีของโค้ง spiral (ρ) ณ จุด B จะหาได้จาก

$$\rho = \left| \frac{\Delta v}{\Delta \phi} \right| \dots \dots \dots (2.5)$$

เมื่อ Δv คือความยาวของส่วนโค้ง BB' และ $\Delta \phi$ เป็นมุมระหว่างเส้นสัมผัสกับโค้ง spiral ที่จุด B, B' ตามลำดับ

จาก (2.2) จะได้ว่า $\Delta v = \frac{2\pi a}{a+r_0} q(\theta) \Delta r$

และ (2.3) จะได้ว่า $\Delta \phi = \frac{2\pi \Delta r}{\lambda}$

ดังนั้น

$$p = \frac{a\lambda}{a+r_0} q(\theta) \dots\dots\dots(2.6)$$

จาก (2.6) จะเห็นว่ามีของโค้งเกือบคงที่ เพราะค่า obliquity factor จะค่อย ๆ ลดลงเมื่อระยะ r เพิ่มขึ้น และเมื่อ r เพิ่มถึงขนาด λ มันก็แสดงว่าไปเกือบ 1 รอบบน spiral นั้นยอมหมายความว่าแต่ละรอบของ spiral อยู่ชิดกันมาก

กล่าวโดยสรุปแล้ว vibration curve เหมาะสมกับปัญหาข้างต้นในแง่การม้วนตัวของมัน เมื่อมุม θ ใน obliquity factor มีค่าจาก 0 ถึง π จะมีศูนย์กลางอยู่ที่จุด Z ซึ่งตรงกับตำแหน่งของ $\theta = \pi$ ทำให้รัศมีมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งสอดคล้องกับ 0' ในรูปที่ 2.2 ส่วนผลการแทรกสอดของคลื่นทั้งหมดที่จุด P จะแทนด้วย AZ ซึ่งจะเท่ากับรัศมีของ spiral คือที่จุด A ตรงกับตำแหน่ง $\theta = 0$ จาก (2.6) จะเห็นว่า p แปรผันกลับกับ $a+r_0$ นั่นคือ ผลลัพธ์ของอัมปลิจูดที่จุด P ก็แปรผันกลับกับระยะทางที่ห่างจากต้นกำเนิดแสง

ในด้านการคำนวณผลการแทรกสอดคลื่นที่จุด P ซึ่งมาจากผิวหน้าคลื่นทรงกลมพื้นที่ผิวเท่ากับ σ ถ้ากำหนดให้ผลการแทรกสอด ณ จุด P นั้น เท่ากับ E จะได้ว่า

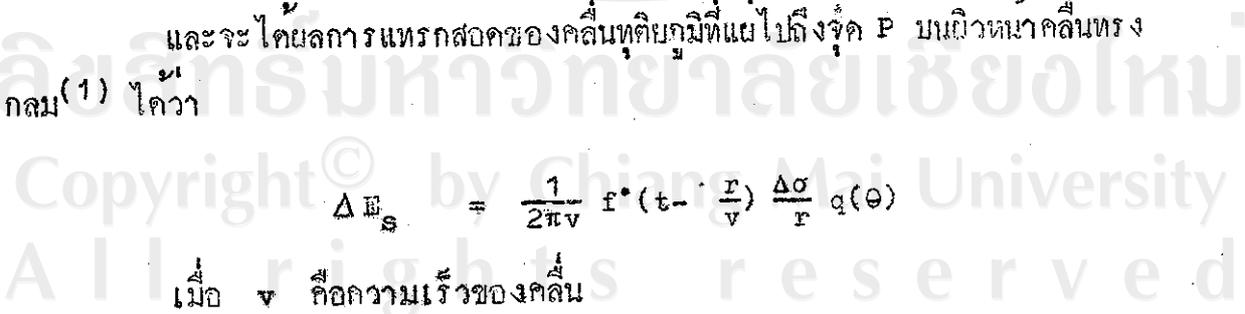
$$E(a,t) = f(t) = A \sin \omega t \dots\dots\dots(2.7)$$

และจะได้อผลการแทรกสอดของคลื่นทุกขุมที่แผ่ไปถึงจุด P บนผิวหน้าคลื่นทรงกลม (1) ได้ว่า

$$\Delta E_s = \frac{1}{2\pi v} f^*(t - \frac{r}{v}) \frac{\Delta \sigma}{r} q(\theta)$$

เมื่อ v คือความเร็วของคลื่น

$$\begin{aligned} \text{และ } f^*(t - \frac{r}{v}) &= A \omega \cos \left[\omega(t - \frac{r}{v}) \right] \\ &= A \omega \sin \left[\omega(t - \frac{r}{v}) + \frac{\pi}{2} \right] \end{aligned}$$



จาก (2.2) จะได้ว่า

$$\Delta E_s = \frac{A\omega}{2\pi v} \cdot \frac{2\pi a}{a+r_0} \Delta r q(\theta) \sin \left[\omega \left(t - \frac{r}{v} \right) + \frac{\pi}{2} \right]$$

แต่ $\frac{\omega}{2\pi v} = \frac{1}{\lambda}$

ดังนั้น $\Delta E_s = 2\pi A \frac{a}{a+r_0} \frac{\Delta r}{\lambda} q(\theta) \sin \left[\omega \left(t - \frac{r}{v} \right) + \frac{\pi}{2} \right] \dots\dots\dots(2.8)$

จะเห็นว่า คลื่นทุกขุมมีสังคลื่นออกมา มีเฟสที่ต่างกัน $\frac{\pi}{2}$ เมื่อเทียบกับ incident wave สำหรับแถบวงกลมวงกึ่งกลางที่อยู่รอบจุด 0 คือ $\theta = 0, q(\theta) = 2$ และ $r=r_0$ จาก (2.8) จะได้ว่า

$$\Delta E_s = 2\pi A \frac{a}{a+r_0} \frac{\Delta r}{\lambda} q(\theta) \sin \left[\omega \left(t - \frac{r}{v} \right) + \frac{\pi}{2} \right] \dots\dots\dots(2.9)$$

จาก (2.9) แสดงว่า อัมปลิจูดของคลื่น คือ

$$\Delta A_s = 2\pi A \frac{a}{a+r_0} \frac{\Delta r}{\lambda} \dots\dots\dots(2.10)$$

ตามที่กล่าวไว้ใน vibration spiral curve ว่า ขนาดของอัมปลิจูดที่จุด A แทนด้วยเวกเตอร์ \vec{AZ} คือรัศมีของ spiral และจาก (2.3), (2.5), (2.10) จะได้ว่า

$$\vec{AZ} = \frac{\Delta A_s}{\Delta \theta} = \frac{Aa}{a+r_0} \dots\dots\dots(2.11)$$

ในกรณีที่ \vec{AZ} ทำมุมกับเส้นสัมผัส spiral มีค่าเป็น $-\frac{\pi}{2}$ ที่จุด A ตามรูปที่ 2.3 แสดงว่าเป็นผลการแทรกสอดคลื่นที่มาจากจุด 0 ตามรูปที่ 2.2 แต่ตาม (2.9) เป็นกรณีที่มีมุมสัมผัส spiral ที่จุด A เป็น $\frac{\pi}{2}$ ดังนั้นผลการแทรกสอดคลื่นจากทุกกำเนิดแสงจึงได้ความเข้มเป็น

$$E(a+r_0, t) = \frac{Aa}{a+r_0} \sin \omega \left(t + \frac{r}{v} \right) \dots\dots\dots(2.12)$$

แต่ถ้าคิดเฉพาะกรณีที่แสงมาจากผิวหน้าคลื่นทรงกลม ก็ยังถือว่า (2.7) ยังคงสอดคล้องกัน

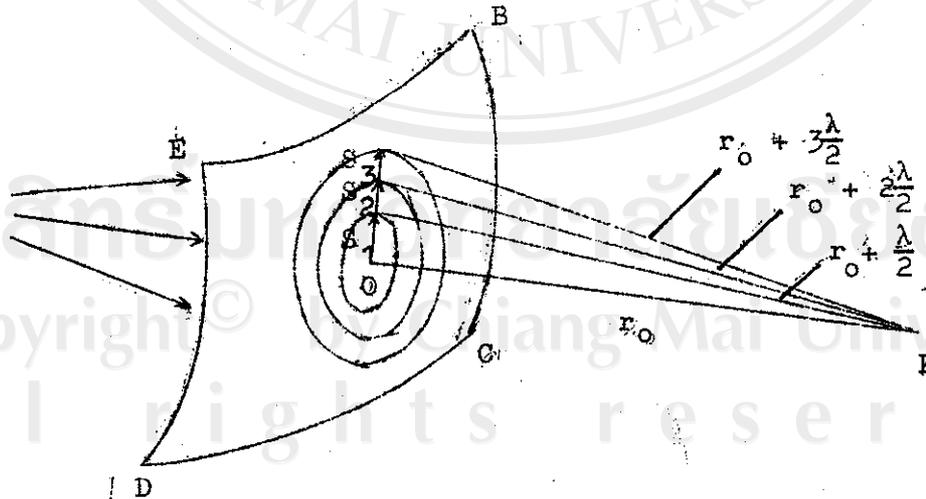
2.4 Fresnel zone หรือ Fresnel Half-period zone

จากหัวข้อ 2.3 คำว่าแบ่งผิวทรงกลมหน้าคลื่นออกเป็นแถบวงกลมต่อไปนี้จะใช้คำว่า zone แทน

ดังนั้นคำว่า Fresnel zone ถูกนิยามว่า คือการแบ่งผิวหน้าคลื่นทรงกลมออกเป็น zone ซึ่งอยู่ห่างจากจุด P เป็นอนุกรม คือ

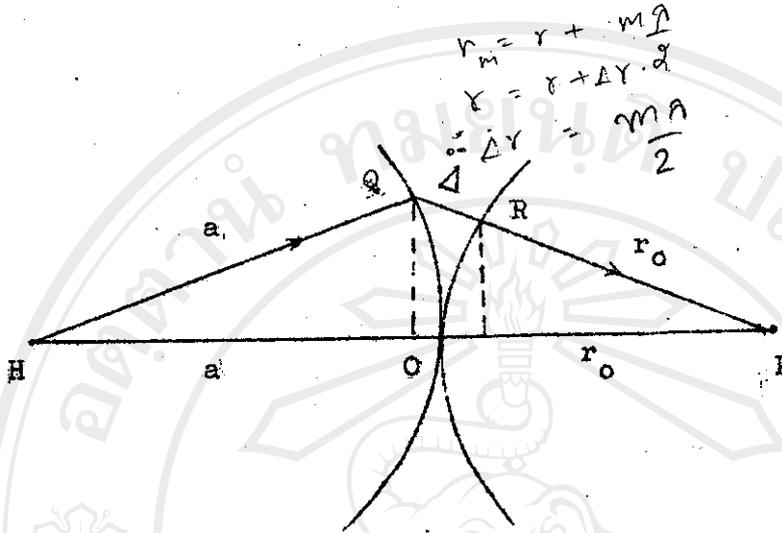
$$\begin{aligned} r_0 &= r_0 \\ r_1 &= r_0 + \frac{\lambda}{2} \\ r_2 &= r_0 + 2\frac{\lambda}{2} \\ r_3 &= r_0 + 3\frac{\lambda}{2} \\ &\vdots \\ r_m &= r_0 + m\frac{\lambda}{2} \end{aligned}$$

เมื่อ m คือ จำนวนเลข 1, 2, 3, รูปที่ 2.6 (ก)



รูปที่ 2.6 (ก) แสดงการแบ่งพื้นผิวหน้าคลื่นออกเป็น Fresnel zone

เมื่อเทียบรูปที่ 2.6 (ก) กับรูป 2.2 จะเห็นว่าคล้ายกัน จะต่างกันเพียง Δr เท่านั้น ในกรณีของ Fresnel zone, $\Delta r = m \frac{\lambda}{2}$ นั่นเอง



รูปที่ 2.6 (ข) แสดงภาพตัดขวางของรูปที่ 2.6(ก) เพื่อให้เห็น path difference ของคลื่น

จากรูปที่ 2.6(ก), 2.6(ข) จุด HOP เป็นจุดอยู่บนแนวเส้นตรงเดียวกัน โดย O เป็นจุดศูนย์กลางรวมของวงกลมที่แบ่งหน้าคลื่นทรงกลมออกเป็น Fresnel zone มีรัศมีวัดไปตามผิวโค้งทรงกลมเป็น $s_1, s_2, s_3, \dots, s_m$ ตามลำดับ และแต่ละ Fresnel zone จะอยู่ห่างจากจุด P เป็นระยะทางกันเท่ากับ $\frac{\lambda}{2}$

พิจารณารูปที่ 2.6 (ข) a เป็นรัศมีของคลื่นทรงกลมที่แผ่ออกจากแหล่งกำเนิดแสง H r_0 เป็นรัศมีทรงกลมสัมพันธ์กับหน้าคลื่นที่จุด O

ดังนั้น HOP ยาวกว่า HOP อยู่ Δ ซึ่งค่าของ Δ จะเปลี่ยนไปตามตำแหน่งของ Fresnel zone อันดับที่ m

คือ
$$\Delta_m = m \frac{\lambda}{2}$$

แต่ความยาวคลื่นแสง (λ) มีขนาดสั้นมากเมื่อเทียบกับระยะ a และ r_0 ดังนั้น s จึงมีขนาดสั้นมากด้วย ซึ่งเราจะถือว่า s ก็คือระยะในแนวตั้งที่นับจากแกน HOP ถึงจุด Q และเราจะหาขนาดของ Δ ได้จากความสัมพันธ์ คือ

$$\Delta = \frac{s^2}{2a} + \frac{s^2}{2r_0} = \frac{s^2(a+r_0)}{2ar_0} \dots\dots\dots(2.13)$$

หรือ $m \frac{\lambda}{2} = s_m^2 \frac{(a+r_0)}{2ar_0} \dots\dots\dots(2.14)$

ถ้าพื้นที่ของแต่ละ Fresnel zone กำหนดให้เป็น S_m

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } S_m &= \pi(S_m^2 - S_{m-1}^2) = \pi \frac{\lambda}{2} \frac{(2ar_0)}{a+r_0} \\ &= \frac{a}{a+r_0} \pi r_0 \lambda \dots\dots\dots(2.15) \end{aligned}$$

จาก (2.15) โดยประมาณค่าจะได้ S_m คงที่ และค่านี้จะไม่ขึ้นกับค่าของ m ซึ่งที่เป็นจริงแล้วพื้นที่ S_m จะเพิ่มขึ้นน้อยมาก จนถึงค่าที่ไม่มีความหมายเมื่อ m เปลี่ยนค่าไป

จากหลักการของ Huygen-Fresnel คลื่นทุติยภูมิที่มีเฟสเดียวกันจะไปถึงจุด P ไม่พร้อมกัน เพราะระยะทางต่างกัน ดังนั้นมันจึงมีเฟสต่างกันที่ P แต่อย่างไรก็ตามมันจะมีเฟสต่างกันได้ไม่เกิน π สำหรับจุดที่ไปจาก zone เดียวกัน และโดยการเฉลี่ยแล้วทุก ๆ จุดบน Fresnel zone เดียวกันจะห่างจากจุด P ต่างกัน $\frac{\lambda}{4}$

ดังนั้นถ้าเราพิจารณาว่าขอบกลางกับขอบกลางและ ขอบบนกับขอบบนของ Fresnel zone ที่ติดกัน มีเฟสต่างกัน π จึงมีผลทำให้แอมพลิจูดของคลื่นเปลี่ยนเครื่องหมายเป็นตรงข้าม เป็นการแสดงว่า ผลรวมของแอมพลิจูดที่จุด P จากการแทรกสอดจะลดลงอย่างช้า ๆ ในรูปอนุกรม คือ

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots\dots(-1)^{m+1} A_m \dots\dots(2.16)$$

ถ้า m เป็นจำนวนคี่จะได้

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots + \frac{A_m}{2} \\
 &= A_1 - \frac{A_2}{2} - \left(\frac{A_2}{2} - A_3 + \frac{A_4}{2}\right) - \left(\frac{A_4}{2} - A_5 + \frac{A_6}{2}\right) \dots - \frac{A_{(m-1)}}{2} + A_m \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

เนื่องจาก A_1, A_2, A_3, \dots ไม่ลดลงตามส่วนของ m ซึ่งแต่ละส่วนที่ลดลงนั้นมีค่าน้อยกว่า ครึ่งหนึ่งของค่าพหุคูณของมันตลอดคอนกรีต

ดังนั้นจึงเขียนได้ว่า

$$\frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} < A < A_1 - \frac{A_2}{2} - \frac{A_{(m-1)}}{2} + A_m$$

แต่จากความเป็นจริงในทางปฏิบัติเราถือว่า ค่าของอัมพลิจูดที่อยู่ ณ ตำแหน่งของ zone ที่อยู่ติดกัน (เกือบจุดเดียวกัน) ย่อมจะมีค่าเกือบเท่ากัน

ดังนั้นโดยการประมาณค่า จะได้

$$A \approx \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} \quad \text{เมื่อ } m \text{ เป็นจำนวนคี่} \dots \dots \dots (2.18 ก)$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้า m เป็นเลขจำนวนคู่ จะได้ว่า

$$A \approx \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2} \quad \text{เมื่อ } m \text{ เป็นจำนวนคู่} \dots \dots \dots (2.18 ข)$$

นั่นคือ

$$A = \frac{A_1 \pm A_m}{2}$$

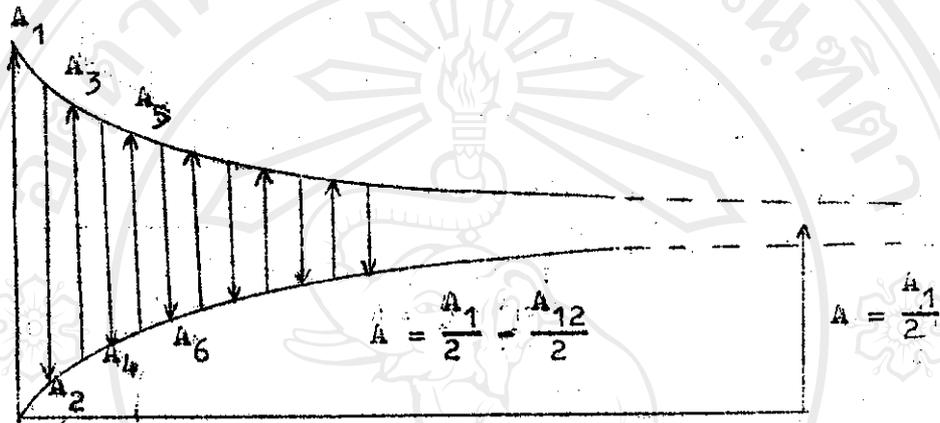
สมการข้างบนนั้นจะสลับเครื่องหมายกันแล้วแต่ว่า m จะเป็นจำนวนคี่หรือคู่ตามเงื่อนไขดังกล่าวแล้ว

ถ้าจะรวมอัมพลิจูดของการแทรกสอด ณ จุด P ตลอดคอนกรีตจนถึงโซนสุดท้ายทั้งหมด ($m \rightarrow \infty$) จะได้ว่า

$$A \approx \frac{A_1}{2}$$

หมายความว่า ผลการแทรกสอดของคลื่น ณ จุด P ของทุก ๆ โชนจนถึงโชนสุดท้าย เมื่อ $\theta = \pi$ ทำให้ผลรวมของอัมปลิจูดตลอดทุกโชนมีค่า เท่ากับครึ่งหนึ่งของอัมปลิจูดโชนแรก นั่นคือ ค่าของ obliquity factor จะกำหนดให้แอมพลิจูดกลับทิศเมื่อ $\theta = \frac{\pi}{2}$ ลักษณะเช่นนี้จึงเรียกว่า Half-Period zone

เพื่อประกอบคำอธิบาย จะแปลความหมายข้างบนนี้เป็นรูปที่ 2.7



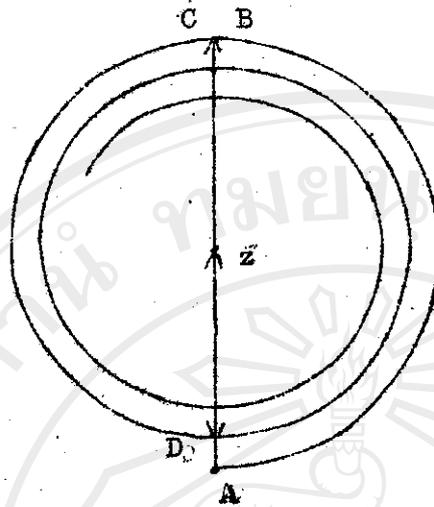
รูปที่ 2.7 แสดงการรวมของอัมปลิจูดที่เกิดจาก Half-Period zone

จากรูปที่ 2.7 A_1, A_2, A_3, \dots เป็นอัมปลิจูดซึ่งถูกเขียนแทนด้วยแอมพลิจูดที่กลับทิศสลับกันตาม Fresnel zone ที่เขียนจำนวนเลขที่หรือคู่ ซึ่งในรูปมี 12 โชน นั่นคือ

$$A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_{12}}{2}$$

และเมื่อคิดถึงโชนสุดท้าย $A = \frac{A_1}{2}$ เราจะเห็นว่าโชนที่ 1 ($\theta=0$) การแทรกสอดของคลื่นทุกขุมไม่มีผลที่จุด P

ตามปกติทั่วไปเรามักนิยมเขียนรูปที่ 2.7 เป็นแบบ vibration curve ตามที่กล่าวในหัวข้อ 2.3 ซึ่งก็จะไล่ลักษณะเป็น spiral ดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 แสดง vibration curve ของ Half-Period zone ด้วย vibration spiral

รูปที่ 2.8 และรูปที่ 2.7 จะสอดคล้องกัน คือ

ภาคตัด AB แทนอัมปลิจูด A_1 ของ Half-period zone ที่ 1

ภาคตัด CD แทนอัมปลิจูด A_2 ของ Half-period zone ที่ 2

ส่วน AD แทนผลรวมของอัมปลิจูดโซนที่ 1 กับที่ 2 ซึ่งไปแทรกสอดกัน ณ

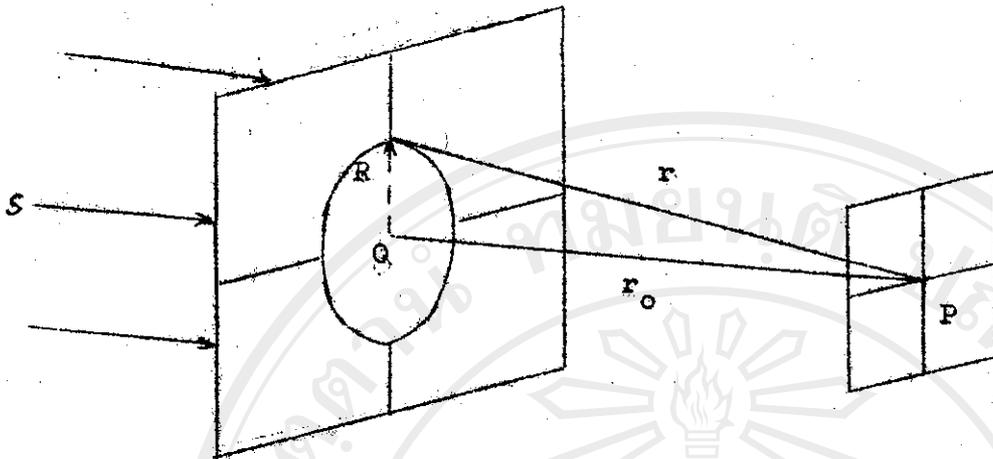
จุด P

ส่วน AZ แทนผลรวมของอัมปลิจูดทุก ๆ โซนจนถึงโซนสุดท้าย

2.5 ก. การเลี้ยวเบนของรูกลม (Diffraction by a circular aperture)

เมื่อพิจารณาถึงแผนวัตถุที่แสงแลัวเจาะรูกลมรัศมี R กันแสงจากแหล่งกำเนิดแสง S ซึ่งอยู่บนแนวแกนเดียวกัน ดังรูปที่ 2.9

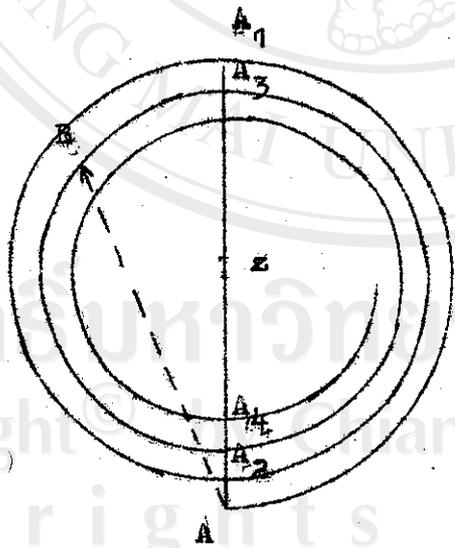
All rights reserved



รูปที่ 2.9 แสดงทางเดินของแสงเมื่อผ่านรูกลมแล้วเกิดการเลี้ยวเบน

ต้องการหาผลรวมแทรกสอดคลื่นที่จุด P ซึ่งอยู่บนแกน SOP โดยการพิจารณา

จากหลักการของ Huygen-Fresnel ในการอธิบายนิวตันาคคลื่นทรงกลมที่มีศูนย์กลางที่ S แต่ไปสัมผัสรูกลมแล้วสามารถสร้าง vibration spiral ดังที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 2.3

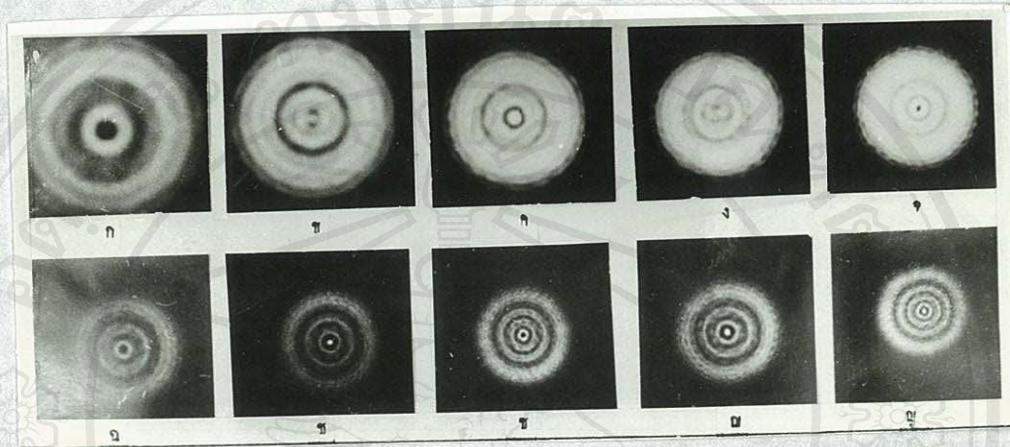


รูปที่ 2.10 Vibration spiral curve ที่ใช้แทนอธิบายการเกิดรูปแบบการเลี้ยวเบนของรูกลม

ตามรูปที่ 2.10 ถ้าคอร์ค AB ของ spiral สอดคล้องกับส่วนเปิดของหน้าคลื่นที่ผ่านรูกลมแล้วคลื่นไปแทรกสอดกันที่จุด P ตามหลักการของ Huygen-Fresnel จะได้ว่าความยาวของเวกเตอร์ AB แทนเวกเตอร์อิมพลีจันที่จุด P สมมติว่าตอนเริ่มต้นรูกลมเล็กมาก แล้วภายหลังเพิ่มขนาดขึ้นทีละน้อย ๆ อย่างช้า ๆ จะได้ว่าตำแหน่งของ B เคลื่อนไปตามส่วนโค้งของ spiral โดยเริ่มตนจากจุด A ความยาวของเวกเตอร์ตามคอร์ค AB จะเป็นค่าสูงสุดและต่ำสุดสลับกันไป (a series of maxima and minima) ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขนาดของรูกลมที่ขยายนั้น⁽¹⁾ โค้งส่วนเท่ากับเลขจำนวนคี่หรือคู่ของ Fresnel-zone

อีกกรณีหนึ่งซึ่งจะให้ผลเกิดขึ้นในทำนองเดียวกันเมื่อเลื่อนจุด P เข้าหาหรือออกจากแนวรูกลมนั้นตามแนว SOP ก็จะทำให้เกิดผลการเปลี่ยนแปลงของโซนเหมือนกับ การขยายความกว้างของรู กล่าวคือ สมมติว่า ณ จุด P เป็นจุดตำแหน่งเริ่มแรกอยู่ที่ $PR-PO = \frac{\lambda}{2}$ เมื่อเลื่อนออกไปจากจุดเดิมก็จะทำให้เกิด Path difference (Δ) เป็น $2 \frac{\lambda}{2}, 3 \frac{\lambda}{2}, 4 \frac{\lambda}{2} \dots$ ตามลำดับ ก็จะได้ค่า maxima และ minima ตลอดแนวสลับกันไปเช่นเดียวกับการขยายขนาดของรู

สำหรับการหาความเข้มที่จุด P บนแนวแกนรู SOP มันยุ่งยากในทางคณิตศาสตร์⁽⁴⁾ ดังนั้นรูปที่ 2.11 จึงเป็นการแสดงเพียงวารอบ ๆ จุด P มี fringes เกิดขึ้น ณ ที่ P ตำแหน่งต่าง ๆ กัน



รูปที่ 2.11 ภาพแสดงให้เห็นรูปแบบการเลี้ยวเบนของรูกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1.8 มม. เมื่อใช้ลำแสงขนาน มีระยะภาพต่าง ๆ กัน คือ ก.102 ซม., ข.80 ซม., ค.53 ซม., ง.44 ซม., ฉ.40 ซม., ช.36.5 ซม., ซ.33 ซม., ฅ.28 ซม., ญ.22 ซม., ฎ.18.5 ซม.

ที่กล่าวในหัวข้อ 2.4 นั้นเป็นกรณีทั่ว ๆ ไปของหน้าคลื่นแบบผิวทรงกลม (5) แต่ในกรณีต่อไปนี้เป็นการใช้รังสีตกกระทบเป็นหน้าคลื่นแบบระนาบ ซึ่งหมายถึงต้นกำเนิดแสงอยู่ไกล ๆ จึงถือว่าเป็นรังสีขนาน จากรูปที่ 2.9 จะได้

$$r^2 = r_0^2 + R^2 \dots\dots\dots(2.19)$$

จากที่กล่าวแล้วตอนแรก ๆ จะได้ว่า

$$r_m^2 = (r_{m-1} + \frac{\lambda}{2})^2$$

ค่าประมาณของ r_m^2 เมื่อ λ มีค่าน้อย จะได้

$$r_m^2 = r_{m-1}^2 + \lambda r_{m-1} \dots \dots \dots (2.20)$$

จาก 2.19 เมื่อ $m = 1, 2, 3$ จะได้

$$\begin{aligned} R_1^2 &= r_1^2 - r_0^2 = \lambda r_0 \\ R_2^2 &= r_2^2 - r_0^2 = (r_0^2 - r_1^2) + (r_1^2 - r_0^2) \\ &= \lambda(r_0 + r_1) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ R_m^2 &= \lambda(r_0 + r_1 + \dots + r_{m-1}) \dots \dots \dots (2.21) \end{aligned}$$

ค่าของ r_m จะเพิ่มขึ้น น้อยมากเมื่อเทียบกับ r_0

$$\therefore R_m^2 \simeq m \lambda r_0 \dots \dots \dots (2.22)$$

จาก (2.22) ถ้า R_1 เป็นรัศมีโซนที่ 1 ของ Fresnel zone r_0 เป็นระยะทางของฉาก (P) จากจุดศูนย์กลางที่กำหนดให้ r_0 ไกลมากพอที่รัศมีของรูซึ่งเท่ากับ R น้อยกว่า R_1 ในสภาพเช่นนี้เราจะสังเกตเห็นจุดสว่างตรงกลางจุดเดียว ตามเงื่อนไขดังกล่าวคือ $R = R_1$ หรือ $m = 1$ ก็จะได้ว่า

$$r_0 = \frac{R^2}{\lambda} \dots \dots \dots (2.23 ก)$$

ถ้าเลื่อน P ไกลกว่ากำหนดใน (2.23 ก) รูปแบบการเลี้ยวเบนก็จะกลายเป็นแบบการเลี้ยวเบนพรอนโฮเฟอร์ ถ้าเลื่อนจุด P ให้ใกล้เข้ามาอีกจาก (2.23 ก) จนได้ $R = R_2$ ก็จะสังเกตเห็นจุดมืดตรงกลาง คือ

$$r_0 = \frac{R^2}{2\lambda} \dots \dots \dots (2.23 ข)$$

เมื่อกำหนดให้ $l = r - r_0$

จาก (2.19) จะเขียนได้เป็น

$$(1+r_0)^2 = r_0^2 - R^2 \quad \dots\dots\dots(2.24)$$

อนุพันธ์ของ (2.24) โดยให้ R คงที่ เมื่อมีการเปลี่ยนระยะทาง r_0 หรือ Δr ก็จะทำให้ l เปลี่ยนไป Δl

$$\therefore 2(1+r_0)(\Delta l + \Delta r_0) = 2r_0 \Delta r_0$$

หรือ

$$\begin{aligned} \Delta r_0 &= \frac{-1+r_0}{1} \Delta l \\ &= \frac{-r}{r-r_0} \Delta l \quad \dots\dots\dots(2.25) \end{aligned}$$

เนื่องจากเราเรียกตอนที่ความเข้มตรงจุดกึ่งกลางสว่าง เมื่อ $l=r-r_0$ เป็นโซนที่ 1 และเมื่อตรงกลางมืดเป็นโซนที่ 2 (รูปที่ 2.6 ก) จะได้ว่า

$$\Delta l = \frac{\lambda}{2}$$

ดังนั้น (2.25) จะเป็น

$$|\Delta r_0| = \frac{r}{r-r_0} \frac{\lambda}{2} \quad \dots\dots\dots(2.26)$$

จาก (2.26) ถ้าระยะ r_0 ไม่มากเมื่อเทียบกับ R ค่าของ $r-r_0$ ก็เกือบจะเท่ากับ r ดังนั้น (2.26) จะแสดงว่า ระยะระหว่างจุดที่สว่างและมืดบนแกน OP

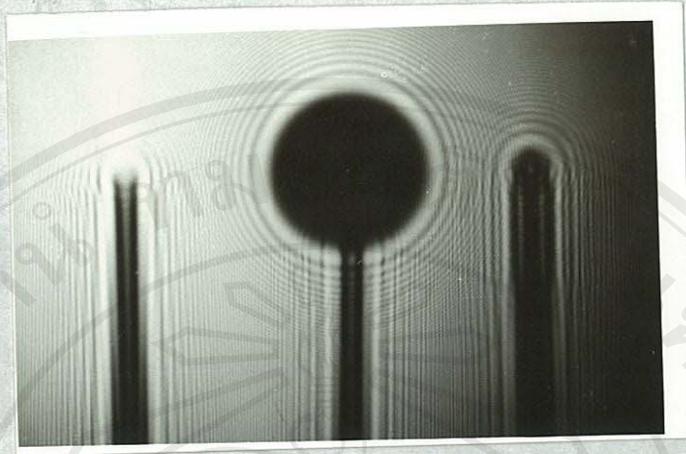
จะอยู่ห่างกันในขนาดของความยาวคลื่น ซึ่งในสภาพเช่นนี้เราจะไม่สามารถสังเกตเห็นความแตกต่างภายในได้

อย่างไรก็ตามจากที่กล่าวมา จุดกึ่งกลางมีค่านั้น มีความสำคัญเพราะความเข้มที่จุดกึ่งกลางจะไม่เท่ากับศูนย์ ตามหัวข้อ 2.4 เมื่อใช้แสงสีเดียว แต่หาเราใช้แสงสีขาวก็จะสังเกตเห็นที่จุดกึ่งกลางมีการสลับของสีรุ้ง ตลอดจนความยาวในแนวแกนช่วง r_0 เท่ากับ $\frac{R^2}{\lambda}$ เนื่องจากความยาวช่วงคลื่นที่แตกต่างกันของแสง

ในการแบ่งประเภทของรูปแบบการเลี้ยวเบนนั้น เราจะถือขอบเขตของระยะทาง $r_0 = \frac{R^2}{\lambda}$ เป็นเกณฑ์แบ่ง (1.6) คือถ้าทั้งระยะวัตถุและระยะภาพเกินกว่าค่าของ r_0 เท่ากับ $\frac{R^2}{\lambda}$ แล้ว เราจะใช้รูปแบบการเลี้ยวเบนนั้นเป็นแบบฟรอนโฮเฟอร์ แต่ถาระยะวัตถุหรือระยะภาพ อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือทั้ง 2 อย่าง อยู่ใกล้กว่า r_0 เท่ากับ $\frac{R^2}{\lambda}$ แล้วก็จะใช้รูปแบบการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล ซึ่งเกณฑ์ที่เราสามารถนำไปใช้ได้กับกรณีการเลี้ยวเบนทั่ว ๆ ไปของวัตถุอื่น ๆ ค่าย เช่น ร่องเดี่ยว จงแหวน แถบพื้นแสง ฯลฯ เป็นต้น

2.5 ข. การเลี้ยวเบนของแถบกลมทึบแสง (Diffraction by a circular obstacle)

ในการพิจารณาตอนนี้เป็นการเปลี่ยนจากรูกลม มาเป็นแถบกลมแทนตามวิธีการของเฟรสเนล จะใช้แสงเลี้ยวเบนไปรวมกันที่จุดศูนย์กลาง (เงา) เพื่อความสะดวกในการอธิบายเราถือเสมือนว่าแสงเริ่มเลี้ยวเบนจากขอบนอกสุด (รูปที่ 2.9) ถ้าให้ระยะทางจากขอบของแถบกลมไปยังจุด P เท่ากับ PR เท่ากับ r ดังนั้นขอบนอกโซนที่ 1 (ของ Fresnel zone) จะเท่ากับ $r + \frac{\lambda}{2}$, ขอบนอกโซนที่ 2 จะเท่ากับ $r + 2\frac{\lambda}{2}, \dots$ ตามลำดับ ซึ่งผลรวมอนุกรมนี้จะได้อัมปลิจูดที่จุด P ดังกล่าวในรูปที่ 2.7 และ 2.10 เวกเตอร์อัมปลิจูดจะมีค่ามากในโซนตอนแรก ๆ และความเข้มที่จุด P ของแถบกลมในทางปฏิบัติก็จะได้อความเข้มเท่ากับกรณีของรูกลม ตามหัวข้อ 2.5 ก. แต่มันจะลดความเข้มลงอย่างรวดเร็วในบริเวณของเงา ดังรูป



รูปที่ 2.12 ภาพแสดงให้เห็นรูปแบบการเลี้ยวเบนของทรงกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 4.0 มม. ดิฟแฟร็กชันที่ปลายเข็มขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.5 มม.

2.4 เฟรสเนลโซนเพลต (Fresnel zone plate)

เป็นแผ่นฟิล์มที่ออกแบบให้ตัดแสงใน Half-period zone ที่จะไปหักล้างกับแสงที่ไปจากส่วนอื่น ๆ ดังนั้นจะมีแต่เฉพาะแสงที่ไปเสริมกัน ณ จุด P เท่านั้นผ่านไป นั่นคือ มีการเพิ่มอัมพลิจูดขึ้นหลายเท่าที่จุด P เมื่อเทียบกับกรณีที่เป็นรูกลมหรือแผ่นกลม ที่กล่าวในหัวข้อ 2.5 ก. และ 2.5 ข. พฤติกรรมของโซนเพลตในการรวมแสงเช่นนี้ จึงมีสภาพเหมือนกับเลนส์ธรรมดา⁽⁶⁾ แต่ที่ต่างกับเลนส์ธรรมดาคือ มันจะมีทางยาวโฟกัสหลายค่า และมันยังเป็นได้ทั้งเลนส์นูนและเลนส์เว้าได้ในโซนเพลตอันเดียวกัน^(3,6) คือมี $\pm f$ ได้

ส่วนระยะวัตถุ ระยะภาพ และระยะโฟกัส ก็ยังคงใช้ได้เหมือนกับเลนส์บางธรรมดา ซึ่งมีความสัมพันธ์กัน คือ

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{r_o} = \frac{m\lambda}{R_m^2} = \frac{1}{f} \dots\dots\dots(2.27)$$

จาก (2.27) แสดงว่า ความยาวโฟกัสของเลนส์จะเท่ากับระยะภาพ
 (r_0) เมื่อ ระยะวัตถุ $a = \infty$

$$\therefore f = \frac{R_m^2}{m\lambda} = \frac{R^2}{\lambda} \dots\dots\dots(2.28)$$

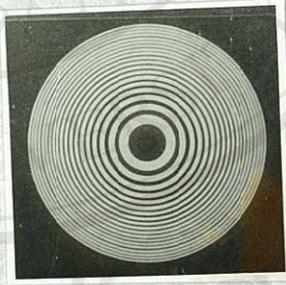
จาก (2.28) จะเห็นว่าความยาวโฟกัสของโซนเพลต แปรผันกลับกับความยาวคลื่นแสง ซึ่งต่างกับเลนส์ธรรมดาที่ความยาวโฟกัสแปรตามความยาวคลื่นแสง

วิธีทำโซนเพลต

ขั้นแรกทำการสร้างรูปวงกลมมีศูนย์กลางร่วมกันบนกระดาษขาว แล้วหาสี่
 คำตามวงที่ต้องการแบบวงหนึ่ง เวนวงหนึ่งสลักกันไป ดังรูปที่ 13 ก. และรูปที่ 13 ข.



ก.



ข.

รูปที่ 2.13 ภาพแสดงแบบของการทำโซนเพลตทั้ง 2 แบบ

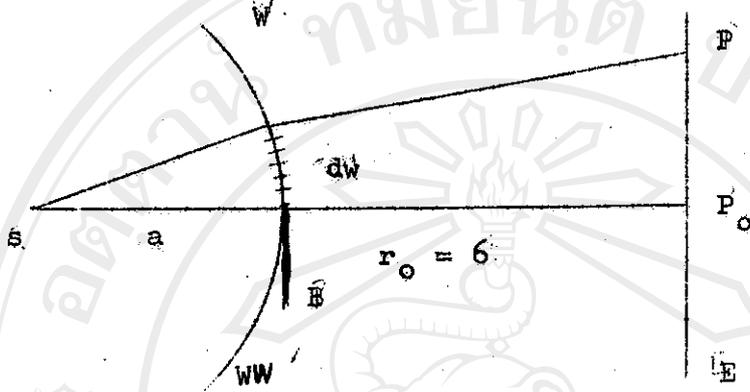
ในการสร้างวงกลมเพื่อทำโซนเพลตนั้น จะใช้รัศมีที่มีความสัมพันธ์คือ

$$R_m = R_1 \sqrt{m} \dots\dots\dots(2.29)$$

- เมื่อ R_m เป็นรัศมีของวงกลมที่ m
- R_1 เป็นรัศมีของวงที่ 1 ซึ่งเป็นวงเริ่มต้น
- m เป็นจำนวนเลข 1, 2, 3,

2.7 Fresnel Integrals

ก่อนอื่นมาพิจารณาการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลของขอบวัตถุ ดังรูป



รูปที่ 2.14 แสดงการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลของขอบวัตถุ

จากรูปที่ 2.14 S เป็นต้นกำเนิดแสงมีหน้าคลื่นทรงกลม WW' เคลื่อนไปกระทบขอบวัตถุ B แล้วแสงส่วนที่ไม่ถูกบังจะเคลื่อนต่อไปยังฉาก E ไปตก ณ ตำแหน่งต่าง ๆ บนฉากที่จุด P พิจารณาจุดเล็ก ๆ dw บนหน้าคลื่น มันจะแผ่คลื่นทุติยภูมิไปแทรกสอดกันที่จุด P โดยมีระยะไปถึงจุด P แตกต่างกัน ดังนั้นคลื่นไปถึงจุด P จึงมีเฟสต่างกันด้วย การหาอัมพลิจูดที่จุด P จึงต้องรวมกันแบบเวกเตอร์ ดังกล่าวแล้วในหัวข้อ 2.3 และรูปที่ 2.3, รูปที่ 2.4 ประกอบ

ที่กล่าวมาข้างต้นนั้นเป็นการพิจารณาสองมิติ ในลักษณะของสามมิติหน้าคลื่นเป็นผิวทรงกลมเมื่อต้นกำเนิดแสงเป็นจุด และตำแหน่งภาพเป็นจุด ถ้าหน้าคลื่นรูปทรงกระบอก เมื่อต้นกำเนิดแสงเป็น slit จะได้อัมพลิจูดจากผลการแทรกสอดที่จุด P ก็ยังคงรวมแบบเวกเตอร์เหมือนเคมและเลียนแบบหน้าคลื่นที่เป็นผิวทรงกลม แต่แทนที่จะแบ่งเป็น Half-period zone อย่างผิวทรงกลมก็จะมาพิจารณาแบ่งเป็น Half period strip⁽⁵⁾ และเมื่อเอาเวกเตอร์อัมพลิจูดที่จุด P ต่าง ๆ บนฉากมารวมกัน ก็จะได้เป็นรูป Cornu's spiral (รูปที่ 2.15) ซึ่งเป็นผลมาจากการที่คลื่นไปแทรกสอดกัน

มีเฟสต่างกันคือ

$$\begin{aligned} \phi &= k\Delta \\ \phi &= \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \end{aligned}$$

แทนค่า Δ จาก (2.13) จะได้

$$\phi = \frac{\pi(a+r_0)s^2}{ar_0\lambda} = \frac{\pi}{2} v^2 \dots\dots\dots(2.30)$$

จาก (2.30) ได้มาจากการที่เรากำหนดค่า v เป็นตัวแปรใหม่คือ

$$v = s \sqrt{\frac{2(a+r_0)}{ar_0\lambda}} \dots\dots\dots(2.31)$$

การกำหนดค่า v ใหม่ก็ตาม (2.31) เพื่อต้องการลดรูปจากการพิจารณาในสภาพจริง ๆ ของการเลี้ยวเบนจะมี 3 มิติ ให้เหลือเพียง 2 มิติ เพื่อใช้ในการเขียนกราฟบอกตำแหน่ง (x,y) ที่สอดคล้องกับการเลี้ยวเบนออกมาในรูปกราฟที่เรียกว่า Cornu's spiral กราฟที่ได้นี้เป็นผลมาจากการพิจารณาการแทรกสอดของคลื่นผิวหน้าทรงกระบอก ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ซึ่งมีเฟสต่างกัน ϕ แล้วเขียนกราฟที่ตำแหน่ง (x,y) คือ

$$dx = dv \cos \phi = \cos \frac{\pi}{2} v^2 dv$$

$$dy = dv \sin \phi = \sin \frac{\pi}{2} v^2 dv$$

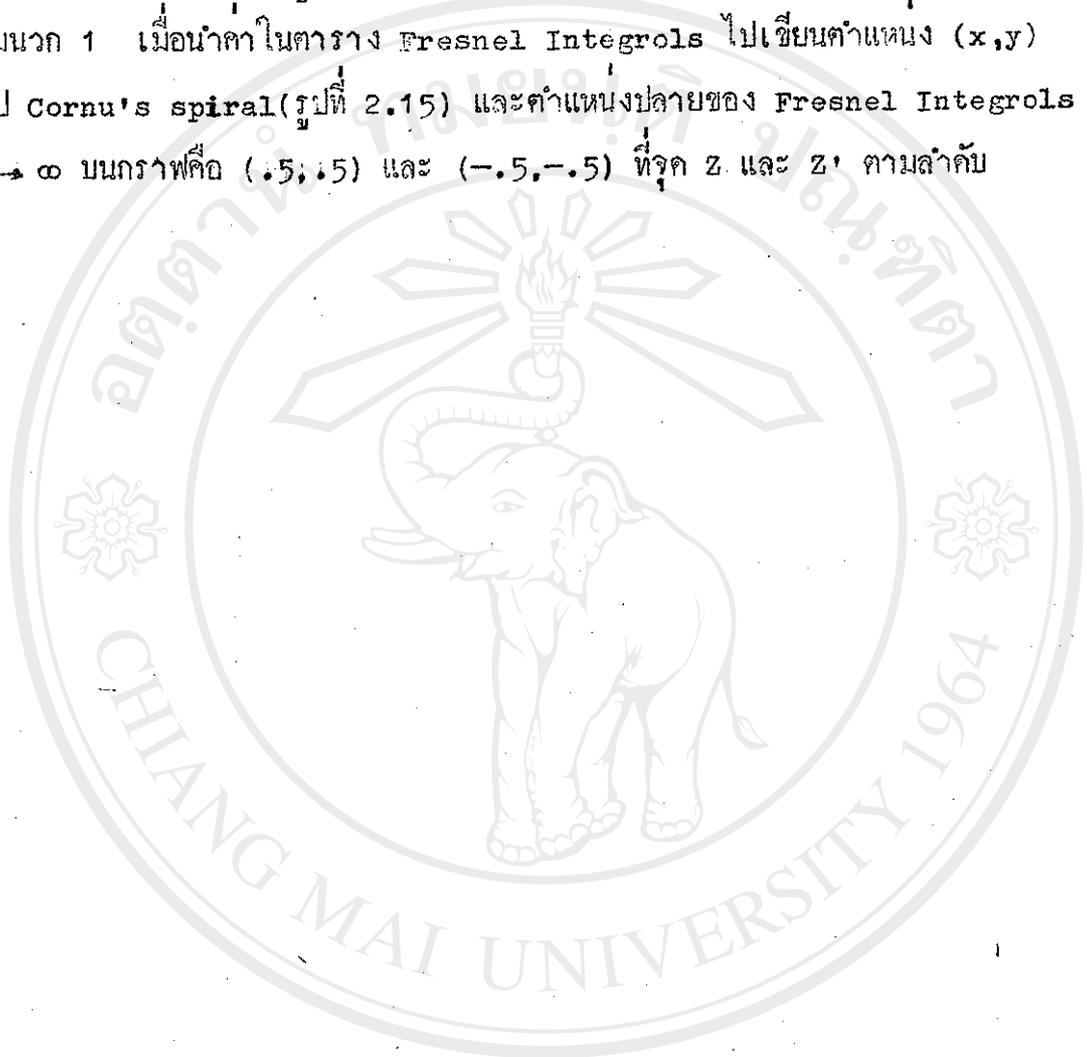
ดังนั้นจุดต่าง ๆ บน Cornu's spiral ก็คือ

$$x = \int_0^v \cos \frac{\pi}{2} v^2 dv \dots\dots\dots(2.32)$$

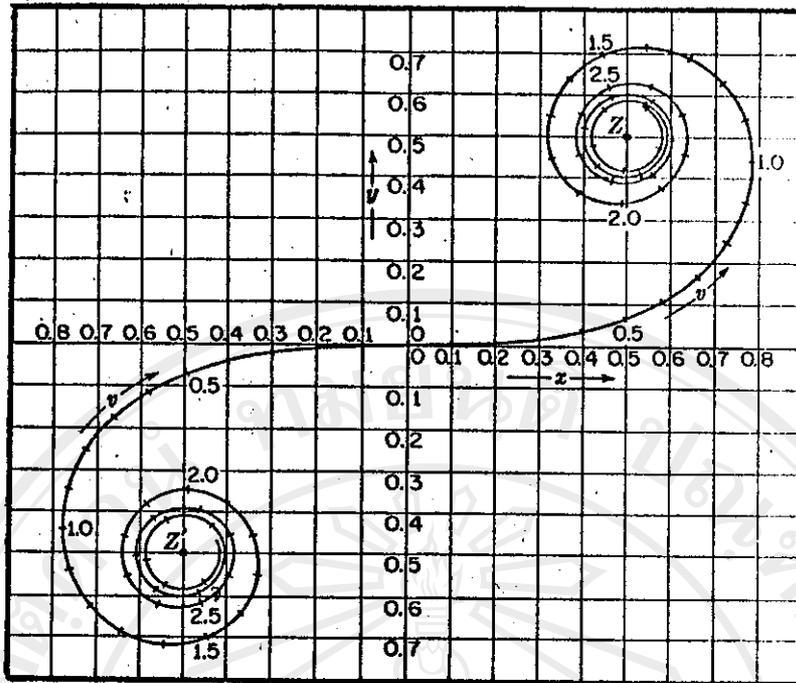
$$y = \int_0^v \sin \frac{\pi}{2} v^2 dv \dots\dots\dots(2.33)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

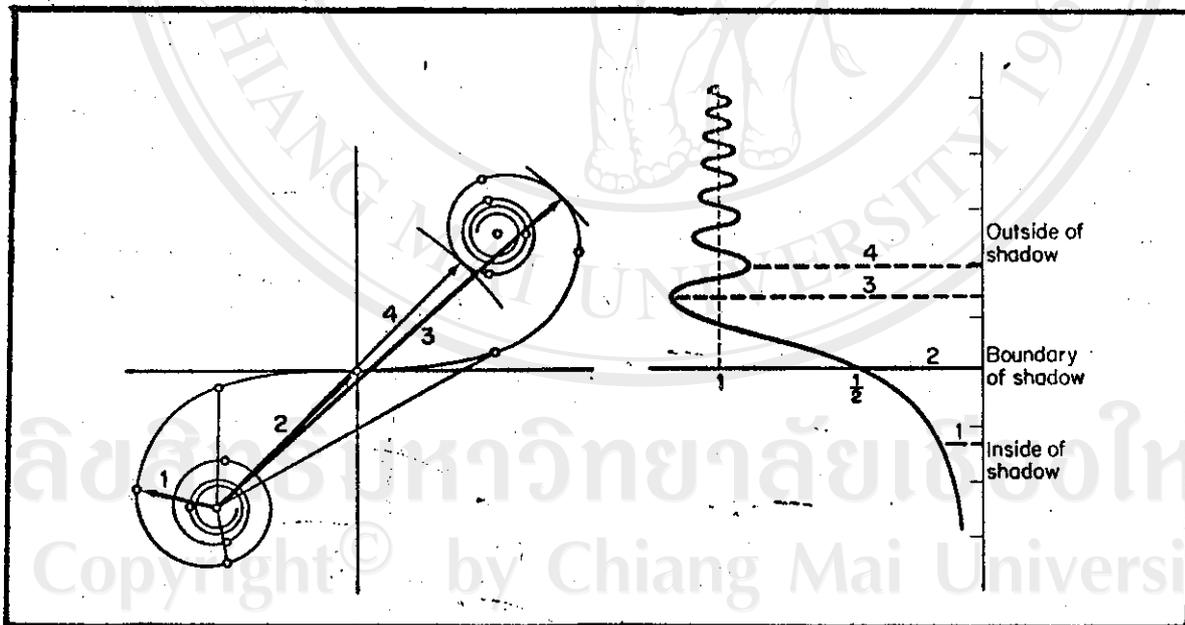
สมการทั้งสองนี้เรียกว่า Fresnel Integrals ซึ่งการแก้สมการนี้จะหาได้จาก (7.8) ทั้งค่า x และ y จะออกมาในรูปของการกระจายเทอมอนุกรมและโคแวลต์หรือตั้งแสดงค่าไว้ในภาคผนวก 1 เมื่อนำค่าในตาราง Fresnel Integrals ไปเขียนตำแหน่ง (x,y) จะได้รูป Cornu's spiral (รูปที่ 2.15) และตำแหน่งปลายของ Fresnel Integrals คือ $v \rightarrow \infty$ บนกราฟคือ $(.5, .5)$ และ $(-.5, -.5)$ ที่จุด Z และ Z' ตามลำดับ



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
 Copyright© by Chiang Mai University
 All rights reserved

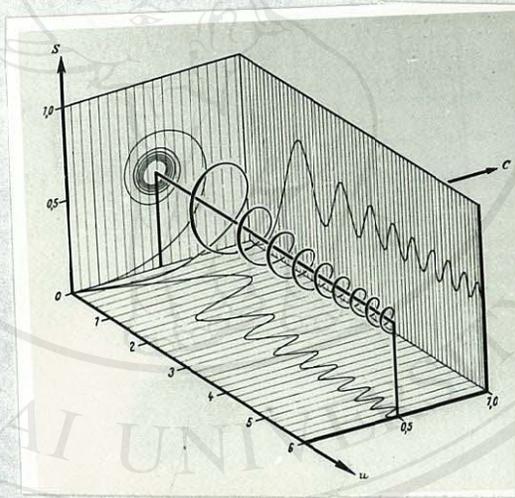


รูปที่ 2.15 Cornu's Spiral ที่เขียนกราฟตามตารางที่
Fresnel Integrals



รูปที่ 2.16 ทางซ้ายแสดงการใช้ความยาวเวกเตอร์ใน Cornu's Spiral
ซึ่งสอดคล้องกับค่าอิมพลีจิกของการเลี้ยวเบนแบบ Fresnel ของขอบวัตถุ
ส่วนทางขวาเป็นกราฟที่เขียนแสดงความสัมพันธ์ตามค่าอิมพลีจิก กับค่า v
ที่ตำแหน่งต่างๆ

เนื่องจาก Fresnel Integrals เป็นฟังก์ชันที่บรรยายพฤติกรรมของการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล ซึ่งทั้ง x และ y จะเป็นตัวแปรค่าตามค่า v ถ้าพิจารณาให้เต็มรูปของฟังก์ชันทั้งสองนี้จะดูความสัมพันธ์ได้จากรูปที่ 2.17 และ ค่าในตาราง Fresnel Integrals ดังนั้น เราจึงสามารถใช้ทั้งค่าในตาราง Fresnel Integrals และความยาวของคอร์คินใน Cornu's spiral บรรยายพฤติกรรมของการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลได้



รูปที่ 2.17 รูปแสดงความสัมพันธ์ของค่า v, x และ y ตาม (2.32) และ (2.33)