บทที่ 1

บทนำ

(Introduction)

คณิตศาสตร์ในปัจจุบันได้เจริญขึ้นอย่างรวดเร็ว เพราะได้มีการศึกษากันอย่างกว้างขวาง จุดคงที่ของฟังชั่น (Fixed points of function) ก็เป็นเรื่องหนึ่งซึ่งเป็นที่สนใจของนักคณิตศาสตร์ สำหรับการศึกษาเรื่องนี้มีทฤษฎีที่มีชื่อเสียงและเป็นที่รู้จักคือ ทฤษฎีคอนแทรกชั่นของบานัค (Banach's contraction theorem) ซึ่งได้กล่าวไว้ว่า ฟังชั่น F บนคอมพลีทเมตริกสเปซ (Complete metric space) (X, d) ไปยังคอมพลีทเมตริกสเปซ (X, d) ถ้าเป็นคอนแทรกชั่น (Contraction) โดยมีจำนวนจริง $\lambda \in [0,1)$ ซึ่ง $d(F(x), F(y)) \leq \lambda\, d(x, y)$ สำหรับทุก ๆ $x, y \in X$ แล้วจะมี $x_0 \in X$ โดยที่ x_0 เป็นสมาชิกตัวหนึ่งและตัวเดียว (Unique) ซึ่งทำให้ $F(x_0) = x_0$ ในการศึกษานี้จะพิจารณาในกรณีที่ (X, d) เป็นคอมพลีทเซมิ-เมตริกสเปซ , (Complete semi-metric space)

ในบทที่ 2 จะเป็นการทบทวนนิยามและทฤษฎีที่สำคัญของ Mathematical analysis เกี่ยวกับคอมพลีทเมตริกสเปซ และคอมพลีทเซมิ - เมตริกสเปซ เช่น R และ ${}^{n}C_{[a,b]}$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ในบทที่ 3 แสดงวิธีการพิสูจน์ทฤษฎีคอนแทรกชั่นของบานัคเมื่อ (X, d) เป็นคอมพลีทเซมิ-เมตริกสเปซเปรียบเทียบกับเมื่อ (X, d) เป็นคอมพลีทเมตริกสเปซ

ในบทที่ 4 เป็นการพิสูจน์ทฤษฎีที่สำคัญเกี่ยวกับจุดคงที่ในเซมิ-เมตริกสเปซในกรณีทั่ว ๆ ไป โดยการนำทฤษฎีของบานัคคอนแทรกชั่นมาเพิ่มเติมให้เป็นในกรณีทั่ว ๆ ไป เป็นต้นว่าหาความสัมพันธ์ของ $\alpha(d)$ กับ d โดยที่ $\alpha(d)$ เป็นฟังชั่นลดลง (decreasing function) ของ d และเพิ่มเติมให้มีฟังชั่นจากเดิมคือ F มาเป็น F_1 และ F_2 โดยการสร้างเงื่อนไขมาประกอบที่ว่า ถ้ามี M เป็นสับเซทของ X และจุด $x_0 \varepsilon M$ ซึ่ง $2d(x_0, F_1(x_0)) + d(F_1(x_0), F_1F_2(x)) \leq d(x_0, F_i(x))$ สำหรับทุก ๆ $x \varepsilon X - M$, $i = 1, 2$ และ $F_1F_2 = F_2F_1$ เป็นต้น.

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved