

พีชคณิตของประพจน์ (Algebra of Statement)

2.1 ประพจน์และค่าความจริง (Statements and Truth Values)

จุดมุ่งหมายในการศึกษาวิชาตรรกศาสตร์ เพื่อศึกษาหลักเกณฑ์ของการที่จะให้เหตุผลที่ถูกต้องหรือการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล และเพื่อให้สามารถแยกความถูกต้องออกจากความไม่ถูกต้องในการให้เหตุผล ดังนั้น ในวิชาตรรกศาสตร์จึงเลือกใช้เฉพาะประโยคที่สามารถบอกได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จเพียงอย่างเดียวเท่านั้น (ในสถานการณ์หนึ่งหรือเมื่ออยู่ในสถานการณ์ที่เหมาะสม)

จากกฎ Excluded middle ของอริสโตเติล ความจริงกับความเท็จเป็นสิ่งที่ตรงข้ามกัน ดังนั้น ในสถานการณ์หนึ่งบนสมมติฐานของความเป็นจริง ถ้าประโยคหนึ่งเป็นจริง ประโยคเดียวกันนี้ก็เป็นเท็จในสถานการณ์นี้ไม่ได้ ในทำนองเดียวกัน ถ้าประโยคหนึ่งเป็นเท็จในสถานการณ์หนึ่ง ประโยคนี้จะเป็นจริงในสถานการณ์เดียวกันนี้ไม่ได้ เราเรียกประโยคเหล่านี้ซึ่งใช้ในวิชาตรรกศาสตร์ว่าเป็น ประพจน์ (Statement) ในสถานการณ์ที่ต่างกันหรือเหตุการณ์ที่ต่างกัน ประพจน์เดียวกัน อาจจะเป็นจริงในเหตุการณ์หนึ่ง และเป็นเท็จในอีกเหตุการณ์หนึ่งได้

ตัวอย่างที่ 1 สมมติให้ประพจน์ต่อไปนี้เป็นจริง

ก. แมวเป็นสัตว์เลี้ยงลูก

ข. $2 + 5 = 8$

ค. ฝนกำลังตก

จากสมมติฐานเราสรุปได้ว่า

ก. แมวเป็นสัตว์เลี้ยงลูก เป็นจริง

ข. $2 + 5 = 8$ เป็นจริง

ค. ฝนกำลังตก เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 2 สมมติให้ประพจน์ต่อไปนี้เป็นเท็จ

ก. แมวเป็นสัตว์สี่เท้า

ข. $2 + 5 = 8$

ค. ฝนกำลังตก

จากสมมติฐานเราสรุปได้ว่า

ก. แมวเป็นสัตว์สี่เท้า เป็นเท็จ

ข. $2 + 5 = 8$ เป็นเท็จ

ค. ฝนกำลังตก เป็นเท็จ

ในกรณีทั่วไป เมื่อไม่มีการกำหนดสมมติฐานของเหตุการณ์ที่กล่าวถึง ให้พิจารณา
ค่าความจริง (Truth Value) ของแต่ละประพจน์ โดยถือค่าความจริงตามความเป็นจริง
ทั้งตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3

ก. แมวเป็นสัตว์สี่เท้า

ข. $2 + 5 = 8$

ค. ฝนกำลังตก

พิจารณาค่าความจริงของประพจน์

ก. แมวเป็นสัตว์สี่เท้า เป็นจริง

ข. $2 + 5 = 8$ เป็นเท็จ

ค. ฝนกำลังตก เป็นจริงหรือเท็จขึ้นอยู่กับอากาศขณะที่พัก

ตัวอย่างประโยคที่เป็นประพจน์

ก. $3 + 3 = 6$

ข. ฝนกำลังตก

ค. 2 หาร 8 ไตลงตัว

ง. ๗ เป็นจำนวนคี่

จ. สิ่งมีชีวิตทุกชนิดต้องตาย

ฉ. มีจำนวนจริงบางจำนวนบวกกับ 8 แล้วมีค่า 12

ประพจน์จากตัวอย่างเหล่านี้มีชื่อเรียกว่า ประพจน์เชิงเดี่ยว (Simple statement)

ตัวอย่างประโยคที่ไม่ใช่ประพจน์

- ก. โชคดี
- ข. โปรดเปิดประตู
- ค. ท่านเรียนคณิตศาสตร์เพื่ออะไร
- ง. ท่านนายกรัฐมนตรีและภริยา
- จ. จงหาค่าของ $8 \times 3 + 5$
- ฉ. เขาเป็นนักคณิตศาสตร์
- ช. จะไปกี่วันไปซะ

ต่อไปนี้จะใช้อักษรโรมัน P, Q, R, S, ... เขียนเป็นสัญลักษณ์แทนประพจน์ เช่น

P แทน แมวเป็นสัตว์สี่เท้า

Q แทน $2 + 5 = 8$

R แทน ฝนกำลังตก

ดังนั้น ค่าความจริงของ P, Q และ R จึงขึ้นอยู่กับค่าความจริงของประพจน์ที่จะมาแทนเป็นสำคัญ เช่น

จากตัวอย่างที่ 1 สรุปได้ว่า P, Q และ R มีค่าความจริงเป็นจริง

จากตัวอย่างที่ 2 สรุปได้ว่า P, Q และ R มีค่าความจริงเป็นเท็จ

และจากตัวอย่างที่ 3 สรุปได้ว่า P มีค่าความจริงเป็นจริง Q มีค่าความจริงเป็นเท็จ ส่วนค่าความจริงของ R ขึ้นอยู่กับค่าความจริงของประพจน์ขณะที่มาแทน

2.2 ตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์ (Logical connective) และสัญลักษณ์ทางตรรกศาสตร์ (Logical symbols)

ในการโต้แย้งเพื่อให้เหตุผลในชีวิตประจำวันหรือในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เราจะพบประพจน์ที่เกิดขึ้นใหม่ ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปจากประพจน์เดิม แต่อาศัยประพจน์เดิมเป็นส่วนประกอบ เช่น จากประพจน์ที่ว่า

นายมารวยกว่านายมี

และ นายมาเป็นเศรษฐี

เราอาจจะพบประพจน์ใหม่ดังนี้

ก. นายมาไม่รวยกว่านายมี

ข. นายมารวยกว่านายมีและนายมาเป็นเศรษฐี

ค. นายมารวยกว่านายมีหรือนายมาเป็นเศรษฐี

ง. ถ้านายมารวยกว่านายมีแล้วนายมาเป็นเศรษฐี

จ. นายมารวยกว่านายมีก็ต่อเมื่อนายมาเป็นเศรษฐี

ประพจน์ทั้ง 5 ชนิดนี้ เรียกว่า ประพจน์เชิงซ้อนหรือประพจน์ผสม (Compound Statement หรือ Composite Statement)

คำพื้นฐานที่เชื่อมข้อความทั้ง 5 นี้ เรียกว่า "ตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์ (Logical Connectives) โดยจะใช้สัญลักษณ์ทางตรรกศาสตร์ (Logical Symbols) ต่อไปนี้แทน

ก. ไม่ หรือ ไม่ใช่ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ " $\sim$ "

ข. และ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ " $\wedge$ "

ค. หรือ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ " $\vee$ "

ง. ถ้า ... แล้ว ... เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ " $\rightarrow$ "

จ. ก็ต่อเมื่อ ... เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ " $\leftrightarrow$ "

ให้ P และ Q แทนประพจน์ใด ๆ

ดังนั้น $\sim P$ อ่านว่า ไม่ใช่ P
 $P \wedge Q$ อ่านว่า P และ Q
 $P \vee Q$ อ่านว่า P หรือ Q
 $P \rightarrow Q$ อ่านว่า ถ้า P แล้ว Q
 $P \leftrightarrow Q$ อ่านว่า P ก็ต่อเมื่อ Q

เมื่อมีประพจน์มากขึ้น เราจะให้นิยามประพจน์เชิงซ้อนทั้ง 5 ดังนี้

ก. Negation คือ ประพจน์เชิงซ้อนที่เกิดจากการใช้ตัวเชื่อม "ไม่"

เช่น Negation ของ P คือ $\sim P$

ข. Conjunction คือ ประพจน์เชิงซ้อนที่เกิดจากการใช้ตัวเชื่อม "และ"

เช่น Conjunction ของ P และ Q คือ $P \wedge Q$

ค. Disjunction คือ ประพจน์เชิงซ้อนที่เกิดจากการใช้ตัวเชื่อม "หรือ"

เช่น Disjunction ของ P และ Q คือ $P \vee Q$

ง. Conditional คือ ประพจน์เชิงซ้อนที่เกิดจากการใช้ตัวเชื่อม

"ถ้า ... แล้ว ..." เช่น Conditional ของ P และ Q คือ $P \rightarrow Q$

จ. Biconditional คือ ประพจน์เชิงซ้อนที่เกิดจากการใช้ตัวเชื่อม

"... ก็ต่อเมื่อ ..." เช่น Biconditional ของ P และ Q คือ $P \leftrightarrow Q$

ตัวอย่าง ให้ P แทน นายมารวยกวานายมี

Q แทน นายมาเป็นเศรษฐี

เราจะแสดงแบบแผนของประพจน์เชิงซ้อนทั้ง 5 พร้อมด้วยประโยคตัวอย่างดังนี้

ชื่อประพจน์	แบบแผน	ตัวอย่าง
Negation	$\sim P$	นายมาไม่รวยกวานายมี
Conjunction	$P \wedge Q$	นายมารวยกวานายมีและนายมาเป็นเศรษฐี
Disjunction	$P \vee Q$	นายมารวยกวานายมีหรือนายมาเป็นเศรษฐี
Conditional	$P \rightarrow Q$	ถ้านายมารวยกวานายมีแล้วนายมาเป็นเศรษฐี
Biconditional	$P \leftrightarrow Q$	นายมารวยกวานายมีก็ต่อเมื่อนายมาเป็นเศรษฐี

ค่าความจริงของประพจน์เชิงซ้อนและตารางข้อเท็จจริง

ประพจน์เชิงซ้อนแต่ละประพจน์จะมีความจริง เป็นจริง (T) หรือเป็นเท็จ (F) เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น ประพจน์เชิงซ้อนเดียวกันนี้อาจจะเป็นจริงและเป็นเท็จในเหตุการณ์เดียวกันได้ ทั้งนี้ ค่าความจริงของประพจน์เชิงซ้อน ขึ้นอยู่กับค่าความจริงของประพจน์เชิงเดี่ยวซึ่งเป็นตัวประกอบ (Component) ของประพจน์เชิงซ้อนนั้น

ต่อไปจะพิจารณาประพจน์ต่าง ๆ และสรุปเป็นข้อตกลงในเรื่องค่าความจริงของประพจน์เชิงซ้อนดังนี้

Conjunction

จงพิจารณาเหตุการณ์ต่อไปนี้

สมมติว่าบริษัทแห่งหนึ่งต้องการคนงานซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้ "ต้องเป็นผู้ชาย และสูงอย่างน้อย 170 เซนติเมตร" ลองพิจารณามุคคลที่สมัครงานกับบริษัทนี้

1. นายแดงสูง 169 เซนติเมตร
2. นางคำสูง 150 เซนติเมตร
3. นางสาวเขียวสูง 171 เซนติเมตร
4. นายขาวสูง 181 เซนติเมตร

บุคคลทั้ง 4 นี้ นายขาวคนเดียวเท่านั้นที่จะได้ทำงานกับบริษัทนี้

จากตัวอย่างข้างบนนี้ จะเห็นว่าข้อความที่เชื่อมด้วย "และ" นั้น จะต้องมีความสมบัติถูกต้องทั้ง 2 ประการ จึงจะเป็นไปได้หรือเป็นจริงในเงื่อนไขที่กำหนด ถ้าถูกต้องเพียงประการเดียวหรือไม่ถูกต้องทั้ง 2 ประการเลย ก็จะเป็นไปไม่ได้หรือเป็นเท็จในเงื่อนไขที่กำหนด ต่อไปเราอาจจะพิจารณาเหตุการณ์อื่น ๆ โดยใช้ตัวเชื่อม "และ" และสรุปผลเป็นข้อตกลง (Assumption) ดังนี้ คือ

ให้ P และ Q แทนประพจน์ใด ๆ

ก. P เป็นจริง และ Q เป็นจริง จะได้ $P \wedge Q$ เป็นจริง

ข. P เป็นจริง และ Q เป็นเท็จ จะได้ $P \wedge Q$ เป็นเท็จ

ค. P เป็นเท็จ และ Q เป็นจริง จะได้ $P \wedge Q$ เป็นเท็จ

ง. P เป็นเท็จ และ Q เป็นเท็จ จะได้ $P \wedge Q$ เป็นเท็จ

เรานิยมใช้ "T" แทนค่าว่าเป็นจริง (True)

"F" แทนค่าว่าเป็นเท็จ (False)

ดังนั้น จากความในข้อ ก, ข, ค และ ง พอจะสรุปเป็นรูปตาราง

ได้ดังนี้

P	Q	$P \wedge Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

Disjunction

จงพิจารณาเหตุการณ์ต่อไปนี้

นางสาวรจนาได้ตั้งเงื่อนไขเกี่ยวกับการแต่งงานของเธอว่า "เธอจะแต่งงานกับคนที่หล่อหรือรวยเท่านั้น" ลองพิจารณาชายที่มาชอบเธอดังนี้

1. นายคำเป็นคนรูปหล่อแต่ไม่รวย
2. นายแดงเป็นคนรูปไม่หล่อแต่รวย
3. นายเงาะเป็นคนรูปหล่อและรวย
4. นายขาวเป็นคนรูปไม่หล่อและไม่รวย

จากตัวอย่างข้างต้นนี้จะเห็นได้ว่า นายคำ นายแดง และนายเงาะ มีโอกาสแต่งงานกับนางสาวรจนา แต่นายขาวไม่มีโอกาสเลย นั่นคือประพจน์ที่เชื่อมด้วย "หรือ" นั้นเป็นจริงเพียงประพจน์ใดประพจน์หนึ่งหรือทั้งสองประพจน์เลย ยอมรับเป็นจริง (T) หรือยอมรับเป็นไปไม่ได้ ถ้าเราพิจารณาเหตุการณ์ที่เชื่อมด้วย "หรือ" ก็จะได้เช่นกัน เราจึงสรุปเป็นข้อตกลงได้ว่า

ให้ P และ Q เป็นประพจน์

ก. P เป็นจริง หรือ Q เป็นจริง จะได้ $P \vee Q$ เป็นจริง

ข. P เป็นจริง หรือ Q เป็นเท็จ จะได้ $P \vee Q$ เป็นจริง

ค. P เป็นเท็จ หรือ Q เป็นจริง จะได้ $P \vee Q$ เป็นจริง

ง. P เป็นเท็จ หรือ Q เป็นเท็จ จะได้ $P \vee Q$ เป็นเท็จ

ดังนั้น จากข้อความ ก, ข, ค และ ง เขียนเป็นตารางได้ดังนี้

P	Q	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Conditional

จงพิจารณาเหตุการณ์ต่อไปนี้

การทำสัญญากู้เงินจากธนาคาร มีข้อตกลงดังนี้ "ถ้าลูกค้ากู้เงินธนาคาร
ไปครบ 1 ปีแล้ว ลูกค้าต้องนำเงินมาชำระธนาคารคืนทั้งหมด"

ลองพิจารณาลูกค้าที่กู้เงินของธนาคารนี้

1. นาย ก. ครบ 1 ปี นำเงินมาชำระธนาคารทั้งหมด
2. นาย ข. ครบ 1 ปี ยังไม่มีเงินไปชำระธนาคาร
3. นาย ค. กู้ได้ 6 เดือน นำเงินมาชำระธนาคารทั้งหมด
4. นาย ง. กู้ได้ 6 เดือน ยังไม่มีเงินไปชำระธนาคาร

จากตัวอย่างข้างบนนี้จะเห็นได้ว่า นาย ข. ผิดสัญญากับธนาคารคนเดียว
แสดงว่าประพจน์ที่เชื่อมด้วย "ถ้า ... แล้ว ..." มีประพจน์แรกเป็นจริง ประพจน์หลัง
เป็นจริง หรือประพจน์แรกเป็นเท็จ ประพจน์หลังเป็นจริงหรือเท็จ ย่อมเป็นเหตุการณ์ที่
เป็นไปได้หรือเป็นจริง (T) ประพจน์แรกเรียกว่า เงื่อนไขเพียงพอ (Sufficient

condition) ประพจน์หลังเรียกว่า เงื่อนไขจำเป็น (Necessary condition)

ถ้าเราพิจารณาเหตุการณ์ที่เชื่อมด้วย "ถ้า ... แล้ว ..." ก็จะได้เช่นกัน เราจึงสรุปเป็นข้อตกลงได้ว่า

ให้ P และ Q เป็นประพจน์ใด ๆ

ก. ถ้า P เป็นจริง แล้ว Q เป็นจริง จะได้ $P \rightarrow Q$ เป็นจริง

ข. ถ้า P เป็นจริง แล้ว Q เป็นเท็จ จะได้ $P \rightarrow Q$ เป็นเท็จ

ค. ถ้า P เป็นเท็จ แล้ว Q เป็นจริง จะได้ $P \rightarrow Q$ เป็นจริง

ง. ถ้า P เป็นเท็จ แล้ว Q เป็นเท็จ จะได้ $P \rightarrow Q$ เป็นจริง

ดังนั้น จากข้อความ ก, ข, ค และ ง เขียนเป็นตารางได้ดังนี้

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Biconditional

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

"ABC เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าก็ต่อเมื่อสามเหลี่ยม ABC มีมุมทั้งสาม

เท่ากัน"

พิจารณาสามเหลี่ยมต่อไปนี้

1. PQR เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าและมีมุมทั้งสามเท่ากัน
2. DEF เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าและมีมุมทั้งสามไม่เท่ากัน
3. HIK เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าและมีมุมทั้งสามเท่ากัน
4. XYZ ไม่เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าและมีมุมทั้งสามไม่เท่ากัน

จากตัวอย่างข้างบนนี้จะเห็นได้ว่า ในข้อ 1 และข้อ 4 เป็นค่ากล่าวที่เป็นไปได้หรือเป็นจริง (T) นั่นคือ ประพจน์ที่เชื่อมด้วย "... ก็ต่อเมื่อ ..." ต้องเป็นประพจน์ที่เป็นจริงทั้งคู่หรือไม่จริงทั้งคู่ จึงเป็นไปไม่ได้หรือเป็นจริง ถ้าเราพิจารณาเหตุการณ์อื่น ที่เชื่อมด้วย "... ก็ต่อเมื่อ ..." ก็เช่นกัน เราจึงสรุปเป็นข้อตกลงได้ว่า

ให้ P และ Q เป็นประพจน์

- ก. P เป็นจริง ก็ต่อเมื่อ Q เป็นจริง จะได้ $P \leftrightarrow Q$ เป็นจริง
- ข. P เป็นจริง ก็ต่อเมื่อ Q เป็นเท็จ จะได้ $P \leftrightarrow Q$ เป็นเท็จ
- ค. P เป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ Q เป็นจริง จะได้ $P \leftrightarrow Q$ เป็นเท็จ
- ง. P เป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ Q เป็นเท็จ จะได้ $P \leftrightarrow Q$ เป็นจริง

ดังนั้น จากข้อความ ก, ข, ค และ ง เขียนเป็นตารางได้ดังนี้

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Negation

จงพิจารณาประพจน์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $1 + 2 = 4$

2. $1 + 2 \neq 4$

3. สมชาติเป็นนักเรียน

4. สมชาติไม่เป็นนักเรียน

5. $x \neq y$

6. $x = y$

จากข้อ 1 และ 2 จะพบว่า ถ้าเราสมมติให้ $1 + 2 = 4$ เป็นจริง แล้ว $1 + 2 \neq 4$ จะเป็นเท็จ และถ้าเรายอมรับว่า $1 + 2 = 4$ เป็นเท็จ แล้ว $1 + 2 \neq 4$ จะเป็นจริง หรือจากข้อ 3 และ 4 ถ้าเราสมมติให้ประพจน์ "สมชาติเป็นนักเรียน" เป็นจริง แล้วประพจน์ "สมชาติไม่เป็นนักเรียน" จะเป็นเท็จ และถ้า "สมชาติเป็นนักเรียน" เป็นเท็จ แล้วประพจน์ "สมชาติไม่เป็นนักเรียน" จะเป็นจริง ในทำนองเดียวกัน ข้อ 5 และ 6 ก็สามารถหาค่าความจริงได้เช่นกัน ดังนั้น เราอาจจะพิจารณาหาความจริงของ negation จากประพจน์อื่น ๆ และสรุปเป็นข้อตกลงดังนี้ คือ

ให้ P เป็นประพจน์ และ negation ของประพจน์แทนด้วย $\sim P$

ก. P เป็นจริง จะได้ $\sim P$ เป็นเท็จ

ข. P เป็นเท็จ จะได้ $\sim P$ เป็นจริง

จากข้อ ก และ ข จะสรุปเป็นรูปตารางได้ดังนี้

P	$\sim P$
T	F
F	T

ตัวอย่าง กำหนดค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ให้เป็นไปตามความจริงที่ยอมรับโดยทั่วไป

P แทน คนมี 2 ขา

Q แทน งูมีสี่ขา

R แทน ชาวไม่มีปีก

S แทน หนูมีปีก

จงหาค่าความจริงของประพจน์เชิงซ้อนต่อไปนี้

ก. $P \vee Q$

ข. $P \wedge \sim R$

ค. $Q \rightarrow \sim S$

$$\text{ง. } \sim P \rightarrow \sim Q$$

$$\text{จ. } S \leftrightarrow R$$

วิธีทำ จากสมมติฐานที่กำหนดให้จะได้

P เป็นจริง (T)

Q เป็นเท็จ (F)

R เป็นจริง (T)

S เป็นเท็จ (F)

1. แสดงค่าความจริงของ $P \vee Q$ ได้ดังนี้

เนื่องจาก P เป็นจริง และ Q เป็นเท็จ ดังนั้น จากการวางสรุปของ

Disjunction จะได้ $P \vee Q$ เป็นจริง

หรืออาจจะแสดงเป็นแบบแผนได้ดังนี้

$$P \vee Q$$

$$\begin{array}{cc} T & F \\ & \vee \\ & T \end{array}$$

2. แสดงค่าความจริงของ $P \wedge \sim R$ ทำได้ดังนี้

$$P \wedge \sim R$$

$$\begin{array}{cc} T & F \\ & \wedge \\ & F \end{array}$$

ดังนั้น $P \wedge \sim R$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

3. แสดงค่าความจริงของ $Q \rightarrow \sim S$ ได้ดังนี้

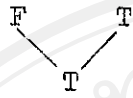
$$Q \rightarrow \sim S$$

$$\begin{array}{cc} T & T \\ & \rightarrow \\ & T \end{array}$$

ดังนั้น $Q \rightarrow \sim S$ มีค่าความจริงเป็นจริง

4. แสดงค่าความจริงของ $\sim P \rightarrow \sim Q$ ได้ดังนี้

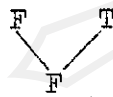
$$\sim P \rightarrow \sim Q$$



ดังนั้น $\sim P \rightarrow \sim Q$ มีค่าความจริงเป็นจริง

5. แสดงค่าความจริงของ $S \leftrightarrow R$ ทำได้ดังนี้

$$S \leftrightarrow R$$



ดังนั้น $S \leftrightarrow R$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แบบฝึกหัด

1. จงสำรวจค่ากลางที่กำหนดให้ต่อไปนี้ว่าเป็นประพจน์หรือไม่

ก. นักเรียนทุกคนต้องเข้านอนเวลา 4 ทุ่มตรง

ข. บิคาของสมศักดิ์มีอาชีพอะไร

ค. สมศรีตื่นสายทุกวัน

ง. วันนี้ณัฏฐะมี 28 องศาเซลเซียส

จ. ขอให้คุณจงโชคก็

ฉ. $3x \geq 5$

ช. คุณไปไต่เงินนี้มาจากไหน

ซ. ฟารอง

ณ. เธอเป็นคนจีน

ญ. สมพงษ์เป็นคนจีน

2. จงทำตามเงื่อนไขต่อไปนี้

- ก. จงเขียนประโยคที่เป็นประพจน์มา 10 ประพจน์
- ข. เขียนสัญลักษณ์แทนประพจน์ในข้อ ก.
- ค. นำสัญลักษณ์ในข้อ ข. มาสร้างประพจน์เชิงซ้อนทั้ง 5 ชนิด ชนิดละ 1 ตัวอย่าง
ในรูปสัญลักษณ์
- ง. จงเปลี่ยนสัญลักษณ์ในข้อ ค. ให้เป็นคำกล่าว
- จ. บอกชนิดของประพจน์เชิงซ้อนในข้อ ง.

3. จงสร้างคำกล่าวแทนสัญลักษณ์ที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้ และบอกควยว่าสัญลักษณ์แต่ละตัว
แทนคำกล่าวอะไร

- ก. $\sim P$
- ข. $P \wedge Q$
- ค. $P \rightarrow R$
- ง. $\sim R \leftrightarrow S$
- จ. $\sim Q \vee \sim S$
- ฉ. $\sim (P \vee R)$

4. กำหนดให้

P แทน วันนี้เป็นวันจันทร์

Q แทน ไปด้วยไปโรงเรียน

R แทน วันนี้ฝนตก

S แทน วันนี้ฟ้ามีค

จงเปลี่ยนสัญลักษณ์ต่อไปนี้ให้เป็นคำกล่าว

- ก. $P \wedge Q$
- ข. $R \vee S$
- ค. $P \rightarrow R$

ง. $P \leftrightarrow Q$

จ. $\sim R \rightarrow S$

ฉ. $P \leftrightarrow \sim S$

ช. $(P \wedge Q) \rightarrow R$

ซ. $(P \vee R) \rightarrow S$

ณ. $Q \rightarrow (R \wedge S)$

ญ. $Q \rightarrow (\sim S \vee R)$

5. จงเปลี่ยนประพจน์เชิงประกอบต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์และหาค่าความจริงของประพจน์เชิงประกอบเหล่านี้

ก. $3 + 5 = 15$ และ $3 \cdot 5 = 15$

ข. ถ้า $1 + 3 = 5$ แล้ว $1 + 3 = 6$

ค. 2 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 3 เป็นจำนวนคู่

ง. $2 > 3$ หรือ $2 \leq 3$

จ. ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันตก ก็ต่อเมื่อ โลกนี้แบน

6. จงหาค่าความจริงของประพจน์เชิงประกอบ จากตารางที่กำหนดให้

P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$\sim P \wedge \sim Q$	$P \rightarrow \sim Q$	$(\sim P \wedge \sim Q) \leftrightarrow (P \rightarrow \sim Q)$
T	T					
T	F					
F	T					
F	F					

7. จงพิจารณาความจริงของประพจน์เชิงประกอบแต่ละคู่ต่อไปนี้ ว่ามีความจริงเหมือนกัน
ทุกกรณีหรือไม่

ก. $P \wedge Q, Q \wedge P$

ข. $P \rightarrow Q, Q \rightarrow P$

ค. $P \vee Q, Q \vee P$

ง. $P \leftrightarrow Q, Q \leftrightarrow P$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved