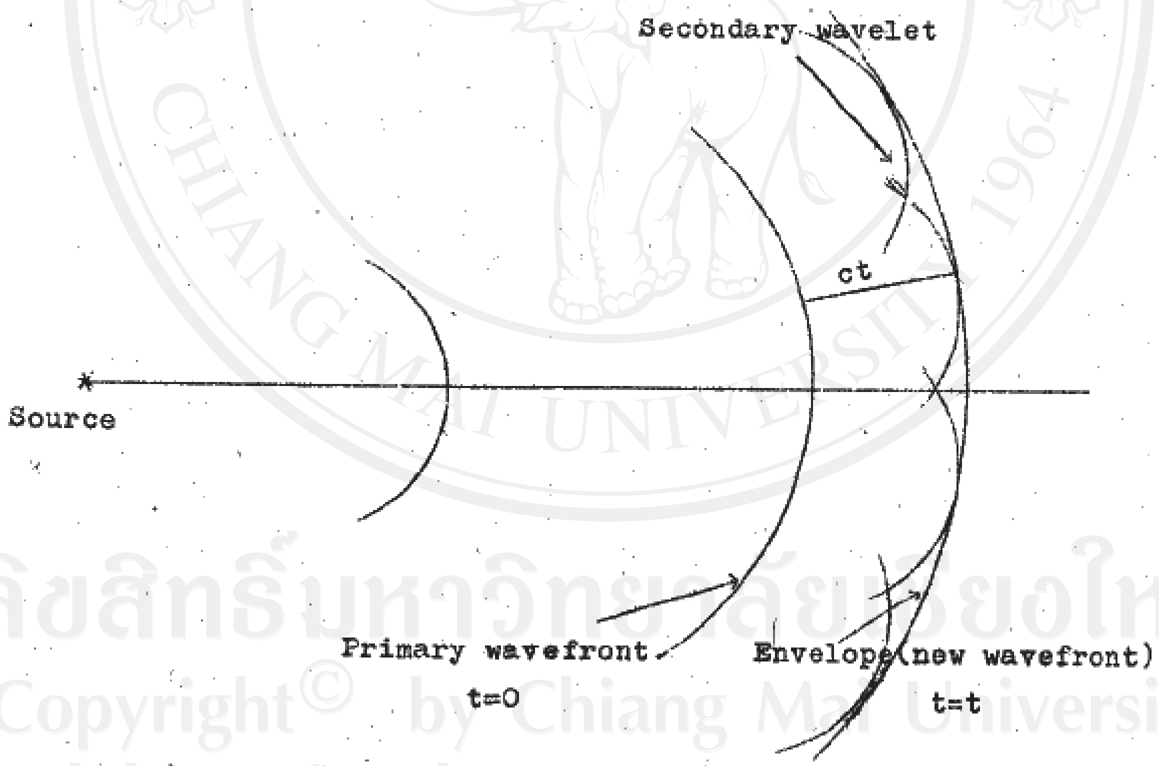
บทที่ 2
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 หลักการของฮอยเกน

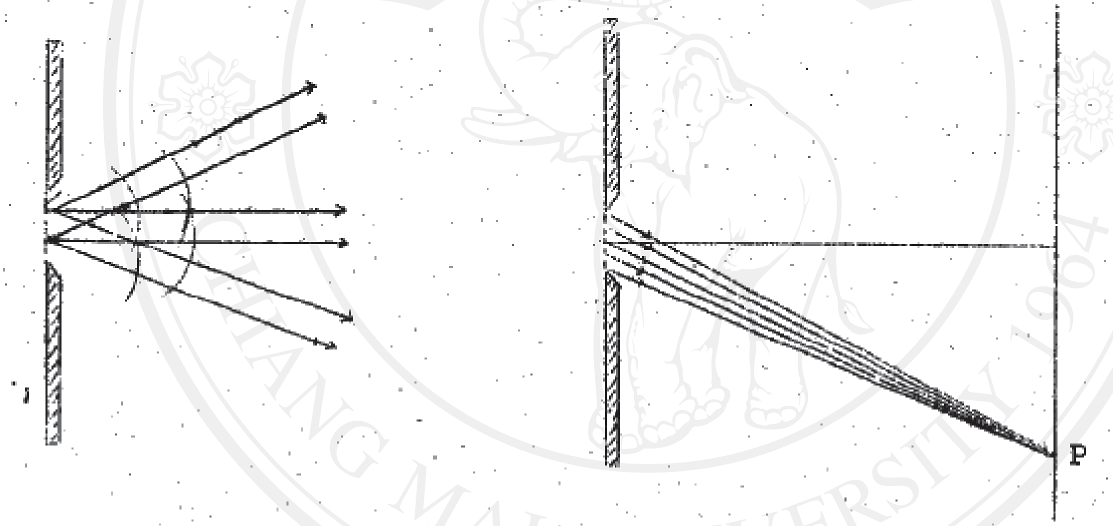
ฮอยเกนถือว่าแสงเป็นคลื่น โดยคลื่นเคลื่อนที่ออกไปจากต้นกำเนิดแสงในลักษณะของคลื่นทรงกลม (Spherical wave) เมื่อพิจารณาผิวหน้าคลื่นทรงกลม (Spherical wavefront) ที่แผ่ออกไปรอบแหล่งกำเนิดแสงสีเดียว (monochromatic light source) จะได้ว่า ณ ทุก ๆ จุดบนผิวหน้าคลื่นทรงกลมจะประพฤติตัวเป็นต้นกำเนิดแสงทุติยภูมิ (Secondary source) แล้วส่งคลื่นทุติยภูมิ (Secondary wavelet) ออกไปทุกทิศทางเช่นเดียวกับแหล่งกำเนิดแสงปฐมภูมิ (Primary source) ในขณะใดขณะหนึ่ง ตำแหน่งใหม่ของหน้าคลื่นจะเป็นผิวสัมผัสกับลูกคลื่นทุติยภูมิหรือที่เรียกว่ากรอบ (Envelope)[5] ตามรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แสดงการแผ่รังสีของคลื่นแสงตามหลักของฮอยเกน

2.2 การเลี้ยวเบนของแสง

การเลี้ยวเบนของแสงเป็นปรากฏการณ์ที่แสงเลี้ยวออกจากสิ่งกีดขวางเช่น ขอบของร่อง ขอบของรูเข็ม ซึ่งปรากฏการณ์นี้ทฤษฎีแสงในเชิงเรขาคณิต (Geometrical optics) ไม่สามารถอธิบายได้ แต่ตามทฤษฎีของคลื่นแสงสามารถอธิบายได้ เฟรสเนลได้นำเอาหลักการของฮอยเกนและหลักการแทรกสอด (Interference) ของคลื่นมารวมกัน สำหรับใช้อธิบายปรากฏการณ์การเลี้ยวเบนของแสง โดยอธิบายว่าการเลี้ยวเบนเกิดจากคลื่นทุติยภูมิของฮอยเกนเกิดการแทรกสอดซึ่งกันและกัน[5]



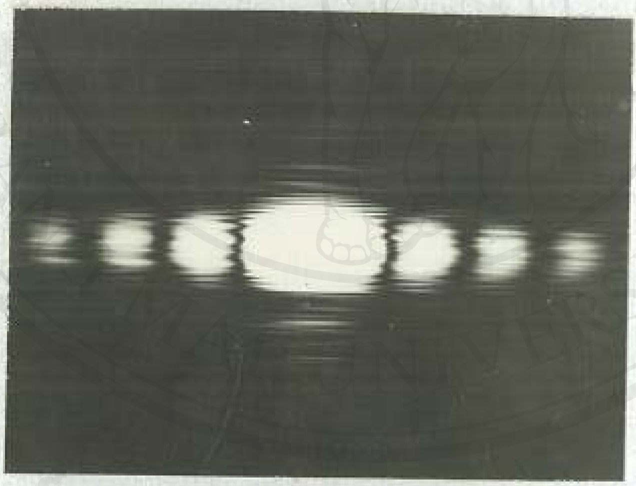
(ก) (ข)

รูปที่ 2.2 แสดงลักษณะของการเลี้ยวเบนของแสงเมื่อผ่านช่องแคบ

จากหลักการของฮอยเกนเมื่อแสงผ่านช่องแคบทุก ๆ จุดของผิวหน้าคลื่นที่ผ่านช่องแคบจะกลายเป็นแหล่งให้กำเนิดลูกคลื่นทุติยภูมิออกไป และคลื่นทุติยภูมิเหล่านี้จะเกิดการแทรกสอดซึ่งกันและกัน (รูปที่ 2.2 ก) ถ้าใช้ฉากรับแสงที่ผ่านช่องแคบ ความเข้มของแสง ณ จุดใดๆบนฉากหาได้ โดยใช้หลักการรวมกันได้ (Superposition) ของทุก ๆ คลื่นที่มาถึง

จุดนั้น และคลื่นแต่ละคลื่นที่มาถึงจุดนั้น (จุด P รูปที่ 2.2 ข) จะมีอัมปลิจูด และเฟสต่าง กัน ทั้งนี้เนื่องมาจากคลื่นทุติยภูมิที่ออกจากแหล่งกำเนิดคลื่นไปถึงจุด P ทำมุมต่าง ๆ กันกับเส้นตั้งฉากของหน้าคลื่น จึงทำให้แหล่งกำเนิดคลื่นแต่ละอันอยู่ห่างจากจุด P เป็นระยะทางต่าง ๆ กันด้วย(6)

ดังนั้นการคำนวณหาความเข้ม ณ จุดใด ๆ บนฉาก ซึ่งเกิดจากการเลี้ยวเบน จึงยุ่งยากมากในทางคณิตศาสตร์ รูปที่ 2.3 จึงแสดงเพียงรูปแบบการเลี้ยวเบน (Diffraction pattern) ที่เกิดจากช่องแคบเดี่ยว (Single slit)

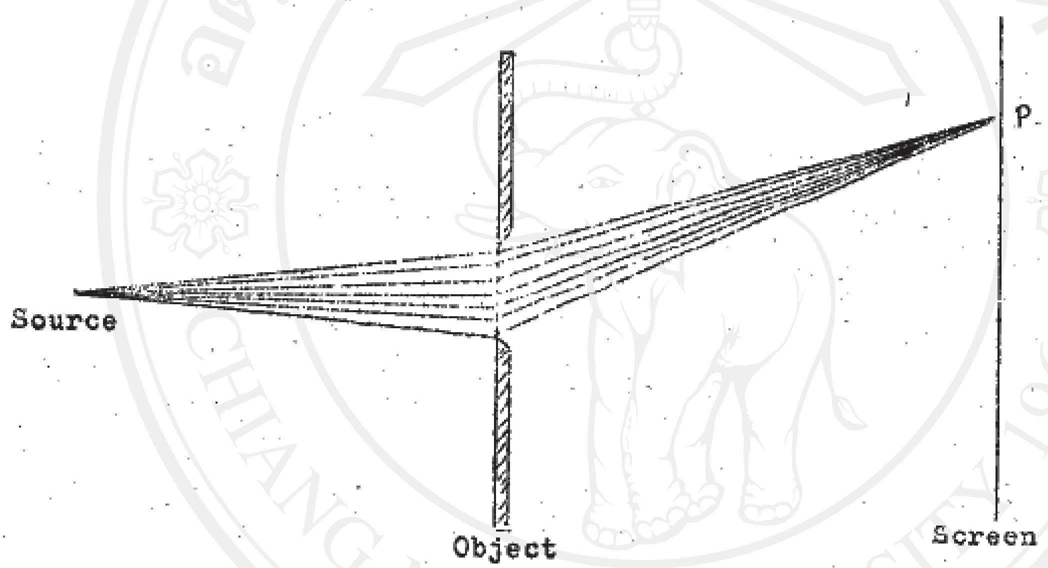


รูปที่ 2.3 แสดงรูปแบบการเลี้ยวเบนของแสงที่เกิดจากช่องแคบเดี่ยว ขนาดของช่องแคบ 0.1 มิลลิเมตร วางฉากห่างจากช่องแคบเป็นระยะ 53 เซนติเมตร

2.3 ประเภทของการเลี้ยวเบน

การเลี้ยวเบนของแสงแบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ

2.3.1 การเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล (Fresnel Diffraction) เป็นการเลี้ยวเบนของแสงแบบทั่ว ๆ ไป ซึ่งจะเกิดขึ้นได้ทั้งกรณีที่แสงตกกระทบวัตถุและออกจากวัตถุมีผิวหน้าคลื่นเป็นทรงกลมและผิวหน้าคลื่นเป็นระนาบ (รูปที่ 2.4) โดยมีเงื่อนไขว่าฉากที่รับภาพรูปแบบการเลี้ยวเบนห่างจากวัตถุเป็นระยะทางจำกัด (finite distance)[6]



รูปที่ 2.4 แสดงลักษณะการเลี้ยวเบนของแสงแบบเฟรสเนล

ในการสังเกตรูปแบบการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล จะเห็นการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการเลี้ยวเบนได้ชัดเจนในช่วงที่ $d < \frac{D^2}{\lambda}$ ถ้า $d > \frac{D^2}{\lambda}$ รูปแบบของการเลี้ยวเบนจะไม่เปลี่ยนแปลง และเข้าสู่การเลี้ยวเบนแบบฟรอนโฮเฟอร์[7]

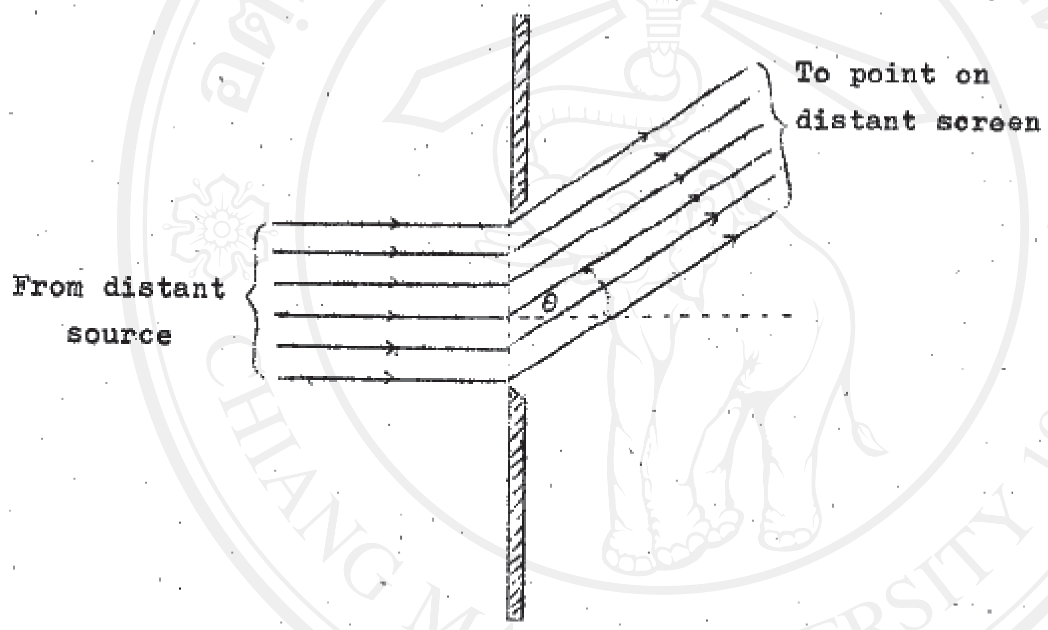
ในเมื่อ d = คือระยะทางที่ฉากห่างจากวัตถุ

D = คือเส้นผ่าศูนย์กลางหรือขนาดของวัตถุ

λ = ความยาวช่วงคลื่นของแสงที่ใช้

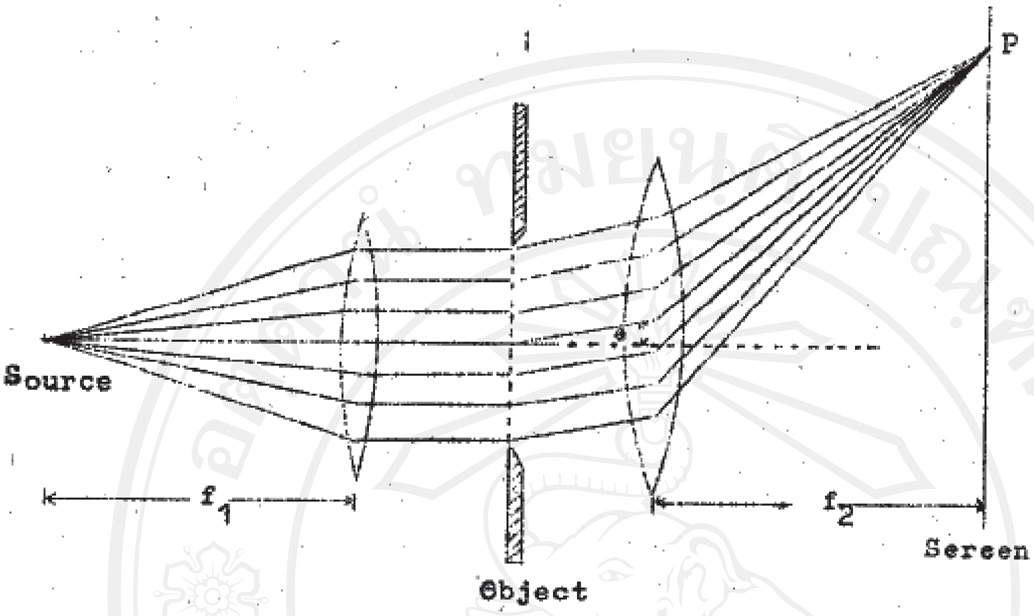
2.3.2 การเลี้ยวเบนแบบฟรอนโฮเฟอร์ (Fraunhofer Diffraction)

เป็นกรณีจำกัดอันหนึ่งของการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล โดยมีเงื่อนไขว่าแสงที่ตกกระทบวัตถุและแสงที่ออกจากวัตถุไปยังฉากจะต้องเป็นลำแสงขนานมีผิวหน้าคลื่นเป็นระนาบ(plane parallel wave) ซึ่งก็คือแหล่งกำเนิดแสงและฉากอยู่ห่างจากวัตถุเป็นระยะอนันต์ (infinite distance)(6) รูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แสดงลักษณะการเลี้ยวเบนของแสงแบบฟรอนโฮเฟอร์

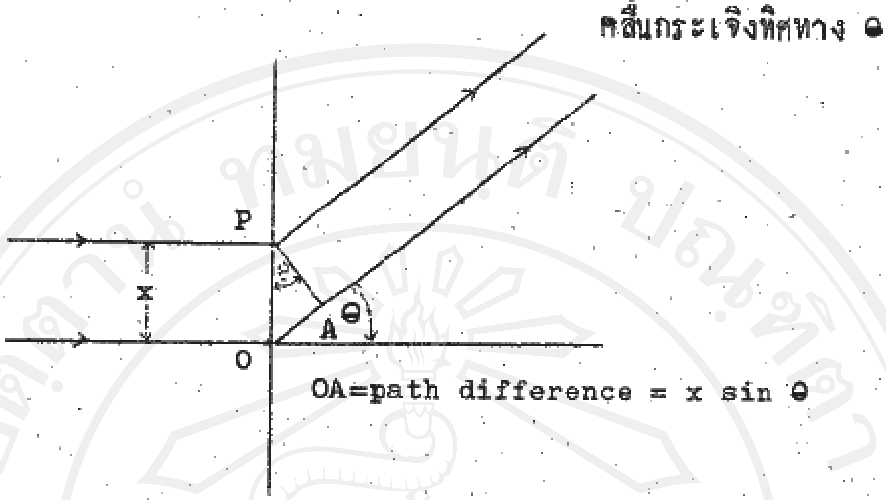
ตามเงื่อนไขของฟรอนโฮเฟอร์สามารถทำได้ในห้องปฏิบัติการ โดยใช้เลนซ์นูนที่ทราบทางยาวโฟกัส 2 อัน ดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 แสดงลักษณะการจัดตำแหน่งของเครื่องมือการเกิดการเลี้ยวเบนของแสงแบบฟรอนโฮเฟอร์ในห้องปฏิบัติการ

2.4 Fourier theory of Fraunhofer Diffraction

ตามเงื่อนไขการเกิดรูปแบบการเลี้ยวเบนของฟรอนโฮเฟอร์นั้น อัมปลิจูดและเฟสของแสงแต่ละจุดในรูปแบบของการเลี้ยวเบนจะเป็นอัมปลิจูดและเฟสที่สอดคล้องกับแต่ละจุดใน Fourier Transform(1)



รูปที่ 2.7 แสดง path difference ของคลื่นกระเจิงในทิศทาง θ โดยจุด 2 จุดห่างกันเป็นระยะ x

เมื่อพิจารณาลำแสงขนานและโคฮีเรนซ์ (Coherent) กันมีความยาวช่วงคลื่น λ ตกกระทบตั้งฉากกับวัตถุซึ่งมีจุด 2 จุดห่างกันเป็นระยะ x จุดทั้งสองจะทำให้คลื่นแสงกระเจิงไปทุกทิศทาง ถ้าพิจารณาเฉพาะคลื่นแสงที่กระเจิงไปในทิศทางหนึ่ง ซึ่งทำมุม θ กับแนวลำแสงเดิม ผลรวมของคลื่นแสงที่กระเจิงไปในทิศทางนี้จะเป็นผลลัพธ์ของคลื่นกระเจิงในทิศทางเดียวกัน แต่มีเฟสต่างกันเท่ากับ $\frac{2\pi}{\lambda} x \sin\theta$ โดย $x \sin\theta$ เป็น path difference ระหว่างคลื่นกระเจิงที่จุด O และคลื่นกระเจิงที่จุด P (รูปที่ 2.7) ค่าแอมปลิจูดและเฟสของคลื่นกระเจิงจะเป็นฟังก์ชั่น (function) ของทิศทางของการกระเจิง (direction of scattering) ถ้า $f(x)$ เป็นอัมปลิจูดของคลื่นกระเจิงโดยจุดที่อยู่ห่างจากแกนเป็นระยะ x จะได้ wave function ψ ของคลื่นที่เลี้ยวเบนไปในทิศทาง θ เป็น[1,5]

$$\psi = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda} x \sin\theta\right)dx \quad \ldots\ldots(2.1)$$

ถ้ากำหนด

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

และ

$$u = x \sin \theta$$

จาก (2.1) จะได้

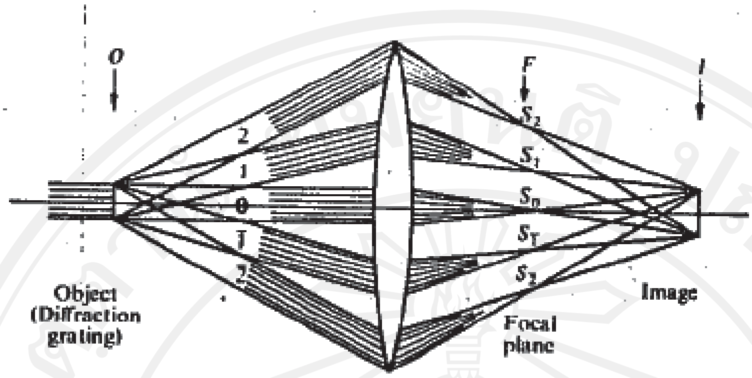
$$\psi(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-iku)du \qquad ....(2.2)$$

จาก (2.2) $\psi(u)$ เป็น Fourier Transform ของ $f(x)$

รูปแบบการเลี้ยวเบนสังเกตได้เฉพาะความเข้มของแสงเท่านั้น ซึ่งความเข้ม ณ จุดใด ๆ ก็คือ $|\psi|^2$ หรือ $\psi\psi^*$ เมื่อ ψ^* เป็น complex conjugate ของ ψ

2.5 Abbe's Theory

ขบวนการในการเกิดภาพของวัตถุเนื่องจากเลนซ์นั้นเป็นขบวนการที่เกิดจากการเลี้ยวเบนของแสง โดยเมื่อแสงตกกระทบวัตถุจะเลี้ยวเบนออกจากวัตถุเกิดเป็นรูปแบบของการเลี้ยวเบนขึ้น และรูปแบบของการเลี้ยวเบนนี้จะถูกโฟกัส (focus) ให้เป็นภาพด้วยเลนซ์อีกครั้งหนึ่ง[1,3,4] (รูปที่ 2.8)



รูปที่ 2.8 แสดงการเกิดภาพของวัตถุเนื่องจากเลนซ์

เมื่อแสงตกกระทบวัตถุ วัตถุจะทำให้คลื่นแสงกระเจิงไปทุกทิศทาง ถ้าพิจารณาคลื่นแสงที่กระเจิงไปจากจุดใดจุดหนึ่งบนวัตถุ จะเกิดภาพของจุดนี้ได้ก็ต่อเมื่อคลื่นกระเจิงเหล่านี้มีเฟสเดียวกันเมื่อถึงจุดที่เกิดภาพ ซึ่งหมายความว่า optical path ระหว่างจุดบนวัตถุและจุดบนภาพของคลื่นกระเจิงเหล่านี้เท่ากัน ซึ่งเงื่อนไขเช่นนี้จะเกิดขึ้นได้เมื่อใช้เลนซ์ช่วย โดยคลื่นทุก ๆ คลื่นที่ขนานซึ่งกันและกันจะถูกโฟกัสในระนาบโฟกัสของเลนซ์และคลื่นในระนาบวัตถุ (Object_plane) กับคลื่นในระนาบของภาพ (Image plane) ตามรูปที่ 2.8 จะมีเฟสเหมือนกัน ซึ่งหมายความว่าเฟสของคลื่นในระนาบโฟกัสของเลนซ์จะเปลี่ยนไปจากเฟสของคลื่นในระนาบวัตถุและเปลี่ยนกลับมามีเฟสเหมือนเดิม (เฟสในระนาบวัตถุ) อีกในระนาบของภาพ ดังนั้น wave function ในระนาบของภาพจะเป็นส่วนกลับ (Inverse) ของ wave function ในระนาบโฟกัสของเลนซ์ ซึ่งก็คือ wave function ของคลื่นในระนาบของภาพจะเป็น Inverse Fourier Transform ของ $\psi(u)$ ในสมการ (2.2) นั่นคือ wave function ของคลื่นในระนาบของภาพจะเป็น(1)

$$f'(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(u)\exp(iku)\,du \qquad \text{.............(2.3)}$$

หรืออาจกล่าวได้ว่าภาพของวัตถุ ก็คือรูปแบบการเลี้ยวเบนของรูปแบบการเลี้ยวเบนของวัตถุ

2.6 Optical Transforms

จากทฤษฎีของ Abbe เมื่อพิจารณาวัตถุที่เป็น 2 มิติ วางตั้งฉากกับแกนมุขสำคัญของเลนซ์ ถ้า $\vec{r}$ แทนจุดแต่ละจุดในวัตถุ

$\vec{s}_o$ แทนทิศทางของแสงที่ตกกระทบวัตถุ

$\vec{s}$ แทนทิศทางของแสงที่เลี้ยวเบน

$f(\vec{r})$ เป็นฟังก์ชั่นของวัตถุในสองมิติ

ผลลัพท์ของคลื่นกระเจิง จากสมการ (2.2) จะเป็น[1]

$$\psi = \int_{-\infty}^{\infty} f(\vec{r})\exp \frac{2\pi i}{\lambda} |\vec{r}| \ (\cos\alpha - \cos\beta)\,dA \qquad \text{........(2.4)}$$

เมื่อ dA เป็นพื้นที่เล็ก ๆ รอบจุด $\vec{r}$

α เป็นมุมที่แสงตกกระทบวัตถุ (angles of incidence)

β เป็นมุมที่แสงกระเจิงออกไป (angles of scattering)

ถ้าให้ s และ s_o เท่ากับ $\frac{1}{\lambda}$ แล้วสมการ (2.4) เขียนได้เป็น

$$\psi = \int_{-\infty}^{\infty} f(\vec{r}) \ \exp 2\pi i \ (\vec{r}.\vec{s}-\vec{r}.\vec{s}_o)\,dA \qquad \text{.............(2.5)}$$

หรือเมื่อให้ $\vec{S} = \vec{s}-\vec{s}_o$ สมการที่ (2.5) จะได้เป็น

$$\psi(\vec{S}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\vec{r}) \ \exp \ (2\pi i\vec{r}.\vec{S})\,dA \qquad \text{.............(2.6)}$$

ซึ่ง $\psi(\vec{S})$ เป็น Fourier Transform ของ $f(\vec{r})$

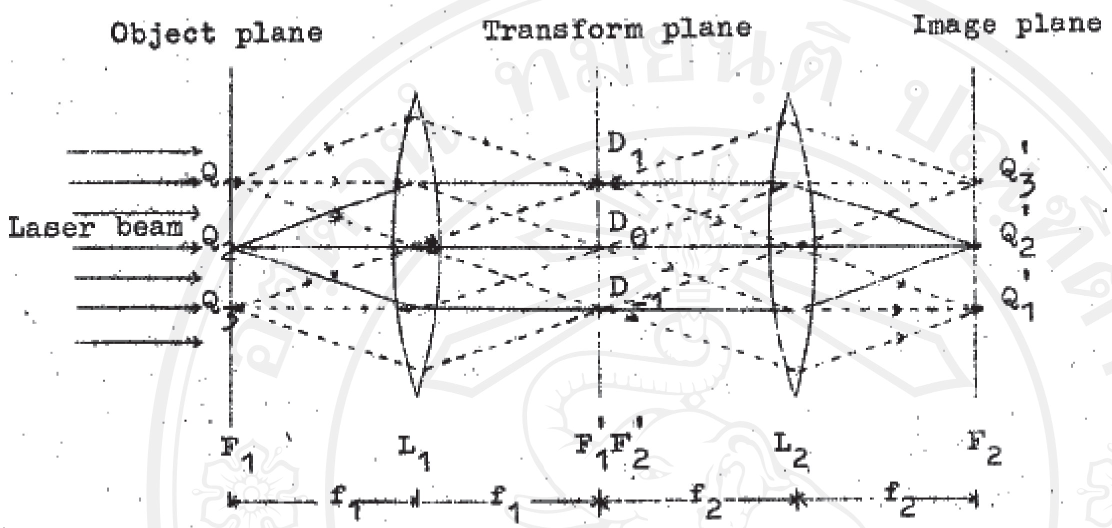
สมการที่ (2.6) จะใช้ได้ในทุกกรณีไม่ว่าแสงที่ตกกระทบวัตถุจะทำมุมเท่าไร กับระนาบของวัตถุ

ในตำแหน่งที่เป็นภาพของวัตถุ รูปแบบการเลี้ยวเบนจะเป็น Inverse Fourier Transform $\psi(\vec{S})$ในสมการ (2.6) ซึ่งก็คือ

$$f'(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\vec{S}) \exp(-2\pi i \vec{r}.\vec{S}) dA \qquad (2.7)$$

2.7 Optical Computer

ในการทำให้เกิดภาพของวัตถุโดยใช้เลนซ์เป็นตัว transform อีกวิธีหนึ่ง ซึ่งเรียกว่า Optical Computer โดยใช้เลนซ์นูน 2 อัน (รูปที่ 2.9) เลนซ์อันแรก วางให้ห่างจากวัตถุเท่ากับทางยาวโฟกัสของเลนซ์พอดี คลื่นที่กระเจิงออกจาก แต่ละจุด ของวัตถุเมื่อผ่านออกจากเลนซ์อันแรกจะเป็นคลื่นแสงขนาน และคลื่นแสงขนานของจุดต่าง ๆ ของวัตถุจะถูกเลนซ์โฟกัสใน Transform plane (ระนาบโฟกัสของเลนซ์) เป็นรูปแบบ การเลี้ยวเบนของฟรอนโฮเฟอร์ เมื่อใช้เลนซ์อีกอันหนึ่งวางห่างจาก Transform plane เท่ากับทางยาวโฟกัสของเลนซ์อันหลังนี้ คลื่นแสงที่ขนานซึ่งกันและกันจากเลนซ์อันแรกจะถูก โฟกัสอีกครั้งหนึ่งให้เป็นภาพของวัตถุในระนาบโฟกัสของเลนซ์อันที่สอง จึงเรียกระนาบโฟกัส ของเลนซ์อันที่สองว่าเป็น Image plane และภาพที่เกิดขึ้นนี้เป็นรูปแบบการเลี้ยวเบนของ ฟรอนโฮเฟอร์ ที่เกิดจากรูปแบบการเลี้ยวเบนของฟรอนโฮเฟอร์ใน Transform plane[8,9]



รูปที่ 2.9 แสดงการจัดตำแหน่งของเครื่องมือในการ transform ภาพของวัตถุแบบ Optical Computer

เมื่อพิจารณาว่าถ้าบันทึกภาพรูปแบบการเลี้ยวเบนของฟรอนโฮเฟอร์ใน Transform plane ได้ นำภาพที่ได้ไปเป็นวัตถุ หารูปแบบการเลี้ยวเบนของฟรอนโฮ-เฟอร์จากวัตถุอันใหม่ โดยจำลองผิวหน้าคลื่นของแสงที่ออกจากวัตถุอันใหม่ ให้เหมือนกับผิวหน้าคลื่นที่ออกจาก Transform plane รูปแบบการเลี้ยวเบนของฟรอนโฮเฟอร์อันใหม่นี้ควรจะเป็นภาพของวัตถุที่ทำให้เกิดรูปแบบการเลี้ยวเบนของฟรอนโฮเฟอร์ที่นำมาใช้เป็นวัตถุอันใหม่ตามหัวข้อที่ 2.5 และ 2.6