บทที่ 4

แนวการสอนความน่าจะเป็นจากหลักสูตรต่าง ๆ

4.1 แนวการสอนความน่าจะเป็นของ สสวท.

สสวท. นำเข้าสู่ความหมายของความน่าจะเป็นโดยเริ่มจากการยกตัวอย่างข้อความที่เรามักจะกล่าวถึงในชีวิตประจำวันอยู่เสมอ เช่น เพื่อนของแดงพูดกับแดงว่า "รีบเดินเข้าเดี๋ยวฝนจะตก" แล้วตั้งคำถาม ถามนักเรียนว่า ถ้านักเรียนเป็นแดงจะมีความเห็นอย่างไร และยกสถานะการณ์อื่น ๆ ในชีวิตประจำวันอีก และให้นักเรียนออกความเห็น และกล่าวว่าประโยค "เดี๋ยวฝนจะตก" ที่เพื่อนของแดงพูดเป็นการกล่าวถึงเหตุการณ์ที่น่าจะเป็นไปได้ และยกตัวอย่างการพยากรณ์อากาศสำหรับประเทศไทยในช่วงเวลาหนึ่งว่าความน่าจะเป็นหรือโอกาสที่ฝนจะตกเป็นกี่เปอร์เซนต์ ยกตัวอย่างการยิงปืนของชายคนหนึ่งว่า ความน่าจะเป็นที่เขาจะยิงปืนถูกเป้าเป็นเท่าไร แล้วสรุปว่าในวิชาคณิตศาสตร์ ความน่าจะเป็นหรือโอกาส คือจำนวนที่แสดงให้ทราบว่าเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่ง จะเกิดขึ้นมากหรือน้อยเพียงใด

สสวท. นำเข้าสู่ความหมายของการทดลองสุ่ม โดยยกตัวอย่างการโยนลูกเต๋า 1 ลูก มีผู้เล่น 2 คน แข่งขันกัน ในการเล่นผู้เล่นต้องทอดลูกเต๋าคนละครั้ง ผลการแข่งขันมี ชนะ เสมอ แพ้ ซึ่งมีการตัดสินตามกติกาต่าง ๆ ตามที่กำหนดซึ่งมีหลายกติกา ให้นักเรียนพิจารณาการเล่นนี้ และมีคำถาม ถามนักเรียนว่าในแต่ละกติกานั้นใครมีโอกาสชนะมากกว่ากัน หรือมีโอกาสชนะเท่ากัน แล้วสรุปว่าการเล่นแบบนี้แม้เราทราบว่าจะเกิดผลอะไรได้บ้าง แต่เราไม่สามารถพยากรณ์ได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่าจะเกิดผลอะไรขึ้นจากผลที่เป็นไปได้เหล่านี้ จึงเรียกการกระทำที่มีลักษณะดังที่กล่าวนี้ว่าการทดลองสุ่ม

สสวท. นำเข้าสู่ความหมายของแซมเปิ้ลสเปซ โดยยกตัวอย่างการทดลองหลายตัวอย่าง เช่น การโยนเหรียญสลึง 1 อัน หยิบลูกบอลล์ 2 ลูกพร้อมกัน จากกล่องที่มีลูกบอลล์สีแดง 3 ลูก สีขาว 1 ลูก เป็นต้น แล้วตั้งคำถามถามนักเรียนว่า แต่ละการทดลองเป็นการทดลองสุ่มหรือไม่ เพราะเหตุใด ถ้าเป็นการทดลองสุ่ม ให้นักเรียนบอกด้วยว่าผลของการทดลองอาจเป็นอะไรได้บ้าง แล้วสรุปว่าเซตของผลทั้งหมดที่อาจเกิดจากการทดลองสุ่ม เรียกว่า แซมเปิ้ลสเปซของแต่ละตัวอย่าง และยกตัวอย่างการทอดลูกเต๋า 1 ลูก โดยสนใจจำนวนแต้มที่จะได้ ได้ $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ แต่ถ้าสนใจผลลัพธ์แต่เพียงว่าแต้มที่ได้จะเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่ จะได้ S = { จำนวนคู่, จำนวนคี่ } จากตัวอย่างนี้ สรุปว่า ในการทดลองสุ่มเดียวกัน อาจมีแซมเปิ้ลสเปซมากกว่าหนึ่งแซมเปิ้ลสเปซก็ได้ขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่สนใจ

สสวท. นำเข้าสู่ความหมายของเหตุการณ์ โดยกล่าวถึงการทดลองสุ่มว่า ผู้ศึกษามักสนใจผลของการทดลองสุ่มอย่างใดอย่างหนึ่งเช่น ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก อาจสนใจเฉพาะผลบางอย่าง เช่น การได้แต้มหนึ่ง การได้แต้มเป็นจำนวนคู่ เป็นต้น แล้วสรุปว่าจะเรียกผลที่เกิดจากการทดลองสุ่มที่สนใจว่าเหตุการณ์จากการทดลองสุ่ม จากนั้นให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์และแซมเปิ้ลสเปซ แล้วสรุปว่า

1. เหตุการณ์คือ เซตที่สมาชิกเป็นผลของการทดลอง
2. เหตุการณ์ เป็นสับเซตของแซมเปิ้ลสเปซ

สสวท. กล่าวถึงยูเนียนของเหตุการณ์ อินเตอร์เซคชันของเหตุการณ์ เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน และคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ โดยบอกความหมายของแต่ละคำในลักษณะของเซต เช่น E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์ แล้ว ยูเนียนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $E_1 \cup E_2$ คือ เหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 หรือของเหตุการณ์ E_2 หรือของทั้งสองเหตุการณ์ เป็นต้น แล้วยกตัวอย่างประกอบคำละ 1 ตัวอย่าง หรือ 2 ตัวอย่าง

สสวท. นำเข้าสู่ความหมายของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ โดยแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. วิธีอุปนัย (Inductive method) โดยยกตัวอย่างจากของจริง บันทึกผลที่ได้จากการทดลอง แล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์ ใช้การทดลองซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ครั้ง สมมุติว่าทำ N ครั้ง และดูผลว่าเหตุการณ์ E เกิดขึ้นทั้งหมดกี่ครั้ง สมมุติว่าเกิดขึ้น n ครั้ง อัตราส่วน $\frac{n}{N}$ จะบอกให้ทราบว่าเหตุการณ์ E มีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใด โดยใช้การทดลองโยนเหรียญ 1 อัน หลาย ๆ ครั้ง อีกการทดลองหนึ่งโยนลูกเต๋า 1 ลูก หลาย ๆ ครั้ง กำหนดเหตุการณ์ที่ต้องการ และบันทึกผลของการทดลองแต่ละครั้ง หาค่า $\frac{n}{N}$ แล้วสรุปว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ P(E) มีค่าเท่ากับ $\frac{n}{N}$ ความน่าจะเป็นที่หาได้โดยวิธีนี้เรียกว่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ในทางปฏิบัติ

2. **วิธีนิรนัย** (Deductive method) โดยเริ่มจากการกำหนดกฎเกณฑ์ที่ได้แล้วจึงยกตัวอย่างสนับสนุนกฎเกณฑ์ที่ตั้งขึ้น การคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจ จากแซมเปิ้ลสเปซของการทดลองสุ่ม คืออัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจกับจำนวนสมาชิกของแซมเปิ้ลสเปซ ซึ่งสมาชิกในแซมเปิ้ลสเปซต้องมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน โดยยกตัวอย่างการทดลองทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง และการทดลองทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง แล้วหาอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจ กับสมาชิกของแซมเปิ้ลสเปซ S ซึ่งเท่ากับ $\frac{n}{N}$ แล้วสรุปว่าอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจกับจำนวนสมาชิกของแซมเปิ้ลสเปซ ที่มีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากัน เช่นนี้เรียกว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ดังนั้น $P(E) = \frac{n}{N}$

เมื่อ n และ N เป็นจำนวนสมาชิกของ E และ S ตามลำดับ

ความน่าจะเป็นที่หาโดยวิธีนี้เรียกว่า ความน่าจะเป็นในทางทฤษฎี และสรุปว่า หากทำการทดลองใด ๆ มากครั้ง และได้ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ในทางปฏิบัติใกล้เคียงกับในทางทฤษฎี จะถือว่าสิ่งที่ใช้ในการทดลองนั้น ๆ มีความยุติธรรม

สสวท. สอนเฉพาะแซมเปิ้ลสเปซที่มีจำนวนสมาชิกจำกัด และวิธีหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากแซมเปิ้ลสเปซเหล่านี้

สสวท. ยกตัวอย่างแสดงการใช้สูตร $P(E)= \frac{n}{N}$ ในทางทฤษฎี 4 ตัวอย่าง คือการโยนเหรียญ 1 อัน 2 ครั้ง การเลือกเลข 2 ตัวจากเซตที่กำหนดให้ทีละตัว การทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง ตัวอย่างครอบครัวที่มีบุตร 2 คน ให้หาความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นจะมีบุตรชายอย่างน้อย 1 คน เป็นต้น

สสวท. ยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่าง ๆ โดยใช้สูตร $P(E) = \frac{n}{N}$ และสรุปว่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ใด ๆ จะมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 ความน่าจะเป็นของแซมเปิ้ลสเปซ S เท่ากับ 1 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นเซตว่างเท่ากับ 0

สสวท. กล่าวถึงกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น 3 กฎคือ

<u>กฎข้อที่ 1</u> ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่อยู่ในแซมเปิ้ลสเปซ S แล้ว

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

<u>กฎข้อที่ 2</u> ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน แล้ว

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

<u>กฎข้อที่ 3</u> ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่อยู่ในแซมเปิ้ลสเปซ S แล้ว

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

กฎข้อที่ 1 และ 2 สสวท. พิสูจน์จากสูตร $P(E) = \frac{n}{N}$ โดยพิสูจน์จำนวนสมาชิกในเหตุการณ์ต่าง ๆ จากแผนภาพที่แสดง ส่วนกฎข้อที่ 3 พิสูจน์โดยใช้คุณสมบัติของเซต พร้อมกับยกตัวอย่างประกอบ

4.2 แนวการสอนความน่าจะเป็นของ SSMCIS

SSMCIS ใช้ outcome set แทน แซมเปิ้ลสเปซ

outcome แทน จุดตัวอย่าง

SSMCIS นำเข้าสู่ความหมายของ outcome set และ outcome โดยยกตัวอย่างการโยนลูกเต๋า 1 ลูก และสังเกตจำนวนแต้มบนหน้าที่ลูกเต๋าหงาย และพิจารณา outcome ที่เป็นไปได้ จะได้ outcome set = {1,2,3,4,5,6} อีกตัวอย่างหนึ่งเป็นการชู้ตบาสเกตบอลจากเส้นโทษ (foul-line) กล่าวว่าการกระทำนี้เป็นการทดลองอย่างหนึ่ง โดยมี { ชู้ตเข้า, ชู้ตไม่เข้า } เป็น outcome set "ชู้ตเข้า" และ "ชู้ตไม่เข้า" เรียกว่า outcome

SSMCIS ศึกษาเฉพาะการทดลองที่มีจำนวนของ outcome เป็นจำนวนจำกัด

ดังนั้นจึงสรุปนิยามของ outcome set และ outcome ดังนี้

<u>บทนิยาม 4.2.1</u> ถ้า $a_1, a_2, \ldots, a_n$ เป็น outcomes ของการทดลองอันหนึ่ง แล้ว $S = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ เรียกว่า outcome set ของการทดลองนั้น

และกล่าวว่าในการทดลองอย่างหนึ่ง อาจมี outcome set ที่เหมาะสมมากกว่าหนึ่งเซตก็ได้ ยกตัวอย่างการโยนเหรียญ 1 อัน โยนเป๊กติดกระดาษ 1 อัน โยนลูกเต๋า 1 ลูก เกรดที่นักเรียนจะได้ การเล่นบริดจ์ โยนเหรียญ 2 อัน โยนลูกเต๋าที่เที่ยงตรง 1 คู่ โยนเหรียญ 3 อัน แต่ละตัวอย่างหา outcome set ที่เหมาะสม

SSMCIS นำเข้าสู่ความหมายของเหตุการณ์ โดยกล่าวว่าสับเซตของ outcome set เป็นสิ่งที่เราสนใจในทฤษฎีความน่าจะเป็น และยกตัวอย่างสับเซตของ outcome set จากตัวอย่างที่กล่าวมาแล้ว และสรุปว่าแต่ละสับเซตของ outcome set เรียกว่าเหตุการณ์ และให้นิยามของเหตุการณ์ดังนี้

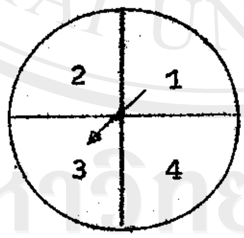
<u>บทนิยาม 4.2.2</u> ให้ S เป็น outcome set หนึ่ง แล้ว A เป็นเหตุการณ์ ก็ต่อเมื่อ $A \subseteq S$ หรือ $A \in \theta(S)$ เมื่อ $\theta(S)$ เป็นเพาเวอร์เซตของ S

ให้นักเรียนตอบคำถาม เช่น จงเขียนเหตุการณ์ทั้งหมดของเพาเวอร์เซตของ S เมื่อ $S = \{0,1,2\}$ จงเขียนเหตุการณ์ทั้งหมดของเพาเวอร์เซตของS เมื่อ $S = \{H,T\}$ เป็นต้น ?

<u>บทนิยาม 4.2.3</u> เหตุการณ์เดี่ยวคือเหตุการณ์ที่บรรจุเพียง outcome เดียวเท่านั้น

และให้นักเรียนหาจำนวนเหตุการณ์เดี่ยวว่ามีเท่าใดจาก outcome set ที่กำหนดให้

SSMCIS แสดงการใช้กราฟของ outcome set ไปเขียนกราฟของเหตุการณ์ โดยยกตัวอย่างการหมุนแผ่นกลม 2 แผ่น แล้วดูว่าลูกศรชี้ที่ส่วนไหน แต่ละแผ่นแบ่งเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน ดังรูป



แสดงผลที่ได้โดยการลงจุดในกราฟ แล้วหาเหตุการณ์ต่าง ๆ โดยดูจากจุดในกราฟ

SSMCIS สอนเรื่องเซตและการกระทำระหว่างเซตมาก่อนแล้ว ดังนั้นจึงให้นิยามของยูเนียนของเหตุการณ์ อินเตอร์เซคชันของเหตุการณ์ คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์หนึ่งเทียบกับอีกเหตุการณ์หนึ่ง และเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกันในรูปของเซต พร้อมกับยกตัวอย่างประกอบในแต่ละนิยาม ตัวอย่างที่ยกมี.การโยนลูกเต๋า 2 ลูก การโยนเหรียญ 3 อัน เป็นต้น พร้อมกับวาดรูปเวนน์ประกอบการอธิบาย

SSMCIS นำเข้าสู่ความหมายของความน่าจะเป็น โดยใช้ความถี่สัมพัทธ์ แบ่งนักเรียนออกเป็น 2 หรือ 3 กลุ่ม ให้นักเรียนทำการทดลองโยนเป๊กติดกระดาษมีจำนวนครั้ง 20, 40, 60,..., 300 และหาความถี่สัมพัทธ์ของการหงายขึ้น เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง group number กับความถี่สัมพัทธ์ ให้นักเรียนสังเกตจากกราฟว่าความถี่สัมพัทธ์มีแนวโน้มเข้าใกล้จำนวนใด ขณะที่จำนวนครั้งของการทดลองเพิ่มขึ้น แล้วสรุปว่า จำนวนนี้เรียกว่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นั้น

SSMCIS กำหนดความหมายของความน่าจะเป็นจากการทำนายของความถี่สัมพัทธ์ ดังนั้นจึงสรุปว่าคุณสมบัติของความน่าจะเป็นต้องเป็นไปตามคุณสมบัติทั้งหมดของความถี่สัมพัทธ์ ดังนั้นถ้า E เป็นเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ P(E) ต้องสอดคล้องกับคุณสมบัติต่อไปนี้

1. $0 \leq P(E) \leq 1$
2. $P(E) = 1$ ถ้า E เกิดขึ้นแน่ ๆ
3. $P(E) = 0$ ถ้า E ไม่สามารถเกิดขึ้นได้
4. ผลบวกของความน่าจะเป็นของ outcomes ใน outcome set หนึ่ง ทั้งหมด เท่ากับ 1
5. P(E) = ผลบวกของความน่าจะเป็นของ outcome เดี่ยวใน E

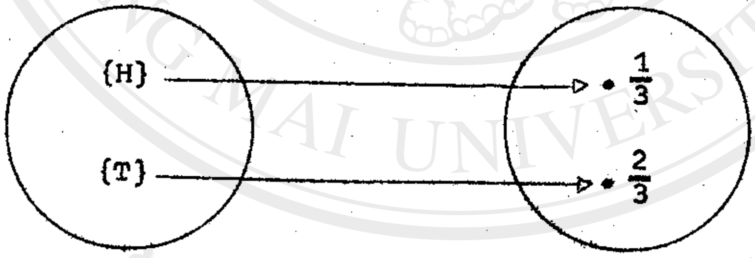
SSMCIS นำเข้าสู่ความหมายของ outcome ที่มีความน่าจะเป็นเท่ากัน (equally probable outcomes) โดยอาศัยความรู้เดิมที่กำหนดความน่าจะเป็นของ outcome เดี่ยวของการทดลองอย่างหนึ่งจากความถี่สัมพัทธ์ ผลที่ได้นี้จะกำหนดความน่าจะเป็นที่เหมือนกันของแต่ละ outcome เดี่ยว ในการทดลองนั้น เช่นโยนเหรียญ 1 อัน $P(\{H\}) = P(\{T\}) = \frac{1}{2}$ โยนลูกเต๋า 1 ลูก

$$P(\{1\}) = P(\{2\}) = \dots = P(\{6\}) = \frac{1}{6}$$

และให้นักเรียนหาว่า ถ้ามี outcome ที่มีความน่าจะเป็นเท่ากันอยู่ n outcomes ใน outcome set อะไรคือความน่าจะเป็นของแต่ละ outcome ?

และสรุปว่า ถ้าโยนเหรียญที่เที่ยงตรง 1 อัน หรือโยนลูกเต๋าที่เที่ยงตรง 1 ลูก สมาชิกแต่ละตัวใน outcome set มีความน่าจะเป็นเท่ากัน และขยายไปถึงความน่าจะเป็นอื่น ๆ โดยใช้คุณสมบัติของความน่าจะเป็นในข้อ 5

SSMCIS ใช้ฟังก์ชันมาช่วยในการอธิบายความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ โดยสร้างฟังก์ชันจาก outcome set ไปยังเซตของจำนวนจริง โดยการเขียนภาพ เช่น



โดเมน เรนจ์

ซึ่ง outcome นี้เหมือนกับการโยนเหรียญ 1 อัน อิเมจ (image) ในเรนจ์ก็คือความน่าจะเป็นของสมาชิกที่สมนัยกันของโดเมน อีกตัวอย่างหนึ่งมีครอบครัวหนึ่งมีเด็ก 3 คน และแสดงการจับคู่ระหว่างเหตุการณ์ต่าง ๆ กับความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นั้น ๆ และให้นักเรียนทำเองกรณีที่ครอบครัวหนึ่งมีเด็ก 4 คน

กรณีที่การทดลองอย่างหนึ่งเกี่ยวข้องกับการกระทำหลาย ๆ อย่าง ซึ่งแต่ละการกระทำมีข้อให้เลือกหลายอย่าง เป็นการะยุ่งยากที่จะนับ outcome ที่เป็นไปได้ทั้งหมด SSMCIS ทำให้นักเรียนหา outcome ต่าง ๆ ง่ายขึ้น โดยใช้แผนภูมิ และยกตัวอย่างการโยนเหรียญ 1 อัน โยนเหรียญ 2 อัน โยนเหรียญ 3 อัน

SSMCIS ได้รวบรวมความเข้าใจเรื่องความน่าจะเป็นให้เป็นรูปแบบขึ้น โดยย้อนกลับไปยังการทดลอง โยนเหรียญ 1 อัน outcome set คือ $S = \{H, T\}$ หาความถี่ ความถี่สัมพัทธ์ ของจำนวนครั้งต่าง ๆ แสดงในตาราง และความน่าจะเป็นต่าง ๆ ซึ่งกำหนดจากความถี่สัมพัทธ์ ดังนั้นจึงจัดรูปแบบของความน่าจะเป็น ดังนิยาม

<u>บทนิยาม 4.2.4</u> ให้ S เป็น finite outcome set และ $\theta(S)$ เป็นเพาเวอร์เซตของ S , probability measure P คือฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็น $\theta(S)$ และ โคโดเมนเป็น R (จำนวนจริง) ซึ่งมีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1. $0 \leq P(A) \leq 1$ สำหรับทุก ๆ $A \varepsilon \theta(S)$
2. $P(S) = 1$
3. ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน แล้ว

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

เรียก P(A) ว่าความน่าจะเป็นของ A และเรียกคู่ลำดับ (S,P) ซึ่งประกอบด้วย outcome set S และ probability measure P ว่า Probability space

ยกตัวอย่างการทดลองหมุนแผนกลม ซึ่งแบ่งเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน $S = \{a_1, a_2, a_3\}$ ให้ t เป็นฟังก์ชันจากเหตุการณ์เดี่ยว ใน $\theta(S)$ ไปยังค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เดี่ยวนั้น สำหรับ probability measure P มีข้อกำหนด 2 ข้อ คือ

1. $t(\{a_i\}) \geq 0$ สำหรับ $i = 1,2,3$

2. $\sum_{i=1}^{3} \left[t(\{a_i\})\right] = 1$

เขียนตารางแสดง $\{a_i\}$, $i = 1,2,3$ และ $t(\{a_i\})$ ดังนี้

$\{a_i\}$	$\{a_1\}$	$\{a_2\}$	$\{a_3\}$
$t(\{a_i\})$	.25	.30	.45

ตาราง 4.2.1

ให้นักเรียนตรวจดูว่า สำหรับฟังก์ชัน t , t สอดคล้องกับข้อกำหนด 2 ข้อ ข้างบนนี้หรือไม่

ให้ P เป็น real valued function และ แสดงทุกเหตุการณ์ A ของ $\theta(S)$ โดยตารางดังนี้

A	$\emptyset$	$\{a_1\}$	$\{a_2\}$	$\{a_3\}$	$\{a_1,a_2\}$	$\{a_1,a_3\}$	$\{a_2,a_3\}$	$\{a_1,a_2,a_3\}$
P(A)	0	.25	.30	.45	.55	.70	.75	1.00

ตาราง 4.2.2

จากตาราง 4.2.2 ให้นักเรียนตรวจดูว่าข้อกำหนดโดย P สอดคล้องกับคุณสมบัติ 3 ข้อ ของ probability measure ที่กำหนดในนิยาม 4.2.4 หรือไม่

จากนั้น SSMCIS สรุปข้อความเกี่ยวกับข้อกำหนดโดยฟังก์ชัน P ใน ตาราง 4.2.2 ได้ดังนี้

1. $P(\emptyset) = 0$

2. ข้อกำหนดในเหตุการณ์เดี่ยว โดย P เหมือนกับข้อกำหนดในเหตุการณ์เดี่ยว โดย t

3. เหตุการณ์ทั้งหมดใน $\theta(S)$ ที่บรรจุมากกว่า 1 outcome ซึ่งสามารถจะสร้างขึ้นโดยยูเนียนของเหตุการณ์เดี่ยว 2 เหตุการณ์ หรือมากกว่า ทุก ๆ คู่ของเหตุการณ์เดี่ยวที่ต่างกัน เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน ฉะนั้นคุณสมบัติข้อ 3 ของบทนิยาม 4.2.4 และข้อกำหนดในเหตุการณ์เดี่ยวสามารถที่จะใช้หาข้อกำหนดอันเหมาะสมสำหรับเหตุการณ์อื่น ๆ ใน $\theta(S)$ ยกเว้น ϕ

ยกตัวอย่างการแจกแจงความน่าจะเป็นต่าง ๆ ในตาราง 4.2.2 โดยใช้ยูเนียนของเหตุการณ์เดี่ยว ใน $\theta(S)$ โดยผลสรุปข้อ 3 และขยายผลสรุปข้อ 3 ไปมากกว่า 2 เหตุการณ์

เช่น $\{a_1, a_2\} = \{a_1\} \cup \{a_2\}$

$$P(\{a_1, a_2\}) = P(\{a_1\}) + P(\{a_2\}) = .25 + .30 = .55$$

และ $\{a_1, a_2, a_3\} = \{a_1\} \cup \{a_2\} \cup \{a_3\}$

$$P(\{a_1, a_2, a_3\}) = P(\{a_1\}) + P(\{a_2\}) + P(\{a_3\}) = .25 + .30 + .45 = 1.00$$

จากนี้ SSMCIS ตั้งทฤษฎีดังนี้

ทฤษฎี 4.2.1 ให้ (S, P) เป็น probability space พร้อมด้วย a finite outcome set S แล้ว สำหรับทุก ๆ $A \in \theta(S)$ ซึ่ง A เป็นยูเนียนของเหตุการณ์เดี่ยว 2 เหตุการณ์ หรือมากกว่า, P(A) เป็นผลบวกของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เดี่ยวเหล่านั้น

SSMCIS พิสูจน์ทฤษฎีนี้โดยการอนุมานทางคณิตศาสตร์

เรียกความน่าจะเป็น $P(\{a_i\})$ สำหรับ $a_i \varepsilon S$ ว่าความน่าจะเป็นเบื้องต้น

SSMCIS ยกตัวอย่าง 3 ตัวอย่างคือ การนับจำนวนลูกค้าที่เข้ามาในสำนักงานไปรษณีย์ระหว่างเวลา 1 นาที การโยนลูกเต๋าที่ไม่เที่ยงตรง 1 ลูก การโยนลูกเต๋าที่เที่ยงตรง 1 ลูก ทั้ง 3 ตัวอย่างแสดง outcome และความน่าจะเป็นเบื้องต้นในตาราง และแสดงการใช้ทฤษฎี 4.2.1

SSMCIS สรุปว่าในกรณีที่ความน่าจะเป็นเบื้องต้นทั้งหมดเท่ากัน กล่าวว่า probability measure เป็น Uniform

SSMCIS รวบรวมผลที่ได้เพิ่มขึ้นของนิยาม 4.2.4 โดยตั้งเป็นทฤษฎีดังนี้

<u>ทฤษฎี 4.2.2</u> ให้ (S, P) เป็น probability space และให้ $A, B \varepsilon \theta(S)$ แล้ว

1. $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
2. $P(\emptyset) = 0$
3. $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$
4. ถ้า $B \subseteq A$ แล้ว $P(B) \leq P(A)$

SSMCIS ยกตัวอย่างการเล่นเกมปาเป้า ซึ่งแบ่งเป้าเป็นส่วนต่าง ๆ ที่ไม่เท่ากัน แล้วหาค่าความน่าจะเป็นที่ต้องการโดยใช้ทฤษฎี 4.2.2

SSMCIS ขยายบทนิยาม 4.2.4 ข้อ 3 ออกไปโดยตั้งเป็นทฤษฎีดังนี้

<u>ทฤษฎี 4.2.3</u> ให้ (S,P) เป็น probability space สำหรับทุก ๆ เหตุการณ์ $A, B \varepsilon \theta(S)$ จะได้ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ใช้ตัวอย่างเดิมคือการปาเป้า

SSMCIS ขยายคุณสมบัติข้อนี้ไปถึงยูเนียนของเหตุการณ์ n เหตุการณ์ SSMCIS นำเข้าสู่การหาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A โดยใช้สูตร

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

เมื่อ n(A) และ n(S) เป็นจำนวนสมาชิกใน A และ S ตามลำดับ โดยเริ่มจากความหมายของ Uniform probability measure โดยให้นิยามดังนี้

<u>บทนิยาม 4.2.5</u> ให้ (S,P) เป็น finite probability space, probability measure P เรียกว่าเป็น uniform probability measure ก็ต่อเมื่อ ความน่าจะเป็นเบื้องต้นทั้งหมดเท่ากัน

ถ้า outcome set $S = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ มี n outcomes และ probability measure เป็น uniform แต่ละอันมีความน่าจะเป็นเบื้องต้นเท่ากับ $\frac{1}{n}$ จากความจริงอันนี้ตั้งเป็นทฤษฎีได้ดังนี้

<u>ทฤษฎี 4.2.4</u> ให้ (S,P) เป็น Probability space กับ Uniform probability measure ให้ n(A) และ n(S) เป็นจำนวนสมาชิกใน A และ S ตามลำดับ แล้ว ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A กำหนดโดย $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

ยกตัวอย่างการเลือกเก้าอี้ 2 ตัวจากเก้าอี้ 5 ตัว ซึ่งวางอยู่รอบโต๊ะตัวหนึ่ง แล้วหาความน่าจะเป็นที่เก้าอี้ 2 ตัวนั้นจะเป็นตัวที่อยู่ติดกัน อีกตัวอย่างหนึ่งเป็นการหยิบลูกหิน 1 ลูก จากกระเป๋าซึ่งมีลูกหิน 9 ลูก ที่ติดเบอร์ 1,2,...,9 ลูกหินเบอร์ 1,2,3,4 เป็นสีน้ำเงิน และเบอร์ 5,6,7,8,9 เป็นสีแดง แล้วหยิบครั้งที่สองอีก 1 ลูกจาก 8 ลูกที่เหลือ ให้หาความน่าจะเป็นที่ลูกหินทั้งสองนั้นจะเป็นสีน้ำเงิน SSMCIS แสดง outcome ต่าง ๆ โดยการลงจุดในกราฟ

SSMCIS แนะนำให้นักเรียนรู้จักตัวแปรสุ่ม โดยยกตัวอย่างการโยนเหรียญที่เที่ยงตรง 2 อัน 1 ครั้ง และแสดง outcome โดยการลงจุดในกราฟ แล้วโยงเส้นแสดงการจับคู่ของ outcome ใน outcome set กับจำนวนเหรียญที่หงายก้อย ซึ่งแสดงโดยเส้นจำนวน และสรุปว่าการจับคู่นี้เป็นฟังก์ชัน X จากโดเมน S ไปยังโคโดเมน R (จำนวนจริง), X นี้เรียกว่าตัวแปรสุ่ม.
