

บทที่ 2

การวัดค่าแอนฮาร์โมนิกซิตี

(The measurement of Anharmonicity)

2.1 การประมาณฮาร์โมนิก (The Harmonic Approximation)

ในเรื่องความเข้าใจเกี่ยวกับความจุความร้อนของของแข็งนั้นมีรากฐานมาจากความรู้ทางกลศาสตร์ควอนตัมคือพิจารณาพลังงานที่เกี่ยวข้องกับแลทธิชว่าเนื่องมาจากการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิก สันรอบจุดสมดุลด้วยความถี่ที่เป็นคุณสมบัติเฉพาะตัวของแลทธิชนั้น โดยความเข้าใจในลักษณะนี้ทำให้ไอน์สไตน์ (Einstein) และดีบาย (Debye) สามารถอธิบายพฤติกรรมเกี่ยวกับความจุความร้อนของของแข็งได้ดีพอสมควร แต่ก็ยังมีข้อบกพร่องบางประการเนื่องจากตามความจริงแล้ว การสั่นของแลทธิชยังมีการเพี้ยนไปอยู่บ้าง (anharmonicity) ซึ่งในตอนแรกนี้จะได้นำมาถึงความเข้าใจพื้นฐานของการสั่นของแลทธิชแบบฮาร์โมนิกก่อน แล้วจะได้นำมาพูดถึง anharmonicity ในภายหลัง

ความสัมพันธ์ระหว่างความจุความร้อนเมื่อความดันคงที่ (C_p) และความจุความร้อนเมื่อปริมาตรคงที่ (C_v) อธิบายได้โดยสมการของ Nernst และ Lindemann (2), (3)

$$C_p - C_v = AC_p^2 T \quad (2.1)$$

เมื่อ A เป็นค่าคงที่ที่เกือบจะไม่ขึ้นอยู่กับการอุณหภูมิอย่างเช่นอุณหภูมิห้อง

$$A = \frac{9\alpha^2 V}{\beta C_p^2} \quad (2.2)$$

เมื่อ α = สัมประสิทธิ์การขยายตัวตามเส้น

V = Molar Volume

β = Isothermal Compressibility

ที่อุณหภูมิห้องค่าความจุความร้อนของของแข็งโดยทั่ว ๆ ไปมีค่าประมาณ 25 จูลต่อโมลต่อเคลวิน ซึ่งเป็นไปตามกฎของ Dulong และ Petit ที่อุณหภูมิค่าความจุความร้อนของของแข็งที่ได้จากการทดลองจะลดลงเมื่ออุณหภูมิลดลง โดยทั่ว ๆ ไปแล้วค่าความจุความร้อนจะผันแปรกับอุณหภูมิตามสมการ (2)

$$C_v = f(T/\theta) \quad (2.3)$$

เมื่อ T = อุณหภูมิสัมบูรณ์ของของแข็ง

θ = Characteristic temperature ของของแข็ง

ไอน์สไตน์ได้เสนอทฤษฎีความจุความร้อน โดยชี้ว่าอะตอมแต่ละตัวภายในของแข็งประพฤติตนเป็น Simple harmonic oscillators ซึ่งสั่นด้วยความถี่เชิงมุมเท่ากันและพลังงานของออสซิลเลเตอร์นี้มีค่าเป็นแบบ discrete จากสิ่งนี้จะพจน์นี้ทำให้ได้ความสัมพันธ์

$$C_v = 3NK_B \left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 \frac{\exp(\theta_E/T)}{\left[\exp(\frac{\theta_E}{T}) - 1\right]^2} \quad (2.4)$$

เมื่อ N = Avogadro's number มีค่าเท่ากับ 6.022×10^{23} โมล⁻¹

K_B = Boltzmann's constant

θ_E = Einstein characteristic temperature

$$\text{นิยามว่า } \theta_E = \frac{h\omega_E}{K_B}$$

ที่อุณหภูมิต่ำทฤษฎีของไอน์สไตน์สอดคล้องกับกฎของ Dulong และ Petit แต่จากการทดลองที่อุณหภูมิต่ำพบว่าความจุความร้อนของของแข็งจะลดลงเป็นปฏิภาคโดยตรงกับอุณหภูมิต่ำยกกำลังสาม (T^3) ซึ่งทฤษฎีความจุความร้อนของไอน์สไตน์อธิบายไม่ได้

พิจารณาจากสมการที่ (2.4) เมื่ออุณหภูมิเข้าใกล้ศูนย์ของค่าสัมบูรณ์ พบว่าค่า C_V ตามทฤษฎีของไอน์สไตน์มีค่าในลักษณะที่ค่า $C_V \propto \exp(-\Theta_E/T)$ Nernst และ Lindemann เสนอว่าถ้าต้องการให้ผลการทดลองและทฤษฎีความจุความร้อนของไอน์สไตน์สอดคล้องกันตลอดช่วงอุณหภูมิต้องแทนค่า ω_E ด้วย $\frac{1}{2}\omega_E$ ที่อุณหภูมิต่ำ ๆ โดยที่นิยยะสำคัญของทฤษฎียังคงเดิม ต่อมาคียาย (1912) ได้เสนอทฤษฎีความจุความร้อนที่มีแนวความคิดอันเหมาะสม โดยกำหนดว่าของแข็งจะมีโครงสร้างเป็นแบบ isotropic continuum crystal และออสซิลเลเตอร์จะมีความถี่ในการสั่นที่แตกต่างกัน จนถึงค่าความถี่สูงสุดอันหนึ่งเรียกว่า cut of frequency ω_D ดังแสดงในรูปที่ 2.1(ข) ในการประมาณแบบคียายค่าความเร็วของเสียง v_0 กำหนดให้มีค่าคงที่ในทุก ๆ modes ของการสั่น โดยที่ความหนาแน่นของ Modes; $N(\omega)$ เขียนอยู่ในรูป

$$N(\omega) = (3\omega^2 V / 2\pi^2 v_0^3) ; 0 < \omega < \omega_D \quad (2.5)$$

โดยที่ค่า C_V ที่สอดคล้องกับทฤษฎีของคียายเขียนอยู่ในรูป

$$C_V = 9NK_B \left(\frac{T}{\Theta}\right)^3 \int_0^{x_D} \frac{x^4 e^x dx}{(e^x - 1)^2} \quad (2.6)$$

เมื่อ Θ = Debye characteristic temperature

$$x = \frac{\hbar\omega}{K_B T}$$

$$x_D = \frac{\hbar\omega_D}{K_B T} = \frac{\Theta}{T}$$

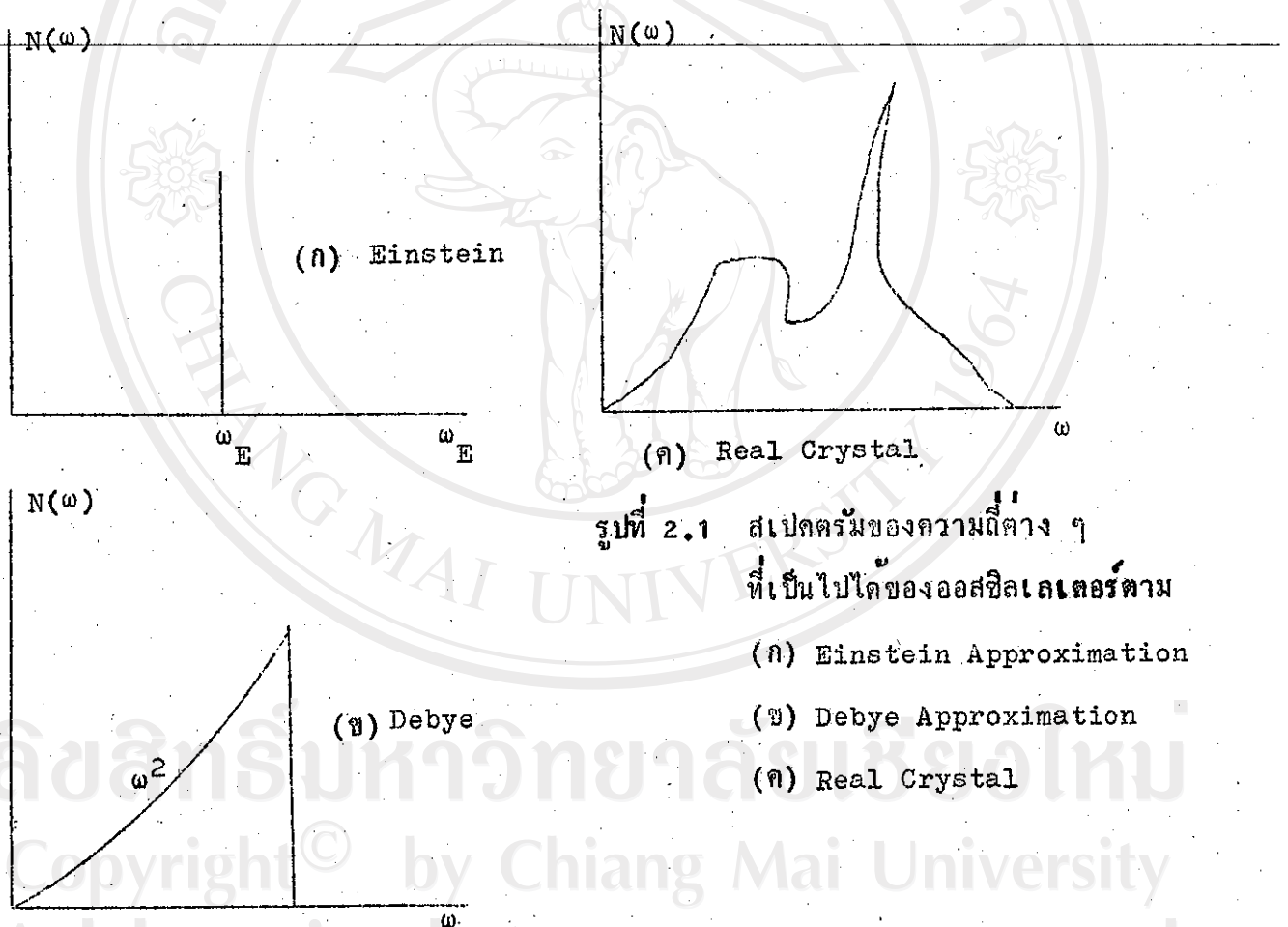
จากสมการที่ (2.6) พบว่าเมื่ออุณหภูมิต่ำ ๆ ($T \ll \Theta$) ค่าความจุความร้อนเมื่อปริมาตรคงที่

$$C_V = \frac{12\pi^4}{5} NK_B \left(\frac{T}{\Theta}\right)^3$$

หรือ

$$C_V \propto T^3$$

ทฤษฎีของไคบาย อธิบายได้ว่าเมื่ออุณหภูมิของของแข็งเปลี่ยนแปลง ค่าความจุความร้อนก็เปลี่ยนแปลงไปด้วย ทฤษฎีนี้ยังเป็นพื้นฐานในการอธิบายพฤติกรรมทางความร้อนของสารแต่เมื่อวิเคราะห์อย่างละเอียดแล้วจะพบว่า ค่าความจุความร้อนที่ได้จากการทดลองที่อุณหภูมิต่ำตามสมการที่ (2.6) ไม่สามารถให้ค่า C_V ที่สอดคล้องกับผลการทดลองได้อย่างถูกต้อง ให้แต่เพียงค่าประมาณของ C_V เท่านั้น เนื่องจากว่าโดยทฤษฎีของไคบายกำหนดค่า Θ เป็นค่าคงที่ แต่ผลจากการทดลองพบว่าค่า Debye characteristic temperature (Θ) เปลี่ยนแปลงไปเล็กน้อยกับอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไป (2)



รูปที่ 2.1 สเปกตรัมของความถี่ต่าง ๆ

ที่เป็นไปได้ของออสซิลเลเตอร์ตาม

(ก) Einstein Approximation

(ข) Debye Approximation

(ค) Real Crystal

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

ข้อบกพร่องพื้นฐานของทฤษฎีของดีบายได้แก่การไม่พิจารณาถึงผลที่เกิดขึ้นเนื่องจากลักษณะการจัดเรียงตัวของอะตอมภายในผลึก ลักษณะการจัดเรียงตัวของแลตทิซแบบฟิริโอดิกมีผลทำให้คุณสมบัติ dispersive อย่างเช่นความเร็วของคลื่นแลตทิซ (lattice wave) เป็นฟังก์ชันของความถี่ในการสั่นของแลตทิซ โดยการพิจารณา Phonon dispersion ภายในผลึกของ Born และ Kármán ทำให้ได้แบบจำลองอันใหม่ในการศึกษาเรื่องความจุความร้อนของสารและแสดงให้เห็นว่าในการศึกษาเรื่องความจุความร้อนของสารซึ่งจำกัดเวกเตอร์คลื่นนั้นมีบทบาทมากกว่าซึ่งจำกัดความถี่และลักษณะการกระจายของความถี่ในผลึกจริง ๆ นั้นไม่ได้เป็นดังรูปที่ 2.1(ข) ซึ่งได้จากทฤษฎีของดีบาย แต่จะเป็นดังรูปที่ 2.1(ค) ตลอดจนพิจารณาการสั่นของแลตทิซทั้งใน acoustic Modes และ Optical Modes สำหรับ longitudinal และ transverse polarization

2.2 แอนฮาร์โมนิกซิตี

2.2.1 Local Atomic Potential Wells

สำหรับอะตอมในผลึกจริง ๆ พลังงานศักย์ ณ ตำแหน่งของอะตอมนั้นสามารถพิจารณาได้ว่ามี 2 ส่วนคือ long range attraction และ Short range repulsive อย่างผลึกไอออนิก โดยที่พลังงานศักย์นี้เขียนอยู่ในรูป

$$V(r) = \frac{-Ae^2}{4\pi\epsilon_0 r} + B\exp\left(\frac{-r}{\rho}\right) \quad (2.8)$$

เมื่อ n = nearest neighbour separation

e = ประจุไฟฟ้า

A, B, ρ = ค่าคงที่

เทอมแรกทางขวามือของสมการที่ (2.8) เกิดจากอันตรกิริยา كولอมบ์ เรียกว่า Madelung energy ซึ่งเป็นอันตรกิริยาแบบดึงดูด (attraction) ในขณะที่เทอมที่สอง เรียกว่า Repulsive Born-Mayer energy ซึ่งมีค่าลดลงอย่างรวดเร็วจนตัดทิ้งไปได้ ถ้าหากว่า r มีค่าเพิ่มขึ้นมาก ๆ ในรูปที่ 2.2 จะเห็นว่าที่ $r=a$ เป็นตำแหน่งสมดุลของ ไอออนบวกและไอออนลบภายในผลึก ณ จุดศูนย์กลางเคลวิน ณ บริเวณ $r=a$ จะเห็นว่า พังก์ชันพลังงานศักย์ (Potential function) ซึ่งเป็นผลบวกของ Madelung energy และ Repulsive Born-Mayer energy ประมาณได้ว่าเป็นฟังก์ชันแบบพาราโบลาโดยที่

$$V(r) \propto (r-a)^2$$

ความจริงบอพลังงานศักย์เมื่อเขียนกราฟระหว่าง $V(r)$ และ r มิได้เป็น รูปพาราโบลาอย่างแท้จริงแต่อย่างใด เพราะถ้าหากเป็นรูปพาราโบลาอย่างแท้จริงแล้ว คุณสมบัติของผลึกเกี่ยวกับเรื่องสภาพการนำความร้อนและการขยายตัวเนื่องจากความร้อน จะปรากฏ (exist) ไม่ได้ แต่ลักษณะของบอพลังงานศักย์เกือบจะเหมือนกับรูปพาราโบลา ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของอันตรกิริยาระหว่างอะตอมภายในสารแต่ละชนิด

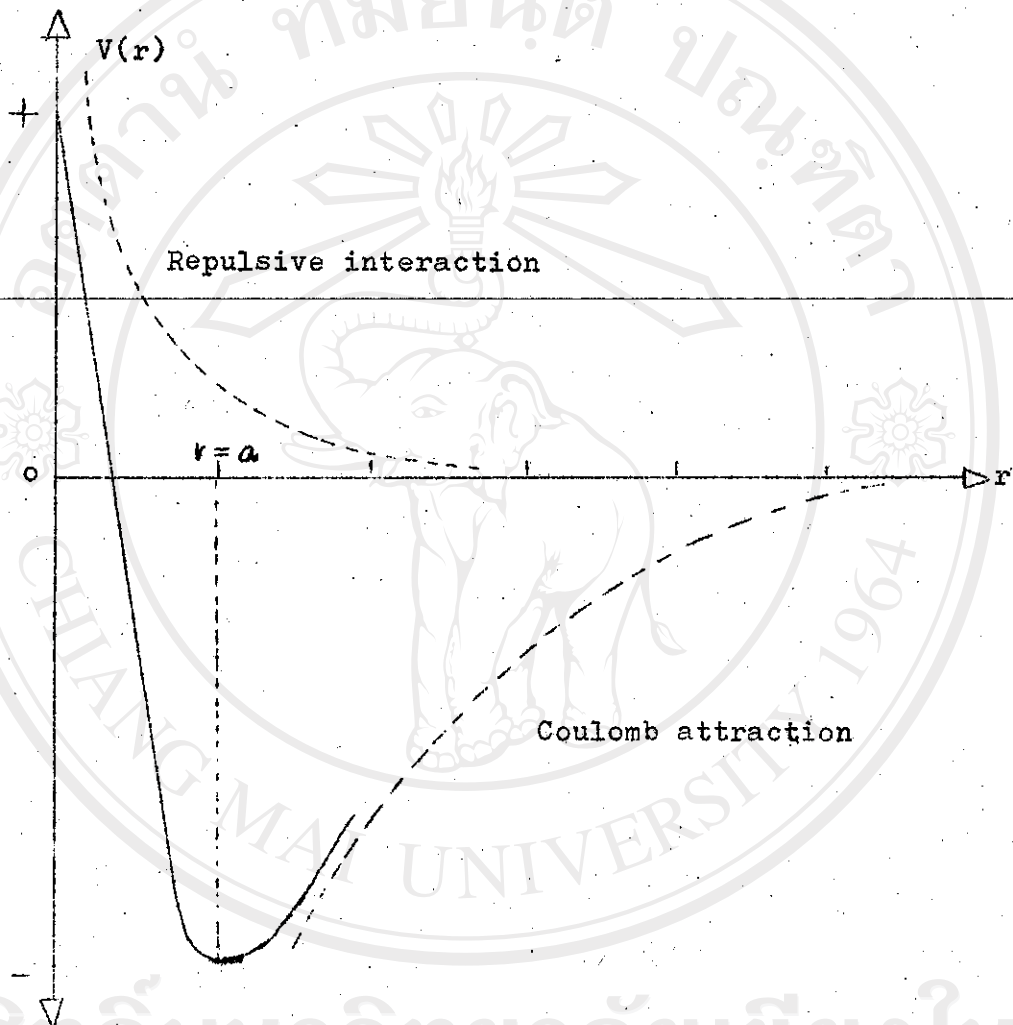
2.2.2 Anharmonicity ที่อุณหภูมิสูง (2)

ที่อุณหภูมิค่าประมาณว่าบอพลังงานศักย์มีรูปร่างเป็นพาราโบลาและตำแหน่งของ แลตทิซก็อยู่ที่ตำแหน่งสมดุลที่อุณหภูมิสูง แอมพลิจูดของการสั่นมีค่ามากขึ้น และเป็นแบบ ปฏิสมมาตร เมื่อเทียบกับ $r=a$ ทำให้ $V(r)$ เบี่ยงเบนไปจากลักษณะของพาราโบลาซึ่ง เราเขียนแทนค่า $V(r)$ ในลักษณะเช่นนี้ได้เป็น

$$V(r) = C(r-a)^2 - D(r-a)^3 - E(r-a)^4 \quad (2.9)$$

เมื่อ C , D และ E ต่างก็เป็นสัมประสิทธิ์ที่มีค่าเป็นบวกและมีค่าน้อย ๆ

สมการที่ (2.9) จึงลดข้อขัดแย้งระหว่างค่าที่ได้จากการทดลองกับผลที่ทำนายโดยทฤษฎีฮาร์โมนิก เพราะเหตุว่าค่าที่แตกต่างกันเพียงเล็กน้อยระหว่างผลการทดลองกับทฤษฎีนั้นแฝงอยู่ในเทอมที่ยกกำลัง 3,4 ของสมการที่ (2.9) นั่นเอง



รูปที่ 2.2 พลังงานศักย์ของไอออนในผลึกเส้นที่บ่งชี้ผลรวมของอันตรกิริยา
คูลอมบ์กับอันตรกิริยาบอร์น-เมเยอร์

2.3 ผลของแอนฮาร์โมนิกที่มีต่อความจุความร้อน

ทฤษฎีฮาร์โมนิก พยายามจะอธิบายถึงค่าความจุความร้อนของสารที่เปลี่ยนแปลงไปกับการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ โดยพิจารณาเฉพาะสเปกตรัมของการสั่น (Vibrational Spectrum) ของฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์เท่านั้น โดยตัดส่วนของ elastic anisotropy และส่วนที่เกี่ยวข้องกับ excitation ทิ้งไป ในสารพวกตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูง ๆ ที่พบในโลหะค่าความจุความร้อนเกิดจากความจุความร้อนของ conduction electron รวมกับความจุความร้อนของแลตทิซ เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$C_V = C_E + C_L \quad (2.10)$$

เมื่อ C_V = ความจุความร้อนทั้งหมดเมื่อปริมาตรคงที่

C_E = ความจุความร้อนของ conduction electron โดยนับรวม electron-phonon renormalization effects

C_L = ความจุความร้อนของแลตทิซโดยนับรวมผลของ anharmonicity

สำหรับตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูง ๆ ความจุความร้อนเนื่องจากแลตทิซมีค่ามากกว่าความจุความร้อนเนื่องจาก conduction electron มาก ๆ ($C_L \gg C_E$) ทำให้สามารถพิจารณาเฉพาะองค์ประกอบแอนฮาร์โมนิก (anharmonic component) สัมพันธ์กับพารามิเตอร์ของ Strong coupling theory สำหรับการเป็นตัวนำยิ่งยวด ซึ่งจะได้พิจารณาในลำดับต่อไป

ที่อุณหภูมิต่ำค่า C_V สำหรับตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูง เมื่ออยู่ในสถานะปกติเขียนแทนได้โดยอนุกรม

$$C_V = \gamma T + \frac{234}{90} K T^3 + D T^5 + \dots \quad (2.11)$$

โดยที่เทอม γT เป็นความจุความร้อนเนื่องจาก conduction electron ซึ่งเกี่ยวข้องกับ electronic density of states ที่พื้นผิวเฟอร์มิใน Band Structure theory; $N(\epsilon_F)$ และความเข้มของอันตรกิริยาของอิเล็กตรอน-โฟนอน (electron-phonon interaction strength; λ)

เรียก γ ว่าสัมประสิทธิ์ความจุความร้อนของ conduction electron โดยนิยามว่า

$$\gamma(T) = C_E(T)/T$$

และเมื่อ T เข้าใกล้ศูนย์อย่างต่ำสมบูรณ์ จะได้ว่า

$$\gamma(T) = \lim_{T \rightarrow 0} C_E(T)/T = \frac{2}{3} \pi^2 K_B^2 N(\epsilon_F) (1 + \lambda) \quad (2.12)$$

เมื่อ K_B คือ Boltzmann's constant ที่อุณหภูมิค่า γ_0 ให้ผลสอดคล้องกับการทดลองเพราะว่าที่อุณหภูมิต่ำความจุความร้อนเนื่องจาก conduction electron มีค่ามากพอ สำหรับในทวินำยิ่งยวดเงื่อนไขสำคัญที่ทำให้ผลการทดลองกับเทอมทั้งสามของสมการที่ (2.11) ก็คือที่อุณหภูมิลดลง เอนโทรปีของสถานะปกติและสถานะทวินำยิ่งยวดต้องเท่ากัน ค่าอุณหภูมิต่ำ (Debye temperature) สำหรับอุณหภูมิต่ำ, θ_D และค่า D มีค่าเฉพาะที่เป็นคุณสมบัติประจำตัวของแต่ละสาร ค่าความจุความร้อนเนื่องจากแลตทิซมีค่าน้อย ณ อุณหภูมิต่ำ เงื่อนไขเหล่านี้ทำให้ไม่สามารถพิจารณาปัญหาของความจุความร้อนเฉพาะของประกอบแอนฮาร์โมนิก แต่เพียงอย่างเดียวได้

เมื่ออุณหภูมิต่ำขึ้นค่าความเข้มอันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอน (λ) เข้าใกล้ศูนย์และตัดทิ้งไปได้เมื่ออุณหภูมิต่ำขึ้นเท่ากับ $2\theta_D$

จะได้ว่า

$$\gamma_o = \gamma_b(1+\lambda) \quad (2.13)$$

กำหนดให้

$$\gamma_b = \frac{2}{3} \pi^2 k_B^2 N(\epsilon_F) \quad (2.14)$$

ให้ S_L เป็นเอนโทรปีของแลตทิซเมื่อปริมาตรคงที่ของผลึกแอนฮาร์โมนิก (anharmonic crystal) ซึ่งหาได้จากการพิจารณาลำดับ (order) ที่ต่ำที่สุดของผลจาก

anharmonicity โดยอาศัยผลจากการศึกษา inelastic neutron scattering ซึ่งสอดคล้องกับ quasi-harmonic ทำให้ได้สมการ

$$S_L = k_B \sum_{s=1}^{3N} \left\{ \beta \hbar \omega_s n_s + \ln(n_s + 1) \right\} \quad (2.15)$$

$$\text{เมื่อ } \beta = \frac{1}{k_B T}, \quad n_s = \left\{ \exp(\beta \hbar \omega_s) - 1 \right\}^{-1}$$

และ ω_s = ความถี่ในการสั่นของโฟนอน สำหรับ Normal mode s โดยสังเกตขณะที่อุณหภูมิเป็น T และ ω_s ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ T ที่เปลี่ยนแปลงไปด้วย จะได้ค่าความจุความร้อนของแลตทิซซึ่งสอดคล้องกับสมการที่ (2.15) เป็น

$$C_L = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = k_B \sum_{s=1}^{3N} n_s (n_s + 1) (\beta \hbar \omega_s)^2 \left(1 - \frac{T \omega'_s}{\omega_s} \right) \quad (2.16)$$

เมื่อ $\omega'_s = \left\{ \left(\partial \omega_s / \partial T \right)_V \right\}$ สำหรับ anharmonicity ขนาดเล็ก ๆ
จะได้ว่า

$$k_B T \sum_{s=1}^{3N} \frac{\omega'_s}{\omega_s} \ll 1$$

Copyright © Chiang Mai University
All rights reserved

และใน high temperature limit: ค่าความจุความร้อนของแลตทิซคาดประมาณได้เป็น

$$C_L = 3R \left(1 - \frac{\hbar^2 \langle \omega_s^2 \rangle}{12(K_B T)^2} \right) - K_B T \sum_{s=1}^{3N} \frac{\omega'_s}{\omega_s} \quad (2.17)$$

$$\text{เมื่อ } \langle \omega_s^2 \rangle = \frac{1}{3N} \sum_{s=1}^{3N} \omega_s^2$$

สำหรับอุณหภูมิสูงค่าความจุความร้อนของแลตทิซตามสมการที่ (2.17) ให้ผลเหมือนกับค่าที่ได้จากกฎของ Dulong และ Petit คือเท่ากับ $3R$ พิจารณาสมการที่ (2.17) เมื่อใช้กับอุณหภูมิสูงเทอม $\hbar^2 \langle \omega_s^2 \rangle / 12(K_B T)^2$ มีค่าเข้าใกล้ศูนย์และเทอม $K_B T \sum_{s=1}^{3N} \frac{\omega'_s}{\omega_s}$ มีค่าน้อยกว่า 1 มาก ๆ

จะได้ผลว่า $C_L \simeq 3R$ ซึ่งให้ผลเหมือนกับค่าที่ได้จาก harmonic theory อุณหภูมิซึ่งทำให้สมการที่ (2.17) ใช้งานได้ โดยที่ค่าความจุความร้อนของ conduction electron จะต้องขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ นั่นคือ $C_E = \gamma T$ และผลจากรีโนร์มอลไลเซชันอิเล็กตรอน-โฟนอนหมดความสำคัญไปหมายถึงว่าถูกตัดทิ้งไป เมื่อคิดความจุความร้อนของอิเล็กตรอนรวมด้วยสมการที่ (2.17) เขียนได้เป็น

$$\frac{C_V - 3R}{T} = \frac{R \hbar^2 \langle \omega_s^2 \rangle}{4K_B^2 T^3} + (A + \gamma) \quad (2.18)$$

เมื่อ

$$A = -K_B \sum_{s=1}^{3N} \frac{\omega'_s}{\omega_s} \quad (2.19)$$

เมื่อเขียนกราฟของผลการทดลองในช่วงอุณหภูมิสูงระหว่าง $(C_V - 3R)/T$ กับ T^{-3} เส้นกราฟที่ได้จะเป็นเส้นตรงและค่าความชันของเส้นกราฟจะทำให้หาค่าได้ ถ้าให้ θ_∞ = high-temperature characteristic phonon temperature

นิยามว่า

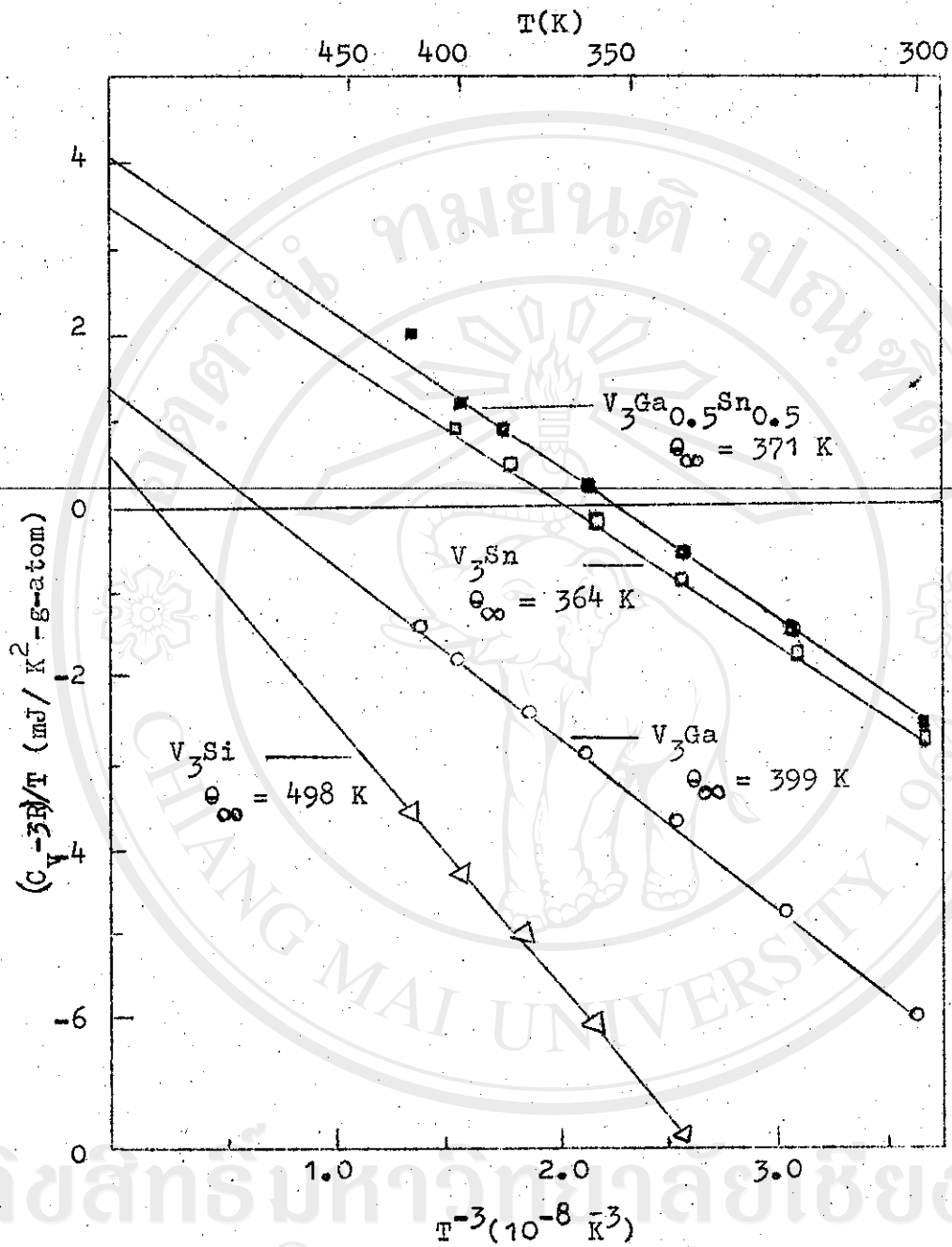
$$\theta_{\infty} = \left\{ \frac{5}{3} \frac{\hbar^2 \langle \omega_s^2 \rangle}{K_B^2} \right\}^{1/2} \quad (2.20)$$

จากกราฟพิจารณา ณ ตำแหน่งที่ $T^{-3}=0$ จะได้อค่า $A+\gamma$ ซึ่งก็คือผลรวมของสัมประสิทธิ์ความจุความร้อนของแอนฮาร์โมนิกและอิเล็กทรอนิก (ดูรูปที่ 2.3)

Knapp และผู้ร่วมงานได้แสดงให้เห็นว่าผลการวิเคราะห์ค่าความจุความร้อนของสารประกอบของธาตุวานาเดียม ($V-A15$) ซึ่งเป็นตัวนำยิ่งยวด (ดูรูปที่ 2.3) พิจารณาในแต่ละกรณีกราฟเส้นตรงที่ได้จากการเขียนกราฟระหว่าง $(C_V - 3R)/T$ และค่า T^{-3} จากกราฟทำให้ได้อค่า $A+\gamma$

ตารางที่ 2.1 ตัวพารามิเตอร์ที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลความจุความร้อนในช่วงอุณหภูมิสูงของสารประกอบของธาตุวานาเดียม-15 หน่วยของ γ และ A เป็น $\text{mJ}/\text{K}^2\text{g-atom}$

Compounds	T_c (K)	θ_{∞} (K)	$\gamma+A$	γ	A	θ_0 (K)
V_3Si	16.5	498	0.5 ± 1.2	5.4 ± 0.6	-4.9 ± 0.6	442 ± 40
V_3Ga	14.3	399	1.4 ± 1.5	5.6 ± 0.6	-4.2 ± 0.9	343 ± 30
$V_3Ga_{0.5}Sn_{0.5}$	5.6	371	4.0 ± 1.3	5.8 ± 0.8	-1.8 ± 0.5	321 ± 10
V_3Sn	3.8	361	3.6 ± 1.7	4.3 ± 0.2	-0.7 ± 0.5	318 ± 10



รูปที่ 2.3 กราฟระหว่าง $(C_v - 3R)/T$ และ T^{-3} ของธาตุวานาเดียม-A15

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © Chiang Mai University
All rights reserved