

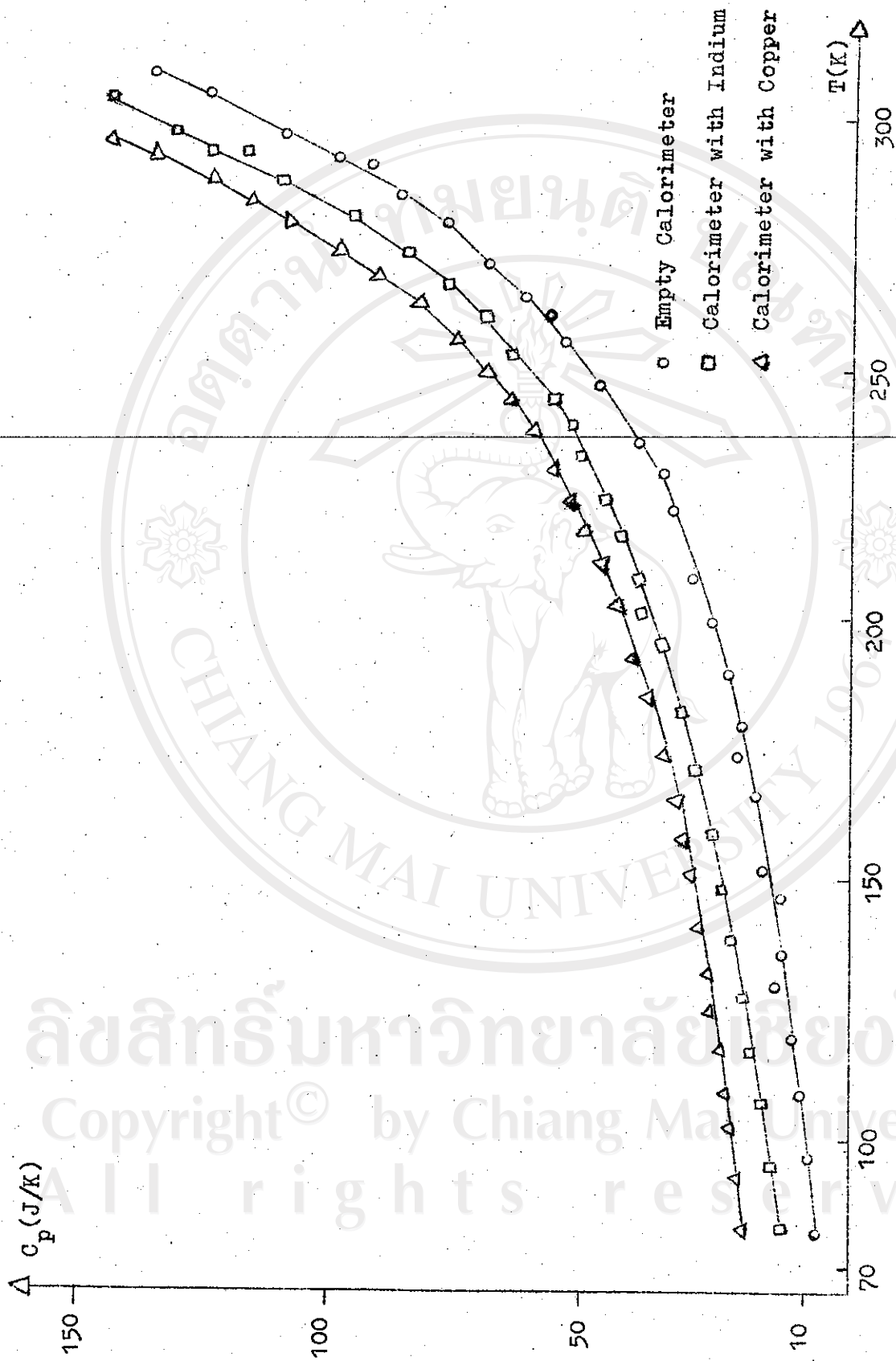
บทที่ 5

การวิเคราะห์และสรุปผลการทดลอง

การคำนวณหาค่าความจุความร้อนของสารตัวอย่าง ทำได้โดยนำผลการทดลองตามตารางที่ 4.4, 4.5 และ 4.6 ไปเขียนกราฟในสเกลใหญ่ ดังแสดงในรูปที่ 5.1 และ ความจุความร้อนของสารตัวอย่างที่อุณหภูมิใด ๆ หาได้จากผลต่างของความจุความร้อนของแคลอรีมิเตอร์ที่มีสารตัวอย่างกับความจุความร้อนของแคลอรีมิเตอร์ ตามสมการที่ 4.8 ค่าความจุความร้อนจำเพาะ (Specific heat; c) หาได้จากสมการที่ 4.9 และ Molar heat capacity หาได้จากผลคูณของความจุความร้อนจำเพาะกับน้ำหนักอะตอม ความแม่นยำของผลการทดลองทดสอบได้โดย การวัดค่าความจุความร้อนของทองแดง เทียบกับผลที่ได้จากการทดลองของ Furukawa และ Douglas⁽⁵⁾

5.1 ความจุความร้อนของทองแดง

ตารางที่ 5.1 และรูปที่ 5.2 แสดงค่าความจุความร้อนของทองแดงที่ได้จากการทดลองครั้งนี้เปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองของ Furukawa และ Douglas ปรากฏว่าผลการทดลองที่อุณหภูมิตั้งแต่ 80-200 เคลวิน มีความคลาดเคลื่อนประมาณ 1% และในบริเวณอุณหภูมิตั้งแต่ 200 เคลวินขึ้นไปมีความคลาดเคลื่อนประมาณ 5% ในการทดลองครั้งนี้ ใช้ทองแดงเกรดการค้ามีมวลเท่ากับ 44.593 กรัม และค่าความจุความร้อนที่อุณหภูมิ 70 เคลวินนั้นได้จากการต่อเส้นกราฟออกไป (Extrapolate curve)



รูปที่ 5.1 แสดงค่าความจุความร้อนที่ได้จากการทดลอง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved.

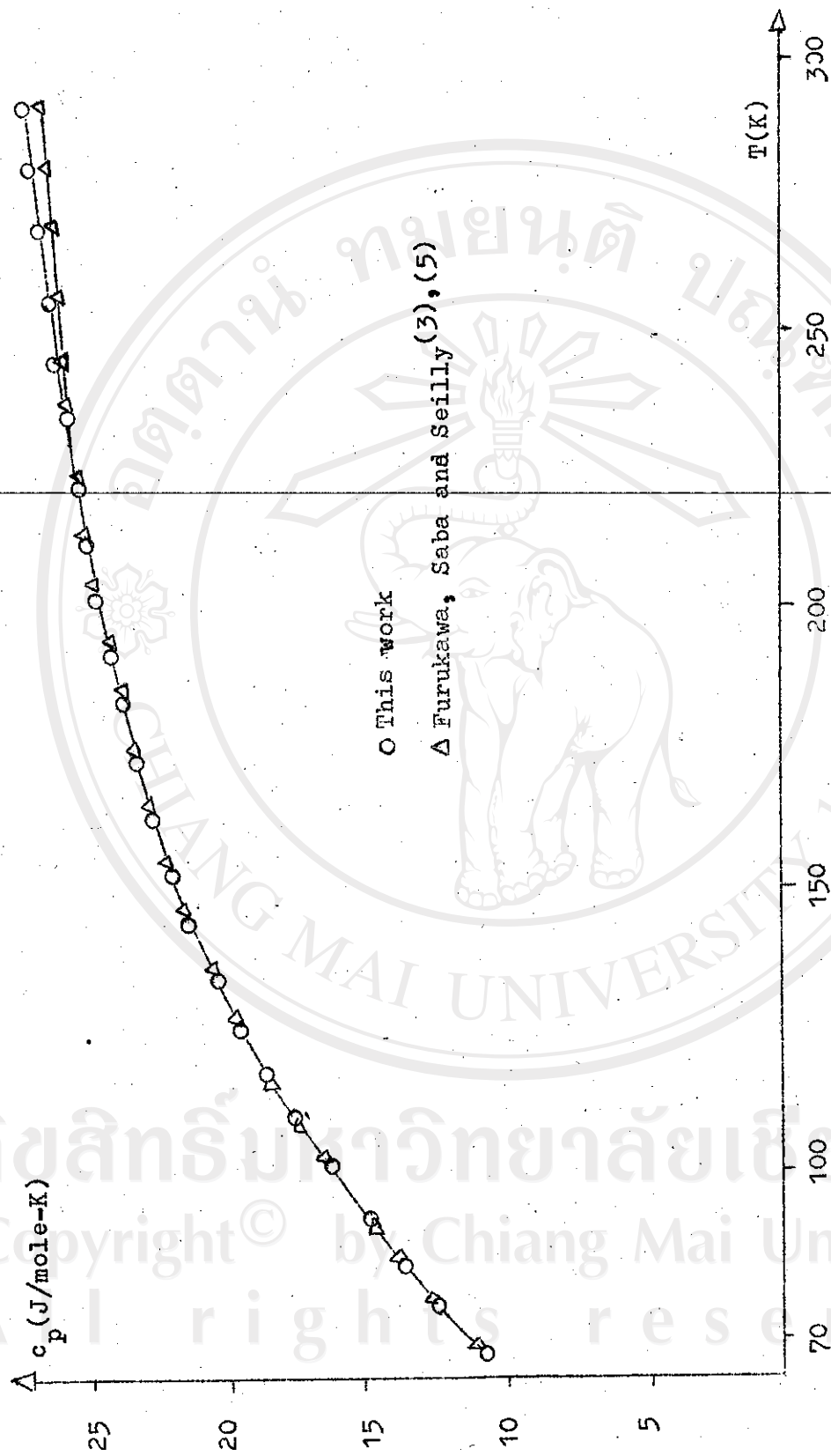
ตารางที่ 5.1 เปรียบเทียบค่าความจุความร้อนของทองแดงเมื่อความดันคงที่ ที่ได้จากการทดลองกับของ Furukawa และ Douglas (3),(5)

T (K)	c_p^* (J/mole-K)	c_p^{**} (J/mole-K)	T (K)	c_p^* (J/mole-K)	c_p^{**} (J/mole-K)
70***	10.68	10.86	190	21.98	22.31
80	12.53	12.85	200	22.55	22.63
90	14.70	14.56	210	22.68	22.91
100	16.61	16.01	220	22.96	23.17
110	17.38	17.22	230	23.25	23.39
120	18.32	18.25	240	23.38	23.60
130	19.26	19.12	250	23.76	23.78
140	19.67	19.85	260	24.02	23.94
150	20.30	20.51	270	24.16	24.09
160	21.00	21.05	280	24.28	24.22
170	21.15	21.53	290	24.60	24.34
180	21.57	21.94	300	24.65	24.46

* c_p จากผลการทดลองครั้งนี้

** c_p จากผลการทดลองของ Furukawa, Saba และ Seilly (3),(5)

*** ค่าที่ extrapolated จากกราฟ



รูปที่ 5.2 ค่าความจุความร้อนของทองแดงที่ได้จากการทดลองตรงนี้ เปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองของ Furukawa, Saba และ Seilly

5.2 ความจุความร้อนของอินเดียม

ตารางที่ 5.2 และรูปที่ 5.3 แสดงค่าความจุความร้อนของอินเดียมเมื่อความดันคงที่ซึ่งเป็นผลที่ได้จากการทดลองครั้งนี้อินเดียมมีมวลเท่ากับ 30.127 กรัม ปรากฏว่าความจุความร้อนเมื่อความดันคงที่ของอินเดียมที่บริเวณอุณหภูมิต่ำจะลดลงตามอุณหภูมิและจะมีค่าเกือบคงที่ในบริเวณอุณหภูมิสูง ทั้งนี้พิจารณาอุณหภูมิสูงของอินเดียมเริ่มตั้งแต่อุณหภูมิประมาณ 250 เคลวินขึ้นไป โดยการเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิใด ๆ กับ Debye temperature กล่าวคือที่อุณหภูมิสูงอัตราส่วนระหว่างอุณหภูมิกับ Debye temperature (Θ_D) ควรมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 2.314 ($T/\Theta_D \geq 2.314$) โดยที่ Debye temperature ของอินเดียมเท่ากับ 108 เคลวิน (8)

ค่าความจุความร้อนของอินเดียมเมื่อปริมาตรคงที่ (C_V) นั้นสามารถคำนวณได้จากสมการที่ 2.1 และสมการที่ 2.2 ในบทที่ 2 โดยที่ค่าคงที่ต่าง ๆ ของอินเดียมในสมการที่ 2.2 ที่อุณหภูมิห้องมีค่าดังนี้ (8), (13)

$$\alpha = 31.9 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

$$\beta = 2.43 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$$

$$V = 15.75 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mole}$$

สำหรับอินเดียมจะได้สมการที่ (2.1) กลายเป็น

$$C_P - C_V = 0.00593 T$$

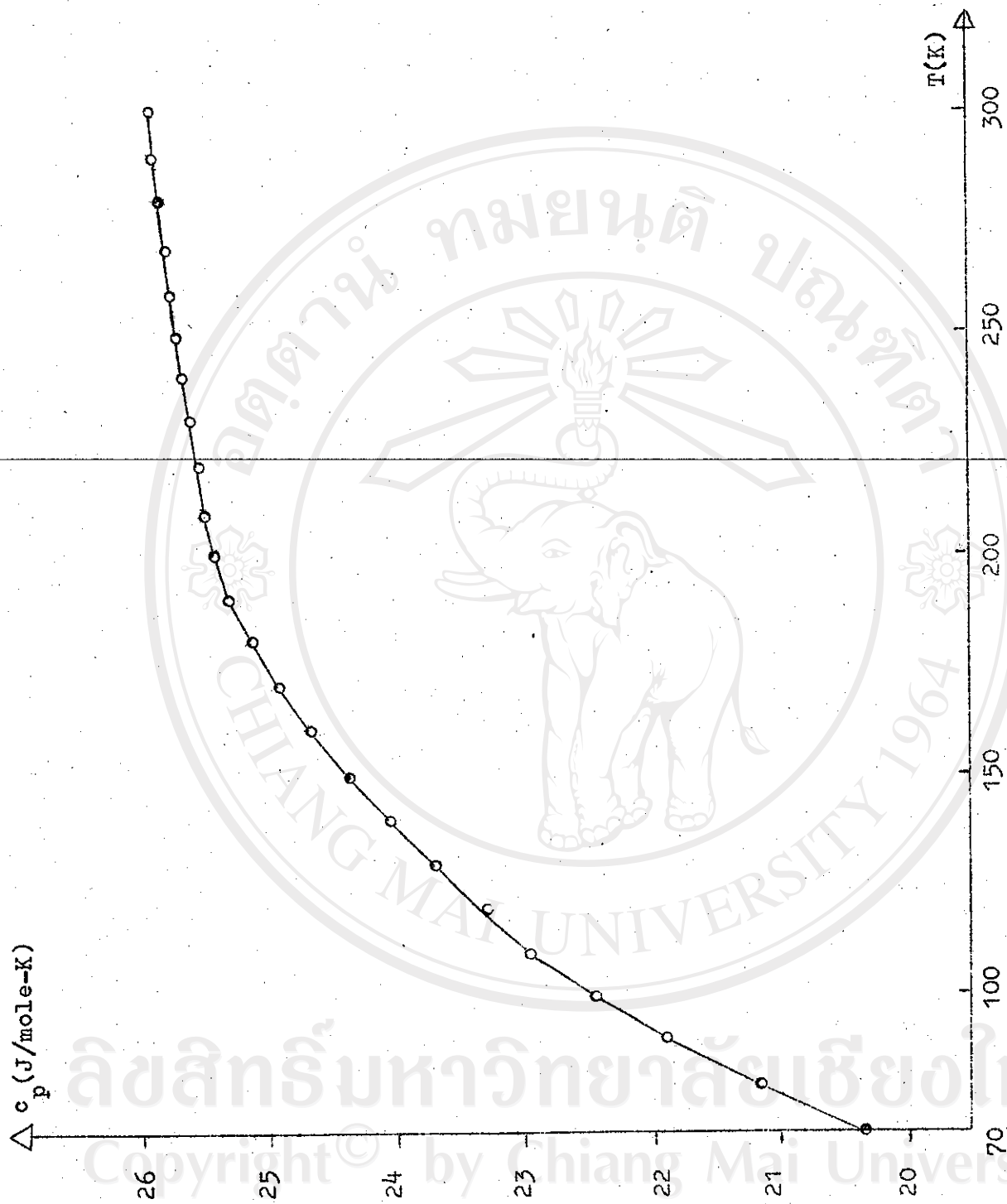
ตารางที่ 5.3 แสดงค่าความจุความร้อนของอินเดียมเมื่อปริมาตรคงที่ จะพบว่าเมื่ออุณหภูมิต่ำค่าความจุความร้อนเมื่อปริมาตรคงที่และค่าความจุความร้อนเมื่อความดันคงที่มีค่าเกือบเท่ากันและค่าทั้งสองจะแตกต่างกันมากขึ้นเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น

ตารางที่ 5.2 ความจุความร้อนเมื่อความดันคงที่ของอินเดียม

T (K)	c_p (J/mole-K)	T (K)	c_p (J/mole-K)
70*	20.81	190	25.95
80	21.69	200	25.98
90	22.49	210	26.04
100	23.07	220	26.12
110	23.49	230	26.24
120	23.82	240	26.37
130	24.20	250	26.48
140	24.57	260	26.49
150	24.91	270	26.51
160	25.24	280	26.69
170	25.58	290	26.72
180	25.83	300	26.78

* ค่าที่ extrapolated จากกราฟ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



รูปที่ 5.3 แสดงค่าความจุความร้อนของอินเตอเมเลียมที่

ตารางที่ 5.3 ความจุความร้อนเมื่อปริมาตรคงที่ของอินเดียม

T (K)	c_v (J/mole-K)	T (K)	c_v (J/mole-K)
70	20.40	190	24.83
80	21.22	200	24.80
90	21.96	210	24.80
100	22.48	220	24.82
110	22.84	230	24.88
120	23.11	240	24.95
130	23.43	250	25.00
140	23.74	260	24.95
150	24.03	270	24.91
160	24.30	280	25.03
170	24.58	290	25.01
180	24.77	300	25.01

ตารางที่ 5.4⁽³⁾ ความจุความร้อนเมื่อปริมาตรคงที่ของอลูมิเนียม (c_v)
 ความจุความร้อนเมื่อความดันคงที่ของอลูมิเนียม (c_p)

T (K)	c_p (J/mole-K)	c_v (J/mole-K)	T (K)	c_p (J/mole-K)	c_v (J/mole-K)
80	9.85	9.67	190	22.45	22.01
90	10.94	10.73	200	22.74	22.28
100	13.14	12.91	210	22.99	22.51
110	13.69	13.44	220	23.89	23.38
120	15.33	15.05	230	24.01	23.48
130	15.88	15.58	240	24.04	23.49
140	17.02	16.70	250	24.09	23.52
150	18.61	18.27	260	24.64	24.04
160	19.16	18.79	270	25.18	24.56
170	20.80	19.69	280	25.50	24.86
180	21.89	21.48	290	26.01	25.43
			300	26.21	25.52

5.3 การวิเคราะห์ความจุความร้อนของอินเดียมในช่วงอุณหภูมิ 70-300 เคลวิน (2)

5.3.1 ตัวพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับค่าความจุความร้อนในช่วงอุณหภูมิ 70-300 เคลวิน

จากสมการที่ (2.18) เขียนอีกรูปหนึ่งให้สอดคล้องกับกราฟในรูปที่ 5.4

ได้เป็น

$$\frac{c_v - 3R}{T} = \frac{-3R\theta_\infty^2}{20} \left(\frac{1}{T^3} \right) + (\gamma + A) \quad (5.1)$$

โดยที่

A = The anharmonic contribution

$$A = -K_B \sum_{s=1}^{3N} \frac{\omega'_s}{\omega_s} \quad (5.2)$$

และ θ_∞ = characteristic temperature ในช่วงอุณหภูมิ 70-300 เคลวิน

$$\theta_\infty = \left\{ \frac{5}{3} \frac{\hbar^2 \langle \omega_s^2 \rangle}{K_B} \right\}^{1/2} \quad (5.3)$$

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากอินเดียมนี้ เพื่อให้มีตัวเปรียบเทียบจึงได้นำข้อมูลความจุความร้อนของอลูมิเนียม (3) มาวิเคราะห์ร่วมด้วย

เมื่อเขียนกราฟระหว่าง $(c_v - 3R)/T$ และ T^{-3} โดยข้อมูลในตารางที่ 5.3 และ 5.4 จะได้กราฟดังรูปที่ 5.4

ค่าความชันของเส้นกราฟที่ได้ในแต่ละกรณีทำให้คำนวณหาค่า θ_∞ สำหรับอินเดียมและอลูมิเนียม โดยอาศัยสมการที่ (5.1)

All rights reserved

จากรูปที่ 5.4 เมื่อ $T^{-3}=0$ จะได้ว่า $(\gamma+A)$ ซึ่งก็คือจุดตัดของเส้นกราฟ กับแกน $(c_v-3R)/T$

จากสมการที่ (5.3) เมื่อแทนค่า θ_{∞} จะทำให้ได้ค่า $\langle \omega_s^2 \rangle$ ดังนั้นผลการคำนวณที่แสดงไว้ในตารางที่ 5.5

ตารางที่ 5.5 ตัวหารามิเตอร์ที่ได้จากการวิเคราะห์ความจุความร้อนของอินเดียมและอลูมิเนียมในช่วงอุณหภูมิ 70-300 เคลวิน

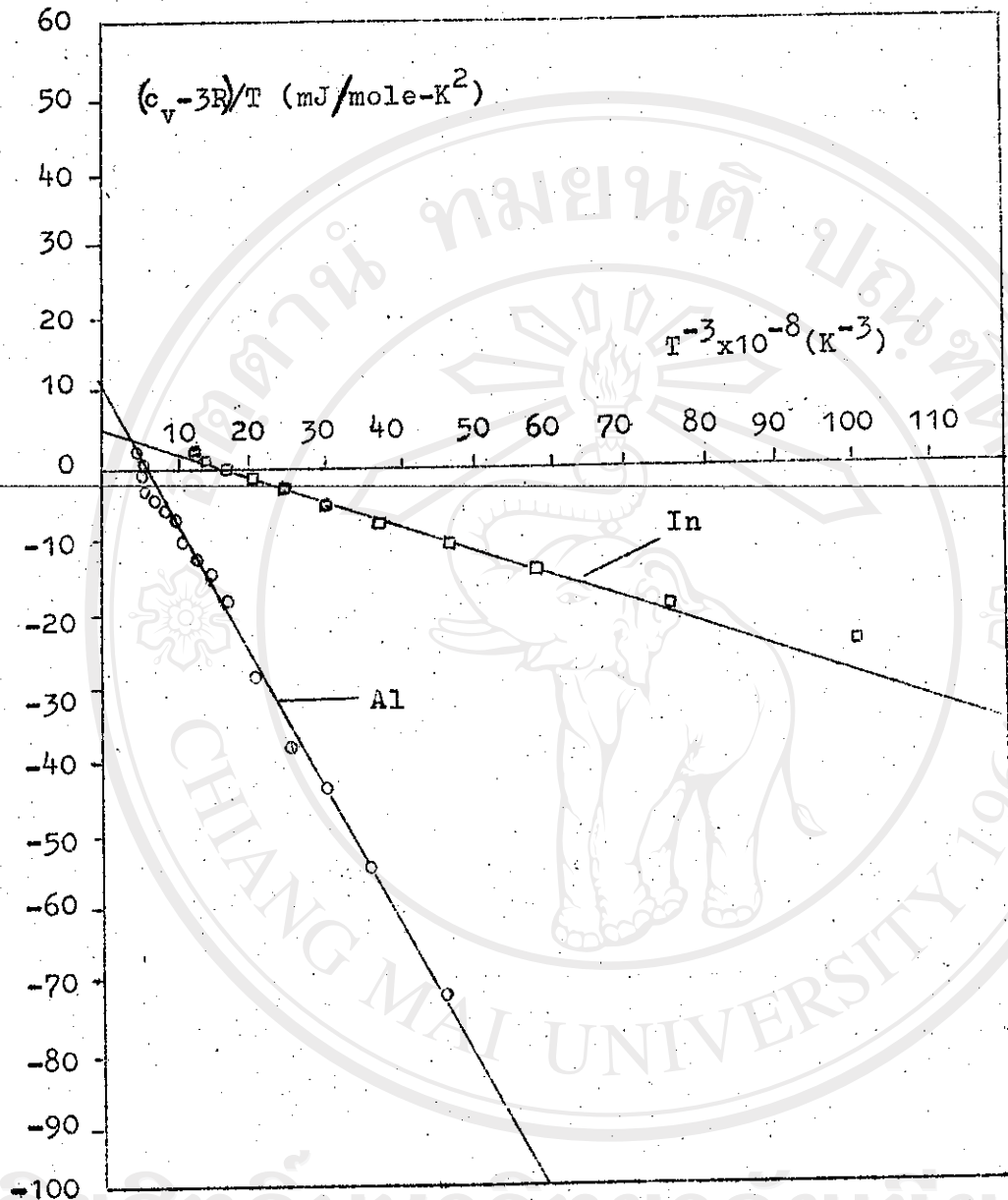
Samples	θ_{∞} (K)	$\gamma+A$ (mJ/mole- K ²)
In	162.48	3.95
Al	455.08	11.68

5.3.2 สัมประสิทธิ์ความจุความร้อนของ conduction electron (γ) ในช่วงอุณหภูมิ 70-300 เคลวิน (2)

จากหัวข้อ 2.3 ปัญหาหลักที่พิจารณาคือความจุความร้อนในช่วงอุณหภูมิสูง (70-300 เคลวิน) ที่มีองค์ประกอบจาก 2 ส่วนคือ เนื่องจาก conduction electron และจาก anharmonicity จากรูปที่ 5.4 ทำให้ได้ค่า $\gamma+A$ โดยที่ γ หาได้จากสมการต่อไปนี้

$$\gamma = \gamma_b \left\{ 1 - \frac{31}{10} \left(\frac{k_B T}{\epsilon_F} \right)^2 - \dots \right\} \quad (5.4)$$

เมื่อ ϵ_F = พลังงานเฟอร์มี (Fermi energy)



รูปที่ 5.4 กราฟของความสัมพันธ์ระหว่าง $(c_v - 3R)/T$ กับค่า T^{-3}

จากตารางที่ (5.3) และ (5.4)

All rights reserved

และ
$$\gamma_b = \frac{\gamma_o}{1+\lambda} \quad (5.5)$$

โดยที่ γ_b = the band structure electronic heat capacity coefficient ที่อุณหภูมิ T
 γ_o = the electronic heat capacity coefficient including the effects of electron-phonon coupling enhancement
 λ = the electron-phonon interaction strength

ตารางที่ 5.6 แสดงค่า λ , γ_o , ϵ_F , γ_b และ γ สำหรับอินเดียมและอลูมิเนียม

Samples	λ	$\gamma_o^{(8)}$ (mJ/mole- K ²)	$\epsilon_F^{(8)}$ (eV)	γ_b (mJ/mole- K ²)	γ (mJ/mole- K ²)
In	0.834 ⁽⁶⁾	1.60	8.60	0.872	0.8697
Al	0.380*	1.35	11.36	0.978	0.9766

* สำหรับอลูมิเนียม λ หาได้จากสูตรของ Mc Millan⁽²⁾

$$\lambda = \frac{1.04 + \mu^* \ln(\theta/1.45T_c)}{(1 - 0.62 \mu^*) \ln(\theta/1.45T_c) - 1.04} \quad (5.6)$$

โดยที่ T_c คืออุณหภูมิวิกฤตของอลูมิเนียมเท่ากับ 1.180 เคลวิน⁽⁸⁾

สำหรับ Simple Metal ; $\mu^* = 0.1$ ⁽⁷⁾

$$\theta = \theta_{\infty} = 455.08 \text{ เคลวิน}$$

โดยที่ μ^* = ค่าคงที่เนื่องจากอันตรกิริยาอิเล็กตรอน-อิเล็กตรอน

ตารางที่ 5.7 ตัวหระามิเตอร์ที่สำคัญที่ได้จากการวิเคราะห์ความจุความร้อนของอินเดียมและอลูมิเนียม

Samples	$T_c^{(8)}$ (K)	λ	A (mJ/mole- K ²)
In	3.4035	0.834	3.11
Al	1.180	0.380	10.703

5.4 อภิปรายผลการทดลอง (Discussion)

5.4.1 เปรียบเทียบผลการทดลองและการประมาณความคลาดเคลื่อนของผลการทดลองวัดค่าความจุความร้อนของอินเดียม

ผลการทดลองวัดค่าความจุความร้อนของอินเดียมปรากฏว่า สอดคล้องกับผลการทำนายจากทฤษฎีของ Debye กล่าวคือความจุความร้อนของของแข็ง โดยเฉพาะพวกโลหะจะมีค่าลดลงเมื่ออุณหภูมิมีค่าลดลง และจะมีค่าเกือบคงที่เมื่ออุณหภูมิสูง (200-300 เคลวิน) ตามกฎของ Dulong และ Petit คือค่าความจุความร้อนของของแข็งที่อุณหภูมิสูงจะมีค่าประมาณ 25 จูลต่อโมลต่อเคลวิน และจากการทดลองครั้งนี้ที่อุณหภูมิสูงกว่า 250 เคลวิน ค่าความจุความร้อนของอินเดียมเกือบคงที่คือประมาณ 25 จูลต่อโมลต่อเคลวิน อย่างไรก็ตามผลการทดลองครั้งนี้ค่าความจุความร้อนของอินเดียมในแต่ละค่าของอุณหภูมิต่าง ๆ กัน มีความคลาดเคลื่อนอยู่บ้างหากเปรียบเทียบกับผลการคลาสิเบรท เครื่องมือกับการวัดค่าความจุความร้อนของทองแดงกับผลที่ได้จากการวัดของ Furukawa และ Douglas ผลการทดลองมีความคลาดเคลื่อนประมาณ 1% ที่อุณหภูมิค่าและประมาณ 5% ที่อุณหภูมิสูง และถ้านำผลการทดลองวัดค่าความจุความร้อนของอินเดียมในการทดลองครั้งนี้เปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการทดลองของ Furukawa และ Douglas⁽⁵⁾ จะปรากฏว่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วงประมาณ 1-5% ดังแสดงในตารางที่ 5.8

ตารางที่ 5.8 เปรียบเทียบค่าความจุความร้อนของอินเดียมที่ได้จากการทดลองครั้งนี้
กับผลการทดลองของ Furukawa และ Douglas (5), (14)

T (K)	c_p (J/mole-°K)	c_p (5), (14) (J/mole-°K)
70	20.81	21.25
100	23.07	23.34
150	24.91	25.03
200	25.98	25.81
250	26.48	26.40
298.15	26.78 (at 300 K)	26.90

ในการทดลองวัดค่าความจุความร้อนครั้งนี้ ความคลาดเคลื่อนของผลการทดลองอาจจะมีสาเหตุมาจาก (3)

5.4.1.1 จากผลการทดลองพบว่าเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นความคลาดเคลื่อนของผลการทดลองจะมากขึ้นตามไปด้วย ทั้งนี้ในขณะที่ทดลองที่อุณหภูมิสูงปริมาณความร้อนจะไหลออกจากองค์ประกอบของ cryogenic มากเกินไป จึงทำให้ไม่สามารถควบคุมอุณหภูมิได้อย่างต่อเนื่อง ถึงแม้ว่าจะเพิ่ม Heater ตัวที่สามเป็นองค์ประกอบอีกหนึ่งของ cryogenic ก็ตาม พิจารณาได้จากรูปที่ 5.1 จะเห็นว่ายิ่งอุณหภูมิสูงขึ้นความจุความร้อนทั้งของแคลอรีมิเตอร์เปล่า ๆ หรือมีสารตัวอย่างรวมอยู่ด้วยก็จะมีค่าสูงขึ้น แสดงว่ามีการสูญเสียปริมาณความร้อนไปมาก และกราฟมีแนวโน้มที่แสดงอย่างชัดเจนว่า ถ้าอุณหภูมิในการทดลองยิ่งสูงขึ้นเรื่อย ๆ การสูญเสียปริมาณความร้อนของ cryogenic แล Brass can ก็ยิ่งมากขึ้นตามไปด้วย

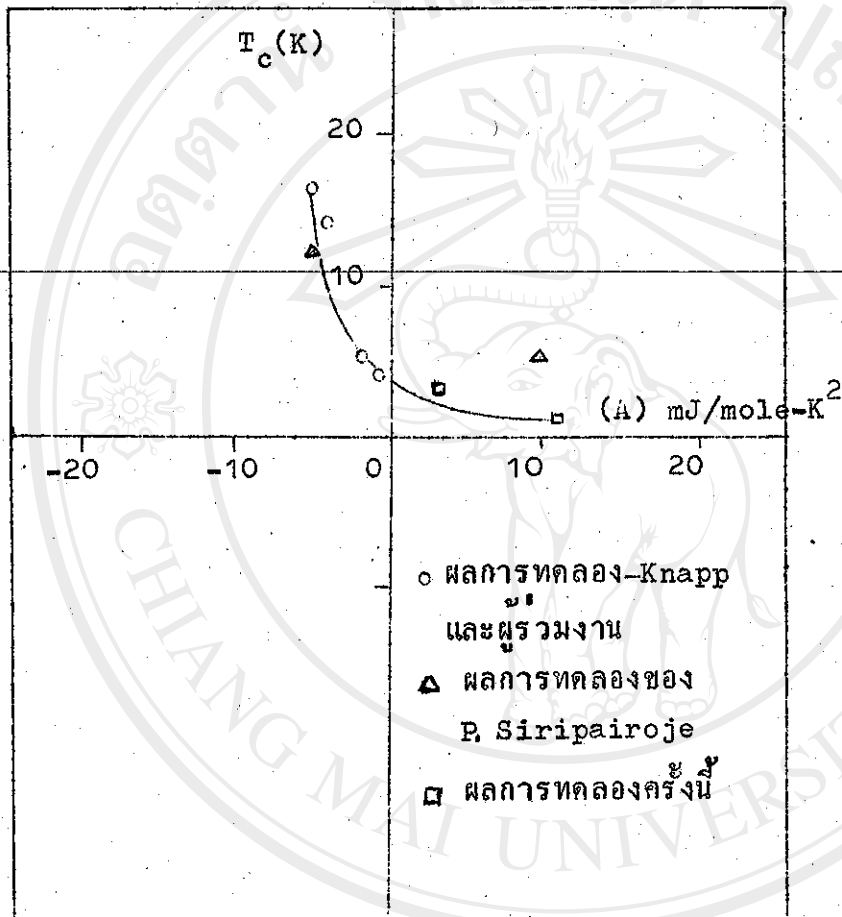
5.4.1.2 ผิวสัมผัสระหว่างแคลอรีมิเตอร์กับอินเดียมไม่เหมาะสมกันพอดี เพราะอินเดียมอ่อนตัวง่าย จึงไม่สามารถขึ้นสกรูให้ติดแน่นกับแคลอรีมิเตอร์ได้จึงทำให้การถ่ายเทความร้อนไม่ดีเท่าที่ควร

5.4.1.3 ความคลาดเคลื่อนจากความไม่แน่นอนของเครื่องมือที่ใช้เช่น ดิจิตอล โวลท์มิเตอร์ เครื่องจับเวลา เป็นต้น

5.4.2 การศึกษาถึงพฤติกรรมของตัวพารามิเตอร์ที่อุณหภูมิสูงตามวิธีวิเคราะห์ของ Knapp (2), (10)

สำหรับสารประกอบของ Vanadium-based A15 ตามวิธีวิเคราะห์ของ Knapp พบว่า ถ้าหาก characteristic temperature (θ_{∞}) มีค่ามากอุณหภูมิวิกฤตของสารนั้นก็มากตามไปด้วย และค่าสัมประสิทธิ์ความจุความร้อนเนื่องจาก anharmonic (A) กลับมีค่าน้อยลงเมื่ออุณหภูมิวิกฤตมีค่าเพิ่มขึ้น ดังแสดงในตารางที่ 2.2 (2), (10)

สำหรับอินเดียมและอลูมิเนียม การวิจัยครั้งนี้ได้นำผลการวิเคราะห์ที่ได้จากค่าความจุความร้อนของอินเดียมและอลูมิเนียม (3) มาศึกษาถึงพฤติกรรมของตัวพารามิเตอร์ตามนิยามของการวิเคราะห์ของ Knapp เมื่อเปรียบเทียบตัวพารามิเตอร์ในช่วงอุณหภูมิ 70-300 เคลวิน ที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้พบว่า ถึงแม้ว่า characteristic temperature (θ_{∞}) ของอินเดียมจะน้อยกว่าค่า characteristic temperature ของอลูมิเนียม แต่อุณหภูมิวิกฤต (T_c) ของอินเดียมกลับสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤตของอลูมิเนียม ดังแสดงในตารางที่ 5.5 และ 5.7 ผลอันนี้เองที่ไม่สอดคล้องกับแนวความคิดของ Knapp แต่ยังมีข้อน่าสังเกตคือเมื่ออุณหภูมิวิกฤตของอินเดียมมีค่าสูงกว่าของอลูมิเนียม ค่าสัมประสิทธิ์ความจุความร้อน เนื่องจาก anharmonic (A) ก็ยังมีค่าน้อยกว่าของอลูมิเนียม ซึ่งผลนี้มีแนวโน้มที่เป็นไปตามข้อเสนอแนะของ Knapp ดังแสดงในตารางที่ 2.2 และ 5.7 จะต่างกัน ก็เฉพาะค่า anharmonicity (A) ที่ได้จากการทดลองครั้งนี้มีค่าเป็นบวก โดยสามารถพิจารณาได้จากกราฟในรูปที่ 5.5



รูปที่ 5.5 ความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตและ anharmonicity

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

5.5 สรุปผลการทดลอง

ผลการทดลองวัดค่าความจุความร้อนของอินเดียมในช่วงอุณหภูมิ 80-300 เคลวิน ปรากฏว่าค่าความจุความร้อนของอินเดียมจะมีค่าลดลงเมื่ออุณหภูมิลดลง แสดงให้เห็นว่า ผลการทดลองสอดคล้องกับทฤษฎีความจุความร้อนของ Debye ความคลาดเคลื่อนในการทดลอง ครั้งนี้เทียบกับผลการทดลองของ Furukawa และ Douglas มีค่าประมาณ 1-5% อย่าง เช่นผลการทดลองที่ได้ในครั้งนี้ที่อุณหภูมิ 100 และ 150 เคลวิน ความจุความร้อน เมื่อ ปริมาตรคงที่มีค่าเท่ากับ 22.48 และ 24.03 จูลต่อโมลต่อเคลวินตามลำดับ และจะเห็นว่าความจุความร้อนของอินเดียมที่อุณหภูมิสูงกว่า 200 เคลวินมีค่าเกือบคงที่ประมาณ 25 จูลต่อโมลต่อเคลวิน ซึ่งเป็นไปตามกฎของ Dulong และ Petit

ผลการศึกษาพฤติกรรมของตัวพารามิเตอร์ตามวิธีวิเคราะห์ของ Knapp จากการวิจัยครั้งนี้พบว่า ผลการศึกษาความสัมพันธ์ของ characteristic temperature (Θ) ที่อุณหภูมิสูง (70-300 เคลวิน) กับอุณหภูมิวิกฤต (T_c) พบว่าไม่ได้เป็นไปใน ลักษณะการทำนายของ Knapp ซึ่งบ่งว่าถ้าหากอุณหภูมิวิกฤตของสารมีค่าสูงค่า characteristic temperature ก็จะสูงตามไปด้วย และค่า anharmonicity (A) ที่ได้ถึงแม้จะมีค่าเป็นบวก แต่ก็ยังแสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่สอดคล้องกับการวิเคราะห์ของ Knapp

5.6 ข้อเสนอแนะ

เพื่อเป็นการทดสอบวิธีการวิเคราะห์ของ Knapp น่าจะมีการวัดค่าความจุ ความร้อนของไนโอเบียม, ตะกั่ว, ดีบุก, แกลเลียม และสังกะสี ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤต 9.20, 7.193, 3.722, 1.091, 0.875 เคลวินตามลำดับ⁽⁸⁾ เพื่อศึกษาถึงความสัมพันธ์ ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต anharmonicity และ characteristic temperature