บทที่ 1

บทนำ

การศึกษาการหาสูตรเรซิดิวของฟังก์ชันเศษส่วนเชิงซ้อน และการประยุกต์ที่ผู้เขียนได้เขียนขึ้นมานี้ เป็นส่วนหนึ่งของวิชาการวิเคราะห์จำนวนเชิงซ้อน ในที่นี้ผู้เขียนได้แสดงวิธีหาสูตรเรซิดิวของฟังก์ชันเศษส่วนเชิงซ้อนเป็นเพียงกรณีเฉพาะ (Particular case) กรณีหนึ่งเท่านั้น ซึ่งจะไม่มีแสดงไว้ในหนังสือการวิเคราะห์เชิงซ้อนทั่วๆ ไป

ในหนังสือการวิเคราะห์เชิงซ้อนโดยทั่วๆ ไปทั้งที่เป็นภาษาไทย และภาษาต่างประเทศนั้น ได้แสดงวิธีหาสูตรเรซิดิวไว้แต่เพียงกรณีที่ฟังก์ชันเศษส่วนเชิงซ้อน $f(z) = \frac{p(z)}{q(z)}$ โดยที่ $q(z)$ มีซีโร่เชิงเดียวเท่านั้น ส่วนในกรณีที่ $q(z)$ มีซีโร่อันดับสูงๆ ขึ้นไปนั้นไม่มีแสดงไว้เลย ดังนั้นผู้เขียนจึงได้ทำการศึกษาการหาสูตรเรซิดิวของฟังก์ชันเศษส่วนเชิงซ้อน $f(z) = \frac{p(z)}{q(z)}$ โดยที่ $p(z)$, $q(z)$ เป็นฟังก์ชันวิเคราะห์ที่จุด z_0 โดยเริ่มตั้งแต่กรณีที่ $q(z)$ มีซีโร่เชิงเดียว , ซีโร่อันดับที่สอง , ซีโร่อันดับที่สาม , ซีโร่อันดับที่สี่ , ซีโร่อันดับที่ห้า ,...,จนถึง $q(z)$ มีซีโร่อันดับที่ m และได้เขียนสูตรให้อยู่ในรูปดีเทอร์มินันต์ของเมตริกซ์ขนาด $m \times m$ เพื่อสะดวกแก่การจำ และ การนำไปใช้

ผู้ที่ต้องการจะศึกษาการหาสูตรเรซิดิวของฟังก์ชันเศษส่วนเชิงซ้อนที่ผู้เขียนได้เขียนขึ้นมานี้ ควรจะมีความรู้พื้นฐานทางด้าน

- การวิเคราะห์จำนวนเชิงซ้อนเบื้องต้น
- แคลคูลัสเบื้องต้น
- แมตริกซ์ และ ดีเทอร์มินันต์

มาอย่างดีพอสมควร เพราะผู้เขียนไม่ได้กล่าวถึง แต่จะนำมาใช้เลย เมื่อเวลาต้องการนำมาอ้าง

สำหรับเนื้อหาในแต่ละบทนั้นจะประกอบไปด้วย

บทที่ 2 กล่าวถึงฟังก์ชันวิเคราะห์ ซึ่งจะเริ่มด้วยการแนะนำฟังก์ชันของจำนวนเชิงซ้อน ลิมิตของฟังก์ชัน ความต่อเนื่อง และ อนุพันธ์ เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการนิยาม ฟังก์ชันวิเคราะห์

บทที่ 3 กล่าวถึงการอินทิเกรตเชิงซ้อน ซึ่งเริ่มด้วยการนิยามคอนทัวร์ การหาค่าอินทิกรัลคอนทัวร์ ทฤษฎีของโคชี โดยที่ทฤษฎีการหาอินทิกรัลเหล่านี้ทำให้หาค่าอินทิกรัลได้ง่ายขึ้น โดยไม่ต้องใช้วิธีการอินทิเกรตโดยตรง

บทที่ 4 กล่าวถึงการกระจายอนุกรมของเทย์เลอร์(Taylor's series) การกระจายอนุกรมของโลรองต์(Laurent's series) ชนิดของจุดเอกฐาน และ ซีโร่(Singularities and zeroes) ซึ่งเริ่มด้วยการให้นิยามอนุกรมของเทย์เลอร์ก่อน และการกระจายอนุกรมของเทย์เลอร์รอบจุด z ใดนั้นจะลู่เข้า(converge) เมื่อฟังก์ชันเป็นฟังก์ชันวิเคราะห์ในย่าน(Neighborhood) ของจุดนั้น สำหรับฟังก์ชันที่ไม่เป็นฟังก์ชันวิเคราะห์ที่จุด z ใดๆ นั้นไม่สามารถกระจายอนุกรมอนุกรมของเทย์เลอร์รอบจุด z นั้นได้ ฟังก์ชันชนิดนี้มีวิธีการกระจายอีกแบบหนึ่งคือ การกระจายแบบของโลรองต์(Laurent expansion) ซึ่งการกระจายแบบของโลรองต์นี้ มีความสำคัญมากในการหาชนิดของจุดเอกฐานของฟังก์ชัน และการหาสูตรเรซิดิวของฟังก์ชันเศษส่วนเชิงซ้อน แล้วจึงกล่าวถึง ชนิดของจุดเอกฐาน และ ซีโร่ โดยอาศัยอนุกรมของเทย์เลอร์ และ อนุกรมของโลรองต์

บทที่ 5 กล่าวถึงการหาสูตรเรซิดิวของฟังก์ชันเศษส่วนเชิงซ้อน ซึ่งเริ่มด้วยการนิยามเรซิดิวของฟังก์ชันเศษส่วนเชิงซ้อนก่อน จากนี้จึงเป็นการหาสูตรเรซิดิวของฟังก์ชันเศษส่วนเชิงซ้อน $f(z) = \frac{p(z)}{q(z)}$ โดยที่ $p(z)$, $q(z)$ ต่างก็เป็นฟังก์ชันวิเคราะห์ที่จุด $z = z_0$ เริ่มตั้งแต่กรณีที่ $q(z)$ มีซีโร่เชิงเดียว ซีโร่

อันดับที่สอง ซีโร่อันดับที่สาม ซีโร่อันดับที่สี่ ซีโร่อันดับที่ห้า ..... จนถึงซีโร่อันดับที่ m โดยอาศัยการกระจายฟังก์ชันเศษส่วนเชิงซ้อนให้เป็นอนุกรมของเทย์เลอร์และอนุกรมของโลรองต์ แล้วจึงหาค่าเรซิดิว โดยอาศัยวิธีการเทียบสัมประสิทธิ์ และในขั้นสุดท้ายได้เขียนสูตรเรซิดิวให้อยู่ในรูปของดีเทอร์มินันต์ของเมตริกซ์ขนาด n x m

<u>บทที่ 6</u> กล่าวถึงการนำเอาสูตรเรซิดิวที่ได้ในบทที่ 5 ไปประยุกต์ใช้โดยการยกตัวอย่างประกอบ

<u>บทที่ 7</u> เป็นบทสรุป

<u>ภาคผนวก</u> กล่าวถึงการหาสูตรเรซิดิวของฟังก์ชันเศษส่วนเชิงซ้อน $f(z) = \frac{p(z)}{q(z)}$ โดยที่ $p(z)$, $q(z)$ ต่างก็เป็นฟังก์ชันวิเคราะห์ที่จุด $z = z_0$ ในกรณีที่ $p(z)$ มีซีโร่อันดับที่ k และ $q(z)$ มีซีโร่อันดับที่ l ซึ่ง $l > k$