บทที่ 5

บทสรุป

5.1 จากการศึกษาเงื่อนไขที่เพียงพอของการเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง สรุปได้ดังนี้

5.1.1 ให้ (X,d) เป็นเมตทริกสเปซ ให้ x_o เป็นจุดอยู่ในเซต X ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันค่าจริงที่มีขอบเขตบนเซต X ซึ่ง $f(x) \neq 0$ สำหรับทุกๆสมาชิก x ใน X และถ้าฟังก์ชัน f และ g ซึ่ง $g(x) = (1 + d(x,x_o))\, f(x)$ เป็น วีคลี่ – โคลส ที่จุด x_o จะได้ว่า ฟังก์ชัน f มีความต่อเนื่องที่จุด x_o

5.1.2 ให้ (X,d) เป็นเมตทริกสเปซ ให้ x_o เป็นจุดอยู่ในเซต X และ f เป็นฟังก์ชันค่าจริงที่มีขอบเขตบนเซต X ซึ่งมีอินเวอร์จอิมเมจของแต่ละจำนวนจริงเป็นเซตปิด (นั่นคือ $f^{-1}\{r\}$ เป็นเซตปิด $\forall\ r \in R$)

ถ้าฟังก์ชัน f เป็นวีคลี่ – โคลส ที่จุด x_o แล้ว ฟังก์ชัน f มีความต่อเนื่องที่จุด x_o

5.1.3 ให้ X เป็นสับเซตของจำนวนจริง ให้ x_o เป็นจุดอยู่ในเซต X ให้ f เป็นฟังก์ชันค่าจริงที่มีขอบเขตบนเซต X และให้ $f(x) \neq 0 \quad \forall x \in X$ ดังนั้น ถ้า $g(x) = (1 + |x_o - x|)f(x)$ เป็น วีคลี่ – โคลส บน X และถ้าฟังก์ชัน f เป็น วีคลี่ – โคลส ที่จุด x_1 ในเซต X จะได้ว่า ฟังก์ชัน f มีความต่อเนื่องที่จุด x_1

5.1.4 ให้ (X, d) เป็นเมตทรกสเปซ ให้ x_o เป็นจุดอยู่ในเซต X และ f เป็นฟังก์ชันค่าจริงที่มีขอบเขตบนเซต X ดังนั้น ฟังก์ชัน f และ $g(x) = d(x,x_o) + f(x)$ เป็น วีคลี่ – โคลส ที่จุด x_o ก็ต่อเมื่อ ฟังก์ชัน f มีความต่อเนื่องที่จุด x_o

5.1.5 ในบางสถานการณ์ ฟังก์ชัน g ใน 5.2.1 ไม่เป็น วีคลี่ – โคลส ที่จุด x_o เมื่อ ฟังก์ชัน f เป็น วีคลี่ – โคลส ที่จุด x_o ซึ่งมีผลทำให้ ฟังก์ชัน f ไม่มีความต่อเนื่องที่จุด x_o

5.1.6 ข้อความใน 5.2.1 ไม่เป็นจริงสำหรับเซไมเมตทริกสเปซ (Semimetric space) (X, d)

สำหรับในกรณีพิเศษให้เซต X เป็นเมตทริกสับสเปซของจำนวนจริง จะได้ผลสรุปดังต่อไปนี้

5.1.7 ให้ X เป็นสับสเปซของจำนวนจริง ให้ x_o เป็นจุดอยู่ในเซต X และฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันค่าจริงที่มีขอบเขตบนเซต X ดังนั้น ฟังก์ชัน f และฟังก์ชัน $g(x) = |x_o - x| + f(x)$ เป็น วีคลี่ – โคลส บน X ก็ต่อเมื่อ ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบน X

5.2 ข้อเสนอแนะ ผู้ที่สนใจอาจจะสร้างฟังก์ชัน g ที่ต่างออกไปจากที่ทำมาแล้ว และยังคงได้ผลสรุปในทฤษฎีดังกล่าวเป็นจริง

$\square$