

งานวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างยูนิฟอร์มลิมิตอินทิเกรตเบิล-  
ฟังก์ชัน และ  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup \int f_n d\mu \leq \int \lim_{n \rightarrow \infty} \sup f_n d\mu$

นี้เกิดจากการที่ผู้เขียน ได้ศึกษาบทความของ Richard B. Darst ในวาร-  
สาร American Mathematical Monthly ปี 1981

จุดมุ่งหมายที่สำคัญในการวิจัยเรื่องนี้

1. ศึกษาเพื่อหาเงื่อนไข ที่ทำให้ได้ความสัมพันธ์ว่า ลำดับ  $(f_n)$

ของนอเนกาคีฟอนทิเกรตเบิลฟังก์ชันบนปริภูมิวัดที่สเปซ  
 $(X, M, \mu)$  จะเป็นยูนิฟอร์มอินทิเกรตเบิล ก็ต่อเมื่อ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_E \int f_n d\mu \leq \int_E f d\mu, \quad \forall E \in M.$$

2. เปลี่ยนแปลงเงื่อนไขบางประการ เพื่อให้ได้ผลสรุปเช่นเดียวกับ  
ข้อ 1 บนปริภูมิวัดที่สเปซ

3. ขยายทฤษฎีไปยังเมเชอร์สเปซ  $(X, M, \mu)$  ใดๆ  
เพื่อให้ได้ความสัมพันธ์ว่า  $(f_n)$  เป็นยูนิฟอร์มอินทิเกรตเบิล  
บนเมเชอร์สเปซ  $(X, M, \mu)$  ก็ต่อเมื่อ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_E \int f_n d\mu \leq \int_E f d\mu, \quad \forall E \in M.$$

การศึกษาเรื่องนี้ผู้เขียนได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 4 บท

ในบทที่ 2 เป็นความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ เมเชอเรเบิลเซต เมเชอเรเบิลฟังก์ชัน เมเชอรัสเปซ อินทิกรัลของนอนเนกาทีฟเมเชอเรเบิลฟังก์ชัน เลเบกเมเชอรัสเปซ เลเบกอินทิกรัลของฟังก์ชันที่มีขอบเขตบน  $E$  ที่  $\mu(E) < \infty$  และลำดับทวิคูณ

ในบทที่ 3 เป็นการศึกษาบทความใน [8] เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างยูนิฟอร์มลิมิตอินทิเกรเบิลฟังก์ชัน และ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup \int f_n d\mu \leq \int \lim_{n \rightarrow \infty} \sup f_n d\mu$$

บนพหุคูณเบสิคส์เปซ

ในบทที่ 4 ซึ่งเป็นส่วนสำคัญของงานวิจัยนี้ เพื่อเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขบางประการของทฤษฎีในบทที่ 3 เพื่อให้ผลลัพธ์ของทฤษฎียังคงเป็นจริงบนพหุคูณเบสิคส์เปซ และขยายทฤษฎีไปยังเมเชอรัสเปซ  $(X, M, \mu)$  ใดๆ

ในบทที่ 5 เป็นบทสรุปเกี่ยวกับงานวิจัยนี้