

บทที่ 4

บทสรุป

จากการศึกษาทฤษฎีสเปกตรัมในมิติจำกัด และการประยุกต์ในบทที่ 3 โดยอาศัยความรู้พื้นฐานในบทที่ 2 สามารถสรุปเนื้อหาได้ดังนี้

4.1 การเปลี่ยนแปลงแบบแอดจอยท์ (adjoint)

4.1.1 เมื่อกำหนด $T : V \rightarrow V$ เป็นเอนโอมอร์ฟิซึม โดย V เป็นอินเนอร์โพรดักต์สเปซในมิติจำกัด แล้วจะมีเอนโอมอร์ฟิซึม T^* เพียงแบบเดียวเท่านั้นที่ทำให้ $\langle T(x), y \rangle = \langle x, T^*(y) \rangle$ สำหรับทุก ๆ x, y ใน V และเอนโอมอร์ฟิซึม T^* เรียกว่าแอดจอยท์ของ T

4.1.2 เมื่อกำหนด $S : V \rightarrow V$ และ $T : V \rightarrow V$ เป็นเอนโอมอร์ฟิซึม โดย V เป็นอินเนอร์โพรดักต์สเปซในมิติจำกัดแล้วจะได้ว่า

$$\begin{aligned} 1. (S+T)^* &= S^* + T^* & 2. (kT)^* &= kT^* \\ 3. (ST)^* &= T^* S^* & 4. (T^*)^* &= T \end{aligned}$$

4.2 การเปลี่ยนแปลงแบบ self-adjoint

4.2.1 เมื่อกำหนด $T : V \rightarrow V$ เป็นเอนโอมอร์ฟิซึม โดย V เป็นอินเนอร์โพรดักต์สเปซในมิติจำกัด แล้วจะเรียกเอนโอมอร์ฟิซึม T ว่า self-adjoint ก็ต่อเมื่อ $T = T^*$

เมื่อกำหนด $T : V \rightarrow V$ เป็น self-adjoint แล้วเมทริกซ์ของ T ที่สอดคล้องกับฐาน $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ที่เป็นออร์ธอนอร์มอลเซตจะเป็นเมทริกซ์สมมาตรในทางกลับกัน ถ้าเมทริกซ์ที่สอดคล้องกับฐาน $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ที่เป็นออร์ธอนอร์มอลเซตเป็นเมทริกซ์สมมาตรแล้ว T จะเป็น self-adjoint

4.2.2 ถ้า V เป็นอินเนอร์โพรดักต์สเปซในมิติจำกัดแล้วไอเกนเวกเตอร์ของ T ที่ได้จากค่าไอเกนที่แตกต่างกันจะออร์โธโกนอล

4.2.3 เมื่อกำหนด $T : V \rightarrow V$ เป็นการเปลี่ยนแปลงแบบ self-adjoint เมื่อ V เป็นอินเนอร์โพรดักต์สเปซในมิติจำกัด ให้ $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ เป็นฐานที่เป็นออร์ธอนอร์มอลเซตของ V และ A เป็นเมทริกซ์ของ T ที่สอดคล้องกับฐาน $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ และกำหนดให้ $T_C = C^n \rightarrow C^n$ โดย T_C เป็นการเปลี่ยนแปลงจากสเปซของจำนวนเชิงซ้อนมิติ n ไปยังสเปซของจำนวนเชิงซ้อนมิติ n บนฟิลด์ของจำนวนเชิงซ้อน และเมทริกซ์ของ T_C ที่สอดคล้องกับฐานมาตรฐานคือ A แล้ว T จะมีค่าไอเกนอย่างน้อย 1 ค่า และเป็นจำนวนจริง

4.2.4 ทฤษฎีสเปกตรัล เมื่อกำหนด $T : V \rightarrow V$ เป็นการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้นแบบ self-adjoint โดย V เป็นอินเนอร์โพรดักต์สเปซในมิติจำกัด แล้ว V จะมีฐานที่ประกอบด้วยไอเกนเวกเตอร์ของ T และเป็นออร์ธอนอร์มอลเซต

4.3 การประยุกต์

จากการศึกษาทฤษฎีสเปกตรัล จะเห็นว่าประโยชน์ในการนำไปประยุกต์เกี่ยวกับสมการควอดราติกและฟังก์ชันพหุนามเป็นสิ่งสำคัญ