บทที่ 5

แผนผังโปรแกรมการหาฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_n ที่ไม่เป็นลบบน $[0, 1]$ ผ่านจุด n จุดที่กำหนดให้บนฟังก์ชัน f ที่ไม่เป็นลบ

ในการหาฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_n ที่ไม่เป็นลบบน $[0, 1]$ ผ่านจุด n จุดบนฟังก์ชัน f ที่ไม่เป็นลบ โดยใช้ภาษา BASIC เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ APPLE II นี้ ซึ่งมีโปรแกรมทั้งหมด 3 โปรแกรม และขั้นตอนในการทำงาน ได้แสดงในลักษณะของแผนผัง

5.1 แผนผัง

5.1.1 แผนผังการตรวจสอบว่ามีฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_n ที่ไม่เป็นลบบน $[0, 1]$ และหาค่าของฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_n ตามทฤษฎี 4.1.2

กล่าวคือ

1) กำหนดจำนวนจุด N จุด คือ $\{(x_i, F_i)\}_{i=1}^{N}$ โดยที่

$$0 \le x_1 < x_2 < \ldots < x_N \le 1 \text{ และ } F_i > 0$$
$$(i = 1, 2, \ldots, N)$$

2) สร้างฟังก์ชัน p_{N-1} ที่ $p_{N-1}(x_i) = F_i$
$(i = 1, 2, \ldots, N)$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ด้วยวิธีของ Lagrange

$$p_{N-1}(x) = \sum_{i=1}^{N} \{F_i \prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}\}$$

3) ตรวจสอบว่า p_{N-1} มีช่วงใต้ศูนย์หรือไม่

ถ้า p_{N-1} ไม่มีช่วงใต้ศูนย์ ให้ $p_N = p_{N-1}$

ต่อไปหาค่าของฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_N ใช้ข้อ 5)

แต่ถ้า p_{N-1} มีช่วงใต้ศูนย์

ให้ $S(x) = (x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_N)$

3.1) เลือกฟังก์ชัน S^* ตามทฤษฎี 4.1.2

โดยที่ $S^*(x) = H.S(x)$

เลือก $H = 1$ หรือ -1 ดังนี้

- ถ้า $S(x) > 0 \quad \forall x \in \{x \in [0,1] : p_{N-1}(x) \leq 0\}$

ให้ $H = 1$

นั่นคือ $S^*(x) = S(x)$ [ซึ่งก็คือ S_1 ในทฤษฎี 4.1.2]

- ถ้า $-S(x) > 0 \quad \forall x \in \{x \in [0,1] : p_{N-1}(x) \leq 0\}$

ให้ $H = -1$

นั่นคือ $S^*(x) = -S(x)$ [ซึ่งก็คือ S_2 ในทฤษฎี 4.1.2]

3.2) แต่ถ้าไม่มีฟังก์ชัน S^* สอดคล้องตามทฤษฎี 4.1.2 แล้ว ให้หยุดการทำงานของโปรแกรม

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

4) ตรวจสอบเงื่อนไข

$$\sup \{ \frac{-p_{N-1}(x)}{S^*(x)} : x \in [0, 1] \text{ ที่ } p_{N-1}(x) \leq 0 \}$$

$$\leq \inf \{ \frac{p_{N-1}(x)}{-S^*(x)} : x \in [0, 1] \text{ ที่ } S^*(x) < 0 \} \quad \ldots\ldots(*)$$

ถ้า (*) จริง แสดงว่ามีฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_N ที่ไม่เป็นลบ บน $[0, 1]$ ที่ $p_N(x_i) = F_i$ $(i = 1, 2, \ldots, N)$ ต่อไปหาค่าของฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_N ใช้ข้อ 5)

แต่ถ้า (*) ไม่จริง ให้หยุดการทำงานของโปรแกรม

5) การหาค่าฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_N ที่จุด $x \in [0, 1]$

ฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_N คือ $p_N(x) = p_{N-1}(x) + E \cdot S^*(x)$

โดยเลือก $E \geq 0$ ดังนี้

5.1) จากข้อ 3) ถ้าให้ $p_N = p_{N-1}$

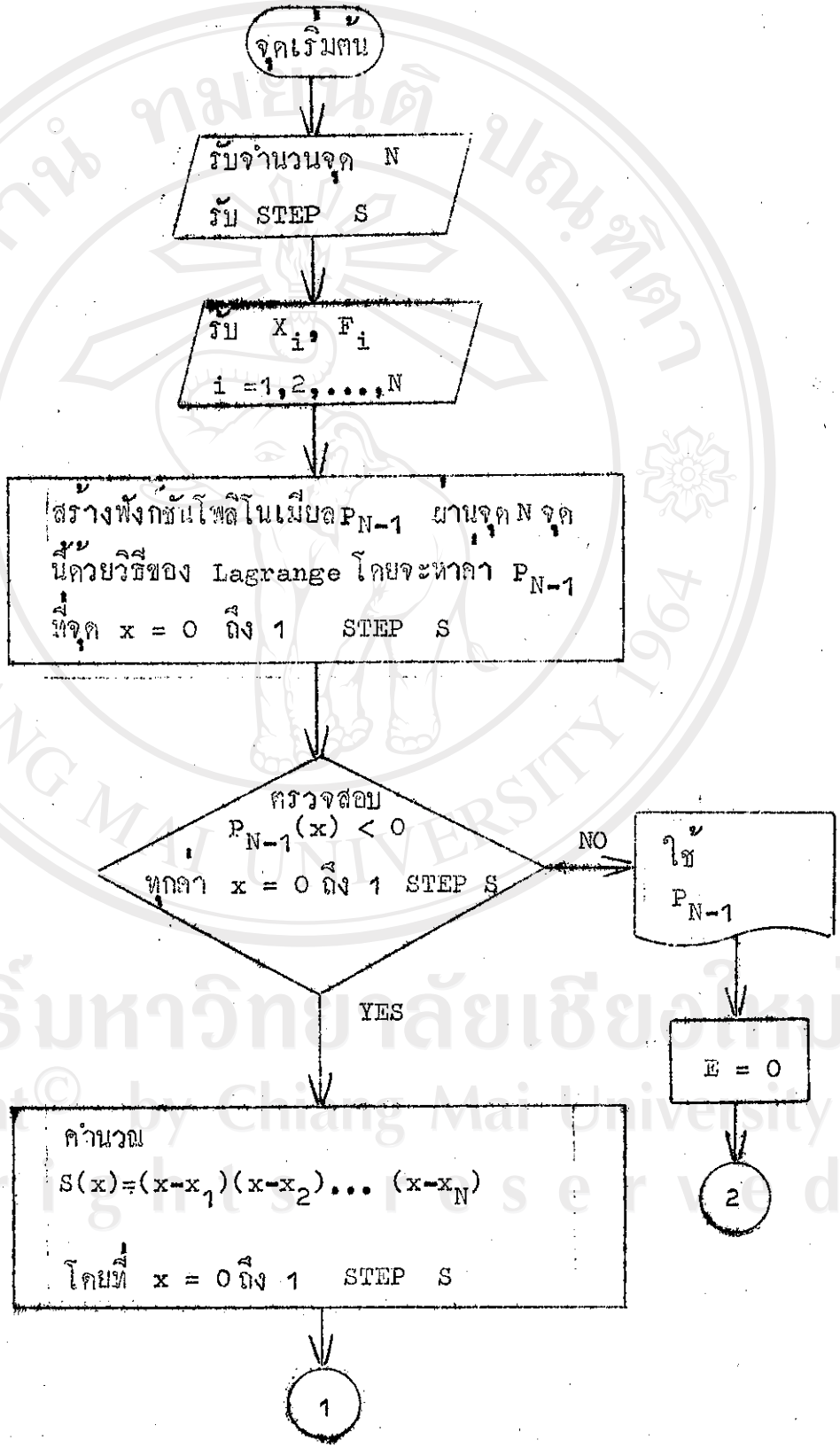
ในการหาค่าฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_N โดยการกำหนด $E = 0$

5.2) จากข้อ 4) ถ้า (*) เป็นจริง ในการหาค่า $p_N(x)$ โดยการกำหนด E ที่

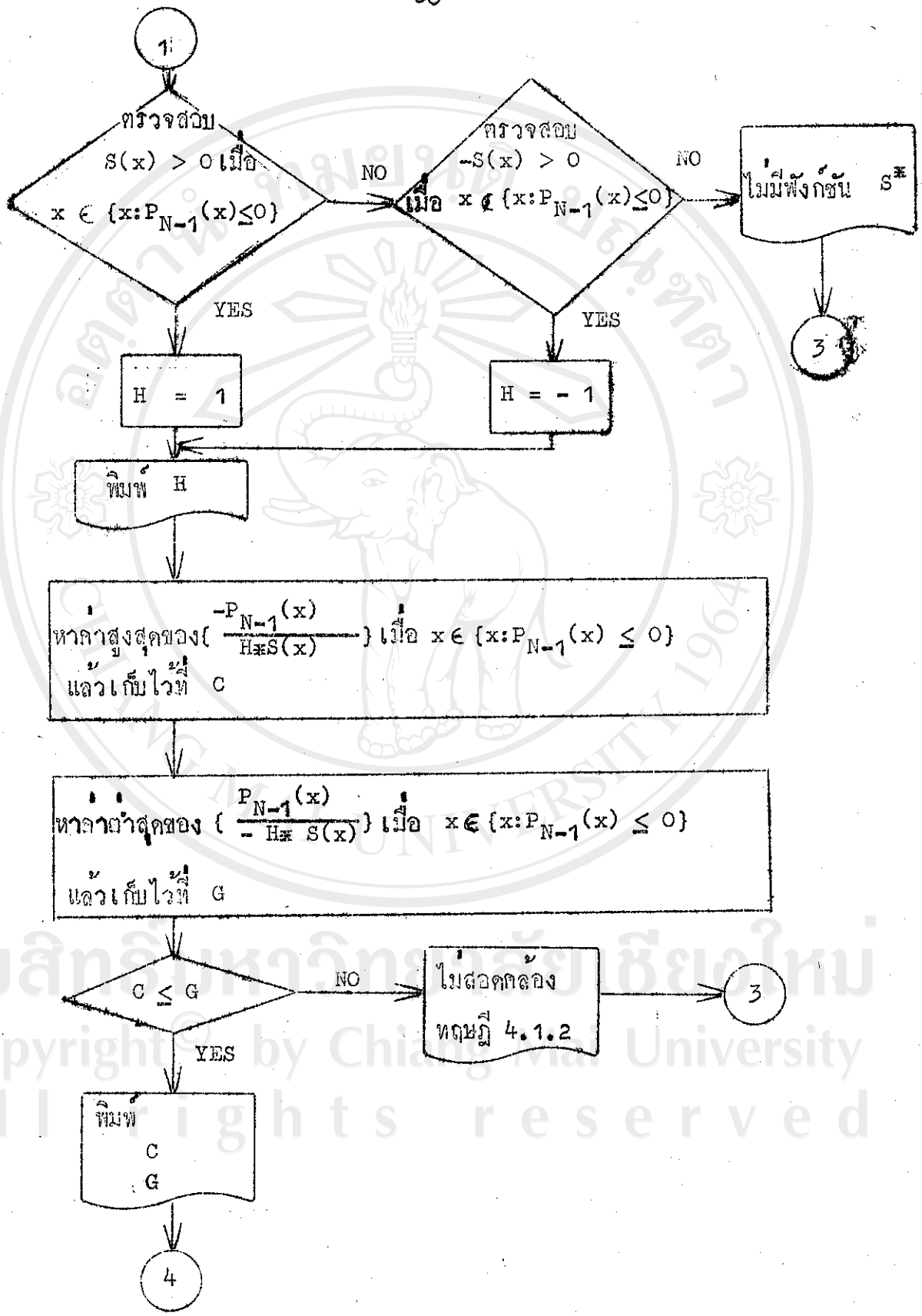
$$\sup \{ \frac{-p_{N-1}(x)}{S^*(x)} : x \in [0, 1] \text{ ที่ } p_{N-1}(x) \leq 0 \}$$

$$\leq E \leq \inf \{ \frac{p_{N-1}(x)}{-S^*(x)} : x \in [0, 1] \text{ ที่ } S^*(x) < 0 \}$$

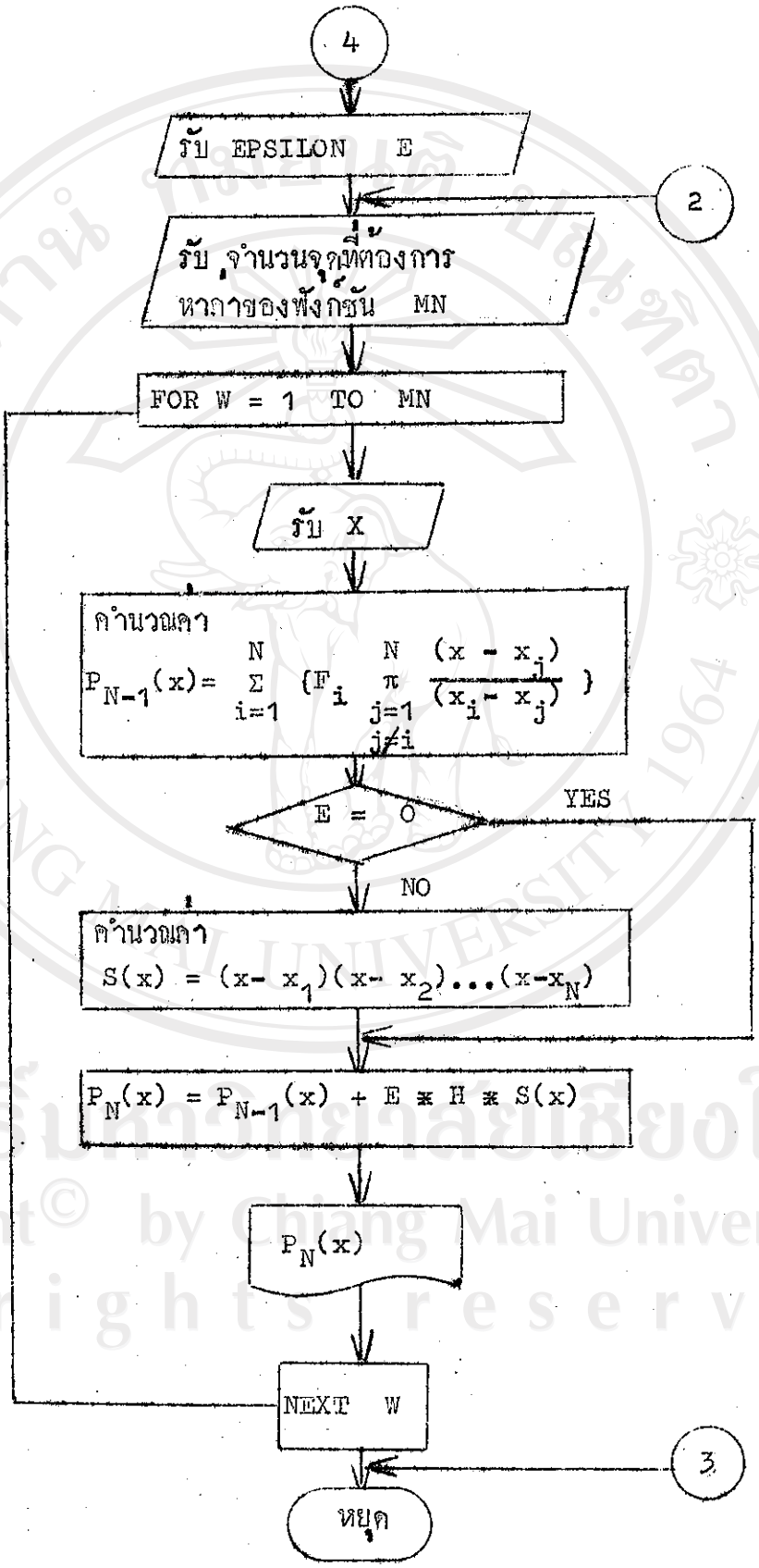
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

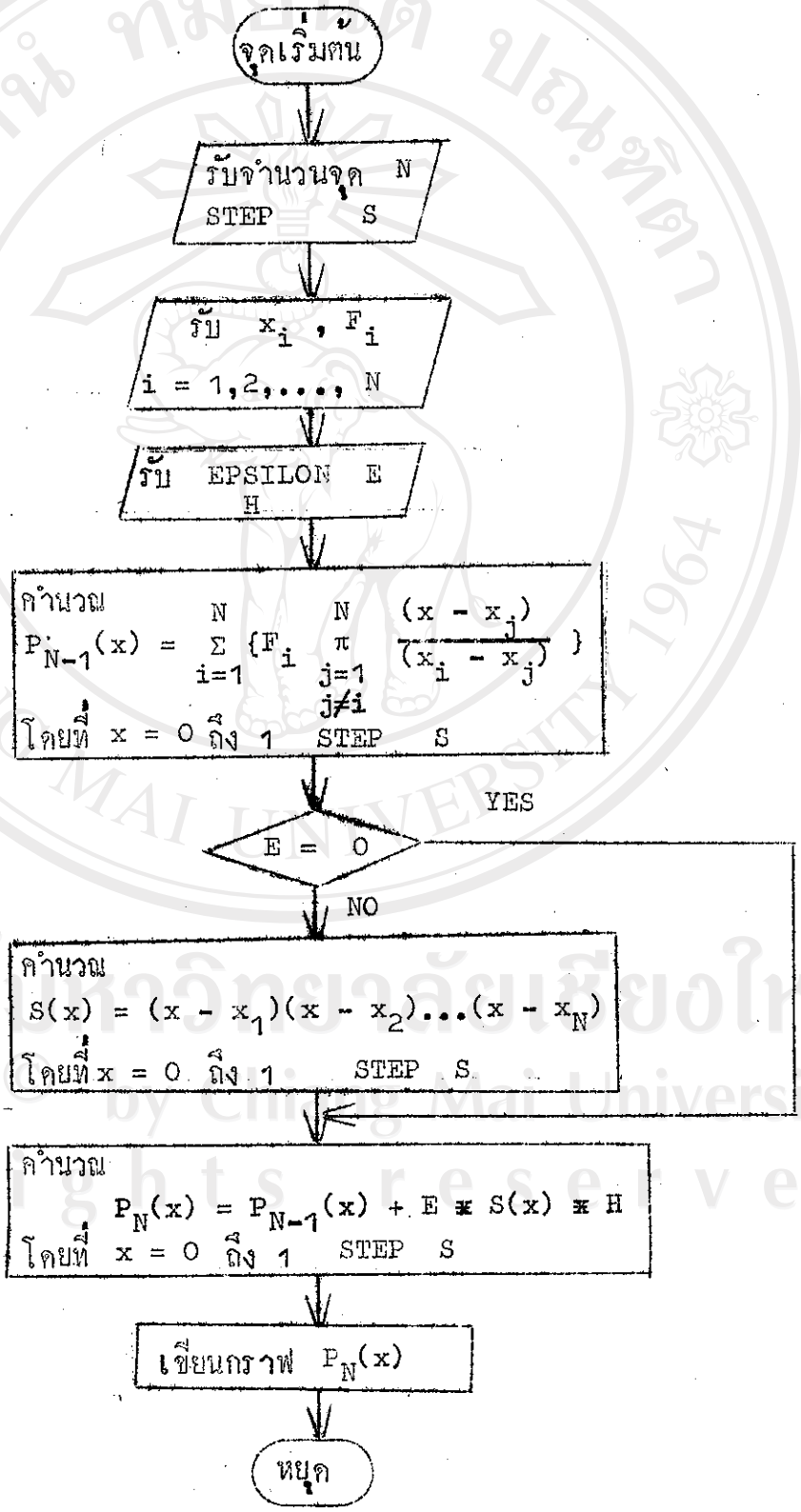


ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

5.1.2 แผนผังการเขียนกราฟ P_n ตามทฤษฎี 4.1.2



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

5.1.3) <u>แผนผังการตรวจสอบว่ามีฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_n ที่ไม่เป็นลบ บน $[0, 1]$ และหาค่าของฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_n ตาม ทฤษฎี 4.1.4 พร้อมทั้งเขียนกราฟ p_n</u>

กล่าวคือ

1) กำหนดฟังก์ชัน F โดยที่ $F \geq 0$ บน $[0, 1]$

กำหนดจำนวนจุด N จุด คือ x_i $(i = 1, 2, \ldots, N)$

2) ตรวจสอบ $F(x_i) > 0$ $(i = 1, 2, \ldots, N)$ หรือไม่

- ถ้า $F(x_i) > 0$ สำหรับ $i = 1, 2, \ldots, N$

ให้ทำข้อ 3) ต่อไป

- ถ้า $F(x_i) = 0$ สำหรับบาง $i \in \{1, 2, \ldots, N\}$

ให้หยุดการทำงานของโปรแกรม

3) สร้างฟังก์ชัน p_{N-1} ที่ $p_{N-1}(x_i) = F(x_i)$

$(i = 1, 2, \ldots, N)$

ด้วยวิธีของ Lagrange

$$p_{N-1}(x) = \sum_{i=1}^{N} \{F(x_i) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$

4) ตรวจสอบ p_{N-1} มีช่วงใต้ศูนย์หรือไม่ และเลือกฟังก์ชัน S^* เช่นเดียวกับแผนผัง 5.1.1)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

5) ตรวจสอบเงื่อนไข

$$\sup \left\{ \frac{F(x) - p_{N-1}(x)}{S^{*}(x)} : x \in [0, 1] \text{ ที่ } p_{N-1}(x) \leq 0 \right\}$$

$$\leq \inf \left\{ \frac{p_{N-1}(x)}{-S^{*}(x)} : x \in [0, 1] \text{ ที่ } S^{*}(x) < 0 \right\} \quad \ldots(**)$$

ถ้า (**) จริง แสดงว่ามีฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_N ที่ไม่เป็นลบ บน $[0, 1]$ และ $p_N(x_i) = F(x_i)$ $(i = 1,2,\ldots, N)$

แต่ถ้า (**) ไม่จริง ให้หยุดการทำงานของโปรแกรม

6) การหาค่าฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_N ที่จุด $x \in [0, 1]$

ฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_N คือ $p_N(x) = p_{N-1}(x) + E \cdot S^{*}(x)$

โดยการเลือก $E \geq 0$ ดังนี้

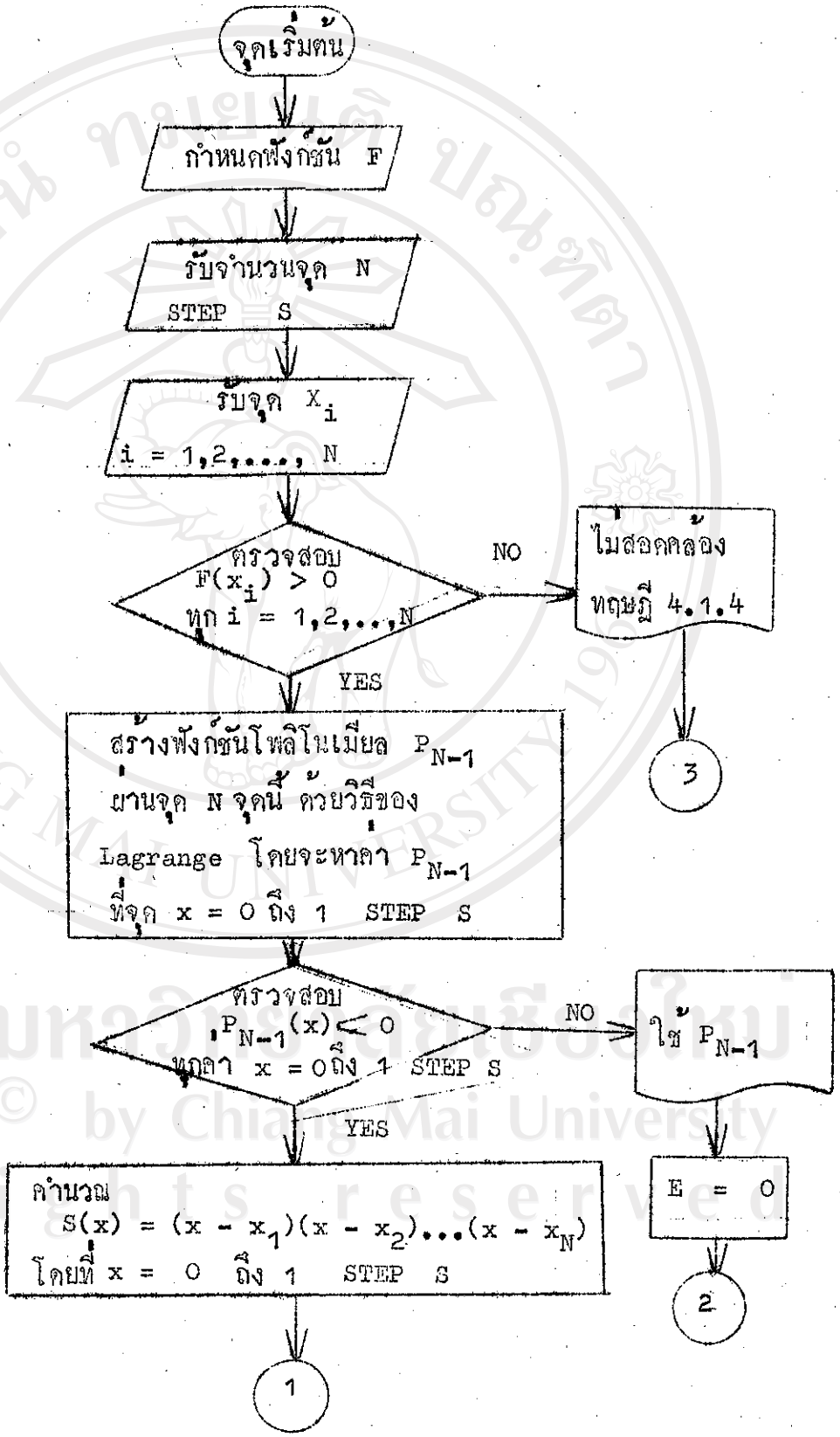
6.1) ถ้า $p_N = p_{N-1}$ กำหนดให้ $E = 0$

6.2) จากข้อ 4) ถ้า (**) จริง ในการหาค่า $p_N(x)$

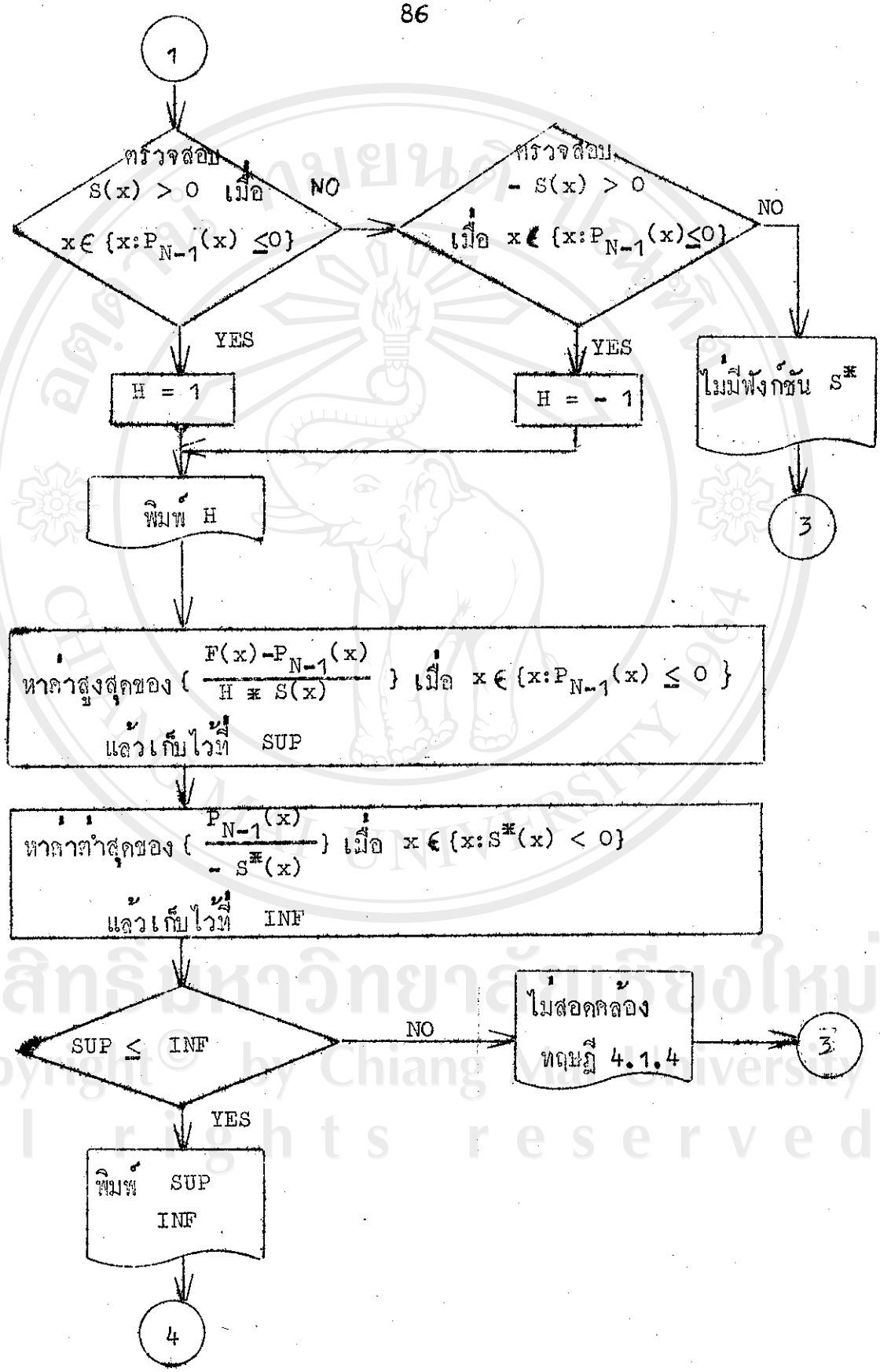
กำหนด

$$E = \sup \left\{ \frac{F(x) - p_{N-1}(x)}{S^{*}(x)} : x \in [0,1] \text{ ที่ } p_{N-1}(x) \leq 0 \right\}$$

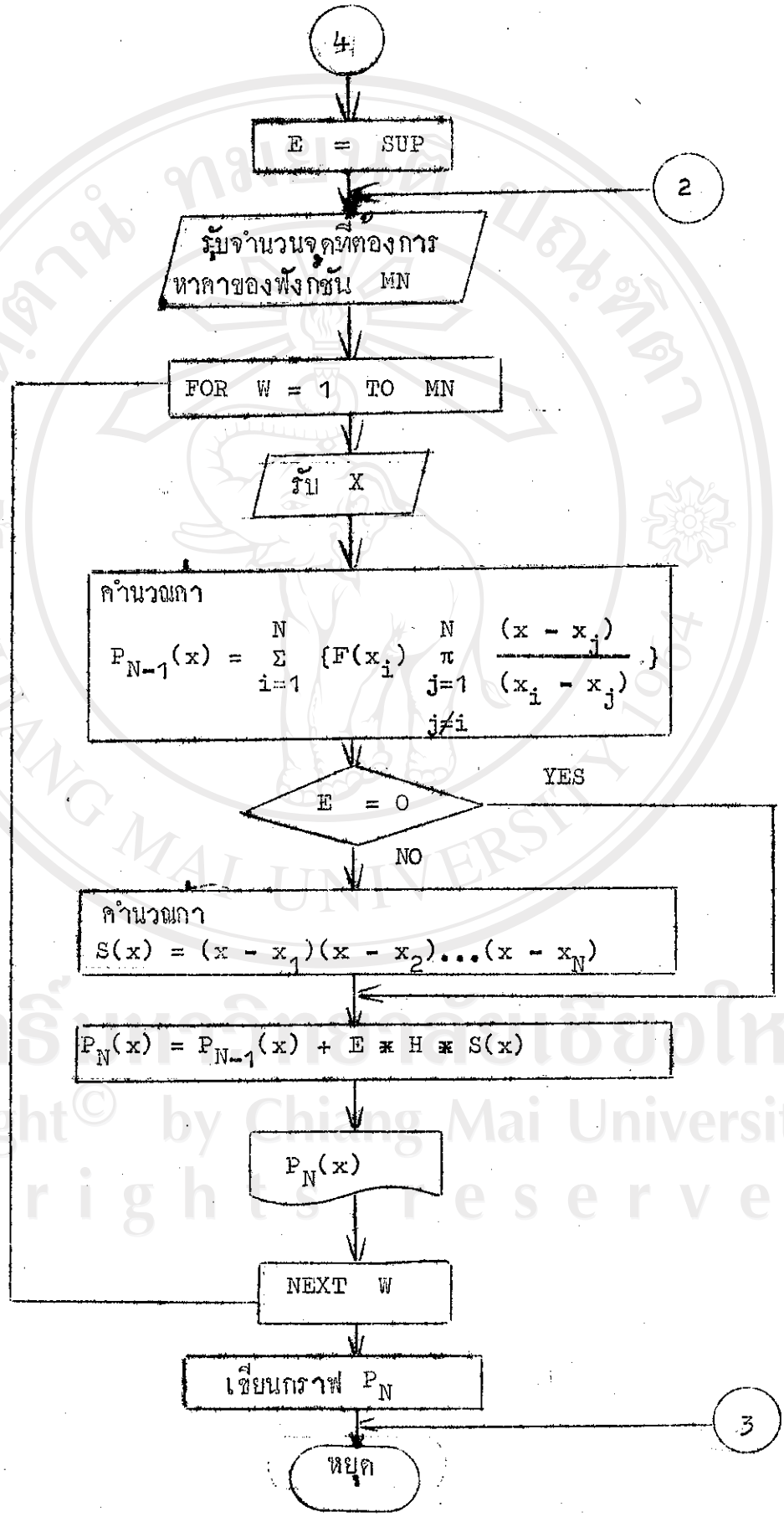
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

5.2 หน้าที่ของแต่ละโปรแกรม

โปรแกรมที่ 1 เป็นโปรแกรมสำหรับตรวจสอบว่ามีฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_n ที่ไม่เป็นลบบน [0, 1] และหาค่าของฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_n ตามทฤษฎี 4.1.2 ดังแผนผังที่ 5.1.1

โปรแกรมที่ 2 เป็นโปรแกรมสำหรับเขียนกราฟ p_n ที่หาได้ตามทฤษฎี 4.1.2 ดังแผนผังที่ 5.1.2

โปรแกรมที่ 3 เป็นโปรแกรมสำหรับตรวจสอบว่ามีฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_n ที่ไม่เป็นลบ บน [0, 1] และหาค่าของฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_n ตามทฤษฎี 4.1.4 พร้อมทั้งเขียนกราฟ p_n ดังแผนผังที่ 5.1.3

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

โปรแกรมที่ 1

```
1000  REM  *** THEOREM 4.1.2 ***
1020  REM  PROGRAM TO FIND THAT THERE EXISTS POLYNOMIAL OF DEGREE <= N OR
    NOT
1040  INPUT "HOW MANY POINTS ARE THERE ? ";N
1060  INPUT "STEP=";S
1080 M = (1 + (1 / S)) * 2
1100  DIM X(N),F(N)
1120  DIM E(M),Q(M),S(M),P(M),A(M)
1140  PRINT "GIVEN ";N;" DISTICT POINTS AND CORRESPONDING F VALUES"
1160  PRINT
1180  FOR I = 1 TO N
1200  INPUT X(I),F(I)
1220  NEXT I
1240 K = 0
1260  FOR Z = 0 TO 1 + S STEP S
1280 K = K + 1
1300 A(K) = Z
1320 P = 0
1340  REM  LAGRANGIAN INTERPOLATION
1360  FOR I = 1 TO N
1380 L = 1
1400  FOR J = 1 TO N
1420  IF J = I THEN  GOTO 1460
1440 L = L * (Z - X(J)) / (X(I) - X(J))
1460  NEXT J
1480 P = P + L * F(I)
1500  NEXT I
1520 P(K) = P
1540  NEXT Z
1560  REM  ***TO CHECK POLYNOMIAL OF DEGREE <= N-1***
1580  FOR I = 1 TO K
1600  IF P(I) < 0 THEN  GOTO 1680
1620  NEXT I
1640  PRINT "USE POLYNOMIAL OF DEGREE <= ";N - 1;"  WHICH IS NON NEGATIVE
    "
1660 E = 0: GOTO 2840
1680  REM  **FUNCTION  S(X) **
1700  FOR J = 1 TO K
1720 L = 1
1740  FOR II = 1 TO N
1760 L = L * (A(J) - X(II))
1780  NEXT II
1800 S(J) = L
1820  NEXT J
1840  REM  *** TO CHECK FUNCTION S(X) ***
1860  FOR J = 1 TO K
1880  IF P(J) > 0 THEN  GOTO 1920
```

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

```
1900  IF S(J) <  = 0 THEN  GOTO 1960
1920  NEXT J
1940 H = 1: GOTO 2060
1960  FOR JJ = 1 TO K
1980  IF P(JJ) > 0 THEN  GOTO 2020
2000  IF  - S(JJ) <  = 0 THEN  GOTO 2080
2020  NEXT JJ
2040 H =  - 1
2060  PRINT "SIGN FUNCTION S(X)= ";H: GOTO 2140
2080  PRINT "THERE IS NOT HAVE FUNCTION S(X) THAT CORRESPOND THIS THEOREM
     "
2100  GOTO 3320
2120  REM  *** TO FIND THE SUPREMUM ***
2140 B = 0
2160  FOR J1 = 1 TO K
2180  IF P(J1) > 0 THEN  GOTO 2240
2200 B = B + 1
2220 E(B) =  - P(J1) / (H * S(J1))
2240  NEXT J1
2260 C = E(1)
2280  FOR I1 = 2 TO B
2300  IF C > E(I1) THEN  GOTO 2340
2320 C = E(I1)
2340  NEXT I1
2360  REM  *** TO FIND THE INFEMUM ***
2380 D = 0
2400  FOR I2 = 1 TO K
2420 T = H * S(I2)
2440  IF T >  = 0 THEN  GOTO 2500
2460 D = D + 1
2480 Q(D) = P(I2) /  - T
2500  NEXT I2
2520 G = Q(1)
2540  IF D = 1 THEN  GOTO 2640
2560  FOR I = 2 TO D
2580  IF G < Q(I) THEN  GOTO 2620
2600 G = Q(I)
2620  NEXT I
2640  REM  *** TO CHECK THE SUPREMUM <= THE INFEMUM ***
2660  IF C > G THEN  GOTO 2760
2680  PRINT "THERE EXIST POLYNOMIAL OF DEGREE<= ";N
2700  PRINT "THE SUPREMUM = ";C
2720  PRINT "THE INFEMUM = ";G
2740  GOTO 2800
2760  PRINT "DOES NOT CORRESPONDENT THIS THEOREM"
2780  GOTO 3320
2800  REM  TO FIND THE VALUE OF POLYNOMIAL OF DEGREE <=N
2820  INPUT "THE EPSILON = ";E
2840  PRINT : PRINT : PRINT
2860  PRINT "HOW MANY POINTS THAT YOU WANT TO FIND ITS VALUE ?"
2880  INPUT MN
```

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

```
2900  FOR W = 1 TO MN
2920  INPUT "POINT = ";X
2940 P = 0
2960  FOR I = 1 TO N
2980 L = 1
3000  FOR J = 1 TO N
3020  IF J = I THEN  GOTO 3060
3040 L = L * (X - X(J)) / (X(I) - X(J))
3060  NEXT J
3080 P = P + L * F(I)
3100  NEXT I
3120  IF E = 0 THEN  GOTO 3240
3140  REM  TO COMPUTE FUNCTION S(X)
3160 D = 1
3180  FOR I5 = 1 TO N
3200 D = D * (X - X(I5))
3220  NEXT I5
3240 P1 = P + E * D
3260  PRINT "THE VALUE IS = ";P1
3280  PRINT : PRINT
3300  NEXT W
3320  END

)

)
```

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

<u>ตัวอย่างที่</u> 5.2.1 กำหนดจุด 4 จุด คือ (0.2,0.2) , (0.356,0.4) (0.5,0.35) และ (0.7,0.5) แล้วมีฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_4 ที่ไม่เป็นลบบน $[0,1]$ ที่ผ่านจุด 4 จุดนี้

```
RUN
HOW MANY POINTS ARE THERE ? 4
STEP=0.01
GIVEN 4 DISTICT POINTS AND CORRESPONDING F VALUES

?0.2,0.2
?0.356,0.4
?0.5,0.35
?0.7,0.5
SIGN FUNCTION S(X)= 1
THERE EXIST POLYNOMIAL OF DEGREE<= 4
THE SUPREMUM = 44.5189174
THE INFEMUM = 343.543506
THE EPSILON = 60


HOW MANY POINTS THAT YOU WANT TO FIND ITS VALUE ?
?2
POINT = 0.12
THE VALUE IS = .120875414


POINT = 0.567
THE VALUE IS = .29800808
```

(ดูกราฟ p_4 ในตัวอย่างที่ 5.2.3)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

<u>ตัวอย่างที่</u> 5.2.2 กำหนดจุด 9 จุด คือ (0.11,0.24) , (0.35,0.58)
(0.4,0.36) , (0.59,2.6) , (0.6,1.6) , (0.75,0.39)
(0.89,0.6) , (0.95,2.5) , (1,0.2)
แล้วไม่มีฟังก์ชัน s^* สอดคล้องตามทฤษฎี 4.1.2

```
]RUN
HOW MANY POINTS ARE THERE ? 9
STEP=0.01
GIVEN 9 DISTICT POINTS AND CORRESPONDING F VALUES

?0.11,0.24
?0.35,0.58
?0.4,0.36
?0.59,2.6
?0.6,1.6
?0.75,0.39
?0.89,0.6
?0.95,2.5
?1,.2
THERE IS NOT HAVE FUNCTION S(X) THAT CORRESPOND THIS THEOREM

]
```

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

โปรแกรมที่ 2

```
1000  REM     *** PLOTTING (THEOREM 4.1.2) ***
1100  INPUT "HOW MANY POINTS ARE THERE ? ";N
1200  INPUT "STEP =";S
1300 M = (1 + (1 / S)) * 2
1400  DIM F(N),X(N)
1500  DIM A(M),P(M),S(M),P2(M)
1600  PRINT "GIVEN ";N;"  DISTICT POINTS AND CORRESPONDING F VALUES "
1700  PRINT
1800  FOR I = 1 TO N
1900  INPUT X(I),F(I)
2000  NEXT I
2100 K = 0
2200  FOR Z = 0 TO 1 + S STEP S
2300 K = K + 1
2400 A(K) = Z
2500 P = 0
2600  FOR I = 1 TO N
2700 L = 1
2800  FOR J = 1 TO N
2900  IF J = I THEN  GOTO 3100
3000 L = L * (Z - X(J)) / (X(I) - X(J))
3100  NEXT J
3200 P = P + L * F(I)
3300  NEXT I
3400 P(K) = P
3500  NEXT Z
3600  INPUT "THE EPSILON = ";E
3700  IF E = 0 THEN  GOTO 4700
3800  REM   *** FUNCTION S(X) ***
3900  FOR J = 1 TO K
4000 L = 1
4100  FOR II = 1 TO N
4200 L = L * (A(J) - X(II))
4300  NEXT II
4400 S(J) = L
4500  NEXT J
4600  INPUT "GIVEN SIGN FUNCTION S(X) 1 OR -1  ?";H
4700  FOR I = 1 TO K
4800 P2(I) = P(I) + E * S(I) * H
4900  NEXT I
5000  REM  *** PLOTING ***
5100  HGR
5200  HCOLOR= 3
5300  HPLOT 0,0 TO 0,150 TO 250,150
5400  HCOLOR= 3
5500  FOR I = 1 TO K - 1
5600  HPLOT A(I) * 250,150 - 15 * P2(I) TO A(I + 1) * 250,150 - 15 * P2(I
      + 1)
```

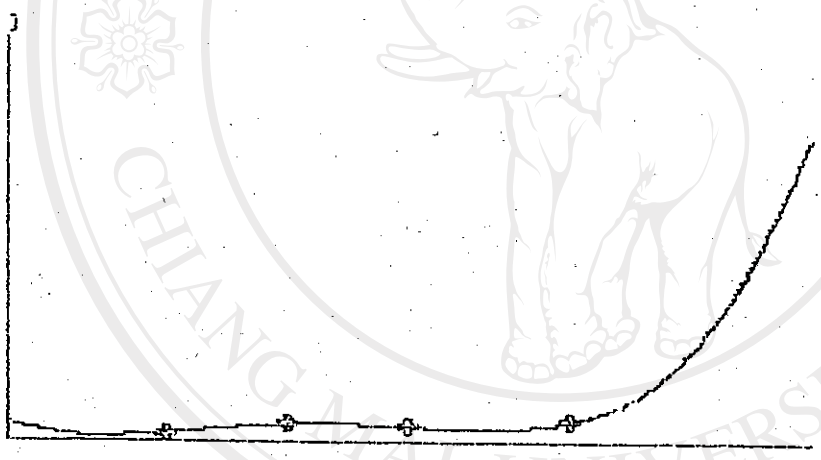
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

```
5780  NEXT I
7000  POKE 768,01: POKE 769,00
7100  POKE 770,04: POKE 771,00
7150  SCALE= 1: ROT= 0
7200 M = 777
7300  POKE 232,00: POKE 233,03
7400  READ A
7500  IF A = S THEN 8200
7600  READ B
7700  IF B = S THEN 8100
7800 X = B * S + A
7900  POKE M,X:M = M + 1
8000  GOTO 7400
8100  POKE M,A:M = M + 1
8200  POKE M,0
9000  DATA 6,2,2,7,4,4,7,7,4,4,5,5,4,4,5,5,6,6,5,5,6,6,7,7,6,6,7,8
9050  FOR I = 1 TO N
9100  DRAW 1 AT X(I) * 250,150 - 15 * F(I)
9200  NEXT I

)

)
```

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

<u>ตัวอย่างที่</u> 5.2.3 เขียนกราฟ p_4 จากตัวอย่างที่ 5.2.1

```
]RUN
HOW MANY POINTS ARE THERE ? 4
STEP =0.01
GIVEN 4  DISTICT POINTS AND CORRESPONDING F VALUES

?0.2,0.2
?0.356,0.4
?0.5,0.35
?0.7,0.5
THE EPSILON = 60
GIVEN SIGN FUNCTION S(X) 1 OR -1  ?1
```



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

โปรแกรมที่ 3

```
1000  REM   *** THEOREM 4.1.4 ***
1020  PRINT "ENTER EQUATION (EXAMPLE: FUN=X+1)"
1040  PRINT : INPUT E$
1060 F$ = "3840" + E$
1080 D$ =  CHR$ (4)
1100  PRINT D$;"OPEN EQ"
1120  PRINT D$;"DELETE EQ"
1140  PRINT D$;"OPEN EQ"
1160  PRINT D$;"WRITE EQ"
1180  PRINT F$
1200  PRINT "RUN 1280"
1220  PRINT D$;"CLOSE"
1240  PRINT  CHR$ (4);"EXEC EQ"
1260  END
1280  INPUT "HOW MANY POINTS ARE THERE ? ";N
1300  INPUT "STEP=";S
1320 M = 2 * (1 / S)
1340  DIM X(N),F(N),A(M),P(M),P2(M)
1360  DIM S(M),E(M),D(M),FF(M)
1380  PRINT "GIVEN ";N;"  DISTICT POINTS"
1400  PRINT
1420  FOR I = 1 TO N
1440  INPUT X(I)
1460 X = X(I)
1480  GOSUB 3840
1500 F(I) = FUN
1520  IF F(I) = 0 THEN  GOTO 3200
1540  NEXT I
1560 K = 0
1580  FOR Z = 0 TO 1 + S STEP S
1600 K = K + 1
1620 A(K) = Z
1640 P = 0
1660  REM  LAGRANGIAN INTERPOLATION
1680  FOR I = 1 TO N
1700 L = 1
1720  FOR J = 1 TO N
1740  IF J = I THEN  GOTO 1780
1760 L = L * (Z - X(J)) / (X(I) - X(J))
1780  NEXT J
1800 P = P + L * F(I)
1820  NEXT I
1840 P(K) = P
1860  NEXT Z
1880  REM   *** TO CHECK POLYNOMIAL OF DEGREE <= N-1  ***
1900  FOR I = 1 TO K
1920  IF P(I) < 0 THEN  GOTO 2000
1940  NEXT I
```

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

```
1960  PRINT "USE POLYNOMIAL OF DEGREE <=.";N - 1;"  WHICH IS NON NEGATIVE
    "
1980 E = 0: GOTO 3280
2000  REM  *** FUNCTION S(X) ***
2020  FOR J = 1 TO K
2040 L = 1
2060  FOR I1 = 1 TO N
2080 L = L * (A(J) - X(I1))
2100  NEXT I1
2120 S(J) = L
2140  NEXT J
2160  REM  *** TO CHECK FUNCTION S(X) ***
2180  FOR J = 1 TO K
2200  IF P(J) > 0 THEN  GOTO 2240
2220  IF S(J) <  = 0 THEN  GOTO 2280
2240  NEXT J
2260 H = 1: GOTO 2380
2280  FOR JJ = 1 TO K
2300  IF P(JJ) > 0 THEN  GOTO 2340
2320  IF  - S(JJ) <  = 0 THEN  GOTO 2400
2340  NEXT JJ
2360 H =  - 1
2380  PRINT "SIGN OF S(X) IS =";H: GOTO 2440
2400  PRINT "THERE IS NOT HAVE FUNCTION S(X) THAT CORRESPOND THIS THEOREM
    "
2420  END
2440  REM  *** TO FIND VALUE OF FUNCTION F(X) ***
2460  FOR I2 = 1 TO K
2480 X = A(I2)
2500  GOSUB 3840
2520 FF(I2) = FUN
2540  NEXT I2
2560  REM  ** TO FIND THE SUPREMUM **
2580 B = 0
2600  FOR J1 = 1 TO K
2620  IF P(J1) > 0 THEN  GOTO 2680
2640 B = B + 1
2660 E(B) = (FF(J1) - P(J1)) / (H * S(J1))
2680  NEXT J1
2700 C = E(1)
2720  FOR I1 = 2 TO B
2740  IF C > E(I1) THEN  GOTO 2780
2760 C = E(I1)
2780  NEXT I1
2800  REM  ** TO FIND THE INFEMUM **
2820 D = 0
2840  FOR I3 = 1 TO K
2860 T = H * S(I3)
2880  IF T >  = 0 THEN  GOTO 2940
2900 D = D + 1
2920 Q(D) = P(I3) /  - T
2940  NEXT I3
2960 G = Q(1)
2980  IF D = 1 THEN  GOTO 3060
```

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

```
3000  FOR I = 2 TO D
3020  IF G < D(I) THEN  GOTO 3060
3040 G = D(I)
3060  NEXT I
3080  REM  ** TO CHECK THE SUP <= THE INF **
3100  IF C > G THEN  GOTO 3200
3120  PRINT "THERE EXIST POLYNOMIAL OF DEGREE <= ";N
3140  PRINT "THE SUPREMUM =";C
3160  PRINT "THE INFEMUM =";G
3180  GOTO 3240
3200  PRINT "DOES NOT CORRESPONDENT THIS THEOREM"
3220  END
3240  REM  TO FIND THE VALUE OF POLYNOMIAL OF DEGREE <=N
3260 E = C
3280  PRINT : PRINT : PRINT
3300  PRINT "HOW MANY POINTS THAT YOU WANT TO FIND ITS VALUE ? "
3320  INPUT MN
3340 W1 = 0
3360  INPUT "POINT = ";X
3380 W1 = W1 + 1
3400 P = 0
3420  FOR I = 1 TO N
3440 L = 1
3460  FOR J = 1 TO N
3480  IF J = I THEN  GOTO 3520
3500 L = L * (X - X(J)) / (X(I) - X(J))
3520  NEXT J
3540 P = P + L * F(I)
3560  NEXT I
3580  IF E = 0 THEN  GOTO 3700
3600  REM  TO COMPUTE FUNCTION S(X)
3620 D = 1
3640  FOR I5 = 1 TO N
3660 D = D * (X - X(I5))
3680  NEXT I5
3700 P1 = P + E * D
3720  PRINT "THE VALUE IS = ";P1
3740  PRINT : PRINT
3760  IF W1 < MN THEN  GOTO 3360
3765  GOSUB 3880
3800  END
3820  REM  *** FUNCTION F(X) ***
3840 FUN = 1 / (3 + 3 * X) ^ 2
3860  RETURN
3880  REM  *** PLOTTING ***
3900  FOR I = 1 TO K
3920 F2(I) = F(I) + E * S(I) * M
3940  NEXT I
3950 X = 0
3960  HGR
3980  HCOLOR= 3
4000  HPLOT 0,0 TO 0,150
4010  HPLOT 0,150 TO 250,150
4020  HCOLOR= 3
```

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

```
4040  FOR I = 1 TO K - 1
4060  HPLOT A(I) * 250,150 - 120 * P2(I) TO A(I + 1) * 250,150 - 120 * P2
    (I + 1)
4080  NEXT I
4120  POKE 768,01: POKE 769,00
4140  POKE 770,04: POKE 771,00
4150  SCALE= 1: ROT= 0
4160 M = 772
4180  POKE 232,00: POKE 233,03
4200  READ A
4220  IF A = 8 THEN 4360
4240  READ B
4260  IF B = 8 THEN 4340
4280 X = B * 8 + A
4300  POKE M,X:M = M + 1
4320  GOTO 4200
4340  POKE M,A:M = M + 1
4360  POKE M,0
4380  DATA  6,2,2,7,4,4,7,7,4,4,5,5,4,4,5,5,6,6,5,5,6,6,7,7,6,6,7,8
4400  FOR I = 1 TO N
4420  DRAW 1 AT X(I) * 250,150 - 120 * F(I)
4440  NEXT I
4460  RETURN

]

]
```

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตัวอย่างที่ 5.2.4 กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = 1/(3+3x)^2$, $x \in [0,1]$ และกำหนดจุด 2 จุด คือ $(0.1, f(0.1))$ และ $(0.2, f(0.2))$ แล้วมีฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_2 ที่ไม่เป็นลบบน $[0,1]$ ผ่านจุด 2 จุดนี้

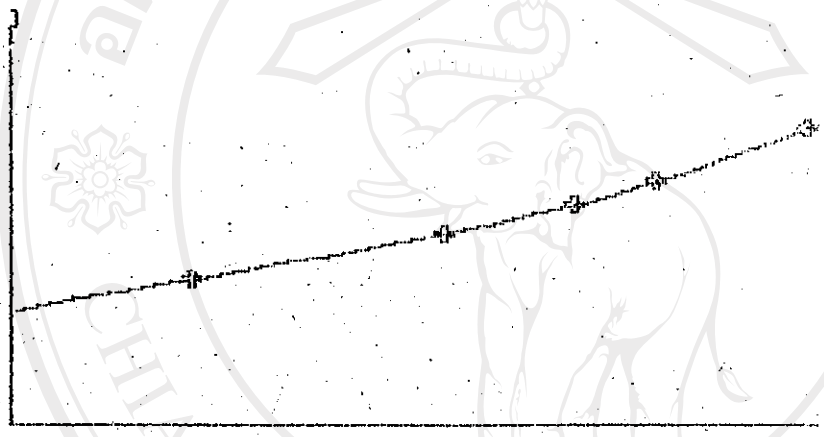
```
RUN
ENTER EQUATION (EXAMPLE: FUN=X+1)

?FUN=1/(3+3*X)^2

]

]
HOW MANY POINTS ARE THERE ? 2
STEP=0.05
GIVEN 2  DISTICT POINTS

?0.1
?0.2
SIGN OF S(X) IS =1
THERE EXIST POLYNOMIAL OF DEGREE <= 2
THE SUPREMUM =.111296431
THE INFEMUM =33.7975717


HOW MANY POINTS THAT YOU WANT TO FIND ITS VALUE ?
?2
POINT = 0.35
THE VALUE IS = .059333804

POINT = 1
THE VALUE IS = .0399589588

]
```

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตัวอย่างที่5.2.5 กำหนดฟังก์ชัน $f(x)=\left[x+\frac{x+1}{x+0.1}\right]^x$, $x \in [0,1]$ และกำหนดจุด 5 จุด คือ (0.23,f(0.23)) , (0.54,f(0.54)) , (0.7,f(0.7)) , (0.8,f(0.8)) และ(0.99,f(0.99)) แล้วมีฟังก์ชันโพลิโนเมียล p_4 ที่ไม่เป็นลบ บน $[0,1]$ ผ่านจุด 5 จุดนี้

```
]RUN
ENTER EQUATION (EXAMPLE: FUN=X+1)

?FUN=(X+(X+1)/(X+0.1))^X

]

]
HOW MANY POINTS ARE THERE ? 5
STEP=0.05
GIVEN 5  DISTICT POINTS

?0.23
?0.54
?0.7
?0.8
?0.99
USE POLYNOMIAL OF DEGREE <= 4  WHICH IS NON NEGATIVE


HOW MANY POINTS THAT YOU WANT TO FIND ITS VALUE ?
?5
POINT = 0.23
THE VALUE IS = 1.37214838

POINT = 0.54
THE VALUE IS = 1.79227886

POINT = 0.7
THE VALUE IS = 2.06877337

POINT = 0.8
THE VALUE IS = 2.27890607

POINT = 0.99
THE VALUE IS = 2.79669024
```

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved