

จากการศึกษาเงื่อนไขที่ทำให้ฟังก์ชันต่อเนื่อง เป็นฟังก์ชันปิดบนปริภูมิเมตริก ผลที่ได้จากการวิจัยมีดังนี้

1. ให้ (X, d) เป็นปริภูมิเมตริก, (Y, σ) เป็นปริภูมิเชิงโทโพโลยี ที่ทุกลำดับที่เข้าสู่มีจุดลิมิตจุดเดียวและ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก X ไปยัง Y จะได้ว่า ถ้า f เป็นฟังก์ชันปิดแล้ว f ไม่มีลำดับอนันต์ที่ลิมิต (y, σ)
2. ให้ (X, d) เป็นปริภูมิเมตริกที่คอมแพค, (Y, σ) เป็นปริภูมิเฟิร์สเคาน์เทเบิลที่ทุกลำดับที่เข้าสู่มีจุดลิมิตเพียงจุดเดียวและ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก X ไปยัง Y จะได้ว่า ถ้า f ไม่มีลำดับอนันต์ที่ลิมิต (y, σ) แล้ว f เป็นฟังก์ชันปิด
3. ให้ (X, d) เป็นปริภูมิเมตริกที่คอมแพค, (Y, σ) เป็นปริภูมิเฟิร์สเคาน์เทเบิลที่ทุกลำดับที่เข้าสู่มีจุดลิมิตเพียงจุดเดียวและ $f : (X, d) \rightarrow (Y, \sigma)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจะได้ว่า f เป็นฟังก์ชันปิด ก็ต่อเมื่อ f ไม่มีลำดับอนันต์ที่ลิมิต (y, σ)
4. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก $\mathbb{R}$ ไปยัง $\mathbb{R}$ และ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \in \mathbb{R}$ จะได้ว่า ถ้า f เป็นฟังก์ชันปิดแล้ว $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \in \mathbb{R}_f$

5. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก $\mathbb{R}$ ไปยัง $\mathbb{R}$ และมี $y \in \mathbb{R}$ ซึ่ง $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = y$ จะได้ว่า ถ้า f เป็นฟังก์ชันปิดแล้ว จะมี $k \in \mathbb{R}$ ที่ทำให้ $f(x) = y$ สำหรับทุก $x \in [k, \infty)$

6. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก $\mathbb{R}$ ไปยัง $\mathbb{R}$ มี $y \in \mathbb{R}$ ซึ่ง $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y$ จะได้ว่า ถ้า f เป็นฟังก์ชันปิดแล้ว จะมี $k \in \mathbb{R}$ ที่ทำให้ $f(x) = y$ สำหรับทุก $x \in (-\infty, k]$

7. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก $\mathbb{R}$ ไปยัง $\mathbb{R}$ มี $y_1, y_2 \in \mathbb{R}$ ซึ่ง $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = y_1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_2$ จะได้ว่า f เป็นฟังก์ชันปิดก็ต่อเมื่อ มี $k \in \mathbb{R}^+$ ซึ่งทำให้ $f(x) = y_1$

สำหรับทุก $x \in [k, \infty)$ และ $f(x) = y_2$

สำหรับทุก $x \in (-\infty, -k]$

8. ถ้า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก $\mathbb{R}$ ไปยัง $\mathbb{R}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ หรือ $-\infty$ อย่างใดอย่างหนึ่ง

และมี $y, k \in \mathbb{R}$ ที่ทำให้ $f(x) = y$

สำหรับทุก $x \in (-\infty, k]$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันปิด

9. ถ้า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก R ไปยัง R
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ หรือ $-\infty$ อย่างใดอย่างหนึ่ง
 และ $y, k \in R$ ที่ทำให้ $f(x) = y$ สำหรับทุก
 $x \in [k, \infty)$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันปิด

10. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก R ไปยัง R
 ถ้าลิมิตของ f ที่บวกอนันต์หาค่าไม่ได้และไม่เท่ากับ $\pm\infty$
 หรือลิมิตของ f ที่ลบอนันต์หาค่าไม่ได้และไม่เท่ากับ $\pm\infty$
 แล้ว f ไม่เป็นฟังก์ชันปิด

11. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องจาก R ไปยัง R
 จะได้ว่า f เป็นฟังก์ชันปิด ก็ต่อเมื่อ f สอดคล้องกับ
 ข้อความต่อไปนี้เพียงข้อความเดียว

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ หรือ $-\infty$ อย่างใดอย่างหนึ่งและ

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ หรือ $-\infty$ อย่างใดอย่างหนึ่ง

2. มี $k \in R^+$, $y_1, y_2 \in R$ ซึ่งทำให้ $f(x) = y_1$

สำหรับทุก $x \in [k, \infty)$ และ $f(x) = y_2$

สำหรับทุก $x \in (-\infty, -k]$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ หรือ $-\infty$ อย่างใดอย่างหนึ่ง

และมี $k, y \in \mathbb{R}$ ซึ่งทำให้ $f(x) = y$

สำหรับทุก $x \in (-\infty, k]$

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ หรือ $-\infty$ อย่างใดอย่างหนึ่ง

และมี $k, y \in \mathbb{R}$ ซึ่งทำให้ $f(x) = y$

สำหรับทุก $x \in [k, \infty)$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved