บทที่ 5

บทสรุป

จากการศึกษาคำตอบของสมการเมตริกซ์ $A^k + B^k = C^k$ ในเมตริกซ์จำนวนเต็ม นอกจากจะได้ทราบเงื่อนไขของคำตอบของสมการเมตริกซ์ $A^k + B^k = C^k$ บางเงื่อนไขจากบทที่ 3 แล้วยังได้ผลจากการวิจัยจากบทที่ 4 ดังนี้

1. เมื่อกำหนดจำนวนเต็มบวก $p \geq 2$ และสมการ $a^p + b^p = c^p$ โดยที่ a เป็นจำนวนเต็มเชิงพีชคณิตที่มีอันดับเท่ากับ 2, $b, c \in Q(a)$ โดยที่ $b \neq 0$, $c \neq 0$ แล้วจะมีเมตริกซ์นอนซิงกูลาร์ $A, B, C \in M_2(Z)$ ที่สอดคล้องกับสมการ $A^p + B^p = C^p$

2. เมื่อกำหนดจำนวนเต็มบวก $p \geq 2$ และสมการ $a^p + b^p = c^p$ โดยที่ a เป็นจำนวนเต็มเชิงพีชคณิตที่มีอันดับเท่ากับ 3 $b, c \in Q(a)$ โดยที่ $b \neq 0$, $c \neq 0$ แล้วจะมีเมตริซ์นอนซิงกูลาร์ $A, B, C \in M_3(Z)$ ที่สอดคล้องกับสมการ $A^p + B^p = C^p$

3. จาก 1 และ 2 สามารถสร้างเมตริกซ์นอนซิงกูลาร์ $A, B, C \in M_n(Z)$ โดยที่ $n \neq 1$ ที่สอดคล้องกับสมการ $A^k + B^k = C^k$, $k \in Z^+$ ได้โดยใช้การสร้างเมตริกซ์แบบไดเรคซัมที่แสดงไว้ในทฤษฎี 4.1.12

4. ให้ $T_n(Z)$ เป็นเซตของเมตริกซ์จำนวนเต็มขนาด $n \times n$, $n \neq 1$ ที่เป็นเมตริกซ์ไอเดมโพเทนท์ จะได้ว่ามีเมตริกซ์ซิงกูลาร์ $A, B, C \in T_n(Z)$ ที่สอดคล้องกับสมการ

$$A^k + B^k = C^k, \quad k \in Z^+$$

นอกจากนี้ผู้เขียนขอเสนอแนวความคิดไว้เพื่อเป็นประโยชน์สำหรับที่สนใจที่จะศึกษาต่อจากงานวิจัยนี้ดังนี้

1. จากบทที่ 3 เป็นการสร้างเมตริกซ์นอนซิงกูลาร์ $A, B, C \in M_n(Z)$ ที่ทำให้ $A^k + B^k = C^k$ เมื่อกำหนดเงื่อนไขว่า $n = k$, k เป็นจำนวนคี่บวกและ $n \geq k$, k เป็นจำนวนคี่บวก และ n เป็นจำนวนคู่บวก ซึ่งผู้เขียนคิดว่าจะเป็นประโยชน์สำหรับผู้ที่สนใจนำไปเป็นแนวทางเพื่อสร้างเมตริกซ์ $A, B, C \in M_n(Z)$ ที่ทำให้ $A^k + B^k = C^k$ ในเงื่อนไขนอกเหนือที่ได้กล่าวไปแล้ว

2. จากบทที่ 4 เป็นการสร้างเมตริกซ์นอนซิงกูลาร์และเมตริกซ์ซิงกูลาร์ $A, B, C \in M_n(Z)$ ที่ทำให้ $A^k + B^k = C^k$ โดยสร้างเฉพาะเมตริกซ์ที่มีขนาดเท่ากับ 2x2 และ 3x3 จากนั้นจะใช้นิยามไดเรคซัมหรือ ไดเรคซัม n ชุด จากบทที่ 3 เพื่อสร้างเมตริกซ์ขนาด 4x4, 5x5,... ซึ่งในวิธีการนี้ผู้เขียนคิดว่าจะเป็นแนวทางที่เป็นประโยชน์ให้ผู้สนใจได้ศึกษาเพื่อสร้างเมตริกซ์ขนาด 4x4, 5x5, 6x6,... ในรูปอื่น ๆ อีกต่อไปได้เช่นกัน นอกจากนี้ในหัวข้อ 4.2 ผู้เขียนยังได้ใช้คุณสมบัติของเมตริกซ์ไอเดมโพเทนท์เข้าช่วยสร้างเมตริกซ์ข้างต้นและคิดว่าจะเป็นแนวทางให้ผู้ที่สนใจนำคุณสมบัติของเมตริกซ์ต่าง ๆ มาช่วยสร้างได้เช่นกัน

3. จากบทที่ 4 หัวข้อ 4.1 ผู้เขียนได้แสดงการสร้าง เมตริกซ์นอนซิงกูลาร์ $A, B, C \in M_n(Z)$ ที่สอดคล้องกับสมการ $A^p + B^p = C^p$ โดยกำหนดเงื่อนไข เมื่อ $p \geq 2$, $a^p + b^p = c^p$, โดยที่ a เป็นจำนวนเต็มเชิงพีชคณิต $b, c \in Q(a)$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ สมการดังกล่าว เกี่ยวข้องกับ "ปัญหาของแฟร์มาท์" (Fermat's Problem) ซึ่งได้กล่าวไว้ในทฤษฎีจำนวนว่าไม่มีคำตอบของสมการ $a^p + b^p = c^p$ เมื่อ $p \geq 3$ โดยที่ a, b, c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับ 0 และปัญหานี้ก็ยังพิสูจน์ไม่ได้ ดังนั้นผู้เขียนจึงขยาย a เป็นจำนวนเต็มเชิงพีชคณิต, $b, c \in Q(a)$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ และ ได้แสดงตัวอย่างว่ามีคำตอบของสมการ $a^p + b^p = c^p$ จริง เมื่อ $p = 2, 3$ ซึ่งผู้เขียนคิดว่าจะเป็นประโยชน์แก่ผู้ที่สนใจศึกษา คำตอบของสมการ $a^p + b^p = c^p$ เมื่อ $p \geq 4$ เพื่อนำคำตอบนั้นมาสร้างเมตริกซ์จำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $A^p + B^p = C^p$ ได้ต่อไป