บทที่3
กระบวนการลูกโซ่มาร์คอฟที่ใช้ในด้านธุรกิจ

3.1 กล่าวนำ

ตัวแบบมาร์คอฟ (Markov Model) เป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์พฤติกรรมของตัวแปร เพื่อพยากรณ์พฤติกรรมในอนาคตของตัวแปรนั้น ตัวแบบมาร์คอฟยังได้นำไปประยุกต์ใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ กับการแก้ปัญหาการตัดสินใจในทางธุรกิจมากมายหลายด้าน ตัวอย่างการประยุกต์ใช้กับตัวแบบมาร์คอฟที่ได้รับการยอมรับมากก็คือ การประยุกต์กับปัญหาด้านการตลาด เพื่อศึกษาและคาดหมายถึงพฤติกรรมของผู้บริโภคในแง่ความจงรักภักดีต่อตราสินค้า (Brand Royalty) และลักษณะการเปลี่ยนจากตราสินค้าหนึ่งไปอีกสินค้าหนึ่ง ตัวอย่างที่น่าสนใจได้แก่ การประยุกต์ตัวแบบมาร์คอฟเพื่อศึกษาและคาดหมายถึงพฤติกรรมของคนอ่านหนังสือพิมพ์ในแง่ของการเปลี่ยนการซื้อหนังสือพิมพ์จากฉบับหนึ่งเป็นฉบับอื่น ในปัจจุบันยังได้มีการนำตัวแบบมาร์คอฟไปประยุกต์ใช้กับการศึกษาพฤติกรรมของลูกหนี้ เพื่อดูถึงลักษณะการเปลี่ยนจากลูกหนี้รายวัน ไปเป็น ลูกหนี้ค้างชำระรายเดือน ไปเป็น ลูกหนี้ค้างชำระรายสองเดือน และกลายเป็นหนี้สูญในที่สุด

จากตัวอย่างดังกล่าว สิ่งที่ผู้บริหารสนใจคือ ผลลัพธ์จากตัวแบบมาร์คอฟ ซึ่งสามารถให้ข้อมูลเพื่อการตัดสินใจ ข้อมูลที่ได้จากตัวแบบมาร์คอฟคือค่าคาดหมายในอนาคตของสิ่งที่ศึกษาโดยทำการวิเคราะห์ถึงพฤติกรรมของสิ่งนั้นในปัจจุบัน ปัญหาที่สามารถนำตัวแบบมาร์คอฟไปประยุกต์ใช้ได้คือ ต้องมีชุดผลลัพธ์เป็นความน่าจะเป็นชุดหนึ่ง โดยความน่าจะเป็นของผลลัพธ์แต่ละอย่างขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นก่อนหน้านั้น และค่าความน่าจะเป็นต้องมีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา

3.2 ลูกโซ่มาร์คอฟ

ตัวแบบมาร์คอฟ เป็นตัวแบบที่สร้างขึ้นโดยอาศัยธรรมชาติของปรากฏการณ์ซึ่งเรียกว่ากระบวนการลูกโซ่มาร์คอฟ ซึ่งก็คือลำดับของการเกิดเหตุการณ์ และค่าความน่าจะเป็นของการเกิดแต่ละเหตุการณ์ ขึ้นอยู่กับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นก่อนหน้านั้น กล่าวคือ เป็นปรากฏการณ์ของการเกิดเหตุการณ์ต่างๆ ที่มีลักษณะเป็นลูกโซ่ซึ่งมีความจำคือจำเหตุการณ์ ที่เกิดขึ้นก่อนหน้าของเหตุการณ์ที่จะเกิดต่อไป และเหตุการณ์ก่อนหน้านั้น จะมีผลต่อการเกิดเหตุการณ์ถัดไป คุณลักษณะแบบนี้ของกระบวนการลูกโซ่มาร์คอฟ เป็นสิ่งซึ่งแตกต่างจากลำดับการเกิดเหตุการณ์ในลักษณะที่แต่ละ

เหตุการณ์เป็นอิสระ เช่นการโยนเหรียญ n ครั้ง ผลลัพธ์ของการโยนเหรียญครั้งที่ i ไม่ส่งผลกระทบต่อผลลัพธ์ของการโยนเหรียญครั้งที่ j, $i \neq j$ ฉะนั้นตัวแบบที่จะใช้จะเป็นตัวแบบเชิงความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability Model) ซึ่งในตัวแบบนี้มักจะทำการศึกษากลุ่ม หรือชุดของตัวแปรสุ่มมากกว่าการศึกษาตัวแปรสุ่มเพียงตัวเดียว กลุ่มของตัวแปรสุ่มที่ต้องการศึกษาจะมีการกำกับด้วยเวลาเรียกว่ากระบวนการสโตแคสติค(Stochastic Process)ในกระบวนการสโตแคสติคจะใช้สัญลักษณ์ X_t แทนกลุ่มค่าของตัวแปรสุ่ม X ที่ t ต่างๆ ส่วนสถานะ หรือสภาพที่เป็นอยู่ในเวลาใดเวลาหนึ่งของตัวแปรสุ่ม (State) ที่ t ใดๆ จะเขียนแทนด้วย X_t เช่นเดียวกัน โดยค่าของ X นี้อาจเป็นไปได้ทั้งค่าที่เป็นตัวเลข หรือไม่เป็นตัวเลขก็ได้ และค่าที่เป็นตัวเลขก็มีค่าที่มีลักษณะต่อเนื่อง หรือไม่ต่อเนื่องก็ได้ เช่น

ถ้าให้ X_t แทนระดับน้ำในเขื่อน ณ เวลาที่ t ใดๆ จะได้ว่าค่าของ X เป็นค่าที่ต่อเนื่อง

ถ้าให้ X_t แทนจำนวนคนที่รอรับบริการอยู่ในแถวคอย ณ เวลา t ใดๆ จะได้ว่าค่าของ X เป็นค่าที่ไม่ต่อเนื่อง

ถ้าให้ X_t แทนผลิตภัณฑ์ที่ลูกค้าซื้อมาในช่วงเวลา t ใดๆ จะได้ว่าค่าของ X คือผลิตภัณฑ์ของบริษัท A หรือ B ซึ่งเป็นค่าที่ไม่ใช่ตัวเลข

สำหรับกลุ่มตัวแปร t ต่างๆ ในที่นี้คือ t เป็นกลุ่มหรือชุดของดัชนี ของตัวแบบลูกโซ่-มาร์คอฟ ซึ่งโดยทั่วไปดัชนีกำกับค่าของตัวแปรสุ่มมักจะเป็นเวลา (Time) และเขียนค่าของตัวแปรสุ่มที่เวลา t ว่า X_t , $t > 0$ โดยที่ค่าของดัชนีกำกับมีค่าเป็นได้ทั้งค่าที่ต่อเนื่องและค่าที่ไม่ต่อเนื่องได้เช่นเดียวกัน เช่น

ถ้าให้ X_t หมายถึง จำนวนคำผิดในหนังสือเล่มหนึ่งในหน้าที่ t จะได้ว่า t คือหน้าหนังสือซึ่งเป็นค่าที่ไม่ต่อเนื่อง

3.3 หลักเกณฑ์ และข้อสมมติฐานเบื้องต้นในการวิเคราะห์กระบวนการลูกโซ่มาร์คอฟ

โดยทั่วไปแล้ว กระบวนการลูกโซ่มาร์คอฟ เป็นวิธีการวิเคราะห์ความเคลื่อนไหวปัจจุบันของตัวแปรผันใดตัวแปรผันหนึ่ง เพื่อคาดคะเนล่วงหน้าถึงความเคลื่อนไหวในอนาคตของตัวแปรผันนั้น

หลักเกณฑ์ในการตัดสินส่วนแบ่งของการสนับสนุนขึ้นอยู่กับลักษณะพื้นฐาน 3 ประการดังนี้คือ

ประการแรก ขึ้นอยู่กับว่า ผู้ให้การสนับสนุนยังคงยอมรับการบริการจากตัวกระทำโดยไม่เปลี่ยนแปลงเรียกว่า อัตราคงที่ของผู้สนับสนุน

ประการที่สอง ขึ้นอยู่กับแนวโน้มของผู้สนับสนุนหันไปใช้การบริการ หรือยอมรับการบริการของตัวกระทำคู่แข่ง เรียกว่า อัตราการสูญเสีย

ประการสุดท้าย ขึ้นอยู่กับแนวโน้มของผู้สนับสนุนตัวกระทำคู่แข่ง หันมายอมรับหรือรับการบริการจากตัวกระทำ เรียกว่า อัตราการเพิ่ม

กล่าวได้ว่ากระบวนการลูกโซ่มาร์คอฟ เป็นวิธีการตัดสินอัตราทั้งสามอัตราในปัจจุบัน และใช้อัตราเหล่านี้คาดคะเนส่วนแบ่งการสนับสนุนในอนาคต โดยมีสมมติฐานที่สำคัญคือ

1. ขนาดของระบบไม่มีการเปลี่ยนแปลง เช่นจำนวนตราสินค้า จำนวนบริษัทที่ขายสินค้า ที่จะทำการวิเคราะห์ต้องมีคงเดิม จะเพิ่มขึ้นหรือลดลงไม่ได้ เพราะถ้าหากเปลี่ยนแปลงไปจะมีผลต่อพฤติกรรมของผู้สนับสนุน

2. นโยบายภายในระบบไม่มีการเปลี่ยนแปลง เช่นในทางตลาด ราคาจะคงเดิม โฆษณาเช่นเดิม รูปร่างเหมือนเดิมเป็นต้น เพราะถ้าหากเปลี่ยนแปลงไปจะมีผลทำให้พฤติกรรมของผู้สนับสนุนคนหนึ่งๆ ต้องเปลี่ยนลักษณะไปจากเดิมด้วย

3. ไม่มีผู้สนับสนุนคนเก่าออกไป และไม่มีผู้สนับสนุนหน้าใหม่เข้ามา ในช่วงระยะเวลาที่ทำการวิเคราะห์

4. ไม่มีคู่แข่งขันใหม่ หรือระบบใหม่เข้ามา

3.4 ลักษณะและคุณสมบัติของตัวแบบลูกโซ่มาร์คอฟ

3.4.1ลักษณะของตัวแบบลูกโซ่มาร์คอฟจะเกี่ยวข้องกับความน่าจะเป็น ของการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรจากสถานะหนึ่งไปเป็นสถานะอื่นๆ ณ เวลาใดเวลาหนึ่ง และในระยะยาวความน่าจะเป็นนี้จะมีลักษณะคงที่ตลอดเวลา คำว่าสถานะหมายถึง เงื่อนไขทั้งหมดของระบบที่ศึกษา หรือสภาพที่เป็นอยู่ในเวลาใดเวลาหนึ่ง เช่น การศึกษาพฤติกรรมของลูกหนี้ 4สถานะคือ ลูกหนี้รายวัน ลูกหนี้ค้างชำระรายเดือน ลูกหนี้ค้างชำระรายสองเดือน และลูกหนี้สูญ ศึกษาเครื่องจักรมี 2สถานะ คือ เครื่องจักรอยู่ในสภาพดี หรืออยู่ในสภาพใช้งานไม่ได้ ศึกษาหลักสูตรบริหารธุรกิจมี 3สถานะ คือ วิชาเอกทางการเงิน การตลาด หรือการจัดการ บริษัทขายฟิล์มถ่ายรูปก็มี 4ตราใน

ท้องตลาด ที่ให้ลูกค้าเลือกซื้อ คือ โกดัก ฟูจิ อักฟา โคนิก้า ดังนั้นก็มี 4สถานะสัมพันธ์กับ 4 บริษัทขายฟิล์มถ่ายรูป

ในกระบวนการลูกโซ่มาร์คอฟ สถานะต่างๆ จะต้อง Collective Exhaustive and Mutually Exhaustive

Collective Exhaustive หมายถึงสามารถหาสถานะทั้งหมดของระบบที่ศึกษา เช่น ศึกษาเกี่ยวกับส่วนของตลาดของบริษัทฟิล์มถ่ายรูป ก็สามารถหาบริษัทจำหน่ายฟิล์มต่างๆ ได้หมด ในที่นี้คือ 4 บริษัท

Mutually Exhaustive หมายถึงระบบที่เราจะต้องอยู่ในสถานะใดสถานะหนึ่ง เพียงอย่างเดียว ณ เวลาที่ศึกษา เช่น ถ้าลูกหนี้คนหนึ่งมีลักษณะความเป็นลูกหนี้ค้างชำระรายเดือน ก็แสดงว่าลูกหนี้อยู่ในสถานะลูกหนี้ค้างชำระรายเดือน ถ้าสมมติว่าลูกหนี้คนนี้ยืดการชำระหนี้ออกไปเป็น 2 เดือน คือเปลี่ยนสถานะไปเป็นลูกหนี้ชนิดค้างราย 2 เดือน ก็หมายความว่าเกิดเหตุการณ์เปลี่ยนแปลงของสถานะไปจากเดิม

เพื่อความสะดวกในการอ้างถึงสถานะใดๆ จะใช้ตัวแปรแทนสถานะ กำหนดให้ S_i แทนสถานะในงวดที่ i เมื่อ $i = 1,2,3,\ldots,n$ โดย n = จำนวนสถานะทั้งหมด

เช่น เรื่องพนักงานของบริษัท อาจจะกำหนดให้

S_1 = พนักงานระดับปฏิบัติการ

S_2 = หัวหน้างานระดับต้น

S_3 = หัวหน้างานระดับกลาง

S_4 = ผู้บริหาร

การวิเคราะห์สถานะของเครื่องจักร

S_1 = เครื่องจักรทำงานได้

S_2 = เครื่องจักรทำงานไม่ได้

การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในพฤติกรรมลูกค้า สมมติมีแชมพูสระผมอยู่ 3 ยี่ห้อ จากการสำรวจตัวอย่างจำนวน 1,000 คน พบว่าลูกค้าใช้แชมพูในแต่ละยี่ห้อต่างๆ มีจำนวนดังนี้

แชมพู ก. 200 คน

แชมพู ข. 500 คน

แชมพู ค. 300 คน

ดังนั้นความน่าจะเป็นของการใช้แชมพูสระผม ก.

หรือความน่าจะเป็นอยู่ในสถานะที่ 1 $= \frac{200}{1000}$

$= 0.2$

ความน่าจะเป็นของการใช้แชมพูสระผม ข.

หรือความน่าจะเป็นอยู่ในสถานะที่ 2 $= \frac{500}{1000}$

$= 0.5$

ความน่าจะเป็นของการใช้แชมพูสระผม ค.

หรือความน่าจะเป็นอยู่ในสถานะที่ 3 $= \frac{300}{1000}$

$= 0.3$

3.4.2 ความน่าจะเป็นทรานสิชั่น (Transition Probability)

ค่าความจะเป็นทรานสิชั่น หมายถึงค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงสถานะหนึ่งไปเป็นอีกสถานะหนึ่ง เช่น ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนแปลงจากสถานะลูกหนี้รายวันไปเป็น สถานะลูกหนี้ค้างชำระรายเดือน ตัวแปรที่กำหนดให้ใช้แทนค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นคือ P_{ij} โดยที่

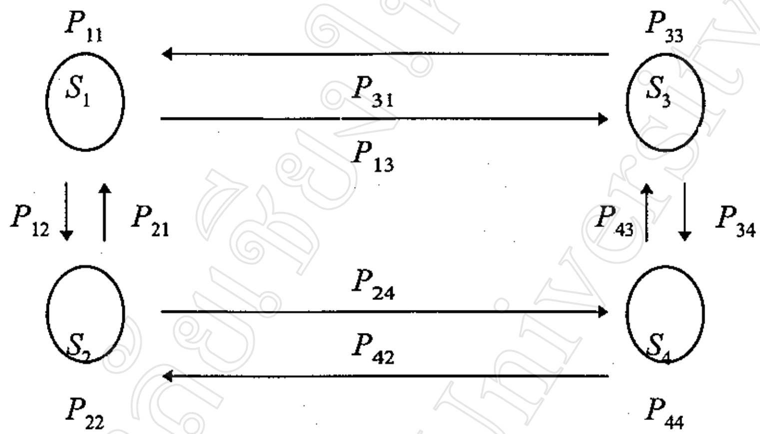
P_{ij} คือค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงสถานะจาก S_i ไปเป็น สถานะ S_j

โดย$i = 1,2,3,\ldots\ldots\ldots,n \quad j = 1,2,3,\ldots\ldots,n$

การแสดงค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นของลูกโซ่มาร์คอฟ สามารถทำได้ 2 วิธีดังนี้

1. การใช้ไดอะแกรมแสดงสถานะ (State Diagram) และการใช้เมตริกซ์ ทรานสิชั่น (Transition Matrix) เช่น ไดอะแกรมแสดงสถานะของลูกโซ่มาร์คอฟสำหรับกรณี 4 สถานะ แสดงอยู่ในแผนภาพ

แผนภาพที่ 1



จากแผนภาพที่ 1 จะเห็นได้ว่ากระบวนการลูกโซ่มาร์คอฟนี้ประกอบด้วย สถานะต่างๆ ทั้งสิ้น 4 สถานะคือ S_1, S_2, S_3 และ S_4 จากแต่ละสถานะมีลูกศรชี้ไปยังสถานะอื่น และมีค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นกำกับอยู่ เช่น

P_{12} หมายถึงค่าความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนจากสถานะ S_1 ไปเป็นสถานะ S_2

P_{21} หมายถึงค่าความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนจากสถานะ S_2 ไปเป็นสถานะ S_1

P_{33} หมายถึงค่าความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนจากสถานะ S_3 ไปเป็นสถานะ S_3 หรืออีกนัยหนึ่ง คือการคงอยู่ในสถานะเดิมนั่นเอง

2. การใช้เมตริกซ์ของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง (Matrix of Transition Probability)จะเห็นว่าเมตริกซ์นี้จะกำหนดความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability) ของการอยู่ในสถานะในอนาคต เมื่อทราบสถานะในปัจจุบัน จะมีลักษณะเป็น Square Matrix มิติ n คูณ n

กำหนดให้ P_{ij} คือค่าความน่าจะเป็นอย่างมีเงื่อนไขของการอยู่ในสถานะในอนาคต โดยบอกสถานะในปัจจุบันของ i โดย $i = 1,2,3,\ldots\ldots\ldots,n$ $j = 1,2,3,\ldots\ldots,n$

ให้ P = Matrix of Transition Probability

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \cdots & P_{2n} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & \cdots & P_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} & P_{n3} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix}$$

เช่น แสดงทรานสิชั่นเมตริกซ์ของปัญหาลูกโซ่มาร์คอฟที่มี 4 สถานะ

ไปเป็นสถานะ รวม

จากสถานะ

$$\begin{array}{c|c|c} & \begin{matrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \end{matrix} & \\ \hline \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} .2 & .35 & .15 & .3 \\ .18 & .3 & .25 & .27 \\ .1 & .25 & .3 & .35 \\ .4 & .1 & .1 & .4 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \end{array}$$

ค่าต่างๆ ในเมตริกซ์เช่น .35 , .15 , ...คือ ความน่าจะเป็นทรานสิชั่นของการเปลี่ยนแปลงจากสถานะในแถว (Row) ไปเป็นสถานะในสดมภ์ (Column) เมตริกซ์ทรานสิชั่นจะต้องเป็นเมตริกซ์ที่มีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนสดมภ์เสมอ โดยที่จำนวนแถวหรือจำนวนสดมภ์จะต้องเท่ากับจำนวนสถานะของลูกโซ่มาร์คอฟ ค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นในแถวเดียวกัน รวมกันจะต้องมีค่าเป็น 1 เสมอ

หรือ

จากสถานะ

ไปเป็นสถานะ

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} .2 & .18 & .1 & .4 \\ .35 & .3 & .25 & .1 \\ .15 & .25 & .3 & .1 \\ .3 & .27 & .35 & .4 \end{bmatrix} \\ \text{รวม} & \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix} \end{array}$$

ค่าต่างๆ ในเมตริกซ์ .35, .15 , ….. คือความน่าจะเป็นทรานสิชั่นของการเปลี่ยนแปลงสถานะในสดมภ์ (Column) ไปเป็นสถานะในแถว (Row) ค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นในสดมภ์เดียวกัน รวมกันจะต้องมีค่าเป็น 1 เสมอ

3.4.3 ตัวแบบลูกโซ่มาร์คอฟจะเป็นการศึกษาถึงสภาวะปัจจุบัน (State Space) และศึกษาถึงสภาวะข้างหน้าที่กำลังจะเป็นหรือก้าวไปหา (Move) คำว่าสภาวะปัจจุบันหมายถึง สภาพของปัญหาในขณะที่เริ่มต้นทำการศึกษา และคำว่าสภาวะข้างหน้า หมายถึง สภาพของปัญหาที่จะเป็นไปในอนาคต

คุณสมบัติของตัวแบบลูกโซ่มาร์คอฟ มีอยู่ว่า ถ้ากำหนดสภาวะในปัจจุบันของระบบไว้แล้ว สภาวะในอนาคตของระบบจะขึ้นโดยตรงกับสภาวะในปัจจุบันนี้เท่านั้น โดยที่จะไม่ขึ้นอยู่กับสภาวะในอดีตที่ผ่านมาแล้ว แสดงว่าเมื่อจะทำวิเคราะห์ด้วยกระบวนการลูกโซ่มาร์คอฟ จะต้องเริ่มศึกษาจากสภาวะในปัจจุบันเป็นต้นไป ซึ่งอิทธิพลต่างๆ ที่มีผลต่อสภาวะปัจจุบันจะต้องคงที่ตลอดระยะเวลาที่ทำการศึกษาวิเคราะห์ ส่วนสภาวะในอดีตที่ผ่านมาอาจจะเป็นผลเนื่องมาจากปัจจัยที่ต่างไปจากปัจจุบันก็ได้

ประเภทของสภาวะ ลักษณะการเปลี่ยนแปลงไปเรื่อยๆ เมื่อเวลาผ่านไปจนกระทั่งในที่สุดสภาวะจะเข้าสู่จุดๆ หนึ่ง คือไม่มีการเปลี่ยนแปลงอีกต่อไป ดังนั้นสามารถจำแนกสภาวะได้เป็น 3 สภาวะด้วยกัน คือ

1. สถานะทรานเซียนท์(Transient State) คือสภาวะที่เปลี่ยนแปลงไปจากเดิม

2. สถานะของความคงตัว(Steady State) คือสภาวะที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงอีกต่อไป ไม่ว่าเวลาจะผ่านไปเท่าไร หรือจะเรียกว่าสภาวะในดุลยภาพก็ได้ และไม่สามารถบอกได้ว่าจะกินเวลานานแค่ไหน จากเวลาปัจจุบันสภาวะจึงจะเข้าสู่ดุลยภาพ แต่พอจะบอกได้กลางๆ ว่าในระยะเวลายาวๆ แล้ว สภาวะจะเข้าสู่ดุลยภาพแน่นอน

3. สถานะดูดกลืน(Absorbing State) คือสภาวะที่ถูกดูดกลืน เมื่อใดที่ลูกโซ่มาร์คอฟเข้าสู่สภาวะดูดกลืนนี้จะถูกสถานะนี้ ดูดกลืนไว้ และไม่สามารถเปลี่ยนไปเป็นสถานะอื่นได้

3.5 สถานะทรานเซียนท์ (Transient State)

ความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์ หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นของการอยู่ในสถานะใดสถานะหนึ่งของลูกโซ่มาร์คอฟ ณ เวลาใดๆ หลังการเข้าสู่สภาวะคงตัว หรือสถานะสเตดีเสตท แล้ว ค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทของแต่ละสถานะจะมีค่าคงที่ ซึ่งแตกต่างจากค่าความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์ของแต่ละสถานะที่มีค่าเปลี่ยนไปตามเวลา

ค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่น เป็นค่าที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล และค่านี้จะใช้เป็นข้อมูลในการวิเคราะห์ลูกโซ่มาร์คอฟ ดังนั้นการที่จะสามารถประยุกต์ใช้ตัวแบบมาร์คอฟได้นั้น จะต้องรู้ถึงค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นเสียก่อน

กระบวนการวิเคราะห์ จะแบ่งเป็น 2 ขั้นตอนคือ ขั้นแรกเป็นขั้นสร้างตารางเมตริกซ์ความน่าจะเป็นหรือรูปภาพไดอะแกรม ขั้นต่อมาเป็นขั้นการแบ่งส่วนการสนับสนุนที่อาจเป็นไปได้ในอนาคต

ขั้นสร้างตารางเมตริกซ์ความน่าจะเป็น หรือรูปภาพไดอะแกรม

ก่อนที่จะถึงตารางเมตริกซ์ความน่าจะเป็น จะต้องพิจารณาเรื่องการสับเปลี่ยนผู้สนับสนุนก่อน การสับเปลี่ยนผู้สนับสนุนของตัวกระทำมีทั้งเพิ่มขึ้นและลดลง โดยสร้างตารางเมตริกซ์การเปลี่ยนแปลงของผู้สนับสนุนเชื่อมต่อระยะเวลา 2 ระยะคือ ระยะเวลาพิจารณาเริ่มแรก และระยะเวลาพิจารณาท้ายสุดหรือระยะเวลาที่จะคาดคะเน ซึ่งก็คือการเปลี่ยนแปลงของผู้สนับสนุน จากนั้นสร้างตารางเมตริกซ์ในส่วนรายละเอียดเพิ่มขึ้นโดยกำหนดว่า ตัวกระทำใดได้รับผู้สนับสนุนเพิ่มขึ้นและลดลงจากตัวกระทำใด เท่าใด พร้อมกับให้ลดรูปเมตริกซ์ลงมาเป็นเมตริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง

ขั้นการหาส่วนแบ่งการสนับสนุนที่อาจจะเป็นไปได้ในอนาคต

เป็นขั้นที่นำค่าจากตารางเมตริกซ์ความน่าจะเป็นมาหาความน่าจะเป็นในอนาคต โดยอาศัยกฎเกณฑ์ความน่าจะเป็นและการคูณเมตริกซ์

จาก S(1) = ความน่าจะเป็นการอยู่ในสถานะในงวดที่ 1

P = Transition Probability Matrix

ดังนั้นสามารถพยากรณ์เหตุการณ์ในแต่ละงวดดังนี้

ถ้าใช้ตารางการได้เพิ่มของผู้สนับสนุน $S(n) = P\,S(n-1)$

หรือ $S(n) = P^n S(1)$

ถ้าใช้ตารางการสูญเสียของผู้สนับสนุน $S(n) = S(n-1)P$

หรือ $S(n) = S(1)P^n$

ตัวอย่างที่ 3.5.1

การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในพฤติกรรมลูกค้า สมมติเก็บรวบรวมข้อมูลได้ดังนี้

ชนิดของยาสระผม	จำนวนผู้บริโภคที่ใช้เมื่อ 1ส.ค.	จำนวนที่ได้เพิ่มจาก			จำนวนลูกค้าที่สูญเสียให้			จำนวนผู้บริโภค 1 ก.ย.
		ก	ข	ค	ก	ข	ค	
แชมพู (ก)	2000	0	500	900	0	700	900	1800
แชมพู (ข)	5000	700	0	600	500	0	1200	4600
แชมพู (ค)	3000	900	1200	0	900	600	0	3600

<u>จากตารางจำนวนที่ได้เพิ่มของผู้สนับสนุน</u>

ชนิดของแชมพู	ก	ข	ค
ก	400	500	900
ข	700	3300	600
ค	900	1200	1500
จำนวนผู้บริโภค 1 สค.	2000	5000	3000

ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง

ไปยัง /จาก	ก	ข	ค
ก	400/2000 = .20	500/5000 = .10	900/3000 = .30
ข	700/2000 = .35	3300/5000 = .66	600/3000 = .20
ค	900/2000 = .45	1200/5000 = .20	1500/3000 = .50
รวม	1	1	1

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสร้างเป็น เมตริกซความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง ได้ดังนี้

$$P = \begin{array}{c|ccc} & \text{แชมพู ก} & \text{แชมพู ข} & \text{แชมพู ค} \\ \hline \text{แชมพู ก} & 0.20 & 0.10 & 0.30 \\ \text{แชมพู ข} & 0.35 & 0.66 & 0.20 \\ \text{แชมพู ค} & 0.45 & 0.24 & 0.50 \end{array}$$

การรักษาไว้และสูญเสีย

การรักษาไว้และได้เพิ่ม

ข้อสังเกต ผลรวมของความน่าจะเป็นในแต่ละแถวตั้งต้องเท่ากับ 1 ตลอด

แถวตั้งที่ 1 จะชี้ให้เห็นว่าแชมพู ก. รักษาลูกค้าไว้ได้ .20 ของลูกค้าของเขา จะสูญเสียลูกค้า .35 ของลูกค้าของเขา ให้แชมพู ข. และสูญเสียลูกค้า .45 ของลูกค้าของเขาให้แชมพู ค.

แถวตั้งที่ 2 จะชี้ให้เห็นว่าแชมพู ข. สูญเสียลูกค้า 0.10 ของลูกค้าของเขา ให้แชมพู ก. รักษาลูกค้าของเขาเองไว้ได้เพียง .66 ของลูกค้าของเขา และสูญเสียลูกค้าไป 0.24 ของลูกค้าของเขา ให้แชมพู ค.

แถวตั้งที่ 3 จะชี้ให้เห็นว่า แชมพู ค. สูญเสียลูกค้า 0.30 ของลูกค้าของเขา ให้แชมพู ก. สูญเสียลูกค้า 0.20 ของลูกค้าของเขา ให้แชมพู ข. และรักษาลูกค้าของตนไว้ได้ 0.50 ของลูกค้าของเขา

แถวนอนที่ 1 มีความหมายว่า แชมพู ก. รักษาลูกค้าของเขาไว้ได้ 0.20 ของลูกค้าของเขา และได้รับลูกค้าเพิ่ม 0.10 ของลูกค้าของแชมพู ข. และได้รับลูกค้าเพิ่ม 0.30 จากลูกค้าของแชมพู ค.

แถวนอนที่ 2 มีความหมายว่า แชมพู ข. ได้รับลูกค้าเพิ่ม 0.35 ของลูกค้า แชมพู ก. รักษาลูกค้าคนเดิมของเขาได้ 0.66 ของจำนวนลูกค้าของเขา และได้รับลูกค้าเพิ่ม 0.20 ของลูกค้า ของแชมพู ค.

แถวนอนที่ 3 มีความหมายว่า แชมพู ค. ได้รับลูกค้าเพิ่ม 0.45 ของลูกค้าของ แชมพู ก. ได้รับลูกค้าเพิ่ม 0.24 ของลูกค้าของแชมพู ข. และรักษาลูกค้าเดิมของตนได้ 0.50 ของจำนวนลูกค้าของเขาเอง

การคำนวณแบบทรานเซียนท์ของตลาดแชมพู และ เมตริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงสามารถพยากรณ์ส่วนของตลาดในเดือนถัดไป

$$S(2) = P\,S(1)$$

$$\begin{bmatrix} 0.20 & 0.10 & 0.30 \\ 0.35 & 0.66 & 0.20 \\ 0.45 & 0.24 & 0.50 \end{bmatrix} \text{X} \begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.50 \\ 0.30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.18 \\ 0.46 \\ 0.36 \end{bmatrix}$$

ในทำนองเดียวกันการหาส่วนของตลาดในงวดถัดไป ทำได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 0.20 & 0.10 & 0.30 \\ 0.35 & 0.66 & 0.20 \\ 0.45 & 0.24 & 0.50 \end{bmatrix} \text{X} \begin{bmatrix} 0.18 \\ 0.46 \\ 0.36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1900 \\ 0.4386 \\ 0.3714 \end{bmatrix}$$

และหาส่วนของการสนับสนุนในงวดถัดไปเรื่อยๆ ด้วย

$$S(n) = P\,S(n\text{-}1)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} 0.20 & 0.10 & 0.30 \\ 0.35 & 0.66 & 0.20 \\ 0.45 & 0.24 & 0.50 \end{bmatrix}^2 \text{X} \begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.50 \\ 0.30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1900 \\ 0.4386 \\ 0.3714 \end{bmatrix}$$

การหาส่วนของการสนับสนุนในงวดถัดไปเรื่อยๆ ด้วย

$$S(n) \quad = P^n\,S(1)$$

จากตารางจำนวนที่สูญเสียของผู้สนับสนุน

ชนิดแชมพู	ก	ข	ค	ผู้บริโภค 1 สค.
ก	400	700	900	2000
ข	500	3300	1200	5000
ค	900	600	1500	3000

ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง

จาก / ไปยัง	ก	ข	ค	รวม
ก	400/2000 =.20	700/2000 =.35	900/2000 =.45	1
ข	500/5000 =.10	3300/5000=.66	1200/5000=.24	1
ค	900/3000 =.30	600/3000 =.20	1500/3000=.50	1

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสร้างเป็น เมตริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง ได้ดังนี้

$$P = \begin{array}{c} \text{แชมพู ก} \\ \text{แชมพู ข} \\ \text{แชมพู ค} \end{array} \overset{\begin{array}{ccc} \text{แชมพู ก} & \text{แชมพู ข} & \text{แชมพู ค} \end{array}}{\begin{bmatrix} 0.20 & 0.35 & 0.45 \\ 0.10 & 0.66 & 0.24 \\ 0.30 & 0.20 & 0.50 \end{bmatrix}} \Big\downarrow \text{การรักษาไว้และได้เพิ่ม}$$

$$\xrightarrow{\hspace{3cm}}$$

การรักษาไว้และสูญเสีย

แถวนอนที่ 1 จะชี้ให้เห็นว่าแชมพู ก. รักษาลูกค้าไว้ได้ .20 ของลูกค้าของเขา จะสูญเสียลูกค้า .35 ของลูกค้าของเขา ให้แชมพู ข. และสูญเสียลูกค้า .45 ของลูกค้าของเขาให้แชมพู ค.

แถวนอนที่ 2 จะชี้ให้เห็นว่าแชมพู ข. สูญเสียลูกค้า 0.10 ของลูกค้าของเขา ให้แชมพู ก. รักษาลูกค้าของเขาเองไว้ได้เพียง .66 ของลูกค้าของเขา และสูญเสียลูกค้าไป 0.24 ของลูกค้าของเขา ให้แชมพู ค.

แถวนอนที่ 3 จะชี้ให้เห็นว่า แชมพู ค. สูญเสียลูกค้า 0.30 ของลูกค้าของเขา ให้แชมพู ก. สูญเสียลูกค้า 0.20 ของลูกค้าของเขา ให้แชมพู ข. และรักษาลูกค้าของตนไว้ได้ 0.50 ของลูกค้าของเขา

แถวตั้งที่ 1 มีความหมายว่า แชมพู ก. รักษาลูกค้าของเขาไว้ได้ 0.20 ของลูกค้าของเขา และได้รับลูกค้าเพิ่ม 0.10 ของลูกค้าของแชมพู ข. และได้รับลูกค้าเพิ่ม 0.30 จากลูกค้าของแชมพู ค.

แถวตั้งที่ 2 มีความหมายว่า แชมพู ข. ได้รับลูกค้าเพิ่ม 0.35 ของลูกค้า แชมพู ก. รักษาลูกค้าคนเดิมของเขาได้ 0.66 ของจำนวนลูกค้าของเขา และได้รับลูกค้าเพิ่ม 0.20 ของลูกค้า ของแชมพู ค.

แถวตั้งที่ 3 มีความหมายว่า แชมพู ค. ได้รับลูกค้าเพิ่ม 0.45 ของลูกค้าของ แชมพู ก. ได้รับลูกค้าเพิ่ม 0.24 ของลูกค้าของแชมพู ข. และรักษาลูกค้าเดิมของตนได้ 0.50 ของจำนวนลูกค้าของเขาเอง

ดังนั้น เมตริกซ์ทรานสิชั่น สามารถอธิบายได้ดังนี้

P_{11} = 0.20 คือ ความน่าจะเป็นที่จะอยู่สถานะที่ 1 หลังจากที่งวดที่แล้วอยู่สถานะที่ 1

P_{12} = 0.35 คือ ความน่าจะเป็นที่จะอยู่สถานะที่ 2 หลังจากที่งวดที่แล้วอยู่สถานะที่ 1

P_{13} = 0.45 คือ ความน่าจะเป็นที่จะอยู่สถานะที่ 3 หลังจากที่งวดที่แล้วอยู่สถานะที่ 1

P_{21} = 0.10 คือ ความน่าจะเป็นที่จะอยู่สถานะที่ 1 หลังจากที่งวดที่แล้วอยู่สถานะที่ 2

ข้อสังเกต ผลรวมของความน่าจะเป็นในแต่ละแถวนอนต้องเท่ากับ 1 ตลอด

การคำนวณแบบทรานเซียนท์ของตลาดแชมพู และ เมตริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง สามารถพยากรณ์ส่วนของตลาดในเดือนถัดไปได้ดังนี้

$$S(2) = S(1)\,P$$

$$S(2) = \begin{bmatrix}0.20 & 0.50 & 0.30\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.20 & 0.35 & 0.45\\ 0.10 & 0.66 & 0.24\\ 0.30 & 0.20 & 0.50\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}0.18 & 0.46 & 0.36\end{bmatrix}$$

การคำนวณหาส่วนของตลาดในงวดที่ 2 ได้ดังนี้ (โดยใช้หลักการของ เมตริกซ์ เกี่ยวกับการคูณ)
แถวนอนที่ 1x แถวตั้งที่ 1

ส่วนของตลาดของแชมพู ก. X ความน่าจะเป็นที่แชมพู ก. รักษาลูกค้าได้ = .20 x .20 = .04
ส่วนของตลาดของแชมพู ข. X ความน่าจะเป็นที่แชมพู ก. ได้ลูกค้าจากแชมพู ข.= .50 x .10 = .05
ส่วนของตลาดของแชมพู ค. X ความน่าจะเป็นที่แชมพู ก. ได้ลูกค้าจากแชมพู ค.= .30 x .30 = .09
ส่วนของตลาดของแชมพู ก. = .18

ส่วนของตลาดของแชมพู ก. X ความน่าจะเป็นที่แชมพู ข. ได้ลูกค้าจากแชมพู ก.= .20 x .35 = .07
ส่วนของตลาดของแชมพู ข. X ความน่าจะเป็นที่แชมพู ข.รักษาลูกค้าได้ = .50 x .66 = .33
ส่วนของตลาดของแชมพู ค. X ความน่าจะเป็นที่แชมพู ข. ได้ลูกค้าจากแชมพู ค.= .30 x .20 = .06
ส่วนของตลาดของแชมพู ข. = .46

ส่วนของตลาดของแชมพู ก. X ความน่าจะเป็นที่แชมพู ค. ได้ลูกค้าจากแชมพู ก. = .20 x .45 = .09
ส่วนของตลาดของแชมพู ข. X ความน่าจะเป็นที่แชมพู ค. ได้ลูกค้าจากแชมพู ข.= .50 x .24 = .12
ส่วนของตลาดของแชมพู ค. X ความน่าจะเป็นที่แชมพู ค.รักษาลูกค้าได้ = .30 x .30 = .09
ส่วนของตลาดของแชมพู ค. = .36

ในทำนองเดียวกับการหาส่วนของตลาดในงวดถัดไป ทำได้ดังนี้

$$S(3) = S(2)\,P$$

$$= \begin{bmatrix}0.18 & 0.46 & 0.36\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.20 & 0.35 & 0.45\\ 0.10 & 0.66 & 0.24\\ 0.30 & 0.20 & 0.50\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.1900 & 0.4386 & 0.3714 \end{bmatrix}$$

ดังนั้นจะสามารถพยากรณ์เหตุการณ์ข้างหน้าไปได้ โดยใช้หลักการ $S(n) = S(n\text{-}1)\,P$

หรือ

$$\begin{bmatrix} 0.18 & 0.46 & 0..36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.20 & 0.35 & 0.45 \\ 0.10 & 0.66 & 0.24 \\ 0.30 & 0.20 & 0.50 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0.1900 & 0.4386 & 0.3714 \end{bmatrix}$$

โดยใช้หลักการ $S(n) = S(1)\,P^n$

จะเห็นว่าการทำเช่นนี้ต่อเนื่อง ผลลัพธ์ที่ได้ในแต่ละงวดคำนวณได้ดังนี้

งวดที่	แชมพู ก.	แชมพู ข.	แชมพู ค.
1	0.20000	0.50000	0.30000
2	0.18000	0.46000	0.36000
3	0.19000	0.43860	0.37140
4	0.19328	0.43026	0.37646
5	0.19462	0.42691	0.37847
6	0.19516	0.42557	0.37927
7	0.19537	0.42504	0.37959
8	0.19546	0.42482	0.37972
9	0.19549	0.42474	0.37977
10	0.19550	0.42470	0.37979
11	0.19551	0.42469	0.37980
12	0.19551	0.42469	0.37980
13	0.19551	0.42469	0.37980
14	0.19551	0.42469	0.37980

ตัวอย่างที่ 3.5.2

หมู่บ้านสหกรณ์แห่งหนึ่งมีประชากรอาศัยอยู่ 1,000 ครอบครัว นักวิจัยตลาดทำการรวบรวมข้อมูลเพื่อตรวจสอบความภักดีที่มีต่อตราสินค้าของผู้บริโภคในหมู่บ้านนี้ที่มีต่อสบู่ ซึ่งมีขายในหมู่บ้านนี้เพียง 3 ตรา ได้แก่ ตรา A ,B และ C โดยผู้ผลิตสบู่ทั้ง 3 บริษัททราบดีว่าผู้บริโภคมีการสับเปลี่ยนตราสินค้าจากตราหนึ่งไปเป็นอีกตราหนึ่งอยู่เรื่อยๆ อันเป็นผลมาจากความพอใจในบริการ การโฆษณา และคุณภาพของสบู่

นักวิจัยของบริษัท A ต้องการศึกษาพฤติกรรมของผู้บริโภคเกี่ยวกับการสับเปลี่ยนตราสินค้าและส่วนแบ่งการตลาดของสบู่ทั้ง 3 ในอนาคต และพบว่าพฤติกรรมของผู้บริโภคเป็นไปตามข้อสมมุติฐานของการวิเคราะห์ข้างต้น

นักวิจัยตลาดเก็บข้อมูลจำนวนลูกค้าที่ได้มา และจำนวนลูกค้าที่สูญเสียไปให้คู่แข่งขันของสบู่ทั้งสาม เป็นระยะเวลา 1 เดือน ปรากฏดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 รูปแบบการเปลี่ยนแปลงการสูญเสียของลูกค้า

จาก \ ไปยัง	A	B	C	รวม(1 สิงหาคม)
A	360	20	20	400
B	30	240	30	300
C	30	45	225	300
รวม(1 กันยายน)	420	305	275	1,000

จากข้อมูลในตารางที่ 2 แถวนอนแสดงถึงจำนวนลูกค้าที่ยังมีความภักดีต่อตราสินค้าหนึ่ง ๆ อยู่และจำนวนลูกค้าที่ต้องเสียไปให้แก่คู่แข่งขัน แถวตั้งแสดงถึงจำนวนลูกค้าที่มีความภักดีต่อตราสินค้าหนึ่ง ๆ อยู่ และการได้ลูกค้าใหม่มาจากคู่แข่งขัน จากตารางที่ 2 พบว่า

แถวนอนที่ 1 ลูกค้าสบู่ตรา A 400 ครอบครัว มีลูกค้าที่มีความภักดีต่อตราสินค้า A จำนวน 360 ครอบครัว ลูกค้าเปลี่ยนไปใช้ตรา B และ C จำนวน 20ครอบครัว และ 20ครอบครัว ตามลำดับ

แถวนอนที่ 2 ลูกค้าสบู่ตรา B 300 ครอบครัว มีลูกค้าที่มีความภักดีต่อตราสินค้า B จำนวน 240 ครอบครัว ลูกค้าเปลี่ยนไปใช้ตรา A และ C จำนวน 30 ครอบครัว และ 30 ครอบครัว ตามลำดับ

แถวนอนที่ 3 ลูกค้าสบู่ตรา C 300 ครอบครัว มีลูกค้าที่มีความภักดีต่อตราสินค้า C จำนวน 225 ครอบครัว ลูกค้าเปลี่ยนไปใช้ตรา A และ B จำนวน 30 ครอบครัว และ 45 ครอบครัว ตามลำดับ

ดังนั้นจะเห็นว่าสินค้าตรา A จะสูญเสียลูกค้าไปให้แก่คู่แข่งขัน 40 ครอบครัว แต่จะได้ลูกค้าใหม่จากคู่แข่งขัน 60 ครอบครัว ผลสรุปจะได้ลูกค้าใหม่เพิ่มขึ้นอีก 20 ครอบครัว

ทำนองเดียวกันตราสินค้า B จะเสียลูกค้าไปให้แก่คู่แข่งขัน 60 ครอบครัว แต่จะได้ลูกค้าใหม่จากคู่แข่งขัน 65 ครอบครัว จะได้ลูกค้าใหม่เพิ่มขึ้น 5 ครอบครัว และตราสินค้า C มีการสูญเสียลูกค้าให้คู่แข่งขัน 75 ครอบครัว แต่ได้ลูกค้าใหม่ 50 ครอบครัว ดังนั้นเสียลูกค้ามากกว่าได้ลูกค้าใหม่ถึง 25 ครอบครัว

จากปัญหาการสับเปลี่ยนตราสินค้าดังกล่าวข้างต้น นักวิจัยตลาดต้องการวิเคราะห์พฤติกรรมการเปลี่ยนใจของลูกค้า เพื่อศึกษาถึงความภักดีต่อตราสินค้าหนึ่ง ๆ ของลูกค้าและการสับเปลี่ยนตราสินค้าของลูกค้าเพื่อหาส่วนแบ่งการตลาดของแต่ละตราสินค้าในอนาคต

คำนวณเมตริกซ์ของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง (Transition Probability Matrix) ได้ดังแสดงในตาราง

จาก \ ไปยัง	*A*	*B*	*C*	รวม
A	360/400=.90	20/400=.05	20/400=.05	1
B	30/300=.10	240/400=.80	30/300=.10	1
C	30/300=.10	45/300=.15	225/300=.75	1

ดังนั้นจะได้ Transition Probability Matrix ดังนี้

ให้ P = Matrix ของ Transition Probability

$$P = \begin{bmatrix} 0.90 & 0.05 & 0.05 \\ 0.10 & 0.80 & 0.10 \\ 0.10 & 0.15 & 0.75 \end{bmatrix}$$

ซึ่งเมตริกซ์ของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงจะเป็นตัวกำหนดการพยากรณ์ส่วนแบ่งทางการตลาด โดยสมมติให้ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงมีค่าคงที่ (Stationary Markov Chains) นั่นคือ จะใช้เมตริกซ์ของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงเดียวกันตลอดเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงในขั้นต่าง ๆ

การพยากรณ์ส่วนแบ่งทางการตลาดในอนาคต จากการศึกษาตารางที่ 1 จะพบว่า ณ วันที่ 1 กันยายน จำนวนลูกค้าที่ซื้อสบู่ตรา A B และ C เปลี่ยนแปลงไปเป็น 420 305 และ 275 ครอบครัวตามลำดับ

ดังนั้น ณ วันที่ 1 กันยายน สบู่แต่ละตราจะมีส่วนแบ่งทางการตลาดดังนี้

A มีส่วนแบ่งทางการตลาด เท่ากับ 420/1,000 = 0.420 หรือ 42%

B มีส่วนแบ่งทางการตลาด เท่ากับ 305/1,000 = 0.305 หรือ 30.5 %

C มีส่วนแบ่งทางการตลาด เท่ากับ 275/1,000 = 0.275 หรือ 27.5 %

ดังนั้นส่วนแบ่งการตลาดเริ่มแรกของ A, B, C เท่ากับ 0.420 0.305 0.275

ถ้าต้องการหาส่วนแบ่งการตลาดของผู้ผลิตสบู่ในอนาคต สามารถหาได้โดยนำเอาเวคเตอร์แสดงความน่าจะเป็นของส่วนแบ่งการตลาดเริ่มแรก คูณกับเมตริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง

ลำดับที่ 1 คือการหาส่วนแบ่งการตลาดในช่วงถัดไป หรือเมื่อระยะเวลาผ่านไป 1 ช่วงเวลา (ณ วันที่ 1 ตุลาคม)

$$\begin{bmatrix} 0.420 & 0.305 & 0.275 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.90 & 0.05 & 0.05 \\ 0.10 & 0.80 & 0.10 \\ 0.10 & 0.15 & 0.75 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.43 & 0.31 & 0.26 \end{bmatrix}$$

จะเห็นว่าส่วนแบ่งการตลาดของ A และ B จะเพิ่มขึ้น แต่ส่วนครองตลาดของ C จะลดลง

ลำดับที่ 2 คือการหาส่วนแบ่งการตลาดเมื่อระยะเวลาผ่านไป 2 ช่วงเวลา เป็นการหาส่วนแบ่งการตลาดของวันที่ 1 พฤศจิกายน

ส่วนแบ่งการตลาด 1 กันยายน	เมตริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง	ส่วนแบ่งการตลาด 1 พฤศจิกายน

$$\begin{bmatrix}0.42 & 0.305 & 0.275\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.90 & 0.05 & 0.05\\ 0.10 & 0.80 & 0.10\\ 0.10 & 0.15 & 0.75\end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix}0.44 & 0.31 & 0.25\end{bmatrix}$$

แสดงว่า ณ วันที่ 1 พฤศจิกายน ส่วนแบ่งการตลาดของ $A = 0.44$ หรือ 44%

ส่วนแบ่งการตลาดของ $B = 0.31$ หรือ 31%

ส่วนแบ่งการตลาดของ $C = 0.25$ หรือ 25%

จะเห็นได้ว่าส่วนแบ่งการตลาดของ A จะเพิ่มขึ้น ส่วนของ B จะคงเดิม และส่วนแบ่งการตลาดของ C จะลดลง

ดังนั้นถ้าต้องการหาส่วนแบ่งการตลาดเมื่อระยะเวลาผ่านไปแล้ว n ช่วง สามารถพยากรณ์ส่วนแบ่งการตลาดของสบู่ A, B และ C ในอนาคตได้ด้วยความสัมพันธ์ดังนี้

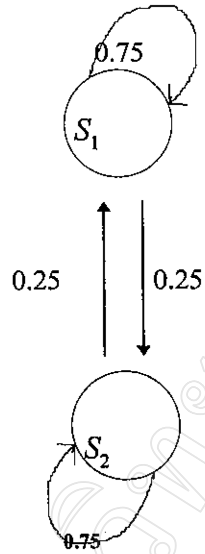
$$S(1)\,P^n = S(n)$$

$$\begin{bmatrix}0.420 & 0.305 & 0.275\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.90 & 0.05 & 0.05\\ 0.10 & 0.80 & 0.10\\ 0.10 & 0.15 & 0.75\end{bmatrix}^n = \left[\text{ส่วนแบ่งการตลาด } n \text{ ช่วง}\right]$$

เมตริกซ์ของส่วนแบ่งการตลาด n ช่วงนั้นคือ เมตริกซ์ของการพยากรณ์ในช่วงระยะเวลา ที่ 3,4,5,..... ขึ้นอยู่กับผู้วิจัยว่าจะพยากรณ์ในช่วงเวลาที่เท่าใด

ตัวอย่างที่ 3.5.3 พิจารณาลูกโซ่มาร์คอฟหรือตัวแบบมาร์คอฟดังแสดงในภาพที่ 2

ภาพที่ 2



		ไปเป็นสถานะ 1	ไปเป็นสถานะ 2
จากสถานะ	1	0.75	0.25
	2	0.25	0.75

สมมติลูกโซ่มาร์คอฟ ดังแสดงในรูปภาพที่ 2 แทนสถานะของเครื่องถ่ายเอกสารเครื่องหนึ่ง โดยกำหนดให้มีเพียงสองสถานะ คือ

S_1 แทนสถานะที่เครื่องยังทำงานอยู่

S_2 แทนสถานะเครื่องเสียใช้การไม่ได้

จากค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นดังแสดง มีความหมายว่า ถ้าหากในวันนี้เครื่องถ่ายเอกสารอยู่ในสถานะที่ยังทำงานได้ ความน่าจะเป็นที่เครื่องยังคงทำงานได้ในวันพรุ่งนี้คือ 0.75 และค่าความน่าจะเป็นที่เครื่องจะเสียและใช้การไม่ได้ คือ 0.25 ทำนองเดียวกัน ถ้าหากวันนี้เครื่องถ่ายเอกสารอยู่ในสถานะที่เครื่องเสียใช้การไม่ได้ ค่าความน่าจะเป็นที่เครื่องจะทำงานได้เหมือนเดิมในวันพรุ่งนี้คือ 0.25

เราต้องการศึกษาว่าในแต่ละวันนับจากนี้ไปจะมีค่าความน่าจะเป็นเท่าใดที่เครื่องจะอยู่ในสถานะที่ทำงานได้ (S_1) และมีค่าความน่าจะเป็นเท่าใดที่เครื่องจะอยู่ในสถานะที่ทำงานไม่ได้ (S_2) ในการคำนวณหาความน่าจะเป็นแบบทรานเชียนท์นั้น ก่อนอื่นจะต้องรู้เสียก่อนว่าสถานะ

ปัจจุบันเป็นอย่างไร หรืออีกนัยหนึ่ง คือ ขณะนี้ลูกโซ่มาร์คอฟอยู่ในสถานะ S_1 หรือ S_2 ในที่นี้จะขอสมมติว่า เครื่องถ่ายเอกสารมีโอกาสที่จะเริ่มต้นจากสถานะที่ทำงานได้ด้วยค่าความน่าจะเป็น 0.75 และมีโอกาสที่จะเริ่มต้นจากสถานะที่ทำงานไม่ได้ด้วย ค่าความน่าจะเป็น 0.25 หรืออีกนัยหนึ่ง คือ ลูกโซ่มีมาร์คอฟมีโอกาสเริ่มต้นที่สถานะ S_1 ด้วยความน่าจะเป็น 0.75 และเริ่มต้นที่สถานะ S_2 ด้วยความน่าจะเป็น 0.25

$$P(S_1) = 0.75$$

$$P(S_2) = 0.25$$

สิ่งที่เราสนใจอยากรู้คือ ค่าความน่าจะเป็นของเครื่องถ่ายเอกสารที่จะยังคงทำงานอยู่ได้ในวันพรุ่งนี้ วันมะรืน หรือวันต่อๆไป มีค่าเท่าใด ในทำนองเดียวกันเราสนใจอยากรู้ว่าค่าความน่าจะเป็นของเครื่องที่จะเสียในวันพรุ่งนี้ วันมะรืนนี้ หรือวันต่อๆไป มีค่าเป็นเท่าใด ค่าความน่าจะเป็นเหล่านี้คือค่าความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์นั่นเอง

สำหรับวันพรุ่งนี้ การคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายเอกสารที่จะทำงานอยู่ได้ $P(S_1)$ จะขึ้นอยู่กับสถานะของเครื่องในวันนี้ ถ้าวันนี้เครื่องทำงานได้ (สถานะ S_1) ความน่าจะเป็นของเครื่องที่จะทำงานได้ (สถานะ S_1) ในวันพรุ่งนี้คือ 0.75 (คือค่า P_{11}) แต่ถ้า วันนี้เครื่องทำงานไม่ได้ (สถานะ S_2) ความน่าจะเป็นของเครื่องที่จะทำงานได้ (สถานะ S_1)ในวันพรุ่งนี้ คือ 0.25 (คือค่า P_{21}) ดังนั้นความน่าจะเป็นที่เครื่องจะทำงานได้ในวันพรุ่งนี้ คือ

$$P(S_1) = P\,(\text{เริ่มต้นด้วย } S_1)\,P_{11} + P\,(\text{เริ่มต้นด้วย } S_2)\,P_{21}$$

$$= (0.75)\ (0.75) + (0.25)\ (0.25)$$

$$= 0.625$$

ส่วนความน่าจะเป็นที่เครื่องจะเสีย = 1 - ความน่าจะเป็นที่เครื่องทำงานได้

ดังนั้น $P(S_2) = 1 - P(S_1)$

$= 1 - 0.625$

$= 0.375$

สำหรับวันมะรืนนี้ การคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายเอกสารจะทำงานได้ก็ขึ้นอยู่กับสถานะของเครื่องในวันพรุ่งนี้ เนื่องจากในวันพรุ่งนี้เครื่องจะมีความน่าจะเป็นที่เครื่องทำงานได้เป็น 0.625 และค่าความน่าจะเป็นที่เครื่องเสียเป็น 0.375 ดังนั้น ค่าของความน่าจะเป็นที่เครื่องจะทำงานได้ในวันมะรืนนี้ คือ

$P(S_1) = P(S_1$ ในวันพรุ่งนี้$)\ P_{11} + P(S_2$ ในวันพรุ่งนี้$)\ P_{21}$

$= (0.625)\ (0.75) + (0.375)\ (0.25)$

$= 0.5625$

ดังนั้น $P(S_2) = 1 - 0.5625$

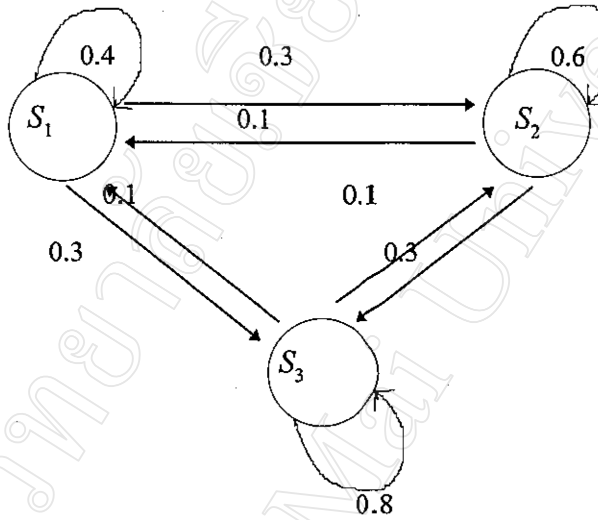
$= 0.4375$

ผลของการคำนวณหาความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์แสดงดังต่อไปนี้

วันที่	$P(S_1)$	$P(S_2)$
0 (เริ่มต้น)	0.7500	0.2500
1	0.6250	0.3750
2	0.5625	0.4375
3	0.5310	0.4690
4	0.5610	0.4800

ตัวอย่างที่ 3.5.4 ในกรณีที่ลูกโซ่มาร์คอฟมี 3 สถานะ ดังแสดงที่ในภาพที่ 3

ภาพที่ 3



จากภาพที่ 3 จะได้ว่า

$P_{11} = 0.4$ $\quad P_{12} = 0.3$ $\quad P_{13} = 0.3$

$P_{21} = 0.1$ $\quad P_{22} = 0.8$ $\quad P_{23} = 0.1$

$P_{31} = 0.1$ $\quad P_{32} = 0.3$ $\quad P_{33} = 0.6$

สมมติว่าเรากำหนดให้เริ่มต้นวันแรกหรือครั้งแรกที่สถานะ ดังนั้นในวันแรกหรือครั้งแรก

$$P(S_1) = P_{11} = 0.4$$

$$P(S_2) = P_{12} = 0.3$$

$$P(S_3) = P_{13} = 0.3$$

โดยวิธีการคำนวณเช่นเดียวกันที่แสดงในตัวอย่างภาพ 2 ในวันที่ 2 หรือครั้งที่ 2 เราสามารถคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์ได้ดังนี้ คือ

$$P(S_1) = 0.4\,P_{11} + 0.3\,P_{21} + 0.3\,P_{31}$$

$$= (0.4)\ (0.4) + (0.3)\ (0.1) + (0.3)\ (0.1)$$

$$= 0.22$$

$$P(S_2) = 0.4\,P_{12} + 0.3\,P_{22} + 0.3\,P_{32}$$

$$= (0.4)\ (0.3) + (0.3)\ (0.8) + (0.3)\ (0.3)$$

$$= 0.45$$

และเนื่องจาก

$$P(S_1) + P(S_2) + P(S_3) = 1$$

ดังนั้น $P(S_3) = 1 = P(S_1) - P(S_2)$

$$= 1 - 0.22 - 0.45$$

$$= 0.33$$

ในทำนองเดียวกับที่อธิบายมาแล้ว เราสามารถคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์ในครั้งถัดๆไปได้ ผลของการคำนวณแสดงดังต่อไปนี้

ครั้งที่	$P(S_1)$	$P(S_2)$	$P(S_3)$
1	0.400	0.300	0.300
2	0.220	0.450	0.330
3	0.166	0.530	0.304
4	0.150	0.565	0.285
5	0.145	0.580	0.275

จากค่าความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์ที่ได้ เราสามารถบอกได้ว่าโอกาสที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะอยู่ในสถานะใดสถานะหนึ่ง ณ เวลาใดๆ ในอนาคต มีค่าเป็นเท่าใด เช่น ในตัวอย่างเครื่องถ่ายเอกสาร เราสามารถพยากรณ์ หรือ คาดหมายได้ว่าอีก 2 วันนับจากวันนี้เครื่องถ่ายเอกสารจะมีค่าความน่าจะเป็นเท่าใดที่เครื่องยังคงทำงานอยู่ได้ และมีค่าความน่าจะเป็นเท่าใดที่เครื่องจะเสียใช้การไม่ได้ ดังนั้นจะเห็นได้ว่าค่าความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์สามารถให้ข้อมูลเพื่อช่วยการตัดสินใจในการวางแผนได้

3.6 สถานะของความคงตัว(Steady State)

ตัวแบบมาร์คอฟมีคุณสมบัติที่สำคัญประการหนึ่ง คือ ค่าความน่าจะเป็นของการอยู่ในสถานะใดสถานะหนึ่งของลูกโซ่มาร์คอฟ จะมีค่าคงที่เมื่อเวลาผ่านไประยะหนึ่ง เราเรียกการเข้าสู่สภาวะเช่นนี้ว่า สถานะของความคงตัวหรือสเตดีเสตท พิจารณาค่าความน่าจะเป็นของการอยู่ในสถานะของลูกโซ่มาร์คอฟในตัวอย่างที่ 3.5.3 และ ตัวอย่างที่ 3.5.4 จากตัวอย่างที่ 3.5.3 จะเห็นได้ว่าค่าของ $P(S_1)$ ซึ่งเริ่มต้นด้วยค่า 0.75 มีค่าลดลงเป็น 0.625, 0.567, 0.531 และ 0.516 ตามลำดับเมื่อเวลาผ่านไป จะเห็นได้ว่าค่า $P(S_1)$ มีค่าลดลง และมีแนวโน้มที่จะมีค่าเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่งในทำนองเดียวกันสำหรับตัวอย่างที่3.5.4 ค่าความน่าจะเป็นของการอยู่ในสถานะลูกโซ่มาร์คอฟต่างๆจะมีแนวโน้มเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่ง เช่น $P(S_2)$ ซึ่งมีค่าเริ่มต้นด้วย 0.3 มีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 0.45, 0.53, 0.565 และ 0.58 ตามลำดับ

จากตัวอย่างที่อธิบายข้างต้น จะเห็นได้ว่าเมื่อเวลาผ่านไประยะหนึ่งค่าความน่าจะเป็นของการอยู่ในสถานะ S_j ของลูกโซ่มาร์คอฟ คือ $P(S_j)$ จะมีค่าเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่ง ค่าคงที่นี้จะมีค่าเท่าเดิมเสมอไม่ว่าเราเริ่มต้นด้วยค่า $P(S_j)$ ด้วยค่าใดก็ตาม เราเรียกสภาวะที่ค่า $P(S_j)$ มีค่าคงที่นี้ว่าสถานะคงตัวหรือสเตดีเสตทของลูกโซ่มาร์คอฟ เราเรียกว่าความน่าจะเป็น $P(S_j)$ ที่สเตดีเสตท นี้ว่า "ค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตท"

ค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตท $P(S_j)$ แสดงถึงเปอร์เซ็นต์ของเวลาโดยเฉลี่ยที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะอยู่ในสถานะ S_j เช่น จากตัวอย่างที่ 3.5.3 สมมติว่าค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทของ

การที่เครื่องถ่ายเอกสารทำงานได้ $P(S_1)$ มีค่าเป็น 0.5 และของการที่เครื่องถ่ายเอกสารเสียใช้การไม่ได้ $P(S_2)$ มีค่าเป็น 0.5 ก็หมายความว่า โดยเฉลี่ยแล้วจากจำนวนวันทำงานทั้งหมดจะมีอยู่ 50 % ของวันที่เครื่องทำงานได้ และมีอยู่ 50% ของเวลาทำงานที่เครื่องเสียใช้การไม่ได้ หรือถ้าสมมติให้มีวันทำงาน 10 วัน จะมีอยู่ 5 วันที่เครื่องทำงาน และอีก 5 วัน ที่เครื่องเสียใช้การไม่ได้

ในการประยุกต์ตัวแบบมาร์คอฟ กับปัญหาการตัดสินใจโดยทั่วไปนั้น ค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทเป็นค่าที่สามารถใช้เป็นข้อมูล ประกอบการตัดสินใจเพื่อการวางแผนได้เป็นอย่างดี ในเรื่องนี้จะได้กล่าวถึงการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตท โดยวิธีการใช้สมการเมตริกซ์ (Matrix-equation Method) ซึ่งอาศัยคุณสมบัติการแก้ชุดสมการเชิงเส้นจำนวน n + 1 สมการ ดังต่อไปนี้

$$P(S_1) = P_{11}\ P(S_1) + P_{21}\ P(S_2) + \ldots + P_{n1}\ P(S_n)$$

$$P(S_2) = P_{12}\ P(S_1) + P_{22}\ P(S_2) + \ldots + P_{n2}\ P(S_n)$$

$$P(S_n) = P_{1n}\ P(S_1) + P_{2n}\ P(S_2) + \ldots + P_{nn}\ P(S_n)$$

และ $P(S_1) + P(S_2) + \ldots + P(S_n) = 1$

ซึ่งงสามารถเขียนใน รูปสมการอย่างง่ายได้ คือ

$$P(S_j) = \sum_{i=1}^{n} P_{ij} P(s_i), j = 1,2,3,\ldots.n$$

และ $$\sum_{j=1}^{n} P(S_j) = 1$$

จากชุดของสมการเชิงเส้นจำนวน $n+1$ สมการ เราสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า $P(S_1),\ldots,P(S_n)$ ซึ่งเป็นค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทได้

ตัวอย่างที่ 3.6.1

แสดงวิธีการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทของตัวแบบจากตัวอย่างที่ 3.5.3 ซึ่งมีค่าเมตริกซ์ทรานสิชั่นของตัวแบบมาร์คอฟ

		ไปเป็นสถานะ	
		S_1	S_2
	S_1	0.75	0.25
จากสถานะ	S_2	0.25	0.75

เราสามารถคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตท $P(S_1)$ และ $P(S_2)$ ได้โดยเขียนสมการเมตริกซ์ได้เป็น

$$P(S_1) = P_{11}\,P(S_1) + P_{21}\,P(S_2)$$

$$P(S_2) = P_{12}\,P(S_1) + P_{22}\,P(S_2)$$

$$P(S_1) + P(S_2) = 1$$

เมื่อแทนค่า $P_{11} = 0.75$, $P_{12} = 0.25$, $P_{21} = 0.25$, $P_{22} = 0.75$

$$P(S_1) = 0.75\,P(S_1) + 0.25\,P(S_2) \qquad (1)$$

$$P(S_2) = 0.25\,P(S_1) + 0.75\,P(S_2) \qquad (2)$$

$$P(S_1) + P(S_2) = 1 \qquad (3)$$

จาก (1) $P(S_1) - 0.75\,P(S_1) = 0.25\,P(S_2)$

$$0.25\,P(S_1) = 0.25\,P(S_2)$$

$$P(S_1) = P(S_2)$$

นำค่า $P(S_1) = P(S_2)$ แทนใน (3)

จะได้ $P(S_1) + P(S_1) = 1$

นั่นคือ $P(S_1) = 0.5$

$P(S_2) = 0.5$

ดังนั้นค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทของสถานะ S_1 คือ $P(S_1) = 0.5$ และค่าค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทของสถานะ S_2 คือ $P(S_2) = 0.5$

ตัวอย่างที่ 3.6.2

แสดงวิธีการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทจากตัวอย่างที่ 3.5.2

สมมติให้ $X1$, $X2$, $X3$ เป็นส่วนแบ่งการตลาด ณ จุดดุลยภาพ(สเตดีเสตท) ของสบู่ตรา A, B และ C จากเมตริกซ์แสดงความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง คือ

$$P = \begin{bmatrix} 0.90 & 0.05 & 0.05 \\ 0.10 & 0.80 & 0.10 \\ 0.10 & 0.15 & 0.75 \end{bmatrix}$$

ทราบว่าส่วนแบ่งการตลาดจะไม่เปลี่ยนแปลง ตราบใดที่เมตริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงยังคงเดิม ดังนั้นส่วนแบ่งการตลาด ณ จุดสเตดีเสตท คำนวณได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} X1 & X2 & X3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.90 & 0.05 & 0.05 \\ 0.10 & 0.80 & 0.10 \\ 0.10 & 0.15 & 0.75 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X1 & X2 & X3 \end{bmatrix}$$

เขียนในรูปสมการได้ดังนี้

$$0.9X1 + 0.1X2 + 0.1X3 = X1 \qquad (1)$$

$$0.05X1 + 0.8X2 + 0.15X3 = X2 \qquad (2)$$

$$0.05X1 + 0.1X2 + 0.75X3 = X3 \qquad (3)$$

$$X1 + X2 + X3 = 1 \qquad (4)$$

	$-0.1X1 + 0.1X2 + 0.1X3$	$= 0$	(5)
	$0.05X1 - 0.2X2 + 0.15X3$	$= 0$	(6)
	$0.05X1 + 0.1X2 - 0.25X3$	$= 0$	(7)
(4) คูณ 0.1	$0.1X1 + 0.1X2 + 0.1X3$	$= 0.1$	(8)
(6)- (7)	$-0.3X2 + 0.4X3$	$= 0$	(9)
(5)+ (8)	$0.2X2 + 0.2X3$	$= 0.2$	(10)
(5) คูณ 2	$0.4X2 + 0.4X3$	$= 0.2$	(11)
(11)- (9)	$0.7X2$	$= 0.2$	

$$X2 = 0.2/0.7 = 0.286$$

แทนค่า $X2$ ลงใน (10) จะได้ $X3 = 0.214$

แทนค่า $X2, X3$ ลงใน(4) จะได้ $X1 = 0.5$

ดังนั้นส่วนแบ่งการตลาด ณ จุดสเตดีเสตท คือ

A มีส่วนแบ่งการตลาด = 0.5 หรือ 50 %

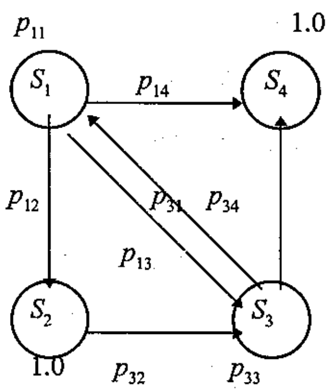
B มีส่วนแบ่งการตลาด = 0.286 หรือ 28.6 %

C มีส่วนแบ่งการตลาด = 0.214 หรือ 21.4 %

นั่นคือ ในที่สุดแล้วส่วนแบ่งการตลาดของสบู่ตรา *A*, *B* และ *C* จะมีค่าเป็น 0.5 0.286 และ 0.214 ตามลำดับ ซึ่งไม่สามารถระบุได้อีกนานแค่ไหนจึงจะถึงสภาวะดุลยภาพ ทราบแต่เพียงว่าเมื่อถึงสภาวะสเตดีเสตทแล้ว ส่วนแบ่งการตลาดของสบู่ทั้ง 3 ตราจะเป็นไปตามนี้

3.7 สถานะดูดกลืน (Absorbing State)

ลูกโซ่มาร์คอฟชนิดดูดกลืน (Absorbing Markov Chain) หมายถึง ลักษณะตัวแบบมาร์คอฟ ซึ่งมีสถานะดูดกลืน (absorbing state) รวมอยู่กับสถานะของลูกโซ่มาร์คอฟ เมื่อใดที่ลูกโซ่มาร์คอฟเข้าสู่สถานะดูดกลืนนี้จะถูกสถานะนี้ดูดกลืนไว้ และไม่สามารถเปลี่ยนไปเป็นสถานะอื่นได้พิจารณาตัวแบบมาร์คอฟ ซึ่งประกอบด้วยสถานะดูดกลืนสองสถานะ ดังแสดงในภาพที่ 4



ไปเป็นสถานะ

		S_1	S_2	S_3	S_4
	S_1	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}
	S_2	0	1	0	0
จากสถานะ	S_3	p_{31}	p_{32}	p_{33}	p_{34}
	S_4	0	0	0	1

ภาพที่ 4 ตัวแบบมาร์คอฟที่มีสถานะดูดกลืนสองสถานะ

จากภาพที่ 4 สถานะ S_2 และ S_4 เป็นสถานะดูดกลืน สังเกตว่าที่สถานะดูดกลืนค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นไปยังสถานะอื่นที่มีค่าเป็นศูนย์ และค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นของการกลับสู่สถานะเดิมมีค่าเป็น 1 ซึ่งหมายความว่า เมื่อใดที่ลูกโซ่มาร์คอฟเข้าสู่สถานะดูดกลืนจะไม่มีโอกาสเปลี่ยนไปเป็นสถานะอื่นได้อีกเลย

ตัวอย่างของสถานะดูดกลืนในเชิงธุรกิจ เช่น สถานะที่ลูกหนี้ชำระหนี้จนหมด หรือการหนีหนี้ (หนี้สูญ) การทำงานแล้วเสร็จตามสัญญา การเลิกจ้างพนักงาน เป็นต้น

การวิเคราะห์หาค่าความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์ของตัวแบบมาร์คอฟชนิดดูดกลืนมีวิธีการเหมือนกับการวิเคราะห์หาค่าความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์ของตัวแบบมาร์คอฟชนิดธรรมดา แต่สำหรับการวิเคราะห์หาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทของตัวแบบมาร์คอฟชนิดดูดกลืน มีความแตกต่างกับการวิเคราะห์หาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทของตัวแบบมาร์คอฟชนิดธรรมดา

ค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตท จากตัวแบบมาร์คอฟดังแสดงในภาพที่ 4 สถานะ S_2 และ S_4 เป็นสถานะดูดกลืนค่าความน่าจะเป็นของการถูกดูดกลืนด้วยสถานะ S_2 หรือ S_4 ขึ้นอยู่กับสถานะเริ่มต้นของลูกโซ่มาร์คอฟ ถ้าลูกโซ่มาร์คอฟเริ่มที่สถานะดูดกลืนสถานะใดสถานะหนึ่ง ลูกโซ่มาร์คอฟจะไม่สามารถเปลี่ยนไปเป็นสถานะอื่นได้ ดังนั้นเราจึงสนใจเฉพาะสถานะที่ไม่ใช่

สถานะดูดกลืน เช่นการหาค่าความน่าจะเป็นเมื่อลูกโซ่มาร์คอฟเริ่มต้นที่สถานะ S_1 และถูกดูดกลืนที่สถานะ S_2 หรือค่าความน่าจะเป็นเมื่อลูกโซ่มาร์คอฟเริ่มต้นที่สถานะ S_1 และถูกดูดกลืนที่สถานะ S_4 เป็นต้น

ถ้ากำหนดให้

P_{ik} = ค่าความน่าจะเป็นของการถูกดูดกลืนด้วยสถานะ k เมื่อเริ่มต้นลูกโซ่มาร์คอฟที่สถานะ i โดยที่ i เป็นสถานะไม่ดูดกลืนใด ๆ และ k เป็นสถานะดูดกลืนใด ๆ

ถ้าเรากำหนดค่าความน่าจะเป็น P_{ik} ให้แก่สถานะไม่ดูดกลืน i ใด ๆ ให้ถูกดูดกลืนด้วยสถานะ k ใด ๆ ผลรวมของ P_{ik} ของทุกสถานะไม่ดูดกลืน จะต้องมีค่าเป็น 1 นั่นคือ

$$\sum_{\text{ทุกค่าของ } i} P_{ik} = 1 \quad \text{สำหรับ } k \text{ แต่ละค่า}$$

แต่สมการนี้สมการเดียวยังไม่เพียงพอสำหรับการหาค่าความน่าจะเป็น P_{ik} เราจะต้องอาศัยสมการซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นอีกชุดหนึ่ง คือ

$$(1-p_{ii})P_{ik} = p_{ik} + \sum_{\substack{\text{ทุกค่าของ} \\ j \neq i}} p_{ij} P_{jk}$$

เมื่อ $P_{jk} = 0$ สำหรับ j ที่เป็นสถานะดูดกลืน

ตัวอย่างที่ 3.7.1 ต่อไปนี้แสดงวิธีการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทโดยอาศัยชุดสมการดังกล่าวแล้วข้างต้น

ตัวอย่างที่ 3.7.1 จากตัวอย่างมาร์คอฟ ดังแสดงในภาพที่ 4 ถ้ากำหนดให้

$p_{11} = 0.4 \quad p_{12} = 0.3 \quad p_{13} = 0.2 \quad p_{14} = 0.1$

และ $p_{31} = 0.1 \quad p_{32} = 0.1 \quad p_{33} = 0.6 \quad p_{34} = 0.2$

ดังนั้นทรานสิชั่นเมตริกซ์ของตัวแปรแบบมาร์คอฟ จะมีค่าดังแสดงต่อไปนี้คือ

		ไปเป็นสถานะ			
		S_1	S_2	S_3	S_4
จากสถานะ	S_1	0.4	0.3	0.2	0.1
	S_2	0	1	0	0
	S_3	0.1	0.1	0.6	0.2
	S_4	0	0	0	1

เราต้องการหาค่าความน่าจะเป็นของการถูกดูดกลืนที่สถานะ S_2 และ S_4 เมื่อลูกโซ่มาร์คอฟเริ่มต้นที่สถานะ S_1 และ S_3 หรืออีกนัยหนึ่ง คือคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตท P_{12} , P_{14}, P_{32} และ P_{34}

จากตัวแบบมาร์คอฟนี้สถานะดูดกลืนมีอยู่สองสถานะคือ S_2 และ S_4 ดังนั้น $k=2$ และ $k=4$ ส่วนสถานะไม่ดูดกลืนมีอยู่สองสถานะเช่นเดียวกันคือ S_1 และ S_3 ดังนั้น $i=1$ และ $i=3$

จากความสัมพันธ์

$$(1-p_{ii})P_{ik} = p_{ik} + \sum_{\substack{\text{ทุกค่าของ} \\ j \neq i}} p_{ij} P_{jk}$$

เราสามารถเขียนเป็นชุดสมการได้ 4 สมการ คือ สมการสำหรับเมื่อเริ่มต้นที่ S_1 และถูกดูดกลืนที่ S_2 สมการเมื่อเริ่มต้นที่ S_1 และถูกดูดกลืนที่ S_4 สมการสำหรับเมื่อเริ่มต้นที่ S_3 และถูกดูดกลืนที่ S_2 และสมการสำหรับเมื่อเริ่มต้นที่ S_3 และถูกดูดกลืนที่ S_4

พิจารณาสมการเมื่อเริ่มต้นที่ S_1 และถูกดูดกลืนที่ S_2 ($i = 1$ และ $k = 2$) จะได้ว่า

$$(1-p_{11})P_{12} = p_{12} + \sum_{\substack{\text{ทุกค่าของ} \\ j \neq i}} p_{1j}P_{j2}$$

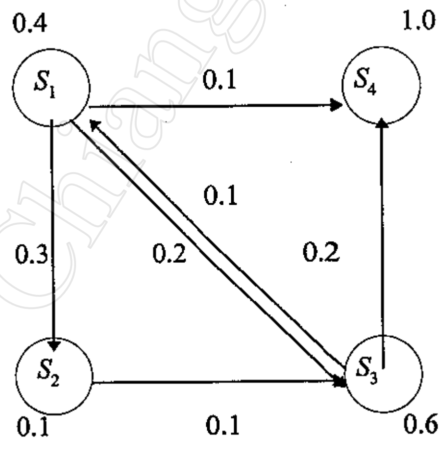
$$= p_{12} + p_{12}P_{22} + p_{13}P_{32} + p_{14}P_{42}$$

แทนค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นต่าง ๆ และ $P_{22} = 0,\ P_{42} = 0$ (เนื่องจาก 2 และ 4 เป็นสถานะดูดกลืน) จะได้ว่า

$$(1 - 0.4)P_{12} = 0.3 + (0.3)(0) + (0.2)P_{32} + (0.1)(0)$$

หรือ $\quad 0.6P_{12} = 0.3 + 0.2P_{32}$

สมการแสดงความสัมพันธ์ข้างต้น อาจเขียนได้จากการพิจารณาตัวแบบมาร์คอฟดังแสดงในภาพที่ 5



ภาพที่ 5 ตัวแบบมาร์คอฟของตัวอย่างที่ 3.7.1

ในที่นี้เราต้องการหาค่าความน่าจะเป็นของการถูกดูดกลืนที่สถานะ S_2 เมื่อเริ่มต้นลูกโซ่มาร์คอฟที่สถานะ S_1 ลองพิจารณาจากตัวแบบมาร์คอฟว่ามีทางเดินจาก S_1 ไป S_2 ได้กี่ทาง จากภาพที่ 5 จะได้ว่า ทางเดินจาก S_1 ไปยัง S_2 มีอยู่ 2 ทาง คือ จาก S_1 ตรงไป S_2 เลย และจาก S_1 ตรงไป S_2 เลยเท่ากับ 0.3 และค่าความน่าจะเป็นของการออกจาก S_1 ไป S_3 แล้วไป S_2 เท่ากับ 0.2 ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดโอกาสนี้คือ $0.2P_{32}$ ดังนั้นเราสามารถเขียนส่วนทางด้านขวาของสมการคือ 0.3 + $0.2P_{32}$ ได้ แต่ค่าความน่าจะเป็นของการออกจาก S_1 ไปยัง S_2 มีเพียง 0.6 ทั้งนี้เพราะมีค่าความน่าจะเป็น 0.4 ในการออกจาก S_1 และกลับมายัง S_1 ตามเดิม ดังนั้นความสัมพันธ์ของค่าความน่าจะเป็นในการเริ่มจากสถานะ S_1 และถูกดูดกลืนที่ S_2 คือ

$$0.6P_{12} = 0.3 + 0.2P_{32}$$

ในทำนองเดียวกันสมการแสดงความสัมพันธ์สำหรับการเริ่มต้นที่ S_1 และถูกดูดกลืนที่ S_4 สามารถเขียนได้เป็น

$$0.6P_{14} = 0.1 + 0.2P_{34}$$

สมการแสดงความสัมพันธ์สำหรับการเริ่มต้นที่ S_3 และถูกดูดกลืนที่ S_2 สามารถเขียนได้เป็น

$$0.4P_{32} = 0.1 + 0.1P_{12}$$

และสมการแสดงความสัมพันธ์สำหรับการเริ่มต้นที่ S_3 และถูกดูดกลืนที่ S_4 สามารถเขียนได้เป็น

$$0.4P_{34} = 0.2 + 0.1P_{14}$$

เมื่อเขียนรวมสมการทั้ง 4 จะได้เป็น

$$0.6P_{12} = 0.3 + 0.2P_{32} \qquad (1)$$

$$0.6\,P_{14} = 0.1 + 0.2\,P_{34} \qquad (2)$$

$$0.4\,P_{32} = 0.1 + 0.1\,P_{12} \qquad (3)$$

$$0.4\,P_{34} = 0.2 + 0.1\,P_{14} \qquad (4)$$

จากสมการ 1 สามารถหาค่า P_{12} ในเทอมของ P_{32} ได้เป็น

$$P_{12} = \frac{0.3 + 0.2P_{32}}{0.6}$$

แทนค่า P_{12} ลงในสมการที่ 3 จะได้

$$0.4P_{32} = 0.1 + 0.1(0.5 + 0.33\,P_{32})$$

$$= 0.1 + 0.05 + 0.033\,P_{32}$$

ดังนั้น $$P_{32} = \frac{0.15}{0.367.}$$

$$= 0.41$$

และ $$P_{12} = 0.5 + (0.33)(0.4)$$

$$= 0.64$$

ทำนองเดียวกันจากการแก้สมการ 2 และสมการ 4 จะได้

$$P_{34} = 0.5$$

และ $$P_{14} = 0.36$$

ซึ่งเราสามารถตรวจสอบค่าที่หาได้จาก

$$P_{12} + P_{14} = 0.64 + 0.36$$

$$= 1.0$$

$$P_{32} + P_{34} = 0.41 + 0.59$$

$$= 1.0$$

จากค่าความน่าจะเป็นที่ได้สามารถสรุปได้ว่า

$P_{12} = 0.64$ หมายความว่า ถ้าเริ่มต้นที่สถานะ S_1 จะมีโอกาส 0.64 ที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_2

$P_{32} = 0.41$ หมายความว่า ถ้าเริ่มต้นที่สถานะ S_3 จะมีโอกาส 0.41 ที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_2

$P_{14} = 0.36$ หมายความว่า ถ้าเริ่มต้นที่สถานะ S_1 จะมีโอกาส 0.36 ที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_4

$P_{34} = 0.59$ หมายความว่า ถ้าเริ่มต้นที่สถานะ S_3 จะมีโอกาส 0.59 ที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_4

ถ้าเราทราบค่าความน่าจะเป็นของการเริ่มต้นที่สถานะ S_1 และ S_3 เราสามารถหาค่าความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_2 หรือ S_4 ได้เช่น สมมติให้ค่าความน่าจะเป็นของการเริ่มต้นที่สถานะ S_1 มีค่าเป็น 0.6 และค่าความน่าจะเป็นของการเริ่มต้นที่สถานะ S_3 มีค่าเป็น 0.4 ดังนั้น

โอกาสที่ลูกโซ่มาร์คอฟถูกดูดกลืนที่ $S_2 = (0.6)(0.64) + (0.4)(0.41) = 0.548$

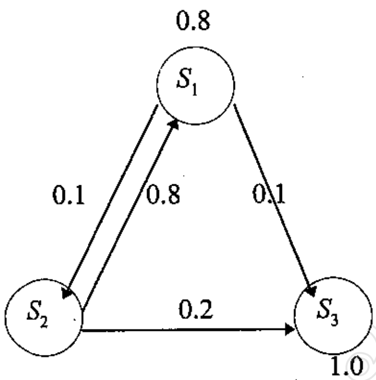
โอกาสที่ลูกโซ่มาร์คอฟถูกดูดกลืนที่ $S_4 = (0.6)(0.36) + (0.4)(0.59) = 0.452$

ตัวอย่างที่ 3.7.2

จงหาค่าความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_3 เมื่อเริ่มต้นที่สถานะ S_1 และเริ่มต้นที่สถานะ S_2 ของตัวแบบมาร์คอฟดังแสดงต่อไปนี้

ถ้ากำหนดให้ค่าความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะเริ่มต้นที่สถานะ S_1 และ S_2 มีค่าเป็น 0.3 และ 0.7 ตามลำดับ จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_3

ตามภาพที่ 6



		ไปเป็นสถานะ		
		S_1	S_2	S_3
	S_1	0.8	0.1	0.1
จากสถานะ	S_2	0.8	0	0.2
	S_3	0	0	1.0

ชุดสมการแสดงความสัมพันธ์ เพื่อหาค่า P_{13} และ P_{23} สามารถเขียนได้เป็น

เมื่อเริ่มต้นที่ $S_1 : 0.2P_{13} = 0.1 + 0.1P_{23}$

เมื่อเริ่มต้นที่ $S_2 : \quad P_{23} = 0.2 + 0.8P_{13}$

แก้สมการทั้งสอง จะได้

$$P_{13} = 1.0$$

$$P_{23} = 1.0$$

ความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่

$$\begin{aligned} S_3 &= (0.3)(1.0) + (0.7)(1.0) \\ &= 1.0 \end{aligned}$$

หมายเหตุ : ในกรณีที่ตัวแบบมาร์คอฟมีสถานะดูดกลืนเพียงสถานะเดียว ค่าความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะดูดกลืนนั้น เมื่อเริ่มต้นที่สถานะไม่ดูดกลืนใด ๆ จะมีค่าเป็น 1 เสมอ

3.8 ประยุกต์ตัวแบบมาร์คอฟในด้านธุรกิจ

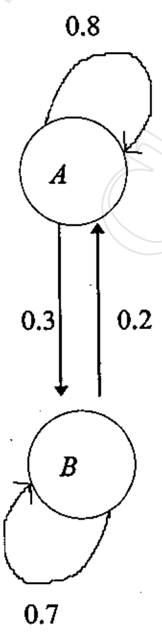
3.8.1 การวางแผนกลยุทธทางการตลาด

การซื้อสินค้ามีอิทธิพลจากปัจจัยต่างๆ เช่น การโฆษณา ราคาสินค้า คุณภาพสินค้า การบริการจากผู้ขายและอื่นๆ ปัจจัยสำคัญประการหนึ่ง ซึ่งมีส่วนสำคัญในการกำหนดการเลือกสินค้าของตราสินค้าใด คือการซื้อสินค้าของลูกค้าในครั้งก่อน ตัวอย่างเช่น ถ้าเราเคยซื้อพัดลมตราสินค้า A และปรากฏว่า พัดลม A สามารถใช้งานได้ดี ในการซื้อพัดลมครั้งต่อไปก็มีแนวโน้มว่าเราจะซื้อพัดลมตราสินค้า A อีก ดังนั้นจะเห็นได้ว่าการตัดสินใจซื้อตราสินค้าในครั้งถัดไปจะขึ้นอยู่กับการตัดสินใจซื้อในครั้งที่ผ่านมาด้วย ลักษณะปัญหานี้สอดคล้องกับคุณลักษณะของตัวแปรแบบมาร์คอฟ ดังนั้นเราจึงสามารถประยุกต์ตัวแปรแบบมาร์คอฟกับปัญหาทางการตลาดได้

ตัวอย่างที่ 3.8.1.1

แสดงค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นของพฤติกรรมของผู้ซื้อสินค้าในการเปลี่ยนใจซื้อสินค้าจากตราสินค้าหนึ่งไปเป็นตราสินค้าหนึ่ง จากตัวอย่างนี้สมมติให้เราเป็นผู้ผลิตราคาสินค้า A และตราสินค้า B เป็นของบริษัทคู่แข่ง ตามภาพที่ 7

ภาพที่ 7



ไปเป็น

		A	B
	A	0.8	0.2
จาก	B	0.3	0.7

จากค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นจะได้ว่า ลูกค้าซึ่งเคยสั่งซื้อสินค้าของเรา (A) มีโอกาส 80% ที่จะซื้อสินค้าของเราอีก และมีโอกาส 20 % ที่จะเปลี่ยนไปซื้อสินค้าของบริษัทคู่แข่ง (B) ในการซื้อสินค้าครั้งถัดไป ทำนองเดียวกันลูกค้าซึ่งเคยซื้อสินค้า B จะมีโอกาส 70% ในการซื้อสินค้า B อีก และมีโอกาส 30% ในการเปลี่ยนใจมาซื้อสินค้าของเราแทน

จากตัวแบบมาร์คอฟ เราสามารถวิเคราะห์หาส่วนแบ่งการตลาดของสินค้า A และ B ได้ว่าในระยะสั้นนั้นสินค้าของเราจะสามารถยึดส่วนแบ่งการตลาดจำนวนเท่าใด และของบริษัทคู่แข่งสามารถยึดส่วนแบ่งการตลาดเท่าใด จากผลของส่วนแบ่งการตลาดที่เราสามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลเพื่อกำหนดกลยุทธทางการตลาดที่เหมาะสมเพื่อเพิ่มส่วนแบ่งการตลาดให้มากขึ้น

การหาค่าส่วนแบ่งการตลาดของตราสินค้า A และ B ในระยะยาวทำได้โดยการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตท จากภาพที่ 7.5 จะได้ว่า

$$P(A) = 0.8\,P(A) + 0.3\,P(B)$$

$$P(B) = 0.2\,P(A) + 0.7\,P(B)$$

$$P(A) + P(B) = 1$$

จากการแก้ชุดสมการข้างต้นจะได้

$$P(A) = 0.6$$

$$P(B) = 0.4$$

ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่า ในระยะยาวสินค้าของเรา (A) จะสามารถครองส่วนแบ่งการตลาด 60% และสินค้าบริษัทคู่แข่ง (B) จะสามารถครองส่วนแบ่งการตลาด 40%

การกำหนดกลยุทธทางการตลาด

จากข้อมูลของส่วนแบ่งการตลาดที่ได้ เราสามารถนำมาใช้ในการกำหนดกลยุทธทางการตลาดได้ ดังได้กล่าวมาแล้ว การโฆษณาสินค้าถือว่าเป็นปัจจัยประการหนึ่งในการดึงดูดลูกค้า กลยุทธในการโฆษณาอาจทำได้ 3 วิธี คือ

1. กลยุทธในการโฆษณาเพื่อทำให้ลูกค้าเก่าของเราไม่เปลี่ยนใจไปซื้อสินค้าคู่แข่ง

2. กลยุทธในการโฆษณาเพื่อดึงดูดลูกค้าของบริษัทคู่แข่ง ให้หันมาซื้อสินค้าของเราแทน

3. รวมกลยุทธ 1 และ 2 เข้าด้วยกัน

สมมติว่าจากการวิเคราะห์และรวบรวมข้อมูลพบว่า ทุกๆ 1% ที่เพิ่มขึ้นของส่วนแบ่งการตลาดจะให้ผลกำไรเพิ่มขึ้น 50,000 บาท สมมติให้มีงบประมาณการโฆษณาทั้งสิ้น 10,000บาท และถ้าเราใช้งบประมาณนี้สำหรับกลยุทธที่ 1 จะทำให้ทรานสิชั่นเมตริกซ์เปลี่ยนจากเดิมเป็น

ไปเป็น

		A	B
	A	0.85	0.15
จาก	B	0.30	0.70

นั่นคือ สามารถทำให้ลูกค้าเก่าของเราเปลี่ยนใจไปซื้อสินค้าของบริษัทคู่แข่ง (B) ลดลงจากเดิม (จาก 20% เหลือ 15%)

ถ้าหากเราใช้งบประมาณด้านโฆษณาสำหรับกลยุทธที่ 2 จะทำให้ทรานสิชั่นเมตริกซ์เปลี่ยนไปจากเดิม

ไปเป็น

		A	B
	A	0.80	0.20
จาก	B	0.35	0.65

นั่นคือ สามารถดึงดูดลูกค้าของบริษัทคู่แข่งมาได้มากกว่าเดิม (จาก 30% เป็น 35%)

แต่ถ้าเราใช้งบประมาณสำหรับกลยุทธที่ 3 จะจะทำให้เมตริกซ์ทรานสิชั่นเปลี่ยนไปจากเดิมไปเป็น

		ไปเป็น	
		A	B
	A	0.83	0.17
จาก	B	0.32	0.68

จากกลยุทธทั้ง 3 แบบ เราจะทำการวิเคราะห์ว่ากลยุทธใดให้ผลตอบแทนดีที่สุด เราก็จะเลือกกลยุทธนั้น เกณฑ์สำคัญที่ใช้ในการตัดสินใจก็คือ กำไรที่เพิ่มขึ้นนั่นเอง

กลยุทธที่ 1

จากเมตริกซ์ทรานสิชั่นของกลยุทธที่ 1 สามารถคำนวณหาส่วนแบ่งการตลาดในระยะยาวได้จากชุดสมการ

$$P(A) = 0.85\,P(A) + 0.3\,P(B)$$

$$P(B) = 0.15\,P(A) + 0.7\,P(B)$$

$$P(A) + P(B) = 1$$

จากการแก้ชุดสมการข้างต้น จะได้

$$P(A) = 0.67$$

$$P(B) = 0.33$$

เนื่องจากทุกๆ 1% ของส่วนแบ่งการตลาดที่เพิ่มขึ้นจากเดิม (60%) จะทำให้เราได้กำไรเพิ่มขึ้น 50,000 บาท ดังนั้นจากกลยุทธที่ 1 จะได้กำไรเพิ่มขึ้นอีกเท่ากับ

(67 - 60) (50,000) = 350,000 บาท

กลยุทธที่ 2

จากเมตริกซ์ทรานสิชั่นของกลยุทธที่ 2 สามารถคำนวณหาส่วนแบ่งการตลาดในระยะยาว ได้จากสูตร

$P(A) = 0.8\,P(A) + 0.35\,P(B)$

$P(B) = 0.2\,P(A) + 0.65\,P(B)$

$P(A) + P(B) = 1$

จากการแก้ชุดสมการข้างต้น จะได้

$P(A) = 0.64$

$P(B) = 0.36$

ดังนั้น กำไรเพิ่มขึ้นกลยุทธที่ 2 คือ

(64 - 60) (50,000) = 200,000 บาท

กลยุทธที่ 3

จากเมตริกซ์ทรานสิชั่นของกลยุทธ ที่3 สามารถคำนวณหาส่วนแบ่งการตลาดในระยะยาว ได้จากสูตร

$P(A) = 0.83\,P(A) + 0.32\,P(B)$

$P(B) = 0.17\,P(A) + 0.68\,P(B)$

$P(A) + P(B) = 1$

จากการแก้ชุดสมการข้างต้น จะได้

$P(A) = 0.66$

$P(B) = 0.34$

ดังนั้น กำไรเพิ่มขึ้นกลยุทธที่ 3 คือ

(66 - 60) (50,000) = 300,000 บาท

ดังนั้นจึงเลือกกลยุทธที่ 1 เพราะจะทำให้ได้ผลตอบแทนมากที่สุด

ตัวอย่างที่ 3.8.1.2

บริษัทจักรยานยนต์สยาม ซึ่งเป็นผู้ผลิตจักรยานยนต์จำหน่ายภายในประเทศ โดยมีคู่แข่งที่สำคัญอีกสองบริษัท คือ บริษัทจักรยานยนต์ไทย-ญี่ปุ่น และบริษัทจักรยานยนต์ไทย-อเมริกัน จากการวิเคราะห์ทางการตลาด พบว่าบริษัทจักรยานยนต์ทั้งสาม มีส่วนแบ่งการตลาดในปัจจุบันเป็นดังนี้ คือ

จักรยานยนต์สยาม	=	25%
จักรยานยนต์ไทย-ญี่ปุ่น	=	40%
จักรยานยนต์ไทย-อเมริกัน	=	35%

เพื่อเพิ่มส่วนแบ่งการตลาดของบริษัทจักรยานยนต์สยาม ฝ่ายการตลาดได้ทำการวิจัยและพบว่า ถ้าบริษัทลงทุนโฆษณาเพิ่มขึ้นอีก 3,000,000 บาท ในปีนี้ จะสามารถทำให้ทรานสิชั่นเมตริกซ์ของการตัดสินใจซื้อจักรยานยนต์ของลูกค้ามีค่าต่าง ๆ ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

		ไปเป็น		
		สยาม	ไทย - ญี่ปุ่น	ไทย - อเมริกัน
	สยาม	0.80	0.15	0.05
จาก	ไทย - ญี่ปุ่น	0.15	0.80	0.05
	ไทย - อเมริกัน	0.05	0.05	0.90

จงหาว่า

ก. ถ้าบริษัทจักรยานยนต์สยามลงทุนโฆษณาเพิ่มอีก 3,000,000 บาท ในปีนี้ ปีหน้าส่วนแบ่งการตลาดของจักรยานยนต์ของทั้ง 3 บริษัทจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร

ข. ถ้าเมตริกซ์ทรานสิชั่นมีค่าไม่เปลี่ยนแปลงดังแสดงข้างต้น ในปีถัดไปจากปีหน้าส่วนแบ่งการตลาดของจักรยานยนต์ของทั้ง 3 บริษัทจะเป็นอย่างไร

ค. ในระยะยาวส่วนแบ่งการตลาดของจักรยานยนต์ของทั้ง 3 บริษัทจะเป็นเท่าใด

ง. ถ้าสมมติให้ทุก ๆ 1% ที่เพิ่มขึ้นของส่วนแบ่งการตลาดสำหรับบริษัทจักรยานยนต์สยามมีมูลค่าเป็น 1,500,000 บาท จงหาว่าบริษัทควรลงทุนในการโฆษณานี้หรือไม่ ถ้าบริษัทต้องการคืนทุนภายใน 1 ปี

กำหนดให้ S_1 = บริษัทจักรยานยนต์สยาม

S_2 = บริษัทจักรยานยนต์ไทย-ญี่ปุ่น

S_3 = บริษัทจักรยานยนต์ไทย-อเมริกัน

ก. เป็นการหาค่าความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์ของปีหน้า เมื่อกำหนดค่าส่วนแบ่งการตลาดของปีนี้มาให้ คือ

$P(S_1) = 0.25$

$P(S_2) = 0.40$

$P(S_3) = 0.35$

ดังนั้นในปีหน้า

$$P(S_1) = P(S_1 \text{ ในปีนี้})(p_{11}) + P(S_2 \text{ ในปีนี้})(p_{21}) + P(S_3 \text{ ในปีนี้})(p_{31})$$
$$= (0.25)(0.80) + (0.40)(0.15) + (0.35)(0.05)$$
$$= 0.2775$$

ทำนองเดียวกัน สามารถหาค่า $P(S_2)$ และ $P(S_3)$ ได้เป็น

$P(S_2) = 0.3750$

$P(S_3) = 0.3475$

ดังนั้น ส่วนแบ่งการตลาดในปีหนึ่งของทั้งสามบริษัท คือ

บริษัทจักรยานยนต์สยาม = 27.75%

บริษัทจักรยานยนต์ไทย-ญี่ปุ่น = 37.50%

บริษัทจักรยานยนต์ไทย-อเมริกัน = 34.75%

ข. ในปีถัดไปจากปีหน้า ส่วนแบ่งการตลาดทั้ง 3 บริษัทสามารถคำนวณได้โดยการหาค่าความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์ใน 2 ปี ถัดไปนั่นเอง คือ

ในปีถัดไปจากปีหน้า

$$P(S_1) = P(S_1 \text{ ในปีหน้า})(p_{11}) + P(S_2 \text{ ในปีหน้า})(p_{21}) + P(S_3 \text{ ในปีหน้า})(p_{31})$$
$$= (0.2775)(0.80) + (0.3750)(0.15) + (0.3475)(0.05)$$
$$= 0.2956$$

ทำนองเดียวกัน สามารถหาค่า $P(S_2)$ และ $P(S_3)$ ได้เป็น

$P(S_2) = 0.3590$

$P(S_3) = 0.3454$

ดังนั้น ส่วนแบ่งการตลาดในปีถัดไปจากปีหน้าของทั้งสามบริษัท คือ

บริษัทจักรยานยนต์สยาม = 29.56%

บริษัทจักรยานยนต์ไทย-ญี่ปุ่น = 35.90%

บริษัทจักรยานยนต์ไทย-อเมริกัน = 34.54%

ค. การคำนวณหาค่าส่วนแบ่งการตลาดในระยะยาว สามารถทำได้โดยการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทนั่นเอง

ชุดสมการที่ใช้ในการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตท คือ

$$P(S_1) = 0.80P(S_1) + 0.15P(S_2) + 0.05P(S_3)$$

$$P(S_2) = 0.15\,P(S_1) + 0.80\,P(S_2) + 0.05\,P(S_3)$$

$$P(S_3) = 0.05\mathrm{P}\,P(S_1) + 0.05\,P(S_2) + 0.90\,P(S_3)$$

$$P(S_1) + P(S_2) + P(S_3) = 1$$

จากสมการแก้สมการข้างต้น จะได้

$P(S_1) = 0.3333$

$P(S_2) = 0.3333$

$P(S_3) = 0.3333$

ดังนั้น ส่วนแบ่งการตลาดในระยะยาวของทั้งสามบริษัท คือ

บริษัทจักรยานยนต์สยาม = 33.33%

บริษัทจักรยานยนต์ไทย-ญี่ปุ่น = 33.33%

บริษัทจักรยานยนต์ไทย-อเมริกัน = 33.33%

ง. เนื่องจากในปีถัดไป ส่วนแบ่งการตลาดของบริษัทจะเพิ่มขึ้นเป็น 27.75 % ดังนั้นมูลค่าเพิ่มจากส่วนแบ่งการตลาดที่เพิ่มขึ้นจะมีค่าเป็น (27.75 - 25) (1,500,000) = 4,125,000 บาท ดังนั้น บริษัทสมควรลงทุนในการโฆษณาครั้งนี้

3.8.2 การวางแผนบุคลากร

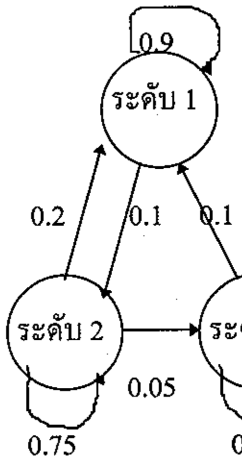
การวิเคราะห์หาค่าความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์ มีประโยชน์สำหรับการวางแผนบุคลากรในองค์การหรือบริษัท โดยทั่วไปพนักงานในองค์การอาจแบ่งได้เป็นกลุ่มหรือระดับตามความชำนาญของการทำงานเช่น ช่างฝีมืออาจแบ่งออกเป็นช่างระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3 เป็นต้น ผู้บริหารองค์การต้องบริหารด้านบุคลากรให้พนักงานในระดับหรือกลุ่มต่างๆ มีอยู่อย่างเหมาะสมตามสภาพความจำเป็นของการทำงาน การวางแผนบุคลากรขององค์การต้องอาศัยข้อมูล เกี่ยวกับการเลื่อนระดับของพนักงานและการลาออกจากงานของคนงานในระดับต่างๆ ตัวแบบมาร์คอฟสามารถประยุกต์ใช้กับการวางแผนบุคลากรดังกล่าวได้

การเปลี่ยนแปลงระดับของพนักงานและการลาออกจากงานของพนักงานระดับต่างๆ สามารถเขียนเป็นตัวแบบมาร์คอฟได้ดังนี้ สมมติให้บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงานซึ่งแบ่งระดับออกเป็น 3 ระดับคือ ระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3 จากข้อมูลที่ผ่านมาพบว่าในแต่ละปี 30% ของพนักงานระดับ 1 ซึ่งเป็นระดับต่ำสุด จะออกจากบริษัท และ 10% ของพนักงานระดับนี้จะได้รับการเลื่อนขึ้นเป็นพนักงานระดับ 2

ในส่วนของพนักงานระดับ 2 ในแต่ละปี 20% ของพนักงานระดับนี้จะออกจากงานไปและอีก 5% จะได้รับการเลื่อนขั้นเป็นพนักงานระดับ 3

สำหรับพนักงานระดับ 3 ในแต่ละปีจะมีพนักงานออกจากงานไป 10% กำหนดให้การรับพนักงานเพื่อทดแทนจำนวนพนักงานที่ลาออกไป ทำเฉพาะการรับพนักงานในระดับ 1 เท่านั้น

จากลักษณะการเลื่อนขั้นการออกจากงาน และการรับพนักงานใหม่ของพนักงานในระดับต่างๆ ดังกล่าว สามารถเขียนตัวแบบมาร์คอฟได้ดังแสดงในภาพที่ 8



ภาพที่ 8

ไประดับ

จากระดับ	1	2	3
1	0.90	0.10	0.00
2	0.20	0.75	0.05
3	0.10	0.00	0.90

ภาพที่ 8 ตัวแบบมาร์คอฟแสดงการเลื่อนระดับและการลาออกของพนักงาน

จากตัวแบบมาร์คอฟในภาพที่ 8 จะเห็นได้ว่า ค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นจากระดับ 1 ไประดับ 2 มีค่าเป็น 0.1 ซึ่งค่านี้แทนจำนวนเปอร์เซ็นต์การเลื่อนระดับของพนักงานจากระดับ 1 ไปเป็นระดับ 2 ส่วนค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นจากระดับ 1 กลับมายังระดับ 1 มีค่าเป็น 0.9 ค่านี้แทนจำนวนสัดส่วนการคงระดับพนักงานของพนักงานระดับ 1 (0.6) และจำนวนสัดส่วนที่พนักงานระดับ 1 ออกจากงาน (0.3) แล้วมีการว่าจ้างพนักงานระดับ 1 เข้ามาแทน ดังนั้นค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นจากระดับ 1 กลับมายังระดับ 1 จึงมีค่าเป็น 0.9 (0.6 + 0.3)

ในทำนองเดียวกันค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นจากระดับ 2 ไปยังระดับ 1 มีค่าเป็น 0.2 และจากระดับ 3 ไปยังระดับ 1 มีค่าเป็น 0.1 เกิดจากการจ้างพนักงานใหม่ ในระดับ 1 เข้าแทนพนักงานที่ออกไป

สมมติว่าในปัจจุบันบริษัทแห่งนี้มีพนักงานในระดับต่าง ๆ รวมกันทั้งสิ้น 500 คน ดังต่อไปนี้ คือ

ระดับ 1 จำนวน 350 คน คิดเป็น 70%

ระดับ 2 จำนวน 100 คน คิดเป็น 20%

ระดับ 3 จำนวน 50 คน คิดเป็น 10%

ในฐานะของผู้บริหาร ถ้าต้องการคงจำนวนพนักงานทั้งบริษัทไว้ในจำนวนเท่าเดิมต้องการทราบว่าในอีกสองปีข้างหน้าสัดส่วนของพนักงานในระดับต่าง ๆ จะเป็นอย่างไร ในระยะยาวจำนวนพนักงานในแต่ละระดับจะเป็นเท่าใดและนโยบายการเลื่อนระดับพนักงานที่ใช้อยู่ในปัจจุบันยังคงสามารถใช้ได้หรือไม่ถ้าต้องการให้คงสัดส่วนของพนักงานเท่ากับที่เป็นอยู่ในปัจจุบัน คือ ระดับ 1 จำนวน 70% ระดับ 2 จะนวน 20% และระดับ 3 จำนวน 10%

สัดส่วนพนักงานในระยะสั้น

ในกรณีที่บริษัทรักษาจำนวนคนงานไว้ที่ 500 คน โดยมีนโยบายว่าเมื่อไรที่มีคนออกไม่ว่าจะเป็นพนักงานในระดับใดจะทำการจ้างพนักงานระดับ 1 เข้ามาทดแทนจำนวนที่ขาดไป จะเห็นได้ว่าเมื่อเวลาผ่านไปสัดส่วนของพนักงานในระดับต่าง ๆ จะเปลี่ยนแปลงไปจากปัจจุบัน ถ้าเราสนใจในระยะสั้น เช่น ในอีกสองปีข้างหน้าว่าสัดส่วนพนักงานในระดับต่าง ๆ จะเป็นอย่างไร ในกรณีนี้เราสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้โดยการหาค่าความน่าจะเป็นแบบทรานเซียนท์นั่นเอง

ถ้ากำหนดให้ S_1 , S_2 , S_3 แทนสถานะของพนักงาน ในระดับ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ ดังนั้นในปัจจุบัน $P(S_1)$ = สัดส่วนพนักงานในระดับ 1 = 0.7

$P(S_2)$ = สัดส่วนพนักงานในระดับ 2 = 0.2

$P(S_3)$ = สัดส่วนพนักงานในระดับ 3 = 0.1

ในปีหน้าสัดส่วนพนักงานในระดับต่าง ๆ สามารถคำนวณได้จาก

$$P(S_1) = P(S_1\text{ในปัจจุบัน})(p_{11}) + P(S_2\text{ ในปัจจุบัน})(p_{21}) + P(S_3\text{ ในปัจจุบัน})(p_{31})$$
$$= (0.7)(0.9) + (0.2)(0.2) + (0.1)(0.1)$$
$$= 0.68$$

$$P(S_2) = P(S_1\text{ ในปัจจุบัน})(p_{12}) + P(S_2\text{ ในปัจจุบัน})(p_{22}) + P(S_3\text{ ในปัจจุบัน})(p_{32})$$
$$= (0.7)(0.1) + (0.2)(0.75) + (0.1)(0)$$
$$= 0.22$$

$$P(S_3) = P(S_1\text{ ในปัจจุบัน})(p_{13}) + P(S_2\text{ ในปัจจุบัน})(p_{23}) + P(S_3\text{ ในปัจจุบัน})(p_{33})$$
$$= (0.7)(0) + (0.2)(0.05) + (0.1)(0.9)$$
$$= 0.1$$

ดังนั้น เราสามารถสรุปได้ว่า ในปีหน้า จำนวนพนักงานระดับต่าง ๆ จะเป็น

จำนวนพนักงานระดับ 1 จะมีสัดส่วนเป็น 68% หรือ 340 คน

จำนวนพนักงานระดับ 2 จะมีสัดส่วนเป็น 22% หรือ 110 คน

จำนวนพนักงานระดับ 3 จะมีสัดส่วนเป็น 10% หรือ 50 คน

ในทำนองเดียวกันสำหรับในปีถัดไปจากปีหน้า สัดส่วนของพนักงานระดับต่าง ๆ สามารถคำนวณได้จาก

$$P(S_1) = P(S_1 \text{ ในปีหน้า})(p_{11}) + P(S_2 \text{ ในปีหน้า})(p_{21}) + P(S_3 \text{ ในปีหน้า})(p_{31})$$
$$= (0.68)(0.9) + (0.22)(0.2) + (0.1)(0.1)$$
$$= 0.666$$

โดยวิธีเดียวกับการหาค่า $P(S_1)$ เราสามารถหาค่า $P(S_2)$ และ $P(S_3)$ สำหรับปีถัดไปจากปีหน้าได้เป็น

$$P(S_2) = 0.223$$
$$P(S_3) = 0.101$$

ดังนั้น เราสามารถสรุปได้ว่า ในอีกสองปีถัดไป จำนวนพนักงานระดับต่าง ๆ จะเป็น

จำนวนพนักงานระดับ 1 จะมีสัดส่วน 66.6% หรือ 333 คน

จำนวนพนักงานระดับ 2 จะมีสัดส่วน 23.3% หรือประมาณ 116 คน

จำนวนพนักงานระดับ 3 จะมีสัดส่วน 10.1% หรือประมาณ 51 คน

จำนวนพนักงานในระดับ 2 และ 3 ได้จากการปัดเศษ ให้เป็นเลขจำนวนเต็ม

สัดส่วนพนักงานในระยะยาว

จากนโยบายการเลื่อนระดับพนักงานและการรับพนักงานใหม่ของบริษัท เราสามารถคำนวณสัดส่วนของพนักงานระดับต่าง ๆ ในระยะยาวได้ โดยการวิเคราะห์หาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตท

จากตัวแบบมาร์คอฟในภาพที่ 8 สามารถเขียนชุดสมการเพื่อหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทได้ คือ

$$P(S_1) = 0.9\,P(S_1) + 0.2\,P(S_2) + 0.1P(S_3)$$

$$P(S_2) = 0.1\,P(S_1) + 0.75\,P(S_2) + 0\,P(S_3)$$

$$P(S_3) = 0\text{P}\,P(S_1) + 0.05\,P(S_2) + 0.9\,P(S_3)$$

$$P(S_1) + P(S_2) + P(S_3) = 1$$

ซึ่งสามารถจัดรูปสมการใหม่ได้เป็น

$$0.1\,P(S_1) - 0.2\,P(S_2) - 0.1\,P(S_3) = 0 \qquad (5)$$

$$0.1\,P(S_1) - 0.25\,P(S_2) = 0 \qquad (6)$$

$$0.05\,P(S_1) - 0.1\,P(S_3) = 0 \qquad (7)$$

$$P(S_1) + P(S_2) + P(S_3) = 0 \qquad (8)$$

จากสมการ 6 และสมการ 7 จะได้

$$P(S_1) = 2.5\,P(S_2)$$

$$P(S_2) = 2\,P(S_3)$$

ดังนั้น

$$P(S_1) = 2.5\,(2\,P(S_3))$$

$$= 5\,P(S_3)$$

แทนค่า $P(S_1)$ และ $P(S_2)$ ลงในสมการที่ 8

จะได้

$$5\,P(S_3) + 2\,P(S_3) + P(S_3) = 1$$

ดังนั้น $8\,P(S_3) = 1$

$$= \frac{1}{8}$$

$$= 0.125$$

แทนค่า $P(S_3)$ เพื่อหาค่า $P(S_1)$ และ $P(S_2)$ จะได้

$$P(S_1) = 0.625$$

$$P(S_2) = 0.25$$

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า ภายใต้นโยบายของบริษัทในระยะยาวสัดส่วนพนักงานของบริษัทจะเป็น

จำนวนพนักงานระดับ 1 มีสัดส่วน 62.5% หรือประมาณ 313 คน

จำนวนพนักงานระดับ 2 มีสัดส่วน 25% หรือ 125 คน

จำนวนพนักงานระดับ 3 มีสัดส่วน 12.5% หรือประมาณ 63 คน

โดยที่ตัวเลขจำนวนพนักงานในระดับ 1 และ 3 ได้จากการปัดเศษให้เป็นเลขจำนวนเต็ม

การทบทวนนโยบายบริษัท

จากการวิเคราะห์ในระยะยาว พบว่าจำนวนสัดส่วนพนักงานระดับต่าง ๆ ของบริษัทในระยะยาวจะเปลี่ยนไปจากปัจจุบัน คือ

จำนวนพนักงานระดับ 1 จะลดลง (70 - 62.5) = 7.5%

จำนวนพนักงานระดับ 2 จะลดลง (25 - 20) = 5%

จำนวนพนักงานระดับ 3 จะลดลง (12.5 - 10) = 2.5%

ดังนั้นจะเห็นได้ว่า ถ้าต้องการคงสัดส่วนของพนักงานในระดับต่าง ๆ ไว้เท่าเดิม นโยบายการเลื่อนระดับของพนักงานจะต้องได้รับการทบทวนใหม่ ถ้าสมมติให้การทบทวนการเลื่อนระดับของพนักงานไม่มีผลต่อการตัดสินใจลาออกจากงานของพนักงานต่าง ๆ นั่นคือสัดส่วนการออกจากงานของพนักงานระดับต่าง ๆ มีค่าไม่เปลี่ยนไปจากปัจจุบันคือ

พนักงานระดับ 1 มีการออกจากงานปีละประมาณ 30%

พนักงานระดับ 2 มีการออกจากงานปีละประมาณ 20%

พนักงานระดับ 3 มีการออกจากงานปีละประมาณ 10%

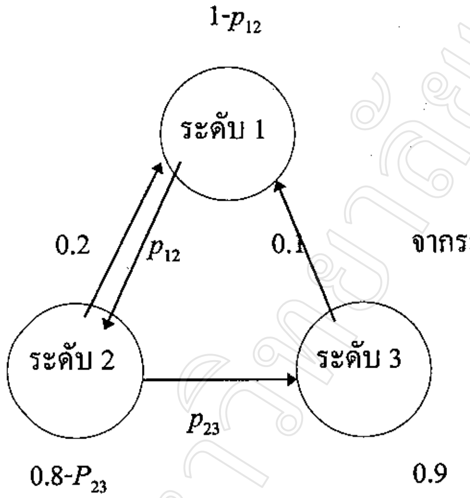
ต้องการทราบว่านโยบายการเลื่อนระดับพนักงานควรเป็นอย่างไร นั่นคือการเลื่อนระดับพนักงานระดับ 1 เป็นระดับ 2 และจากระดับ 2 เป็นระดับ 3 ควรเป็นปีละกี่เปอร์เซ็นต์ของพนักงานในระดับนั้น ๆ จึงจะทำให้สัดส่วนพนักงานในแต่ละระดับมีค่าคงเดิมคือระดับ 1 เป็น 70% ระดับ 2 เป็น 20% และระดับ 3 เป็น 10%

กำหนดให้

p_{12} = สัดส่วนของการเลื่อนระดับพนักงานจากระดับ 1 เป็นระดับ 2

p_{23} = สัดส่วนของการเลื่อนระดับพนักงานจากระดับ 2 เป็นระดับ 3

ดังนั้น ตัวแบบมาร์คอฟของปัญหาการวางแผนบุคลากรในภาพที่ 3 สามารถเขียนได้ใหม่ดังแสดงในภาพที่ 9



จากระดับ	ไประดับ 1	2	3
1	(1-p_{12})	p_{12}	0
2	0.2	(0.8-p_{12})	p_{23}
3	0.1	0	0.9

ภาพที่ 9 ตัวแบบมาร์คอฟเพื่อคำนวณหาค่า p_{12} และ p_{23} ของปัญหาการวางแผนบุคลากร

จากเมตริกซ์ทรานสิชั่นในภาพที่ 9 จะเห็นได้ว่าค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่น จากสถานะ 1 ไปสถานะ 2 มีค่าเป็น p_{12} ส่วนค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่น จากสถานะ 1 กลับมายังสถานะ 1 มีค่าเป็น (1- p_{12}) ทั้งนี้เพราะผลรวมของค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นในแถวที่ 1 รวมกันต้องมีค่าเท่ากับ 1

ในแถวที่ 2 ค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นจากสถานะ 2 เป็นสถานะ 1 มีค่าคงเดิมคือ 0.2 เนื่องจากกำหนดให้พนักงานระดับ 2 มีการออกจากงานเท่าเดิมคือ 20% ส่วนค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นจากสถานะ 2 เป็นสถานะ 3 คือ p_{23} ดังนั้นค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นจากสถานะ 2 กลับมายังสถานะ 2 มีค่าเป็น 0.8- p_{23} $(1 - 0.2 - p_{23} = 0.8 - p_{23})$

ส่วนในแถวที่ 3 ค่าความน่าจะเป็นทรานสิชั่นมีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงทั้งนี้เพราะจำนวนพนักงานระดับ 3 ที่ออกจากงานมีสัดส่วนคงเดิมคือ 10%

จากเมตริกซ์ทรานสิชั่น สามารถเขียนชุดสมการเพื่อหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตทได้เป็น

$$P(S_1) = (1-p_{12})P(S_1) + 0.2P(S_2) + 0.1P(S_3) \quad (9)$$

$$P(S_2) = p_{12}P(S_1) + (0.8-p_{23})P(S_2) + 0P(S_3) \quad (10)$$

$$P(S_3) = 0P(S_1) + p_{23}P(S_2) + 0.9P(S_3) \quad (11)$$

$$P(S_1) + P(S_2) + P(S_3) = 1 \quad (12)$$

เมื่อกำหนดให้สัดส่วนพนักงานในระดับต่าง ๆ ในระยะยาวเท่ากับในปัจจุบัน คือ

$$P(S_1) = 0.7$$

$$P(S_2) = 0.2$$

$$P(S_3) = 0.1$$

ดังนั้น แทนค่า $P(S_1)$, $P(S_2)$ และ $P(S_3)$ ลงในสมการ 9

จะได้ $0.7 = (1-p_{12})(0.7) + (0.2)(0.2) + (0.1)(0.1)$

ดังนั้น $p_{12} = 0.0714$

และจากสมการ 11 จะได้ว่า

$0.1 = 0 + (p_{23})(0.2) + (0.9)(0.1)$

ดังนั้น $p_{23} = 0.05$

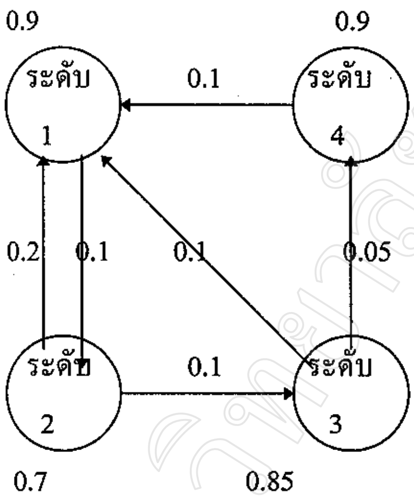
สรุปได้ว่า ถ้าบริษัทต้องการคงสัดส่วนของพนักงานในแต่ละระดับไว้เท่าในปัจจุบัน คือ พนักงานระดับ 1 70% ระดับ 2 20% ระดับ 3 10% ฝ่ายบริหารจะต้องปรับปรุงนโยบายการเลื่อนระดับพนักงานใหม่เป็น

เลื่อนระดับพนักงานจากระดับ 1 เป็นระดับ 2 ปีละ 7.14%

เลื่อนระดับพนักงานจากระดับ 2 เป็นระดับ 3 ปีละ 5%

ตัวอย่างที่ 3.8.2.2

จากตัวแบบมาร์คอฟ ซึ่งแสดงการเลื่อนระดับและการออกจากงานของพนักงานในบริษัทแห่งหนึ่งที่มีพนักงาน 4 ระดับ ดังแสดงในภาพต่อไปนี้



ไปเป็นระดับ

จากระดับ	1	2	3	4
1	0.9	0.1	0	0
2	0.2	0.7	0.1	0
3	0.1	0	0.85	0.05
4	0.1	0	0	0.9

ถ้ากำหนดให้ปัจจุบันมีพนักงานรวมทั้งสิ้น 1,000 คน โดยแบ่งตามระดับต่าง ๆ ดังต่อไปนี้คือ

พนักงานระดับ 1 จำนวน 600 คน คิดเป็น 60%

พนักงานระดับ 2 จำนวน 200 คน คิดเป็น 20%

พนักงานระดับ 3 จำนวน 150 คน คิดเป็น 15%

พนักงานระดับ 4 จำนวน 50 คน คิดเป็น 5%

พนักงานในระดับต่าง ๆ ที่ออกจากงานไป บริษัทจะทำการจ้างพนักงานระดับ 1 เข้ามาทดแทนจนได้จำนวนพนักงาน 1,000 คน เสมอ จงหาว่า

ก. ในปีหน้าพนักงานในระดับต่าง ๆ จะมีจำนวนเท่าใด

ข. ในระยะยาวพนักงานระดับต่าง ๆ จะมีจำนวนเท่าใด

ค. ถ้าพนักงานระดับ 1 เฉลี่ยลาออกปีละ 30% ของพนักงานในระดับเดียวกัน จงหาว่าบริษัทควรทบทวนนโยบายการเลื่อนระดับพนักงานอย่างไร จึงจะทำให้สัดส่วนของพนักงานระดับต่าง ๆ ในระยะยาวมีค่าเท่ากับในปัจจุบัน

ก. ในปีหน้า

$$P(S_1) = P(S_1 \text{ ในปัจจุบัน})(p_{11}) + P(S_2 \text{ ในปัจจุบัน})(p_{21}) + P(S_3 \text{ ในปัจจุบัน})(p_{31}) + P(S_4 \text{ ในปัจจุบัน})(p_{41})$$

$$= (0.6)(0.9) + (0.2)(0.2) + (0.1)(0.15) + (0.05)(0.1)$$

$$= 0.6$$

ในทำนองเดียวกันหาค่า $P(S_2)$, $P(S_3)$ และ $P(S_4)$ จะได้

$$P(S_2) = 0.2$$

$$P(S_3) = 0.1475$$

$$P(S_4) = 0.0525$$

สรุปได้ว่าในปีหน้าพนักงานระดับต่าง ๆ จะมีจำนวนดังต่อไปนี้คือ

ระดับ 1 จำนวน (0.6)(1000) = 600 คน

ระดับ 2 จำนวน (0.2)(1000) = 200 คน

ระดับ 3 จำนวน (0.1475)(1000) = 148 คน

ระดับ 4 จำนวน (0.0525)(1000) = 52 คน

ข. ในระยะยาว ชุดสมการเพื่อหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตท คือ

$$P(S_1) = 0.9P(S_1) + 0.2\,P(S_2) + 0.1\,P(S_3) + 0.1\,P(S_4)$$

$$P(S_2) = 0.1\,P(S_1) + 0.7\,P(S_2) + 0\,P(S_3) + 0\,P(S_4)$$

$$P(S_3) = 0\,P(S_1) + 0.1\,P(S_2) + 0.85\,P(S_3) + 0\,P(S_4)$$

$$P(S_4) = 0\,P(S_1) + 0\,P(S_2) + 0.05\,P(S_3) + 0.9\,P(S_4)$$

$$P(S_1) + P(S_2) + P(S_3) + P(S_4) = 1$$

จากชุดสมการข้างต้น สามารถแก้สมการหาค่าได้เป็น

$$P(S_1) = 0.60$$

$$P(S_2) = 0.20$$

$$P(S_3) = 0.1333$$

$$P(S_4) = 0.0667$$

ดังนั้นในระยะยาว จำนวนพนักงานในระดับต่าง ๆ จะมีจำนวนดังต่อไปนี้ คือ

ระดับ 1 จำนวน (0.6)(1000) = 600 คน

ระดับ 2 จำนวน (0.2)(1000) = 200 คน

ระดับ 3 จำนวน (0.1333)(1000) = 133 คน

ระดับ 4 จำนวน (0.0667)(1000) = 67 คน

ค. เมื่อต้องการคงจำนวนพนักงานระดับต่าง ๆ ไว้เท่าเดิม กำหนดให้

p_{12} = สัดส่วนของการเลื่อนระดับพนักงานจากระดับ 1 เป็นระดับ 2

p_{23} = สัดส่วนของการเลื่อนระดับพนักงานจากระดับ 2 เป็นระดับ 3

p_{34} = สัดส่วนของการเลื่อนระดับพนักงานจากระดับ 3 เป็นระดับ 4

เมตริกซ์ทรานสิชั่นของตัวแบบมาร์คอฟสามารถเขียนได้เป็น

		ไประดับ			
		1	2	3	4
	1	$(1-p_{12})$	p_{12}	0	0
จากระดับ	2	0.2	$(0.8-p_{23})$	p_{23}	0
	3	0.1	0	$(0.9-p_{34})$	p_{34}
	4	0.1	0	0	0.9

ชุดสมการเพื่อหาค่าความน่าจะเป็นแบบสเตดีเสตท สามารถเขียนได้เป็น

$$P(S_1) = (1-p_{12})P(S_1) + 0.2\,P(S_2) + 0.1\,P(S_3) + 0.1\,P(S_4)$$

$$P(S_2) = p_{12}\,P(S_1) + (0.8-p_{23})\,P(S_2)$$

$$P(S_3) = p_{23}\,P(S_1) + (0.9-p_{23})\,P(S_3)$$

$$P(S_4) = p_{34}\,P(S_3) + 0.9\,P(S_4)$$

$$P(S_1) + P(S_2) + P(S_3) + P(S_4) = 1$$

แทนค่า $P(S_1) = 0.6$ $P(S_2) = 0.2$ $P(S_3) = 0.15$ และ $P(S_4) = 0.05$ ลงในสมการข้างต้น สามารถหาค่า p_{12} , p_{23} และ p_{34} ได้เป็น

$$p_{12} = 0.10$$

$$p_{23} = 010$$

$$p_{34} = 0.0333$$

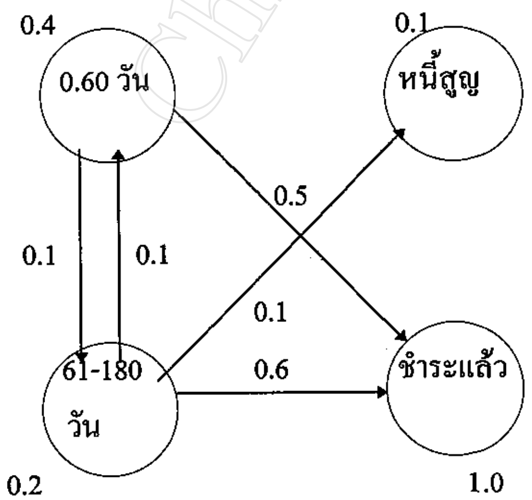
สรุปได้ว่า บริษัทจะต้องทบทวนนโยบายการเลื่อนระดับพนักงานโดยลดจำนวนการเลื่อนระดับพนักงานจากระดับ 3 เป็นระดับ 4 จากปัจจุบัน (ประมาณ 5%) ลงเหลือ 3.3% ส่วนการเลื่อนระดับพนักงานจากระดับ 1 เป็นระดับ 2 และระดับ 2 เป็นระดับ 3 ยังคงเดิมไว้คือปีละ 10%

3.8.3 การวิเคราะห์ลูกหนี้

ตัวแบบมาร์คอฟสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์ลูกหนี้ได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการประมาณการจำนวนหนี้สูญที่จะเกิดขึ้น ในเรื่องนี้จะได้แสดงถึงการประยุกต์ตัวแบบมาร์คอฟกับการวิเคราะห์ลูกหนี้

สมมติให้บริษัทแห่งหนึ่งมีลูกหนี้อยู่ 4 ประเภท คือ ลูกหนี้ค้างชำระ 0-60 วัน ลูกหนี้ค้างชำระ 61-180 วัน หนี้สูญ และหนี้ชำระแล้ว จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่พบว่า ลักษณะการเปลี่ยนสถานะของลูกหนี้จากประเภทหนึ่งไปเป็นอีกประเภทหนึ่ง แสดงได้ด้วยตัวแบบมาร์คอฟ ดังในภาพที่ 10

ภาพที่ 10



		ไปเป็นสถานะ			
		0-60	61-180	ชำระแล้ว	หนี้สูญ
	0-60	0.4	0.1	0.5	0
จากสถานะ	61-180	0.1	0.2	0.6	0.1
	ชำระแล้ว	0	0	1	0
	หนี้สูญ	0	0	0	1

บัญชีลูกหนี้

0-60 วัน : 600,000 บาท

61 - 180 วัน : 400,000 บาท

จากแถวที่ 1 ของเมตริกซ์ทรานสิชันดังแสดงในภาพที่ 10 จะเห็นได้ว่าในจำนวนหนี้ประเภทลูกหนี้ค้างชำระที่มีอยู่ 0-60 วัน

40% จะยังคงเป็นลูกหนี้ค้างชำระอายุ 0-60 วันตามเดิม ในเดือนถัดไป

10% จะเปลี่ยนไปเป็นลูกหนี้ค้างชำระอายุ 61-180 วัน ในเดือนถัดไป

50% จะได้รับการชำระหนี้

ในกรณีนี้จะยังไม่มีการแทงบัญชีหนี้สูญ เนื่องจากหนี้สูญ หมายถึง หนี้ซึ่งค้างชำระเกินกว่า 180 วัน

จากแถวที่2 ของเมตริกซ์ทรานสิชั่น จะเห็นได้ว่า ในจำนวนหนี้ประเภทลูกหนี้ค้าชำระที่มีอายุ 61-180 วัน นั้น

10% จะเปลี่ยนเป็นลูกหนี้ค้างชำระอายุ 0-60 วัน ในเดือนถัดไป

20% จะยังคงเป็นลูกหนี้ค้างชำระอายุ 61-180 วันตามเดิม ในเดือนถัดไป

50% จะกลายเป็นหนี้สูญ

จากแถวที่ 3 และ 4 ของเมตริกซ์ ทรานสิชั่น จะเห็นได้ว่า สถานะการชำระหนี้แล้วและหนี้สูญ เป็นสถานะดูดกลืนทั้งคู่ ซึ่งหมายความว่า เมื่อใดที่มีการชำระหนี้หรือหนี้กลายเป็นหนี้สูญ ลูกค้านั้นก็จะถูกลบออกจากรายการบัญชีลูกหนี้ไปนั่นเอง

สมมติว่า บริษัทแห่งหนึ่งนี้มีบัญชีลูกหนี้ ซึ่งมีหนี้ค้างชำระอยู่ดังนี้ คือ

ลูกหนี้ประเภทอายุ 0-60 วัน จำนวน 600,000 บาท

ลูกหนี้ประเภทอายุ 61-180 วัน จำนวน 400,000 บาท

สิ่งที่เราสนใจต้องการทราบ คือ การคาดหมายจำนวนหนี้สูญทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นในอนาคต กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ จากลูกหนี้ที่มีอยู่ในปัจจุบัน เราต้องการหาว่าจากจำนวนหนี้ประเภท 0-60 วัน จะมีจำนวนหนี้เท่าใดที่จะกลายเป็นหนี้สูญ ทำนองเดียวกัน จากจำนวนหนี้ประเภท 61-180 วัน จะมีจำนวนหนี้เท่าใดที่จะกลายเป็นหนี้สูญ

สิ่งที่ต้องการทราบนี้ สามารถคำนวณได้จากตัวแบบมาร์คอฟ โดยการหาค่าความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะหนี้สูญ ถ้าเริ่มต้นที่สถานะ 0-60 วัน และ 61-180 วัน นั้นเอง

ถ้ากำหนดให้ S_1 = สถานะหนี้ค้างชำระ 0-60 วัน

S_2 = สถานะหนี้ค้างชำระ 61-180 วัน

S_3 = สถานะหนี้ชำระแล้ว

S_4 = สถานะหนี้สูญ

ดังนั้น P_{14} = ค่าของความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_4 เมื่อเริ่มต้นที่สถานะ S_1

P_{24} = ค่าความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_4 เมื่อเริ่มต้นที่สถานะ S_2

โดยวิธีการที่ได้อธิบายมาแล้วในเรื่องมาร์คอฟสถานะดูดกลืนและจากตัวแบบมาร์คอฟในภาพที่ 10 สามารถเขียนชุดสมการ เพื่อคำนวณหาค่า P_{14} และ P_{24} ได้เป็น

$$0.6\,P_{14} = 0 + 0.1\,P_{24}$$

$$0.8\,P_{24} = 0.1 + 0.1\,P_{14}$$

จากการแก้สมการทั้งสองข้างต้นจะได้ว่า

$$P_{14} = 0.0213$$

$$P_{24} = 0.1277$$

สรุปได้ว่า 2.13% ของหนี้ค้างชำระประเภทอายุ 0-60 วัน จะกลายเป็นหนี้สูญ และ 12.77% ของหนี้ค้างชำระประเภทอายุ 61-180 วัน จะกลายเป็นหนี้สูญ ดังนั้น หนี้สูญทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นในอนาคต คือ

หนี้สูญ $= (0.0213)(600,000) + (0.1277)(400,000)$

$= 12,780 + 51,080$

$= 63,860$ บาท

และ $P_{13} =$ ค่าของความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_3 เมื่อเริ่มต้นที่สถานะ S_1

$P_{23} =$ ค่าความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_3 เมื่อเริ่มต้นที่สถานะ S_2

โดยวิธีการที่ได้อธิบายมาแล้วในเรื่องมาร์คอฟสถานะดูดกลืนและจากตัวแบบมาร์คอฟในภาพที่ 10 สามารถเขียนชุดสมการ เพื่อคำนวณหาค่า P_{13} และ P_{23} ได้เป็น

$$0.6\,P_{13} = 0.5 + 0.1\,P_{23}$$

$$0.8\,P_{23} = 0.6 + 0.1\,P_{13}$$

จากการแก้สมการทั้งสองข้างต้นจะได้ว่า

$$P_{13} = 0.9783$$

$$P_{23} = 0.8723$$

สรุปได้ว่า 97.83% ของหนี้ค้างชำระประเภทอายุ 0-60 วัน จะมาชำระหนี้ และ 87.23% ของหนี้ค้างชำระประเภทอายุ 61-180 วัน จะมาชำระหนี้ ดังนั้น การได้รับชำระหนี้ทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นในอนาคต คือ

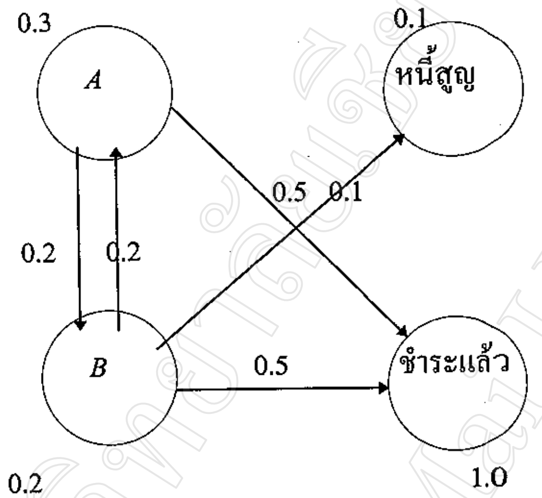
หนี้สูญ $= (0.9783)(600,000) + (0.8723)(400,000)$

$= 586,980 + 348,920$

$= 935,900$ บาท

ตัวอย่างที่ 3.8.3.2

บริษัทบานชื่น จำกัดทำการวิเคราะห์ลูกหนี้ที่มีอยู่ และสรุปเป็นตัวแบบมาร์คอฟได้ ดังแสดงต่อไปนี้



ไปเป็นสถานะ

		A	B	ชำระแล้ว	หนี้สูญ
	A	0.3	0.2	0.5	0
จากสถานะ	B	0.2	0.2	0.5	0.1
	ชำระแล้ว	0	0	1	0
	หนี้สูญ	0	0	0	1

ถ้ากำหนดให้ลูกหนี้ประเภท *A* แทนประเภทที่มีอายุ 0-60 วัน และในปัจจุบันมีหนี้ประเภทหนี้อยู่ 1,000,000 บาท ส่วนลูกหนี้ประเภท *B* แทนประเภทที่มีอายุ 61-180 วัน และในปัจจุบันมีหนี้ประเภทนี้อยู่ 500,000 บาท

จงหาว่าในอนาคตจะมีหนี้สูญทั้งสิ้นจำนวนเท่าใด

กำหนดให้

S_1 = สถานะหนี้ค้างชำระประเภท A

S_2 = สถานะหนี้ค้างชำระประเภท B

S_3 = สถานะหนี้ชำระแล้ว

S_4 = สถานะหนี้สูญ

ดังนั้น P_{14} = ค่าของความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_4 เมื่อเริ่มต้นที่สถานะ S_1

P_{24} = ค่าความน่าจะเป็นที่ลูกโซ่มาร์คอฟจะถูกดูดกลืนที่สถานะ S_4 เมื่อเริ่มต้นที่สถานะ S_2

จากตัวแบบมาร์คอฟ สามารถเขียนชุดสมการเพื่อหาค่า P_{14} และ P_{24} ได้คือ

$$0.7\,P_{14} = 0.0 + 0.2\,P_{24}$$

$$0.8\,P_{24} = 0.1 + 0.2\,P_{14}$$

จากการแก้สมการทั้งสองข้างต้น จะได้

$$P_{14} = 0.0385$$

$$P_{24} = 0.1346$$

ดังนั้น หนี้สูญทั้งหมด = (0.0385)(1,000,000) + (0.1346)(500,000)

= 38,500 + 67,300

= 105,800 บาท