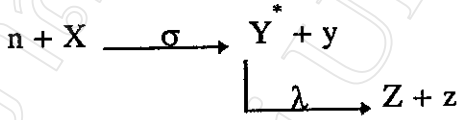
บทที่ 2
ทฤษฎีและหลักการวิเคราะห์

2.1 ทฤษฎี

การวิเคราะห์ปริมาณธาตุโดยการอาบรังสีนิวตรอน เป็นวิธีการวิเคราะห์ที่มีพื้นฐานจากปรากฏการณ์ทางนิวเคลียร์ กล่าวคือยิงหรืออาบสารตัวอย่างด้วยรังสีนิวตรอนพลังงานต่างๆเพื่อเหนี่ยวนำนิวเคลียสของสารตัวอย่างซึ่งเป็นนิวเคลียสเสถียรให้เปลี่ยนสภาพไปเป็นนิวเคลียสกัมมันตรังสีตามปฏิกิริยานิวเคลียร์ชนิดต่างๆ เช่น (n,γ) (n,2n) (n,p) และ (n,α) เป็นต้น ซึ่งปฏิกิริยานิวเคลียร์ของนิวเคลียสเสถียรของธาตุแต่ละชนิด ต่างก็มีthreshold energy และ reaction cross-section ที่แตกต่างกันออกไป สามารถอธิบายได้ด้วยแผนภูมิดังนี้ (Nargolwalla.S.S.,1973)



ซึ่งมีความหมายว่า เมื่อนิวเคลียสเสถียร X เกิดอันตรกริยากับอนุภาคนิวตรอน มันจะเปลี่ยนสภาพไปเป็นนิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* ตามปฏิกิริยานิวเคลียร์ชนิด (n,y) ด้วยค่า reaction cross-section σ ในขณะเดียวกันนิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* ก็สลายตัวไปเป็นนิวเคลียส Z (ซึ่งอาจจะเป็นนิวเคลียสเสถียรหรือไม่เสถียรก็ได้) ด้วยค่าการสลายตัวคงที่ (decay constant) λ ตามสมการ z อาจเป็น β^- หรือ β^+ ขึ้นกับชนิดของนิวเคลียส Y^* และถ้านิวเคลียส Z ไม่อยู่ในสถานะ ground state energy นิวเคลียสนี้ก็จะปลดปล่อยพลังงานออกมาในรูปของการแผ่รังสีแกมมาได้พลังงานต่างๆซึ่งเป็นสมบัติเฉพาะตัวของนิวเคลียสแต่ละชนิด

ตามแผนภูมิดังกล่าว ให้ t_a เป็นเวลาในการอาบรังสีนิวตรอน (activation time) จะพิจารณาได้ว่า ณ ที่เวลา $0< t \leq t_a$ ซึ่งเป็นช่วงเวลาที่กำลังอาบรังสีนิวตรอนอยู่นั้น อัตราการเกิดนิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* จะมีค่าตามสมการ

$$\frac{dN}{dt} = \sigma \phi N_T - \lambda N \qquad \text{---------- (2.1)}$$

เมื่อ N_T และ N เป็นจำนวนนิวเคลียสของเป้านิวเคลียสเสถียร X และ
นิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* ตามลำดับ
ϕ เป็นฟลักซ์ของนิวตรอน มีหน่วยเป็น(neutrons/cm^2-sec)

ตามสมการที่ (2.1) นั้นเทอม $\sigma\phi N_T$ เป็นอัตราการเปลี่ยนสภาพนิวเคลียสเสถียร X เป็นนิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* สำหรับเทอม $-\lambda N$ เป็นอัตราการสลายตัวของนิวเคลียสกัม-มันตรังสี Y^* ไปเป็นนิวเคลียส Z ซึ่งในกรณีที่การอาบรังสีนิวตรอนสิ้นสุดลงแล้ว กระบวนการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นจะมีแต่การสลายตัวของนิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* ไปเป็นนิวเคลียส Z อย่างเดียวเท่านั้น ดังนั้น ณ ที่เวลา $t > t_a$ เราจะสามารถพิจารณาได้ว่า นิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* จะมีอัตราการสลายตัว ตามสมการ

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \qquad \text{---------- (2.2)}$$

สมการที่ (2.2) เป็นสมการแสดงอัตราการสลายตัวของนิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* ภายหลังจากการอาบรังสีนิวตรอนสิ้นสุดลงแล้ว ทั้งนี้สมการที่ (2.1) และสมการที่ (2.2) เป็นสมการพื้นฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์หาปริมาณธาตุ ตามวิธีวิเคราะห์แบบ FNAA โดยทั่วๆไป กล่าวคือ ถ้าพิจารณาให้ในตอนเริ่มต้นไม่มีจำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* อยู่เลย และจำนวนเป้านิวเคลียส X ที่เปลี่ยนสภาพไปเป็นนิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* มีจำนวนน้อยมากจนสามารถพิจารณาได้ว่าจำนวนเป้านิวเคลียส N_T มีค่าคงที่ อีกทั้งพิจารณาให้ฟลักซ์ของนิวตรอน (ϕ) มีค่าคงที่แล้ว สมการที่ (2.1) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{dN}{(\sigma\phi N_T - \lambda N)} = dt \qquad \text{---------- (2.3)}$$

หรือ

$$\int_0^N \frac{d(\sigma\phi N_T - \lambda N)}{(\sigma\phi N_T - \lambda N)} = -\lambda \int_0^t dt \qquad \text{---------- (2.4)}$$

เมื่ออินทิเกรตตามขอบเขต แต่ $0 \rightarrow N$ และ $0 \rightarrow t$ จะได้ว่า

$$\ln(\sigma\phi N_T - \lambda N) - \ln(\sigma\phi N_T) = -\lambda t \qquad \text{---------- (2.5)}$$

จัดสมการที่ (2.5) ใหม่ จะได้

$$\ln\left(\frac{\sigma\phi N_T - \lambda N}{\sigma\phi N_T}\right) = -\lambda t$$

หรือ

$$1 - \frac{\lambda N}{\sigma\phi N_T} = e^{-\lambda t}$$

ดังนั้น

$$N = \frac{\sigma\phi N_T}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}) \qquad \text{---------- (2.6)}$$

สมการที่ (2.6) เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาจำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสี ที่เกิดขึ้นและเหลืออยู่ ณ ที่เวลา t ใดๆ เมื่อ $t < t_a$ ถ้ากำหนดให้ N_0 เป็นจำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสี ณ ที่เวลา $t = t_a$ แล้วจากสมการที่ (2.6) จะได้ว่า

$$N_0 = \frac{\sigma\phi N_T}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t_a}) \qquad \text{---------- (2.7)}$$

และจากสมการที่ (2.2) เราก็สามารถเขียนใหม่ได้คือ

$$\frac{dN}{N} = -\lambda\, dt \qquad \text{---------- (2.8)}$$

หรือ

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_{t_a}^{t} dt$$

เมื่ออินทิเกรตตามขอบเขต แต่ $N_0 \rightarrow N$ และ $t_0 \rightarrow t$ จะได้ว่า

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t + \lambda t_a \qquad \text{---------- (2.9)}$$

จัดสมการที่ (2.9) จะได้ว่า

$$\ln(\frac{N}{N_0}) = -\lambda (t - t_a)$$

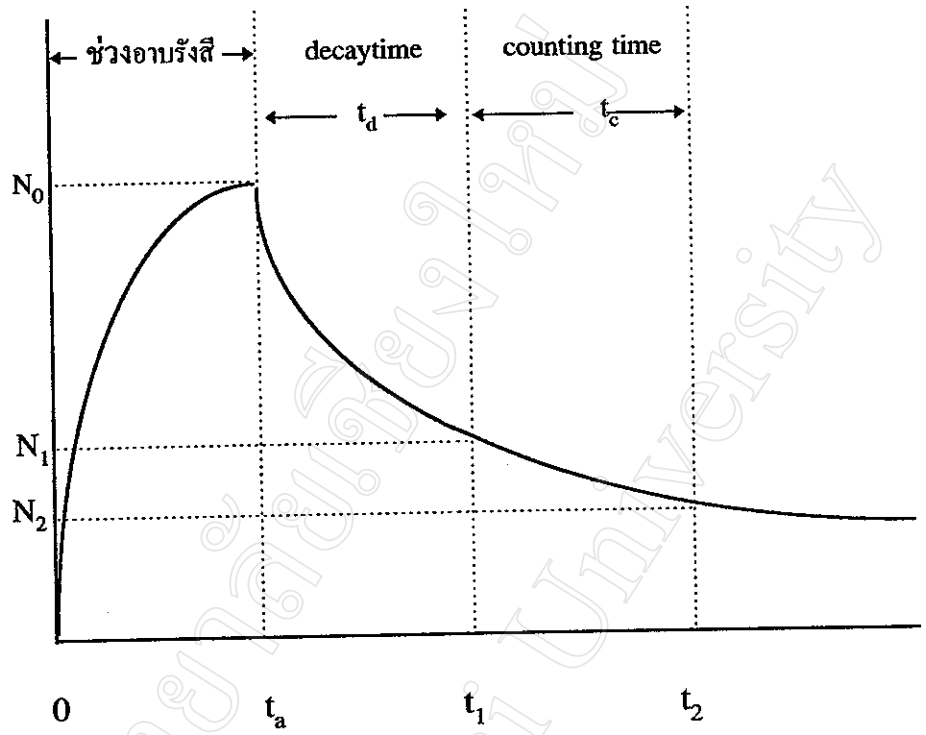
ดังนั้น

$$N = N_0 e^{-\lambda(t-t_a)} \qquad \text{---------- (2.10)}$$

สมการที่ (2.10) เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาจำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* ณ ที่เวลา t ใดๆ เมื่อ $t > t_a$ โดยที่ N_0 ในสมการนี้ จะมีค่าเป็นไปตามสมการที่ (2.7) และช่วงเวลา $t - t_a$ นี้ เรียกว่า cooling time หรือ decay time (t_d) ทั้งนี้จำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* ที่เวลา t ใดๆ จะมีความสัมพันธ์กับเวลา t นั้นๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.1

ในทางปฏิบัติ เราจะไม่สามารถตรวจวัดจำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสี Y^* ณ ที่เวลา t ใดๆ ได้โดยตรง แต่สิ่งที่ตรวจวัดได้นั้นจะเป็นปริมาณกัมมันตภาพรังสีที่เกิดจากการสลายตัวของนิวเคลียสในช่วงระยะเวลาที่ทำการตรวจวัด ตัวอย่างเช่น ถ้าเริ่มทำการตรวจวัดที่เวลา t_1 และไปสิ้นสุดที่เวลา t_2 ดังแสดงในรูปที่ 2.1

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ Chiang Mai University



รูปที่ 2.1 เส้นกราฟแสดงกัมมันตภาพรังสีของนิวเคลียสใดๆที่ถูกอาบรังสีนิวตรอนเป็นเวลานาน (t_a) มี decay time (t_d) และ counting time (t_c)

จากสมการที่ (2.10) จะหาได้ว่า จำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสี N_1 ณ ที่เวลา t_1 และ N_2 ณ ที่เวลา t_2 จะมีค่าตามสมการ

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda(t_1 - t_a)} \qquad \text{---------- (2.11)}$$

$$N_2 = N_0 e^{-\lambda(t_2 - t_a)} \qquad \text{---------- (2.12)}$$

จากสมการที่ (2.11) และสมการที่ (2.12) จะหาได้ว่าจำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสีที่สลายตัวไปในช่วงเวลา t_1 และ t_2 คือ

$$\Delta N = N_1 - N_2 \qquad \text{---------- (2.13)}$$

$$\Delta N = N_0[e^{-\lambda(t_1 - t_a)} - e^{-\lambda(t_2 - t_a)}] \qquad \text{---------- (2.14)}$$

จากรูปที่ 2.1 จะได้ว่า t_1 คือ $t_a + t_d$ เมื่อ t_d เรียกว่า decay time

t_2 คือ $t_a + t_d + t_c$ เมื่อ t_c เรียกว่า counting time

ดังนั้นสมการที่ (2.14) จะเขียนใหม่ได้ว่า

$$\Delta N = N_0 e^{-\lambda t_d}(1 - e^{-\lambda t_c}) \qquad \text{---------- (2.15)}$$

แทนค่า N_0 จากสมการที่ (2.7) ลงในสมการที่ (2.15) จะได้

$$\Delta N = \frac{\sigma\phi N_T}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t_a})e^{-\lambda t_d}(1 - e^{-\lambda t_c}) \qquad \text{---------- (2.16)}$$

ตามสมการที่ (2.16) จำนวนเป้านิวเคลียส N_T สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของมวลดังสมการ

$$N_T = \frac{m}{M} N_A B \qquad \text{---------- (2.17)}$$

เมื่อ N_A คือ Avogadro's number มีค่าเท่ากับ 6.02×10^{23}/mole

m คือมวลของธาตุที่ถูกอาบรังสี

M คือ atomic mass ของธาตุนั้น

B คือ percentage abundance

ดังนั้นสมการที่ (2.16) จะเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta N = \frac{\sigma\phi\, mBN_A}{\lambda M}(1 - e^{-\lambda t_a})e^{-\lambda t_d}(1 - e^{-\lambda t_c}) \qquad \text{---------- (2.18)}$$

ในการทดลองจำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสีที่สลายตัวไปตามสมการที่(2.16)สามารถตรวจวัดได้ในเทอมของจำนวนนับ (counts) จากเครื่องวัดรังสีแกมมา ซึ่งมีค่าขึ้นอยู่กับประสิทธิ์ภาพของหัววัด (ε) และ gamma fraction (f)[i] ตามสมการดังนี้

$$\Delta N = \frac{C}{\varepsilon f} \qquad \text{---------- (2.19)}$$

เมื่อ C คือจำนวนรังสีแกมมาที่ตรวจวัดได้ในช่วงเวลา t_c มีหน่วยเป็น counts

เมื่อแทนค่า ΔN จากสมการที่ (2.19) ลงไปในสมการที (2.18)จะได้ว่า

$$C = \frac{\varepsilon B f \sigma \phi m N_A}{M\lambda}(1-e^{-\lambda t_a})e^{-\lambda t_d}(1-e^{-\lambda t_c}) \qquad \text{---------- (2.20)}$$

และ

$$m = \frac{MC\lambda}{\varepsilon B \phi \sigma f N_A (1-e^{-\lambda t_a})e^{-\lambda t_d}(1-e^{-\lambda t_c})} \qquad \text{---------- (2.21)}$$

สมการที่ (2.21) เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาปริมาณของธาตุเจือปนในสารต่างๆ ตามวิธีการวิเคราะห์ แบบ FNAA โดยที่

M B σ λ และ f เป็นพารามิเตอร์คงที่ ที่มีค่าเป็นสมบัติเฉพาะตัวของนิวเคลียสเป้า X และนิวเคลียสกัมมันตรังสี Z (Richard.S.F., 1996)

t_a t_cและ t_d เป็นปริมาณที่กำหนดขึ้นมาเพื่อใช้ในการทดลอง

ε เป็นพารามิเตอร์คงที่ ที่มีค่าเป็นสมบัติเฉพาะตัวของระบบหัววัดดรังสีแกมมาหาได้จากการทดลอง

---

[i] คือสัดส่วนการสลายตัวของรังสีแกมมา คิดเทียบกับอัตราการสลายตัวของนิวเคลียสกัมมันตรังสีเริ่มต้น (parent nucleus)

2.2 หลักการวิเคราะห์

2.2.1 ธาตุเหล็ก (Fe)

ในธรรมชาติ ธาตุเหล็กจะมีอยู่สี่ไอโซโทป คือ ^{54}Fe ^{56}Fe ^{57}Fe และ ^{58}Fe ไอโซโทปที่มีเลขมวล 56 เป็นไอโซโทปที่มีอยู่ในธรรมชาติมากที่สุด เมื่อถูกยิงด้วยรังสีนิวตรอน ที่มีพลังงาน 14 MeV จะเกิดมีปฏิกิริยานิวเคลียร์ชนิดต่างๆ พร้อมทั้งให้พารามิเตอร์ที่สำคัญ ดังที่ได้แสดงไว้ในตารางที่ 2.1

จากการศึกษาของ **Cuypers** และคณะ (ค.ศ 2509) พบว่า ปฏิกิริยา $^{56}Fe(n,p)^{56}Mn$ ซึ่งมีค่าครึ่งชีวิต $T_{1/2}$ = 154.71 นาที สามารถใช้วิเคราะห์มวลของเหล็กที่มีปริมาณระดับมิลลิกรัมในธาตุผสมได้(Nargolwalla.S.S.,1973)

2.2.2 ธาตุโครเมียม (Cr)

ในธรรมชาติ ธาตุโครเมียมจะมีอยู่สี่ไอโซโทป คือ ^{50}Cr ^{52}Cr ^{53}Cr และ ^{54}Cr โดยมีค่า abundance ต่างกัน ไอโซโทปที่มีเลขมวล 52 และ 53 เป็นไอโซโทปที่สามารถใช้เป็นประโยชน์ในการวิเคราะห์ปริมาณธาตุแบบ FNAA โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เมื่อถูกยิงด้วยรังสีนิวตรอนที่มีพลังงาน 14 MeV จะเกิดมีปฏิกิริยานิวเคลียร์ชนิดต่างๆ พร้อมทั้งให้พารามิเตอร์ที่สำคัญ ดังแสดงในตารางที่ 2.2

จากการศึกษาของ **Steele** และ **Meinke** (ค.ศ 2504) พบว่า ปฏิกิริยา $^{52}Cr(n,p)^{52}V$ ซึ่งมีค่าครึ่งชีวิต $T_{1/2}$=3.75 นาที มีความไว(sensitivity) ที่นิวตรอนฟลักซ์ $\phi = 10^{8}$ n/cm^{2}-sec ประมาณ 139,810 counts/นาที เมื่อใช้ระบบเครื่องวัดรังสีแกมมา แบบ NaI(Tl) spectrometer (Nargolwalla.S.S.,1973)

ตารางที่ 2.1 ข้อมูลจากปฏิกิริยาระหว่าง นิวตรอนพลังงาน 14 MeV กับเหล็ก

(Richard.B.F.,1996)

Nuclear Reaction	Target Isotope abundance B (%)	Cross Section σ(mb)	Half- life $T_{1/2}$ (min)	Gamma Energy E_γ (MeV)	Gamma fraction f (%)
$^{54}Fe(n,2n)^{53}Fe$	5.84	15	8.50	0.51	196
$^{56}Fe(n,p)^{56}Mn$	91.68	115.13	154.71	0.85 1.81 2.11	99 27 14
$^{57}Fe(n,p)^{57}Mn$	2.17	60	1.70	0.12 0.13	100 100

ตารางที่ 2.2 ข้อมูลจากปฏิกิริยาระหว่าง นิวตรอนพลังงาน 14 MeV กับโครเมียม

(Richard.B.F.,1996)

Nuclear Reaction	Target Isotope abundance B(%)	Cross-Section σ(mb)	Half- life $T_{1/2}$ (min)	Gamma Energy E_γ(MeV)	Gamma fraction f(%)
$^{50}Cr(n,2n)^{49}Cr$	4.31	27	41.90	0.15 0.51	13 186
$^{52}Cr(n,2n)^{51}Cr$	83.76	285	40032	0.32	9
$^{52}Cr(n,p)^{52}V$	83.76	89	3.75	1.43	100
$^{53}Cr(n,p)^{53}V$	9.55	48	2.00	1.00	100

2.2.3 ธาตุอลูมิเนียม (Al)

ในธรรมชาติอลูมิเนียมมีเพียงแต่ไอโซโทปเดียวคือ ^{27}Al เมื่อถูกยิงด้วยรังสีนิวตรอนที่มีพลังงาน 14 MeV จะเกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์ชนิดต่างๆ พร้อมทั้งมีพารามิเตอร์ที่สำคัญสำหรับใช้ในการวิเคราะห์แบบ FNAA ดังแสดงไว้ในตารางที่ 2.3 การวิเคราะห์เกี่ยวกับอลูมิเนียมมักจะใช้ปฏิกิริยานิวเคลียร์ $^{27}Al(n,\alpha)^{24}Na$ หรือ $^{27}Al(n,p)^{27}Mg$ สำรับการทดลองครั้งนี้ได้อาศัยปฏิกิริยานิวเคลียร์ $^{27}Al(n,\alpha)^{24}Na$ เพื่อคำนวณหาความหนาแน่นฟลักซ์ของนิวตรอน

ตารางที่ 2.3 ข้อมูลจากปฏิกิริยาระหว่าง นิวตรอนพลังงาน 14 MeV กับอลูมิเนียม (Richard.B.F.,1996)

Nuclear Reaction	Target Isotope abundance B(%)	Cross - Section σ(mb)	Half-life $T_{1/2}$ (min)	Gamma Energy E_γ (MeV)	Gamma fraction f (%)
$^{27}Al(n,\alpha)^{24}Na$	100	122.51	897.54	1.37 2.75	100 100
$^{27}Al(n,p)^{27}Mg$	100	81	9.5	0.85 1.01	70 30
$^{27}Al(n,\gamma)^{28}Al$	100	0.5	2.31	1.78	100

2.2.4 การแทรกสอด

ในการวิเคราะห์แบบ FNAA ปัญหาที่มักจะประสพหรืออาจจะเกิดขึ้นได้เสมอมีอยู่สองประการคือ

1. การแทรกสอดของปฏิกิริยานิวเคลียร์ ระหว่างรังสีนิวตรอนกับธาตุชนิดต่างๆที่มีอยู่ในสารตัวอย่างเนื่องจากรังสีนิวตรอนที่ได้จากเครื่องกำเนิด(Generator) โดยทั่วไปจะมีพลังงานประมาณ 14 MeV ซึ่งมีค่ามากกว่าพลังงานขั้นต่ำ (threshold energy) ของปฏิกิริยาแบบ (n,2n) (n,p) และ (n,α) เช่นในการวิเคราะห์ปริมาณของเหล็ก จากปฏิกิริยา $^{56}Fe(n,p)^{56}Mn$ ที่มี กัมมันตภาพรังสีแกมมา พลังงาน 0.85 MeV อาจจะถูกแทรกสอดได้จากปฏิกิริยา $^{55}Mn(n,\gamma)^{56}Mn$ หรือ $^{59}Co(n,\alpha)^{56}Mn$ หรือการวิเคราะห์ปริมาณของโครเมียมจากปฏิกิริยา $^{52}Cr(n,p)^{52}V$ ที่มีกัมมันตภาพตรังสีแกมมา พลังงาน 1.43 MeV ก็อาจจะถูกแทรกสอดได้จากปฏิกิริยา $^{51}V(n,\gamma)^{52}V$ หรือ $^{55}Mn(n,\alpha)^{52}V$ ดังที่ได้แสดงไว้ในตารางที่ 2.4

2. การแทรกสอดของรังสีแกมมาที่มีพลังงานเท่ากันหรือใกล้เคียงกันหรือสารกัมมันตรังสีแต่ละชนิดที่เกิดขึ้นนั้นสลายตัวให้กัมมันตภาพรังสีที่มีพลังงานใกล้เคียงกันหรือเท่ากัน ซึ่งสร้างความลำบากต่อการวัดปริมาณกัมมันตภาพรังสีดังกล่าวนี้ และจะมีผลไปรบกวนทำให้การวิเคราะห์ปริมาณของธาตุนั้นๆผิดพลาดได้

แต่ปัญหาดังกล่าวแก้ไขได้โดยเลือกวิเคราะห์จากรังสีแกมมาพลังงานอื่นๆที่ปราศจากการรบกวนของพวกรังสีแกมมา กล่าวคือเพื่อจะบอกได้ว่าปริมาณกัมมันตรังสี แกมมาพลังงาน 0.85 MeV เกิดจากปฏิกิริยา $^{56}Fe(n,p)^{56}Mn$ จริงจะต้องมี peaks ต่างๆ ที่พลังงาน 0.12 MeV 0.13 MeV 1.81 MeV และ 2.11 MeV หรือ peak หนึ่ง peak ใดเกิดขึ้นร่วมอยู่ด้วย เช่นเดียวกันถ้าปริมาณกัมมันตรังสีแกมมาพลังงาน 1.43 MeV เกิดจากปฏิกิริยา $^{52}Cr(n,p)^{52}V$ จะต้องมี peaks ที่พลังงาน 0.32 MeV 1.00 MeV และ 0.15 MeV หรือ peak หนึ่ง peak ใดเกิดขึ้นร่วมสนับสนุนด้วย

ตารางที่ 2.4 ข้อมูลที่อาจจะเกิดการแทรกสอดต่อปฏิกิริยาระหว่าง นิวตรอนพลังงาน 14 MeV กับเหล็ก โครเมียมและอลูมิเนียม (Richard.B.F.,1996)

Nuclear Reaction	Target Isotope abundance B (%)	Cross-Section σ (mb)	Half-life $T_{1/2}$ (min)	Gamma Energy E_γ (MeV)	Gamma fraction f (%)
$^{55}Mn(n,\gamma)^{56}Mn$	100	0.60	154.71	0.85	99
$^{59}Co(n,\alpha)^{56}Mn$	100	39.10	154.71	0.85	99
$^{51}V(n,\gamma)^{52}V$	99.76	0.80	3.75	1.43	100
$^{55}Mn(n,\alpha)^{52}V$	100	52.5	3.75	1.43	100
$^{24}Mg(n,p)^{24}Na$	78.60	186	897.54	1.37 2.75	100 100