

บทที่ 2

หลักการ เหตุผล และทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 คุณสมบัติทางอากาศพลศาสตร์ของภาคหน้าตัดปีก

คุณสมบัติทางอากาศพลศาสตร์ของภาคตัดปีกที่ได้จากการทดลองคือ สัมประสิทธิ์แรงยก สัมประสิทธิ์แรงต้าน อัตราส่วนแรงยกต่อแรงต้าน ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางความดัน โดยค่าต่างๆ จะแสดงเป็นเส้นกราฟ ซึ่งคุณสมบัติเหล่านั้นจะเปลี่ยนไปตามมุมปะทะ

แรงยกทางอากาศพลศาสตร์เป็นแรงที่เกิดจากการไหลของอากาศผ่านปีกจึงทำให้เกิดการกระจายความดันกระทำบนปีก และแรงยกมีทิศทางตั้งฉากกับความเร็วลมลัพธ์ที่ไหลเข้าสู่ปีก สามารถหาได้จากสมการทางคณิตศาสตร์ [19] เมื่อทราบค่าต่างๆ ได้จากสมการดังนี้

$$L = \frac{\rho}{2} C_l V_\infty^2 a \quad (2.1)$$

แรงต้านทางอากาศพลศาสตร์เป็นแรงที่เกิดจากการไหลของอากาศผ่านปีกทำให้เกิดการกระจายความดันกระทำบนปีกเช่นเดียวกับแรงยก แต่แรงต้านมีทิศเดียวกับความเร็วลมลัพธ์ที่ไหลเข้าสู่ปีก สามารถหาได้จากสมการทางคณิตศาสตร์ [19] เมื่อทราบค่าต่างๆ ได้จากสมการ

$$D = \frac{\rho}{2} C_d V_\infty^2 a \quad (2.2)$$

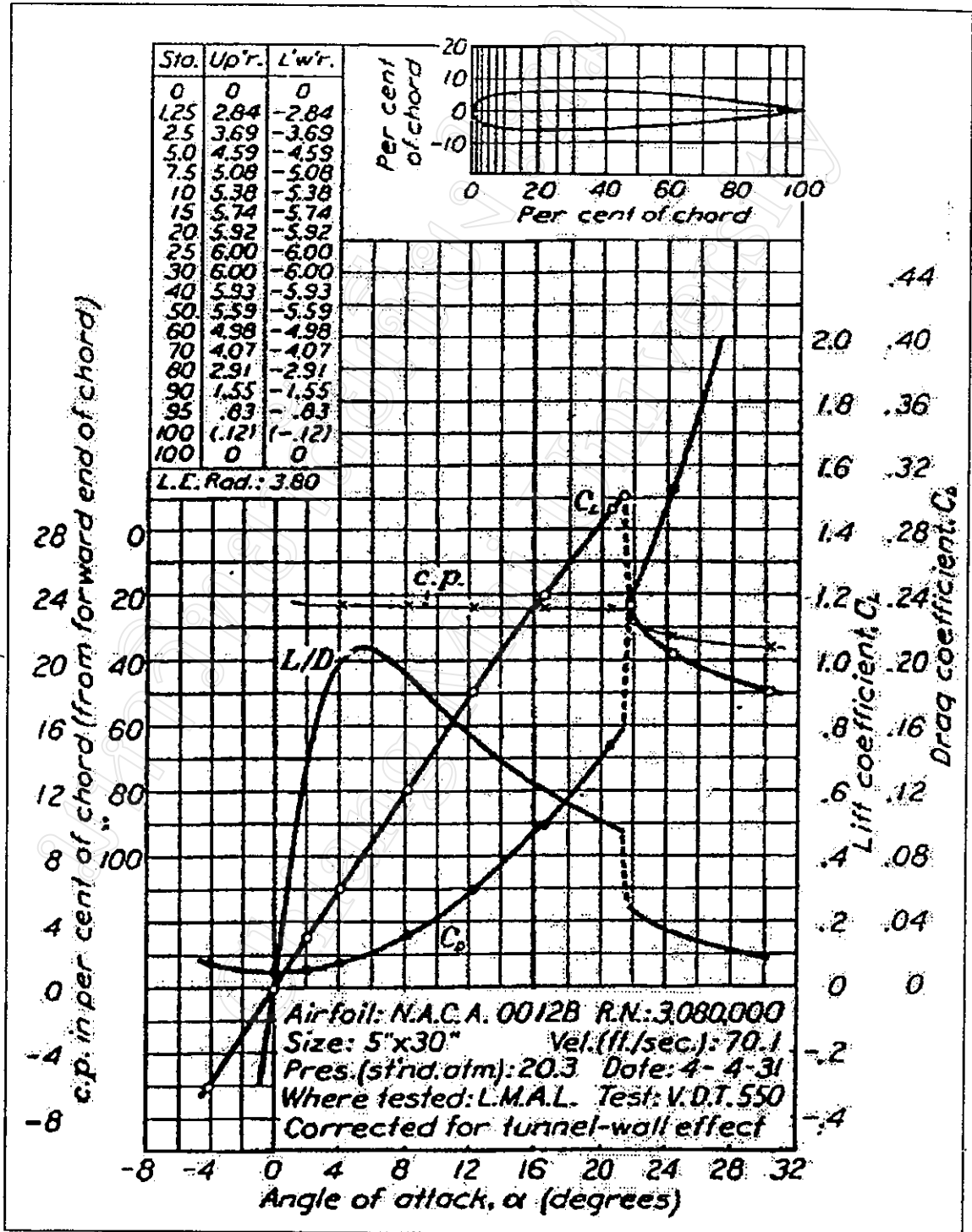
คุณสมบัติทางอากาศพลศาสตร์ของภาคตัดปีกชนิด N.A.C.A. 0012-B แสดงในลักษณะกราฟความสัมพันธ์กับมุมปะทะดังรูปที่ 2.1 ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์แรงยกและสัมประสิทธิ์แรงต้าน สามารถเขียนความสัมพันธ์กับมุมปะทะได้คือ

$$C_L = -0.000355 \times \alpha^2 + 0.077671 \times \alpha \quad ; -4^\circ < \alpha < 21.7^\circ \quad (2.3)$$

$$C_L = 0.003214 \times \alpha^2 - 0.194142 \times \alpha + 3.843142 \quad ; 21.7^\circ < \alpha < 30^\circ \quad (2.4)$$

$$C_D = 0.000365 \times \alpha^2 + 0.000240 \times \alpha + 0.010290 \quad ; -4^\circ < \alpha < 21.7^\circ \quad (2.5)$$

$$C_D = 0.000857 \times \alpha^2 - 0.012071 \times \alpha + 0.092171 \quad ; 21.7^\circ < \alpha < 30^\circ \quad (2.6)$$



รูป 2.1 กราฟแสดงข้อมูลทางอากาศพลศาสตร์ของแอร์ฟอยล์แบบ N. A. C. A. 0012-B

ที่มา : Rice [25]

ทั้งนี้สมการ (2.3) ถึง (2.6) ได้มาจากวิธีการถดถอยกำลังน้อยที่สุดแบบโพลีโนเมียลดีกรี 2 โดยดึงค่าต่างๆมาใช้ในแต่ละช่วงมุมปะทะดังกล่าวที่กำหนดจำนวน 8 5 8 และ 5 ค่าตามลำดับ แต่ละสมการมีค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (Coefficient of Determination, R^2) เท่ากับ 0.999 0.998 0.999 และ 0.999 ตามลำดับ

อัตราส่วนสนทรรศคือค่าที่แสดงถึงความแคบของแปลนปีก โดยเทียบอัตราส่วนของความยาวปีก กับความยาวคอร์ด (Chord) [8]

$$AR = \frac{s}{c} \quad (2.7)$$

ปีกหมุนที่มีขนาดของรัศมีใบใหญ่ และความเร็วรอบสูง จะมีผลทำให้ค่ามัคนัมเบอร์ (Mach Number) ที่บริเวณปลายปีกนั้นมีค่าสูง ทำให้ผลของการยุบตัวของอากาศมีผลต่อสมรรถนะของปีกหมุน ซึ่งผลกระทบนี้จะทำให้ คุณสมบัติของภาคตัดปีกที่ได้มาจากการทดลองที่ความเร็วค่านั้นใช้ไม่ได้ ผลกระทบของการยุบตัวของอากาศสามารถแก้ไขได้โดยใช้กฎเกณฑ์ของ Prandtl-Glauert ซึ่งอ้างอิงโดย Anderson [11] โดยกฎเกณฑ์นี้จะ ใช้ในช่วงได้ค่ามัคนัมเบอร์อยู่ระหว่าง 0 ถึง 0.7 ซึ่งความสัมพันธ์ของ Prandtl-Glauert คือ

$$C_{L_e} = \frac{C_L}{\sqrt{1-M^2}} \quad (2.8)$$

$$M = \frac{V_r}{V_s} \quad (2.9)$$

$$V_s = \sqrt{kRT} \quad (2.10)$$

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านนั้นจะ ไม่ได้รับผลกระทบจากการยุบของอากาศ เมื่อค่ามัคนัมเบอร์อยู่ในช่วง 0 ถึง 0.8 จึงไม่ต้องแก้ไขในช่วงนี้ [11]

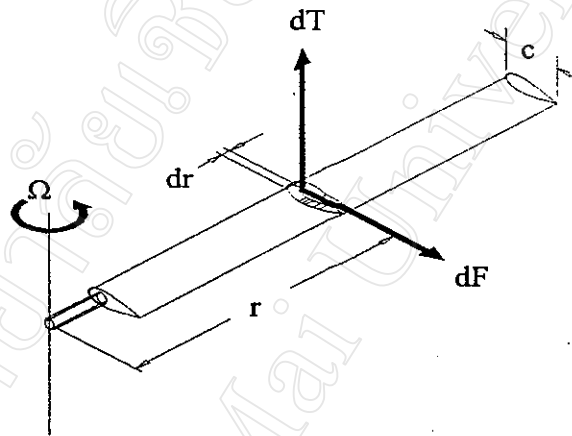
2.2 ทฤษฎีเบลคอดิเมนต์ (Blade Element Theory)

ทฤษฎีเบลคอดิเมนต์จะพิจารณาส่วนเล็กๆของปีกที่ถูกแบ่งตามแนวเส้นคอร์ด และส่วนเล็กๆนั้นมีความหนา dr มีความยาวคอร์ด c ดังรูปที่ 2.2 แต่ละส่วนเล็กๆของปีกจะมีอากาศไหลเข้าหาด้วยความเร็วลัพธ์ค่าหนึ่งในทิศทางที่ทำมุมกับระนาบการหมุน ϕ และมุมที่เส้นคอร์ดทำกับระนาบการหมุน β มุมนี้เรียกว่า มุมพิทช์ (Pitch Angle) และมุมที่ความเร็วลัพธ์ทำกับเส้นแรงยก

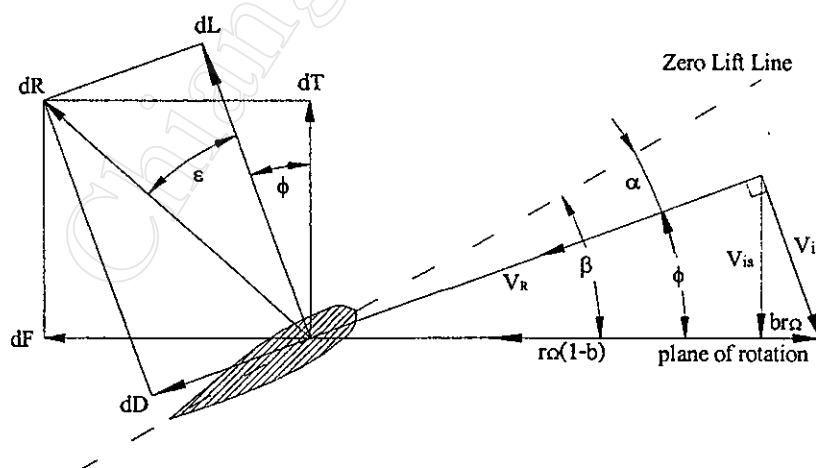
เป็นศูนย์เรียกว่ามุมปะทะ α ซึ่งเส้นแรงยกเป็นศูนย์ คือ เส้นหรือแนวที่ให้แรงยกเป็นศูนย์ถ้าความเร็วลัพธ์ของกระแสอากาศเข้าสู่หน้าตัดปีกในแนวนอน

จากรูปที่ 2.3
$$\alpha = \beta - \phi \quad (2.11)$$

ส่วนเล็กๆของปีกจะทำตัวเหมือนแผ่นอากาศทำให้เกิดแรงยกและแรงต้าน และเมื่อกระจายแรงให้อยู่แนวตั้งฉากและขนานกับระนาบการหมุน จะได้แรงลัพธ์ที่เกิดขึ้นคือ แรงขับ dT และแรงในระนาบการหมุน dF [15]



รูป 2.2 แสดงส่วนเล็กๆของปีกที่ถูกแบ่งตามแนวเส้นคอร์ด มีความหนา dr มีคอร์ดยาว c



รูป 2.3 แสดงส่วนประกอบความเร็วอากาศที่เข้าสู่ปีกและแรงกระทำบนแผ่นอากาศเล็กๆของปีกในการพิจารณาโดยทฤษฎีเบลดอติเมนท์

ที่มา : Douglas [15]

$$dT = \frac{1}{2} \rho V_R^2 (C_L \cos \phi - C_D \sin \phi) c dr \quad (2.12)$$

$$dF = \frac{1}{2} \rho V_R^2 (C_L \sin \phi + C_D \cos \phi) c dr \quad (2.13)$$

$$dQ = \frac{1}{2} \rho V_R^2 (C_L \sin \phi + C_D \cos \phi) c r dr \quad (2.14)$$

เมื่ออินทิเกรตสมการ (2.10) และ (2.12) ตลอดความยาวปีกจะได้ แรงขับ T และแรงบิด Q ของปีกหมุน

2.3 การวิเคราะห์ความเร็วอากาศไหลวนหลังใบพัด

พิจารณาการไหลวนของอากาศใน 3 ระนาบคือ ระนาบที่ 1 อยู่ด้านหน้าใบพัดเล็กน้อย ระนาบที่ 2 เป็นระนาบของใบพัดและระนาบที่ 3 อยู่ด้านหลังใบพัดเล็กน้อยพิจารณาได้จากรูปที่ 2.4 การไหลวนของอากาศที่ไหลผ่านใบพัดเกิดจาก 2 องค์ประกอบหลัก คือการหมุนวนรอบแกนอากาศด้วยความเร็ว $a_b \Omega$ และการหมุนวนของอากาศที่เกิดจากผลกระทบของการหมุนวนที่ปลายปีกด้วยความเร็ว $b \Omega$ โดยที่ a_b และ b เป็นค่าคงที่ [23]

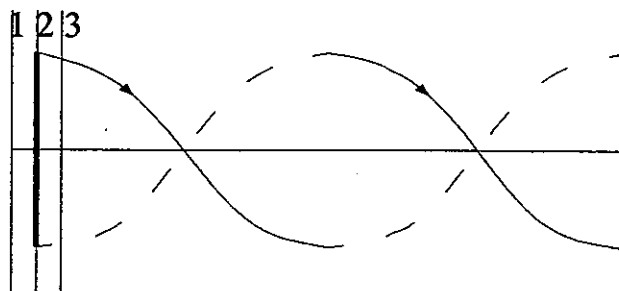
พิจารณาที่ระนาบที่ 1 ได้ว่า

$$a_b \Omega + b \Omega = 0 \quad \text{ดังนั้น} \quad a_b = -b$$

พิจารณาที่ระนาบที่ 2 จะได้ว่ามีแต่ $b \Omega$

พิจารณาที่ระนาบที่ 3 จะได้ว่า

$$-a_b \Omega + b \Omega = 2 b \Omega$$



รูป 2.4 ลักษณะการหมุนวนของอากาศเมื่อผ่านปีกหมุน

ที่มา : McCormick [23]

นั่นคือใบพัดเร่งอากาศจากที่ไม่มีการหมุนวนที่ตำแหน่งก่อนเข้าไปเป็นไหลวนออกจากใบพัดด้วยความเร็วเป็นสองเท่าของการหมุนวนที่ใบพัด เมื่อพิจารณาความเร็วลัพธ์ของลมที่ไหลเข้าสู่แต่ละส่วนเล็กๆของใบพัดจะพบว่าประกอบด้วยความเร็วในแนวแกนเพลลา และความเร็วในระนาบการหมุนของใบพัด ความเร็วในแนวแกนเพลลาจะเท่ากับความเร็วลมเหนี่ยวนำ V_{ia} สำหรับความเร็วในระนาบการหมุนของใบพัดจะเท่ากับความเร็วสัมผัส $r\Omega$ รวมกับการไหลหมุนวนของอากาศในระนาบการหมุนด้วยความเร็วเชิงมุม $b\Omega$ เมื่อรวมเป็นความเร็วลัพธ์รวม V_R จะได้

$$V_R = \sqrt{V_{ia}^2 + (r\Omega(1-b))^2} \quad (2.15)$$

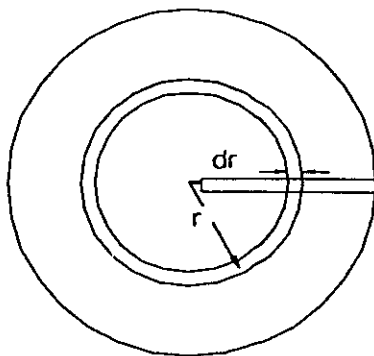
จากรูปที่ 2.3 $V_{ia} = r\Omega(1-b) \tan \phi \quad (2.16)$

พิจารณามวลอากาศไหลผ่านวงแหวนของใบพัดดังรูปที่ 2.5 อากาศจะหมุนไปตามการหมุนของใบพัดรอบแกนเพลลาและความเร็วเชิงมุมของอากาศเปลี่ยนเป็น $2b\Omega$ แรงบิดสามารถหาได้จากอัตราการเปลี่ยน โมเมนตัมเชิงมุมของอากาศที่กระทำต่อภาคตัดปึก dr ที่รัศมี r [18]

$$dQ = \rho 2\pi dr V_r^3 2b\Omega \quad (2.17)$$

จากทฤษฎี โมเมนตัมเชิงมุม และทฤษฎีเบลดอิลิเมนต์ สามารถหาค่า b [18] ได้จาก

$$\frac{b}{(1-b)} = \frac{N(C_i \sin \phi + C_o \cos \phi)c}{8\pi r^3 \sin \phi \cos \phi} \quad (2.18)$$

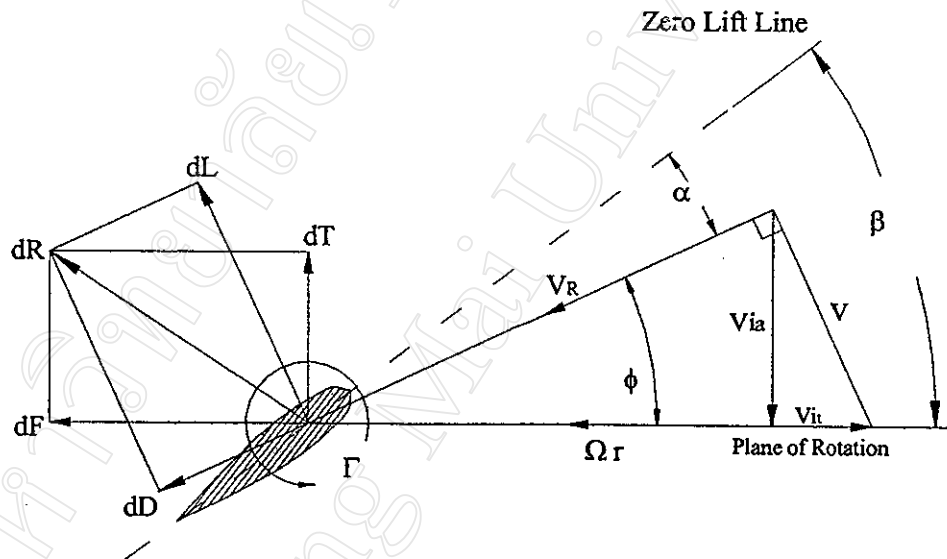


รูป 2.5 พื้นที่กวาดของปีกและแถบวงแหวนกว้าง dr

2.4 ทฤษฎีวอร์เทค (Vortex Theory)

การหาค่าความเร็วเหนี่ยวนำโดยทฤษฎีเบลดคิโกลิเมนต์รวมกับการวิเคราะห์ความเร็วอากาศไหลวนหลังใบพัดจะทำการหาค่าปัจจัยการไหลเข้าในแนวการหมุนแกนเพลลาและในแนวรัศมี ซึ่งทฤษฎีวอร์เทคเป็นอีกวิธีหนึ่งที่สามารถนำมาใช้หาค่าความเร็วเหนี่ยวนำได้ ด้วยวิธีการทดลองแทนค่าในสมการของทฤษฎีวอร์เทค ซึ่งวิธีนี้ยังคำนึงถึงผลกระทบการสูญเสียที่ปลายปีก

Bramwell [12] ได้อ้างอิงถึงทฤษฎีวอร์เทค ซึ่ง Goldstein ได้เสนอไว้โดยทฤษฎีของเขาเป็นไปตามเงื่อนไขของ Betz ทฤษฎีนี้สมมติให้ความเร็วลัพธ์ของลมที่เข้าสู่ส่วนเล็กๆของปีกตั้งฉากกับความเร็วเหนี่ยวนำ ดังแสดงในรูปที่ 2.6



รูป 2.6 ส่วนประกอบของความเร็วอากาศที่เข้าสู่ปีกและแรงกระทำบนแผนอากาศเล็กๆของปีกในการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีวอร์เทค

ที่มา : McCormick [22]

จากรูปที่ 2.6 จะได้ความสัมพันธ์ของความเร็วเหนี่ยวนำในแนวแกนเพลลาเมื่อ $V_0 = 0$ คือ

$$V_u = \frac{1}{2} \left[\sqrt{4V_u (\Omega r - V_u)} \right] \tag{2.19}$$

$$V_R = \sqrt{V_u^2 + (r\Omega - V_u)^2} \tag{2.20}$$

$$\phi = \arctan \left(\frac{V_u}{V_a} \right) \tag{2.21}$$

Goldstein ได้ใช้ความสัมพันธ์ของ Kutta-Joukowski สร้างสมการความสัมพันธ์ระหว่างการหมุนวน กับความเร็วเหนี่ยวนำในแนวรัศมี และ Prandtl ได้หาปัจจัยการสูญเสียที่ปลายปีก เพื่อเป็นค่าแก้ไขใน สมการของ Goldstein ซึ่งความสัมพันธ์ของ Kutta-Joukowski คือ [12]

$$\Gamma = \frac{1}{2} c V_r C_L \quad (2.22)$$

สมการของ Goldstein ได้แสดงไว้ว่า [22]

$$N\Gamma = 4\pi F V_\infty \quad (2.23)$$

และปัจจัยการสูญเสียที่ปลายปีก [22]

$$F = \frac{2}{\pi} \arccos \exp \left[\frac{-N(1-x)}{2 \sin \beta} \right] \quad (2.24)$$

ในการศึกษาครั้งนี้การวิเคราะห์จะทำ 2 วิธีคือ วิธีที่ 1 ใช้ทฤษฎีเบลคอดิเมนที่ประยุกต์ร่วมกับการวิเคราะห์ความเร็วของอากาศไหลวนหลังใบพัด วิธีที่ 2 ใช้ทฤษฎีเบลคอดิเมนที่ประยุกต์ร่วมกับทฤษฎีวอร์เทค ซึ่งการวิเคราะห์ทั้งสอง ได้คิดถึงปัจจัยต่างๆดังที่แสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงปัจจัยที่นำมาคิดในการวิเคราะห์เพื่อประเมินแรงขับและแรงบิดของปีกหมุน

ปัจจัย	ทฤษฎีเบลคอดิเมนที่ร่วมกับการวิเคราะห์ความเร็วของอากาศไหลวนหลังใบพัด	ทฤษฎีเบลคอดิเมนที่ร่วมกับการทฤษฎีวอร์เทค
การไหลเข้าในแนวแกนเพลา	X	X
การไหลเข้าในแนวรัศมี	X	X
การสูญเสียที่ปลายปีก		X
การยุบตัวของอากาศ	X	X