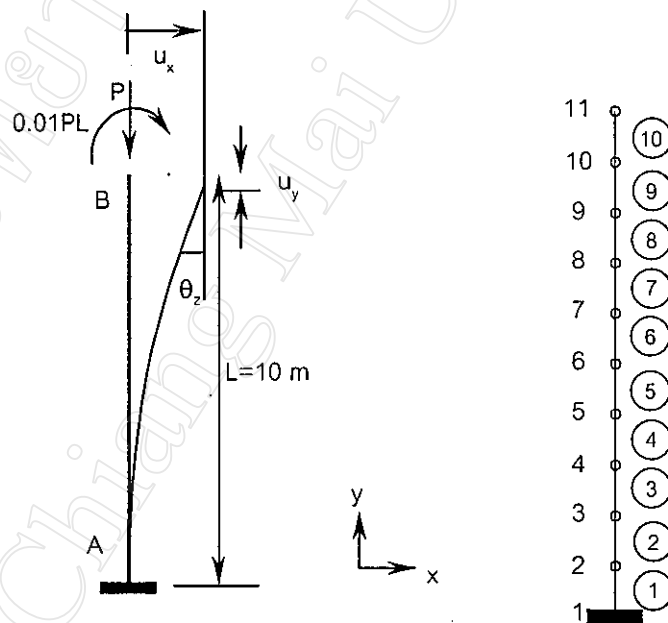


บทที่ 5 ตัวอย่างการใช้โปรแกรม

เพื่อเป็นการตรวจสอบโปรแกรม และแสดงความน่าเชื่อถือของทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบไม่เป็นเชิงเส้นทางเรขาคณิตนี้ จึงทำการวิเคราะห์โจทย์ตัวอย่าง โดยเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์จากโปรแกรมกับผลการวิเคราะห์จากงานวิจัยที่ผ่านมา สำหรับข้อมูลไฟล์นำเข้าของตัวอย่างและผลการวิเคราะห์ทั้งหมดได้แสดงไว้ในภาคผนวก ก

ตัวอย่างที่ 1 เสาความสูง $L = 10 \text{ m}$ พื้นที่หน้าตัดสม่ำเสมอ $A = 0.183 \text{ m}^2$ ค่า $I_z = 0.0001 \text{ m}^4$ และค่า $E = 10 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$ ทำการวิเคราะห์โดยแบ่งออกเป็น 10 ชั้นส่วนย่อยดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 โครงสร้างและการแบ่งชั้นส่วนย่อยในตัวอย่างที่ 1

ทำการทดสอบโดยการเพิ่มแรง P ขึ้นตามสัดส่วนของค่าแรงวิกฤติ (Critical Load) P_{cr} ของเสาโดยค่าแรง P_{cr} หาได้จากสมการดังนี้

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (5.1)$$

เพื่อให้เสาแสดงพฤติกรรมของการโก่งเคาะได้ชัดเจนเมื่อแรง P เข้าใกล้ค่าแรงวิกฤติ P_{cr} จึงต้องมีแรงค้ำขนาดเล็กน้อยเท่ากับ $0.01PL$ กระทำที่ปลายเสา เพื่อให้ปลายของเสามีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในแนวแกน x เล็กน้อย

บันทึกค่าการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่ปลาย B เนื่องจากแรงกระทำที่เพิ่มขึ้นแล้วนำผลการวิเคราะห์ที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยโดย Timoshenko (1961) ซึ่งวิเคราะห์โดยวิธีการเปลี่ยนแปลงรูปทรงขนาดใหญ่ (Large Deflections) ผลการเปรียบเทียบดังกล่าวแสดงไว้ในตารางที่ 5.1

เมื่อ θ_z คือ ค่ามุมเนื่องจากการหมุนที่ปลายยอดเสารอบแกน z

u_x/L คือ สัดส่วนการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่ปลายเสา u_x ต่อความยาวเสา L

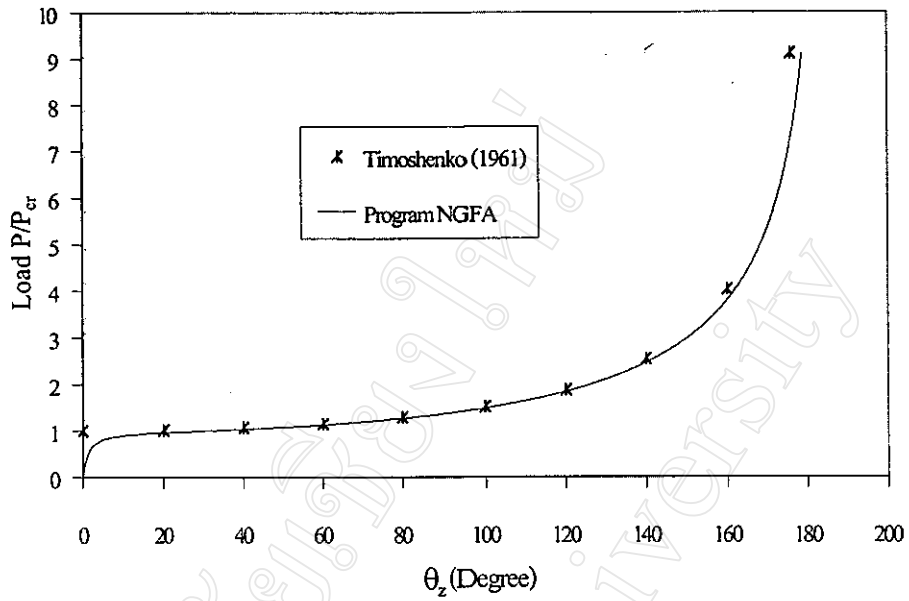
u_y/L คือ สัดส่วนการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่ปลายเสา u_y ต่อความยาวเสา L

NGFA คือ ผลการวิเคราะห์โดยโปรแกรม NGFA

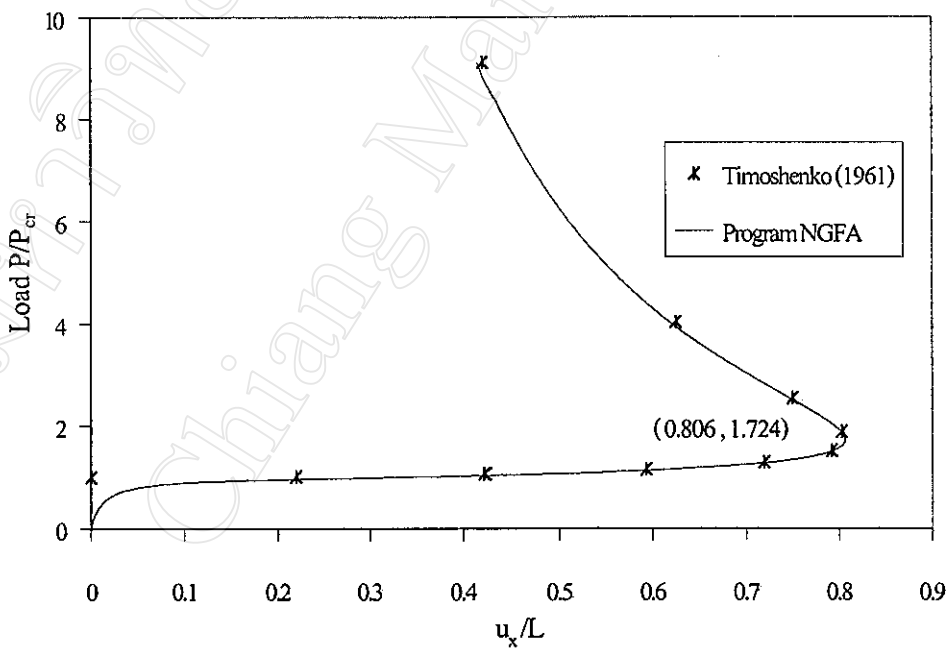
ตารางที่ 5.1 เปรียบเทียบข้อมูลแรงกระทำกับการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่ปลายเสา

P/P_{cr}		1	1.015	1.063	1.152	1.293	1.518	1.884	2.541	4.029	9.116
θ_z	NGFA	14.4°	35.7°	47.7°	64.8°	83.0°	102.3°	122.1°	141.9°	162.4°	178.9°
	Timoshenko	0°	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	176°
u_x/L	NGFA	0.159	0.378	0.489	0.625	0.732	0.795	0.802	0.746	0.616	0.415
	Timoshenko	0	0.22	0.422	0.593	0.719	0.792	0.803	0.750	0.625	0.421
u_y/L	NGFA	0.016	0.094	0.165	0.295	0.466	0.669	0.892	1.116	1.348	1.576
	Timoshenko	0	0.03	0.119	0.259	0.440	0.651	0.877	1.107	1.340	1.577

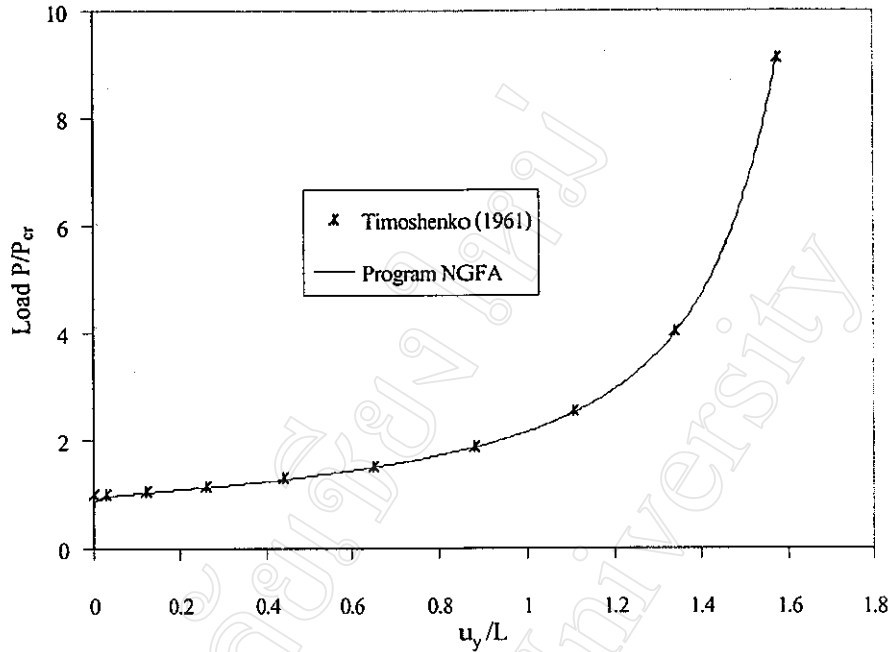
จากตารางที่ 5.1 จะเห็นว่าในระยะแรกเมื่อค่า P/P_{cr} มีขนาดเล็ก ผลการวิเคราะห์โดยโปรแกรม NGFA กับผลการวิเคราะห์โดย Timoshenko (1961) จะมีค่าแตกต่างกันอยู่ค่อนข้างมาก แต่ต่อมาเมื่อค่า P/P_{cr} สูงขึ้น ผลการวิเคราะห์ทั้งสองจะมีค่าใกล้เคียงกันมากขึ้น เหตุที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากในระยะแรก เมื่อการเปลี่ยนแปลงรูปทรงของเสายังมีไม่มาก อิทธิพลของแรงค้ำที่ปลายเสาจะส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปทรงของเสามากกว่าอิทธิพลจากแรง P ซึ่งเป็นแรงกระทำตามแนวแกน y แต่เมื่อแรง P มากขึ้น และมีการเปลี่ยนแปลงรูปทรงของเสามากขึ้น อิทธิพลของแรง P ต่อการเปลี่ยนแปลงรูปทรงของเสามีมากกว่าอิทธิพลของแรงค้ำที่ปลายเสา จึงทำให้ผลการวิเคราะห์โดยโปรแกรมมีค่าใกล้เคียงกับผลการวิเคราะห์โดย Timoshenko (1961) มากขึ้น และยอมรับได้



รูปที่ 5.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง P/P_{cr} กับมุมที่ปลาย θ_z ของตัวอย่างที่ 1



รูปที่ 5.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง P/P_{cr} กับ u_x/L ของตัวอย่างที่ 1



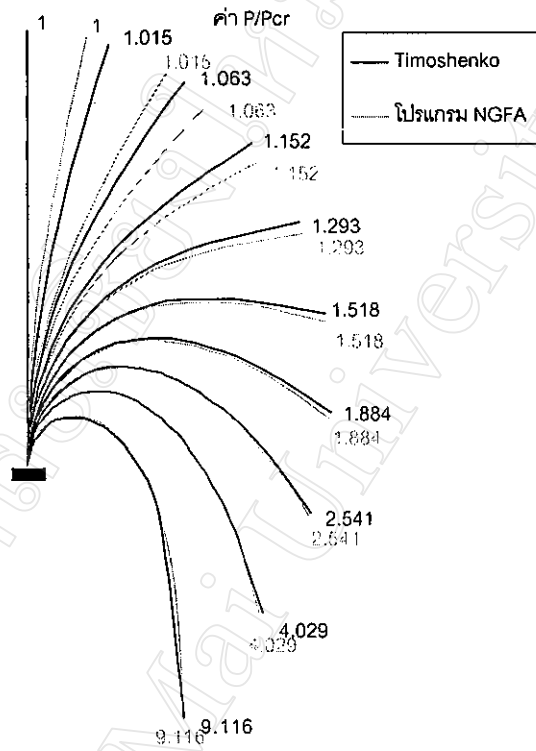
รูปที่ 5.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง P/P_{cr} กับ u_y/L ของตัวอย่างที่ 1

รูปที่ 5.2 รูปที่ 5.3 และ รูปที่ 5.4 เป็นการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์โดยใช้กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง P/P_{cr} และระยะการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของโครงสร้าง (Load-Deflection Curves) ซึ่งข้อดีของการใช้กราฟความสัมพันธ์ดังกล่าวคือช่วยให้เราเห็นพฤติกรรมของโครงสร้างในสถานะที่โครงสร้างมีการเปลี่ยนแปลงรูปทรงไปมากจนขาดเสถียรภาพ

พิจารณารูปที่ 5.2 จะเห็นว่าเมื่อค่า P/P_{cr} เข้าใกล้ 1 ค่ามุม θ_2 มีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ความชันของเส้นกราฟในช่วงระหว่างค่ามุม θ_2 $10^\circ - 120^\circ$ เกือบจะเป็นศูนย์ นั่นคือในสถานะดังกล่าวโครงสร้างขาดเสถียรภาพ และตั้งแต่ค่ามุม θ_2 120° เป็นต้นไปปรากฏว่าความชันของเส้นกราฟมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น นั่นคือในสถานะดังกล่าวโครงสร้างเสามีเสถียรภาพเพิ่มขึ้น จากตารางที่ 5.1 ที่ค่ามุม θ_2 เท่ากับ 120° จะได้ค่า P/P_{cr} เท่ากับ 1.884 เมื่อพิจารณาในรูปที่ 5.5 ซึ่งแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงรูปทรงของเสาเนื่องจากแรงกระทำขนาดต่างๆกัน จะเห็นว่าที่ค่า P/P_{cr} เท่ากับ 1.884 รูปทรงของเสามีลักษณะเป็นรูปโค้งกะทะคว่ำ เมื่อโครงสร้างรูปทรงดังกล่าวรับแรงกระทำ P ที่ปลายเสา ทำให้เกิดแรงดึงภายในชิ้นส่วนย่อยของเสาส่งผลให้สติเฟนของโครงสร้างสูงขึ้น

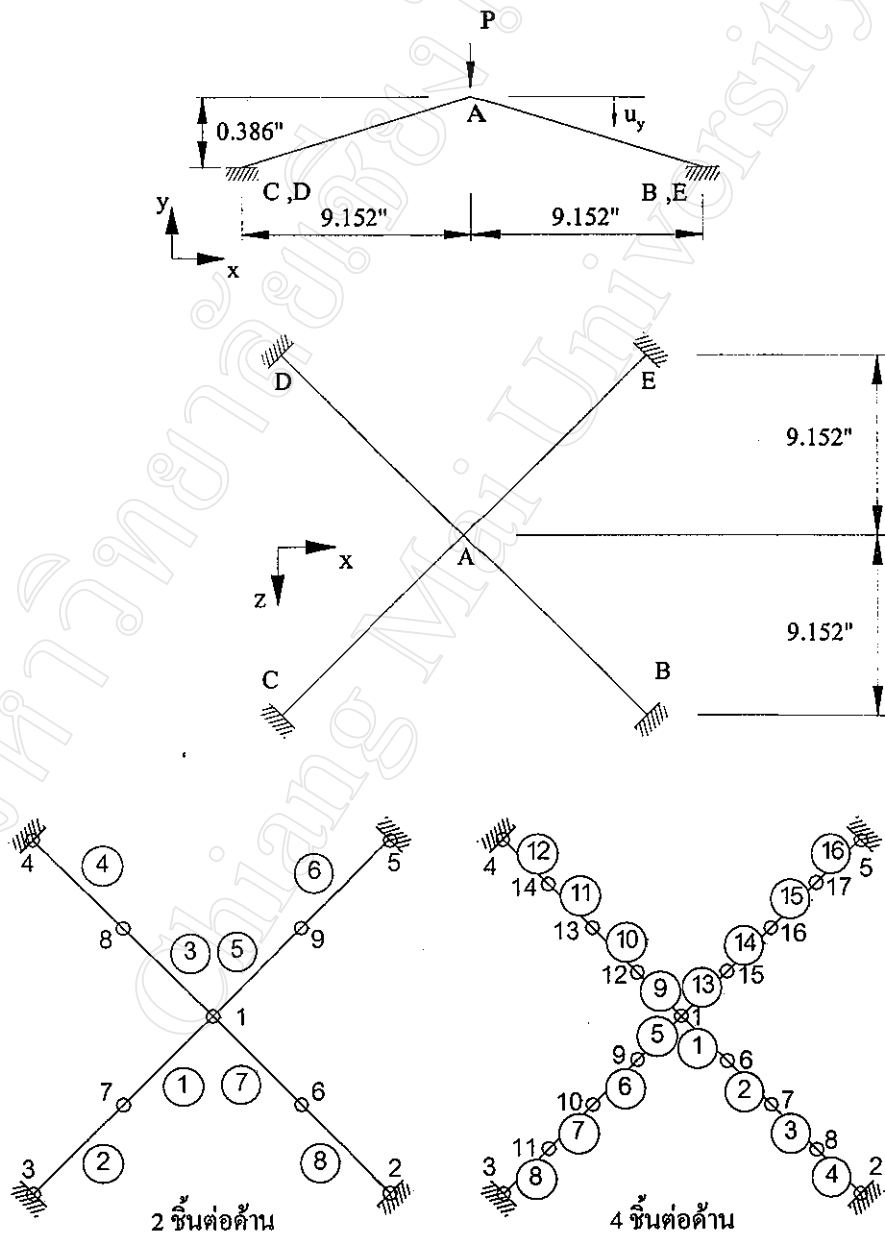
จากรูปที่ 5.3 เส้นกราฟในช่วงแรกมีแนวโน้มเดียวกับเส้นกราฟในรูปที่ 5.2 แต่เส้นกราฟมีการวกกลับที่จุด u_x/L เท่ากับ 0.806 และ P/P_{cr} เท่ากับ 1.724 ซึ่งเมื่อพิจารณารูปที่ 5.5 จะเห็นว่า ตั้งแต่ค่า P/P_{cr} เท่ากับ 1.884 เสาเริ่มมีการบิดงอมากจนทำให้ค่า u_x มีแนวโน้มลดลง

รูปที่ 5.4 เส้นกราฟมีลักษณะเช่นเดียวกับเส้นกราฟในรูปที่ 5.2 สำหรับข้อมูลค่าพิคัดของการเปลี่ยนแปลงรูปทรงของโครงสร้างในรูปที่ 5.5 แสดงไว้ในภาคผนวก ก



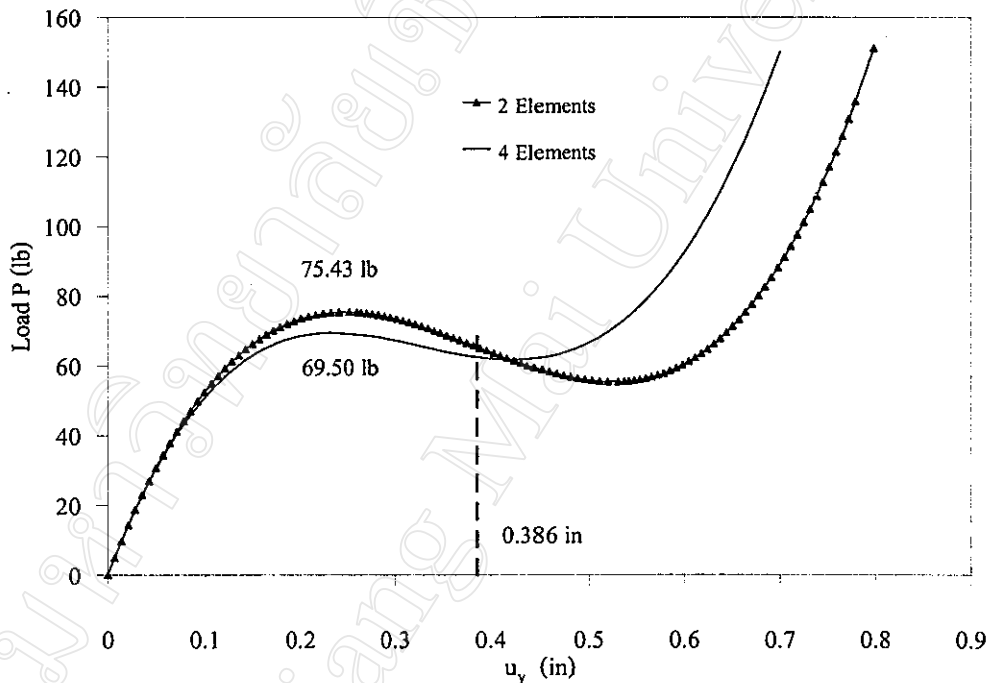
รูปที่ 5.5 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงรูปทรงของตัวอย่างที่ 1 ที่แรง P ขนาดต่างๆ กัน ซึ่งวิเคราะห์โดยโปรแกรม NGFA และวิเคราะห์โดย Timoshenko (1961)

ตัวอย่างที่ 2 ตัวอย่างนี้เป็นโครงสร้าง 3 มิติ โดยแต่ละชั้นส่วนย่อยมีพื้นที่หน้าตัดสม่ำเสมอ $A = 0.183 \text{ in}^2$ ค่า $I_x = I_y = J = 0.0009 \text{ in}^4$ ส่วนค่า $E = 10.3 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$ ค่า $G = 4.12 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$ ทำการวิเคราะห์โดยแบ่งโครงสร้างแต่ละด้านออกเป็นชั้นส่วนย่อย 2 ชั้น และ 4 ชั้น ตามลำดับ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 5.6

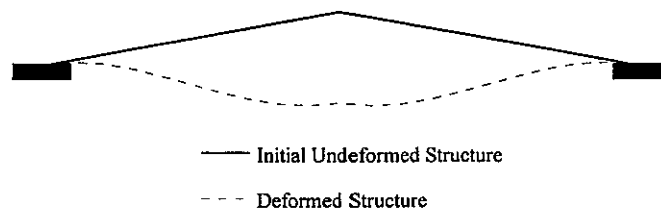


รูปที่ 5.6 โครงสร้างและการแบ่งชั้นส่วนย่อยในตัวอย่างที่ 2

ทำการบันทึกค่าแรง P ที่เพิ่มขึ้น และค่าการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง u_y ที่จุด A จากนั้นนำมาสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรง P กับการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง u_y ที่จุด A โดยเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ของตัวอย่างเสริมในภาคผนวก ค ซึ่งเป็นการวิเคราะห์โครงสร้าง 2 มิติที่มีลักษณะคล้ายกัน และเนื่องจากโครงสร้างนี้มีชิ้นส่วนรับแรงมากกว่าโครงสร้างในตัวอย่างเสริม ดังนั้นจึงมีความสามารถในการรับแรงได้มากกว่า ดังแสดงในรูปที่ 5.7 จะเห็นว่าค่าแรงสูงสุดก่อนจะเกิดสถานะขาดเสถียรภาพของตัวอย่างนี้มีค่าประมาณ 2 เท่าของค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ตัวอย่างเสริม ดังนั้นจะเห็นว่าผลการวิเคราะห์มีความใกล้เคียงกันและอยู่ในขอบเขตที่ยอมรับได้

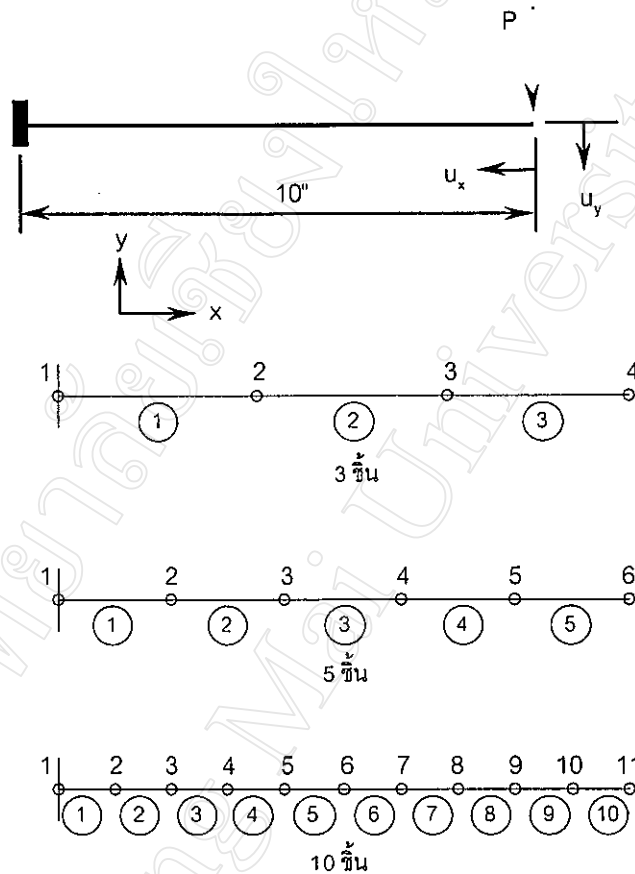


รูปที่ 5.7 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรง P กับการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งตามแนวแกน y ที่จุด A ของตัวอย่างที่ 2



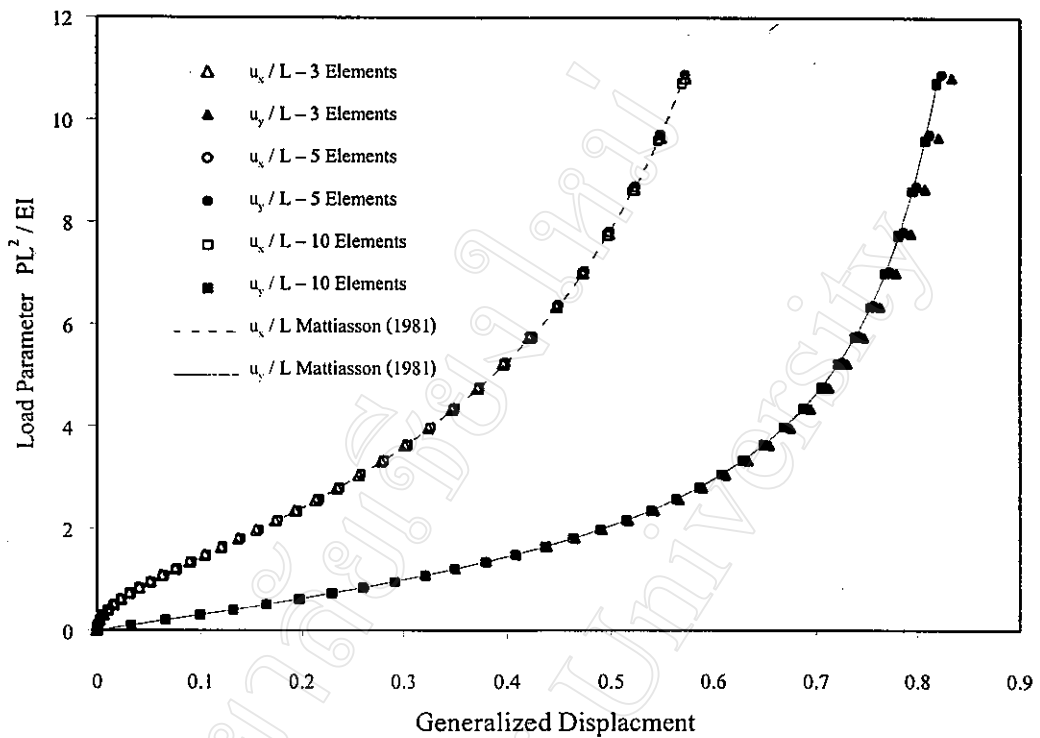
รูปที่ 5.8 การเปลี่ยนแปลงรูปทรงของ โครงสร้างตัวอย่างที่ 2 กรณีแบ่งชิ้นส่วนย่อย 4 ชิ้นต่อด้าน เนื่องจากแรงกระทำ $P = 80$ lb

ตัวอย่างที่ 3 โครงสร้างคานยื่นมีความยาว $L = 10$ in พื้นที่หน้าตัดสม่ำเสมอ $A = 0.183$ in² ค่า $I_z = 0.0001$ in⁴ และ ค่า $E = 10.0 \times 10^6$ lb/in² ทำการวิเคราะห์โดยแบ่งโครงสร้างออกเป็นชิ้นส่วนย่อย 3 ชิ้น, 5 ชิ้น และ 10 ชิ้น ดังแสดงในรูปที่ 5.9



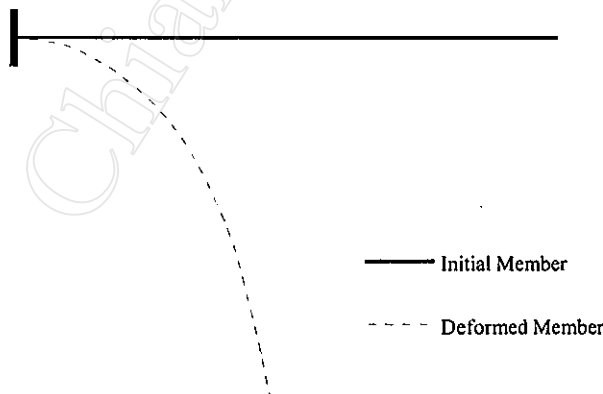
รูปที่ 5.9 โครงสร้างและการแบ่งชิ้นส่วนย่อยในตัวอย่างที่ 3

ตัวอย่างนี้ใช้สำหรับวิเคราะห์ผลกระทบเนื่องจากแรงเฉือนต่อโครงสร้างแบบคานยื่น ซึ่งทำการวิเคราะห์โดย Mattiasson (1981) ด้วยวิธีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างขนาดใหญ่ ผลการวิเคราะห์โดย Mattiasson (1981) เมื่อเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการวิเคราะห์แบบไม่เป็นเชิงเส้นทางเรขาคณิตโดยโปรแกรม NGFA ดังแสดงในรูปที่ 5.10 ปรากฏว่าได้ผลใกล้เคียงกันมากซึ่งเป็นที่ยอมรับได้



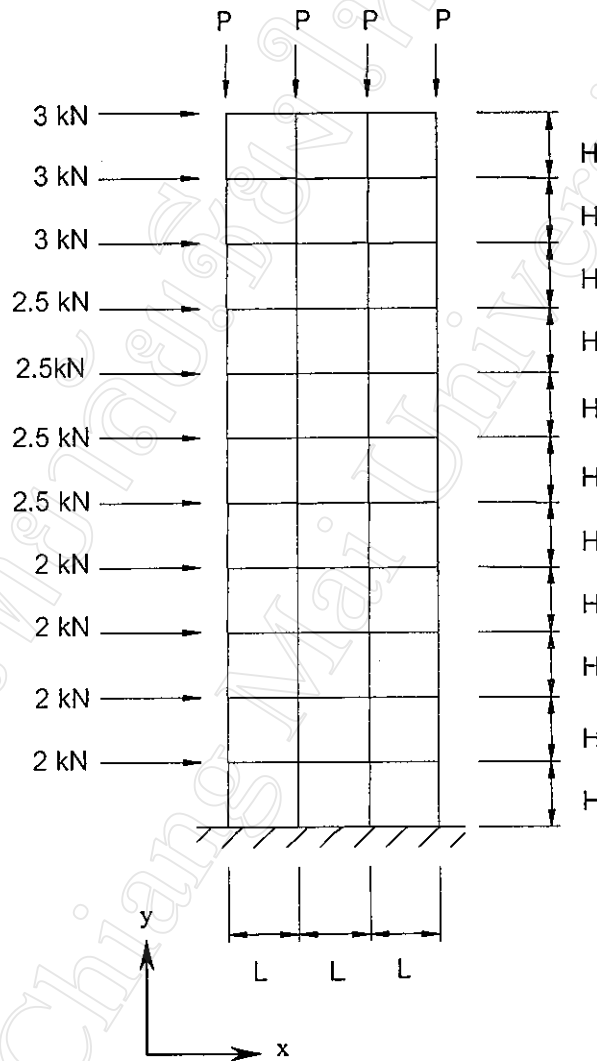
รูปที่ 5.10 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง PL^2/EI กับสัดส่วนระยะการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งต่อความยาว ณ จุดปลายในแนวแกน x และ แกน y ของตัวอย่างที่ 3

รูปที่ 5.11 เป็นการเปลี่ยนแปลงรูปทรงของโครงสร้าง ซึ่งจะเห็นว่าที่ปลายของคานยื่นมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในแนวแกน x อย่างชัดเจน ขณะที่การวิเคราะห์แบบเชิงเส้นจะไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในแนวแกน x ที่ปลายของคานยื่น



รูปที่ 5.11 การเปลี่ยนแปลงรูปทรงของโครงสร้างตัวอย่างที่ 3 กรณีแบ่งชิ้นส่วนย่อย 10 ชิ้น จากเงื่อนไขแรง $PL^2/EI = 8.0$

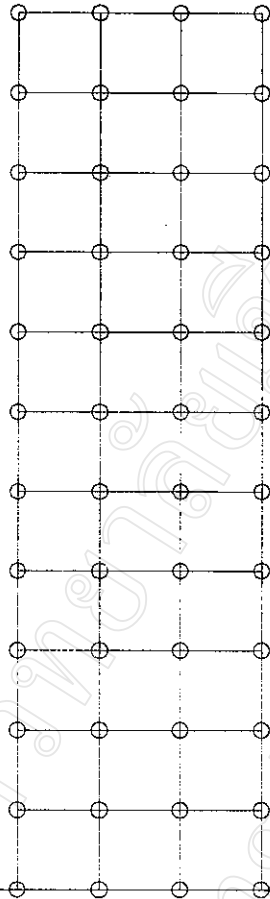
ตัวอย่างที่ 4 เป็นตัวอย่างอาคารสูง 11 ชั้นมีขนาดของมิติดังนี้ ช่วงความยาว $L = 4$ m และช่วงความสูงระหว่างชั้น $H = 4$ m มีคุณสมบัติวัสดุเหมือนกันทุกชั้นส่วนดังนี้ พื้นที่หน้าตัด $A = 0.04$ m² ค่า $I_z = 1.333 \times 10^{-4}$ m⁴ และ ค่า $E = 205 \times 10^6$ kN/m² ดังแสดงในรูปที่ 5.12



รูปที่ 5.12 โครงสร้างตัวอย่างที่ 4

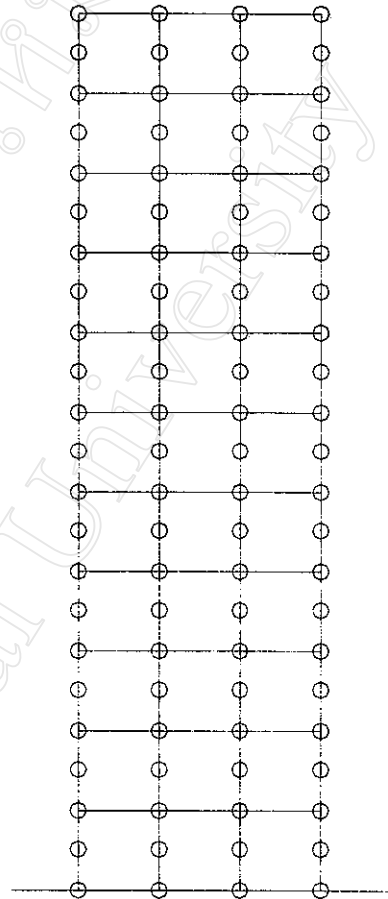
ตัวอย่างนี้เป็นแบบจำลองโครงสร้างอาคารสูงที่มีแรงลมกระทำในแนวแกนนอน และมีน้ำหนักบรรทุกกระทำในแนวแกนตั้ง เพื่อต้องการแสดงให้เห็นว่าแรงกระทำในแนวแกนมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของโครงสร้างมากเพียงใด จึงทำการทดสอบโดยการเพิ่มแรงกระทำ P ขนาดต่างๆกัน แล้วทำการวิเคราะห์โดยพิจารณาการแบ่งโครงสร้าง 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 แบ่งเสา

เป็น 1 ชั้นส่วนย่อย และกรณีที่ 2 แบ่งเสาเป็น 2 ชั้นส่วนย่อย ดังแสดงในรูปที่ 5.13 จากนั้นเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น กับการวิเคราะห์แบบไม่เป็นเชิงเส้นทางเรขาคณิต



กรณีที่ 1

แบ่งเสาเป็น 1 ชั้นส่วนย่อย



กรณีที่ 2

แบ่งเสาเป็น 2 ชั้นส่วนย่อย

รูปที่ 5.13 การแบ่งชั้นส่วนย่อยและการเชื่อมต่อของโหนดในโครงสร้างตัวอย่างที่ 4

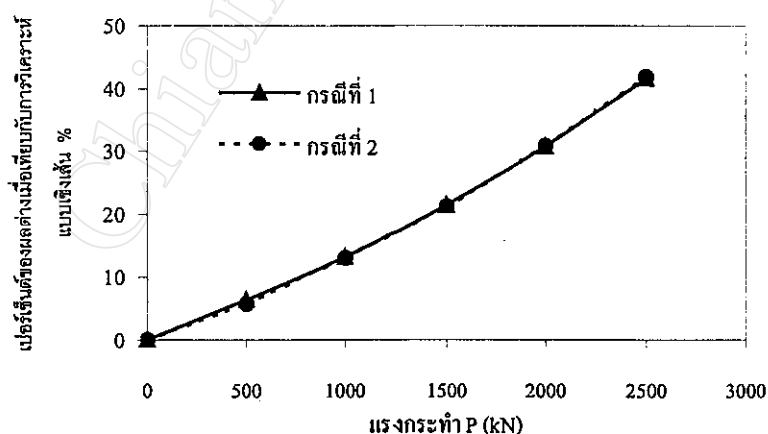
ขั้นตอนการวิเคราะห์ตัวอย่างนี้คือการเปลี่ยนค่าแรง P จาก 0 kN แล้วเพิ่มขึ้นทีละ 500 kN จนกระทั่งแรง P เท่ากับ 2500 kN บันทึกค่าการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งสูงสุดตามแกน x สำหรับค่า P แต่ละค่า โดยใช้การวิเคราะห์ 2 แบบ คือการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น และการวิเคราะห์แบบไม่เป็นเชิงเส้น ผลจากการทดสอบแสดงไว้ในตารางที่ 5.2

พิจารณาจากกราฟในรูปที่ 5.14 จะเห็นว่าค่าเปอร์เซ็นต์ของผลต่างในช่องหมายเลข (4) ในตารางที่ 5.2 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อแรงกระทำ P เพิ่มขึ้น แสดงว่าการวิเคราะห์แบบไม่เป็นเชิงเส้นทางเรขาคณิตสามารถแสดงผลกระทบของแรงกระทำในแนวแกนต่อการเคลื่อนที่ของโครงสร้างอย่างชัดเจน ในขณะที่การวิเคราะห์แบบเชิงเส้นไม่สามารถแสดงได้ ดังจะเห็นได้จากค่าการ

เปลี่ยนแปลงตำแหน่งสูงสุดในแนวแกน x ที่วิเคราะห์แบบเชิงเส้นในช่องหมายเลข (2) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากแรงกระทำ P ที่เพิ่มขึ้น ดังนั้นการวิเคราะห์โดยวิธีการวิเคราะห์แบบไม่เป็นเชิงเส้นทางเรขาคณิตจึงเหมาะสำหรับวิเคราะห์โครงสร้างอาคารสูงซึ่งมีพฤติกรรมของความไม่เป็นเชิงเส้นทางเรขาคณิต และเมื่อเปรียบเทียบผลของการแบ่งชิ้นส่วนย่อยทั้งสองกรณี จากรูปที่ 5.14 จะเห็นว่ามีความแตกต่างกันน้อยมาก

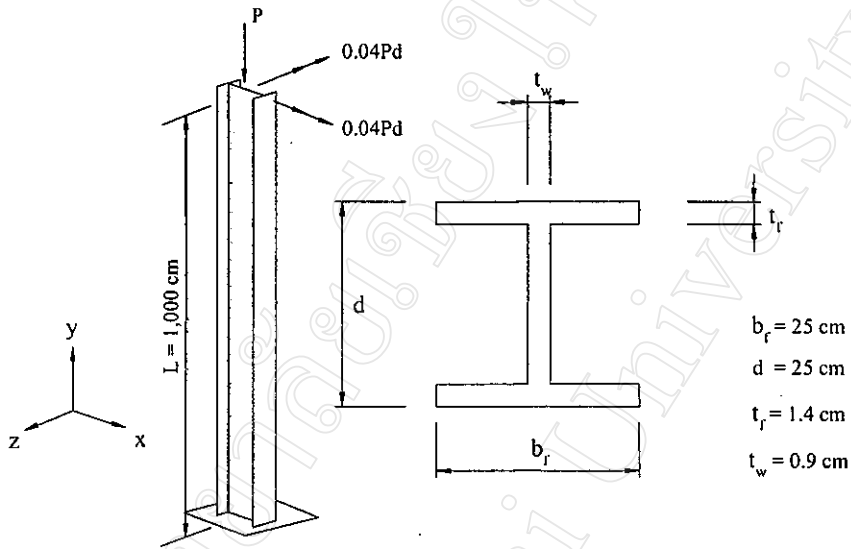
ตารางที่ 5.2 การเปรียบเทียบเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของโครงสร้างจากการวิเคราะห์สองแบบ

แรงกระทำ P (kN) (1)	การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งสูงสุดในแนวแกน x (m)				เปอร์เซ็นต์ของผลต่างเมื่อเทียบกับการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น % (4) = $\frac{(3)-(2)}{(2)} \times 100$	
	วิเคราะห์แบบเชิงเส้น (2)		วิเคราะห์แบบไม่เป็นเชิงเส้นทางเรขาคณิต (3)		กรณีที่ 1	กรณีที่ 2
	กรณีที่ 1	กรณีที่ 2	กรณีที่ 1	กรณีที่ 2		
0	0.02013	0.02013	0.02013	0.02013	0.00	0.00
500	0.02013	0.02013	0.02142	0.02129	6.41	5.76
1000	0.02013	0.02013	0.02279	0.02277	13.21	13.11
1500	0.02013	0.02013	0.02443	0.02440	21.36	21.21
2000	0.02013	0.02013	0.02632	0.02633	30.75	30.80
2500	0.02013	0.02013	0.02850	0.02856	41.58	41.88

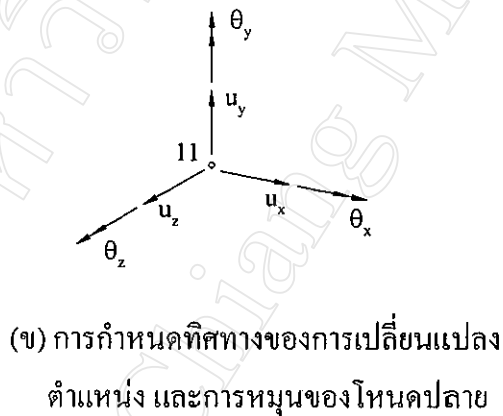


รูปที่ 5.14 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ P ในช่องหมายเลข (1) กับค่าเปอร์เซ็นต์ของผลต่างเมื่อเทียบกับการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นในช่องหมายเลข (4)

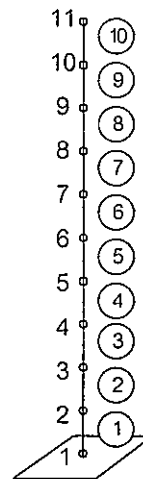
ตัวอย่างที่ 5 โครงสร้างเสา 3 มิติ มีความยาวเสาตามแนวแกน y $L = 10 \text{ m}$ (1,000 cm) ใช้เสาเหล็กรูปตัด W 250 x 72.4 มีพื้นที่หน้าตัด $A = 92.18 \text{ cm}^2$ ค่า $I_z = 10,800 \text{ cm}^4$ $I_y = 3,650 \text{ cm}^4$ $J = 51.1 \text{ cm}^4$ และ ค่า $E = 2,050,000 \text{ ksc}$ $G = 788,000 \text{ ksc}$ ทำการวิเคราะห์โดยแบ่งออกเป็น 10 ชั้น ส่วนย่อย ดังแสดงในรูปที่ 5.15 (ก)



(ก) โครงสร้างตัวอย่างที่ 5 และรายละเอียดของหน้าตัด



(ข) การกำหนดทิศทางของการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง และการหมุนของโหนดปลาย



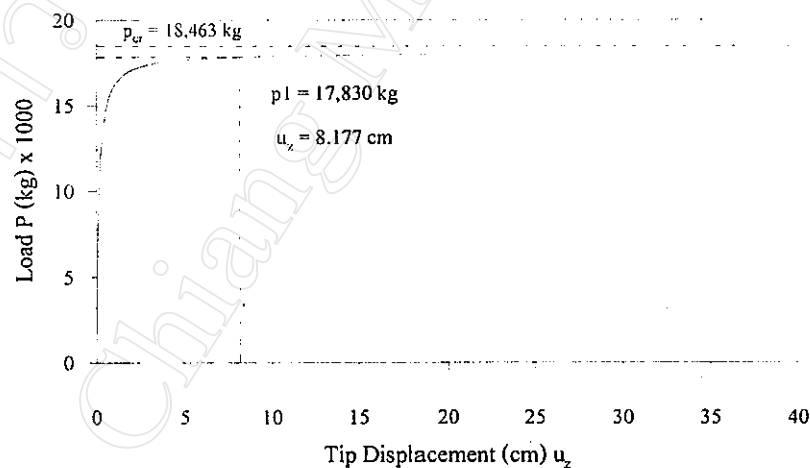
(ค) การกำหนดหมายเลข โหนดและชั้นส่วนย่อย

รูปที่ 5.15 โครงสร้างและการแบ่งชั้นส่วนย่อยในตัวอย่างที่ 5

ตัวอย่างนี้ต้องการตรวจสอบค่าแรงวิกฤติของเสาแบบ 3 มิติ สำหรับเสาแบบ 2 มิติดังที่ได้แสดงไว้ในตัวอย่างที่ 1 เราสามารถหาค่าแรงวิกฤติของเสา P_{cr} จากสมการที่ 5.1 แต่เนื่องจากตัวอย่างนี้เป็นตัวอย่าง 3 มิติ ซึ่งมีค่า I_z และค่า I_y ไม่เท่ากัน ดังนั้นค่า P_{cr} ในแต่ละแกนจึงไม่เท่ากัน จากการคำนวณค่า P_{cr} โดยใช้ค่า I_z จะได้เท่ากับ 54,629 kg ส่วนค่า P_{cr} เมื่อใช้ค่า I_y จะได้เท่ากับ 18,463 kg เมื่อเปรียบเทียบค่า P_{cr} ที่ได้ทั้งสองค่าจะเห็นว่า P_{cr} ที่ทำให้เกิดการโก่งเดาะในแกนรอง (Minor Axis) มีค่าต่ำกว่าค่า P_{cr} ที่ทำให้เกิดการโก่งเดาะในแกนหลัก (Major Axis) ดังนั้น แกนรองจึงเป็นแกนที่มีแนวโน้มของการโก่งเดาะเกิดขึ้นก่อนแกนหลัก

แรงดัดขนาดเล็กน้อยเท่ากับ 0.04Pd ซึ่งกระทำที่ปลายเสาในทิศ x และแกน $-z$ ดังแสดงในรูปที่ 5.15 (ก) มีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการให้ปลายเสาเกิดการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง u_x และ u_z ขึ้นเล็กน้อย เพื่อช่วยให้เสาแสดงพฤติกรรมของการโก่งเดาะได้ชัดเจนเมื่อแรง P เข้าใกล้ค่าแรงวิกฤติ P_{cr}

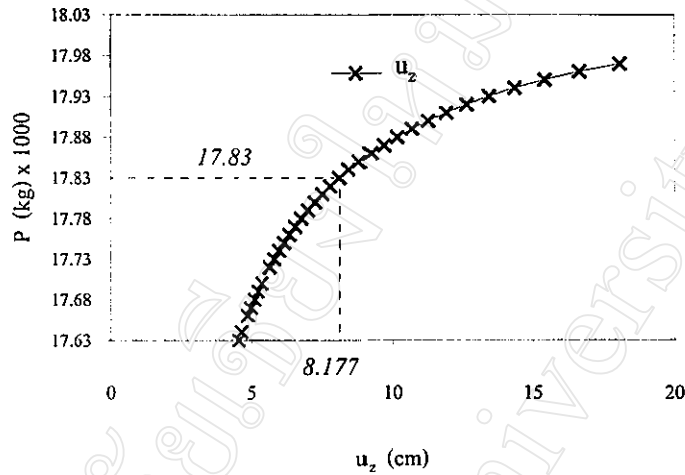
การเพิ่มแรงกระทำ P ขึ้นในแต่ละขั้นของการวิเคราะห์ พร้อมทั้งบันทึกค่าการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่ปลายเสา ผลการวิเคราะห์สามารถแสดงโดยกราฟความสัมพันธ์ของแรงกระทำ P และค่าการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่ปลายเสา (u_x , u_y , u_z) ดังแสดงในรูปที่ 5.16 ถึงรูปที่ 5.18 และกราฟความสัมพันธ์ของแรงกระทำ P และค่ามุมเนื่องจากการหมุนของปลายเสารอบแกน x y z (θ_x , θ_y , θ_z) ดังแสดงในรูปที่ 5.19 ถึงรูปที่ 5.21



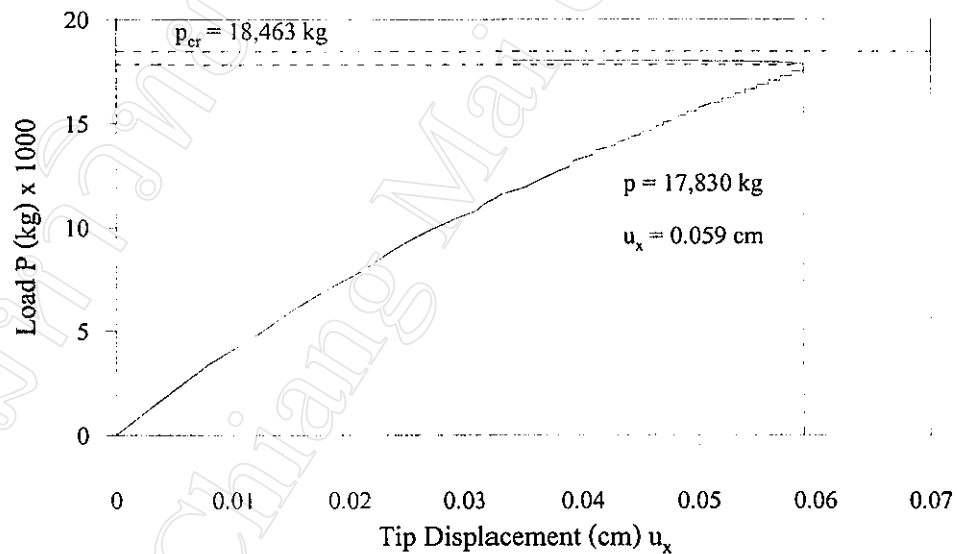
รูปที่ 5.16 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ P และการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่ปลายเสาตามแนวแกน z ของตัวอย่างที่ 5

จากรูปที่ 5.16 จะเห็นว่า เมื่อแรง P มีขนาดเข้าใกล้ค่า P_{cr} สำหรับการโก่งเดาะในแนวแกนรอง ซึ่งเท่ากับ 18,463 kg ปรากฏว่าค่า u_z มีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว เส้นกราฟมีความ

ชั้นน้อยมากซึ่งแสดงให้เห็นว่า ที่สภาวะดังกล่าวค่าสถิติเฟนของเสาที่ด้านทานการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง ค่า u_z มีน้อยมาก หรือเป็นสภาวะที่โครงสร้างเสาขาดเสถียรภาพ



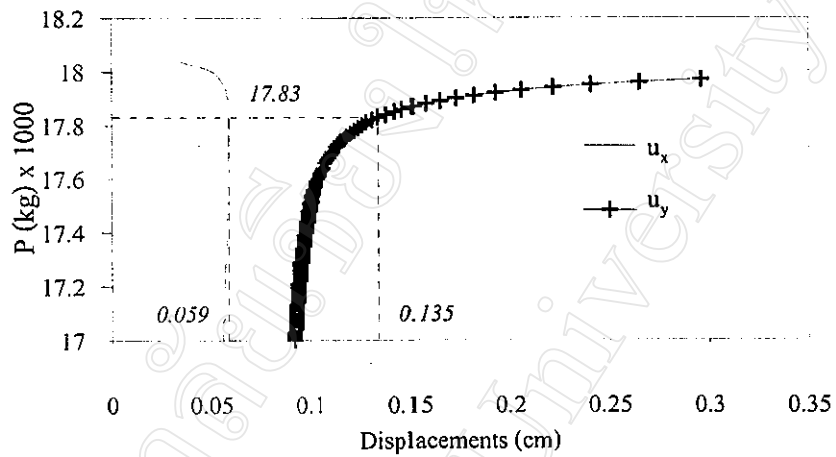
รูปที่ 5.16.1 ภาพขยายกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ P กับ u_z ของตัวอย่างที่ 5



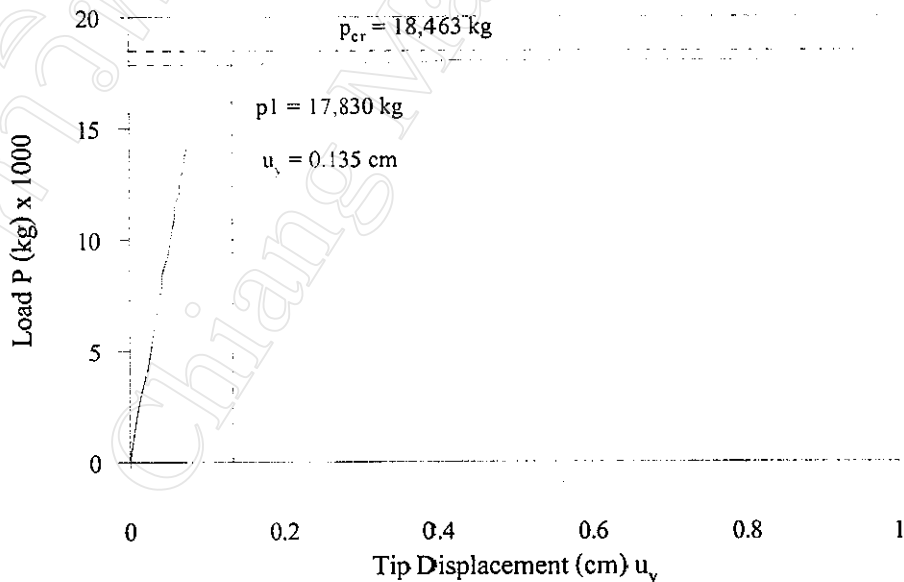
รูปที่ 5.17 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ P และการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่ปลายเสาตามแนวแกน x ของตัวอย่างที่ 5

สำหรับรูปที่ 5.17 เส้นกราฟเกิดการวกกลับทิศที่แรง P เท่ากับ 17,830 kg โดยที่ค่าแรง P ดังกล่าวมีค่า $u_z = 8.177$ cm $u_x = 0.059$ cm และ $u_y = 0.135$ cm ซึ่งเมื่อพิจารณาจากภาพขยายของเส้นกราฟดังรูปที่ 5.16.1 และ รูปที่ 5.17.1 จะเห็นว่า ณ จุดที่แรงกระทำ P เท่ากับ 17,830 kg เป็นจุด

ที่เส้นกราฟของ u_z ดังรูปที่ 5.16.1 และ u_y ดังรูปที่ 5.17.1 มีแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว โดยผลจากการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวจะเป็นพฤติกรรมที่แสดงถึงจุดเริ่มต้นของการโก่งคาะในทิศแกน z ดังนั้นจึงทำให้ค่า u_x ซึ่งในช่วงแรกมีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นอันเนื่องจากผลของแรงค้ำขนาดเล็ก มีการเปลี่ยนแปลงลดลงในช่วงท้าย



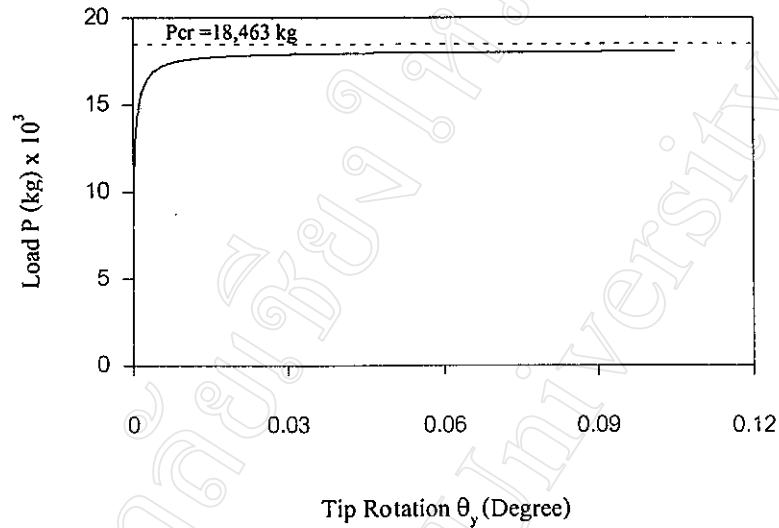
รูปที่ 5.17.1 ภาพขยายกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ P กับ u_x และ u_y ของตัวอย่างที่ 5



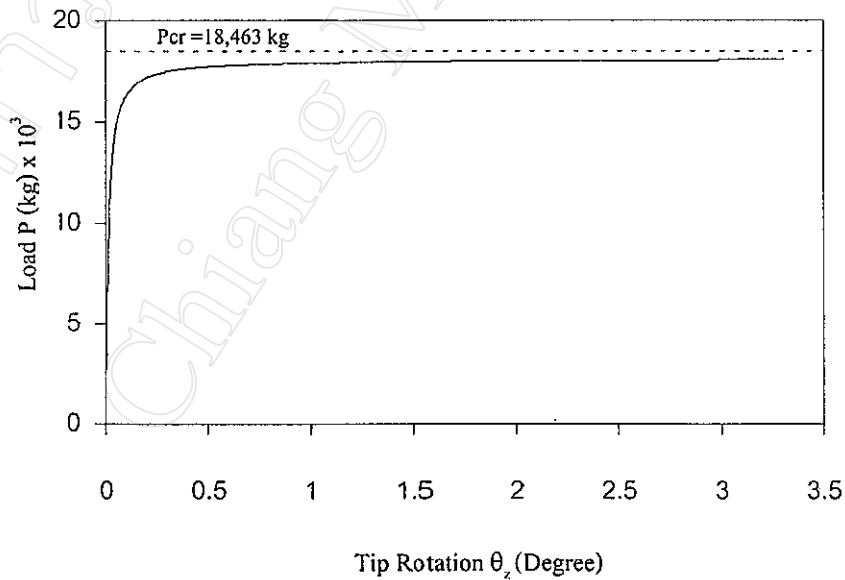
รูปที่ 5.18 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ P และการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่ปลายเสา ตามแนวแกน y ของตัวอย่างที่ 5

สำหรับการหมุนที่ปลายเสา θ_x ในรูปที่ 5.19 จะเห็นว่าเมื่อแรงกระทำ P เพิ่มขึ้นจนเข้าใกล้ค่า P_{cr} สำหรับการโก่งคาะในแนวแกนรอง ค่า θ_x มีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว และมี

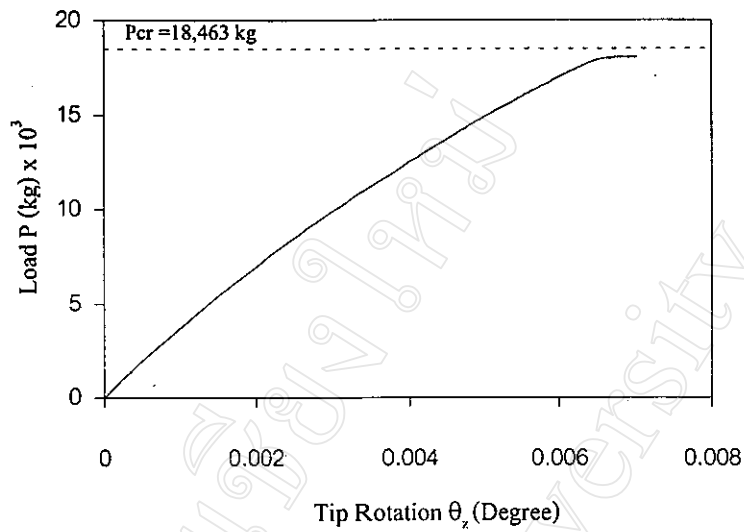
ขนาดใหญ่มากเมื่อเทียบกับค่า θ_y และ θ_z ซึ่งขนาดของการหมุน θ_x และค่าการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง u_z ที่มีเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว มีความสอดคล้องกับพฤติกรรมการโก่งเคาะของเสาภายใต้แรงวิกฤติสำหรับการโก่งเคาะในแนวแกนรอง เป็นอย่างดี



รูปที่ 5.19 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ P และการหมุนที่ปลายเสารอบแกน y ของตัวอย่างที่ 5

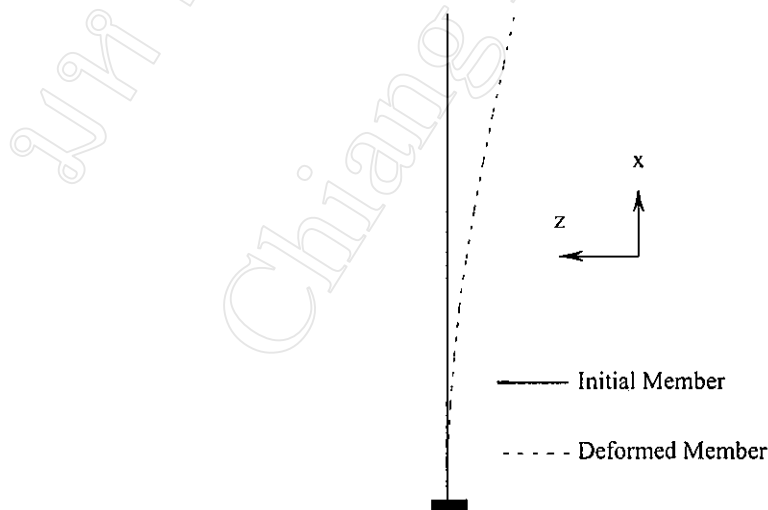


รูปที่ 5.20 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ P และการหมุนที่ปลายเสา รอบแกน x ของตัวอย่างที่ 5

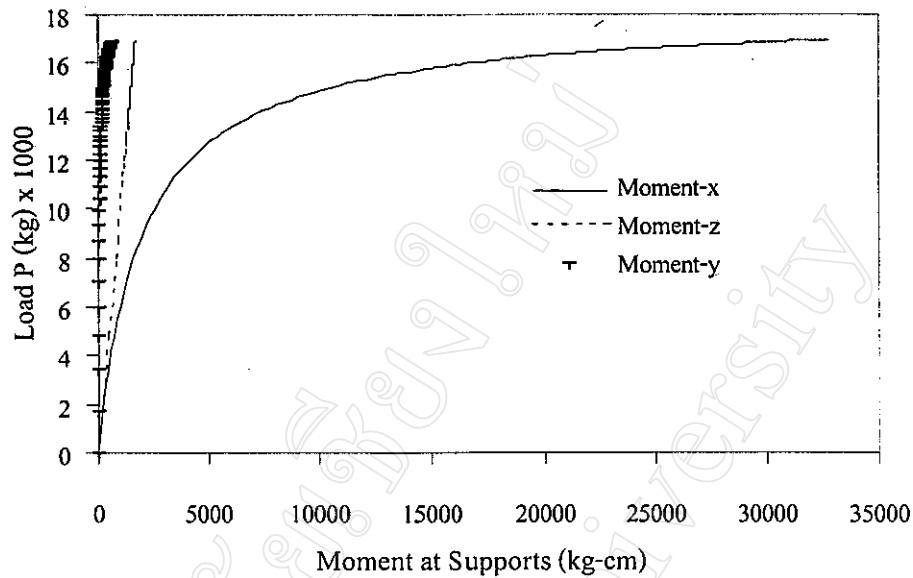


รูปที่ 5.21 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ P และการหมุนที่ปลายเสา
รอบแกน z ของตัวอย่างที่ 5

สำหรับรูปทรงของโครงสร้างนั้น จะแสดงเฉพาะการเปลี่ยนแปลงรูปทรงของโครงสร้าง
ในระนาบ yz เนื่องจากเป็นระนาบที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปทรงมากที่สุด ดังรูปที่ 5.22



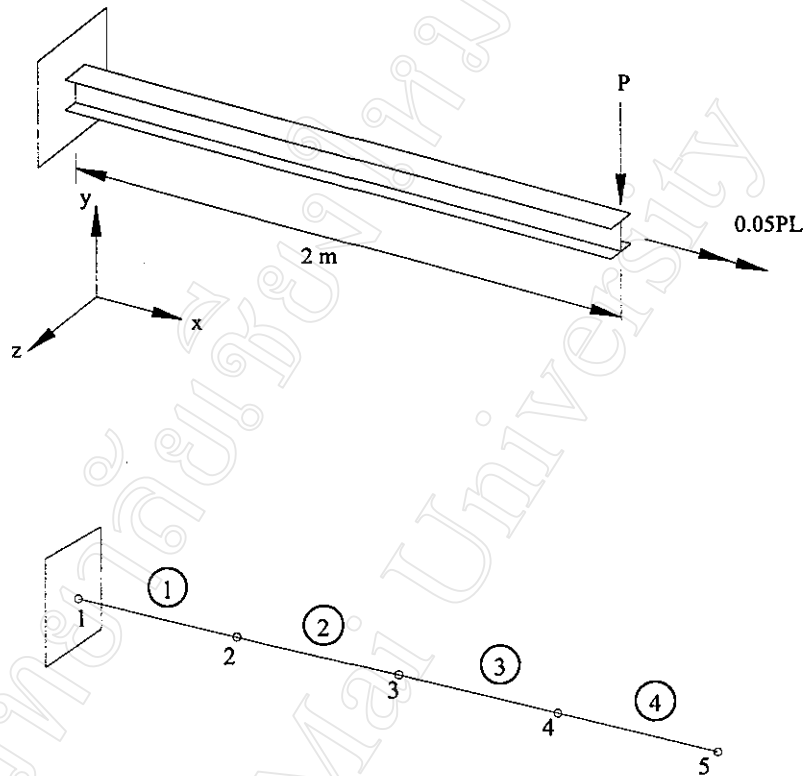
รูปที่ 5.22 การเปลี่ยนแปลงรูปทรงของโครงสร้างตัวอย่างที่ 5 ในระนาบ yz
เนื่องจากแรงกระทำ P เข้าใกล้ 18,463 kg



รูปที่ 5.23 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำ P และค่าแรงคด ณ จุดรองรับ รอบแกน x y z ของตัวอย่างที่ 5

จากกราฟความสัมพันธ์ในรูปที่ 5.23 จะเห็นว่าค่าแรงคดรอบแกน x มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ทั้งนี้เนื่องจากแรงกระทำ P ซึ่งเป็นแรงกระทำที่ปลายเสาเกิดการเคลื่อนตำแหน่งตามการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของปลายเสา ทำให้มีค่าแรงคดที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงเยื้องศูนย์ (Eccentric Load) เมื่อแรง P เปลี่ยนตำแหน่งไปมากขึ้นก็จะทำให้เกิดแรงคดดังกล่าวมากขึ้นตาม อาจกล่าวได้ว่าในสภาวะดังกล่าวโครงสร้างขาดเสถียรภาพและแสดงพฤติกรรมการโก่งเดาะ ดังนั้นจะเห็นว่าผลการวิเคราะห์โดยโปรแกรม NGFA สอดคล้องกับเงื่อนไขของการโก่งเดาะเป็นอย่างดี

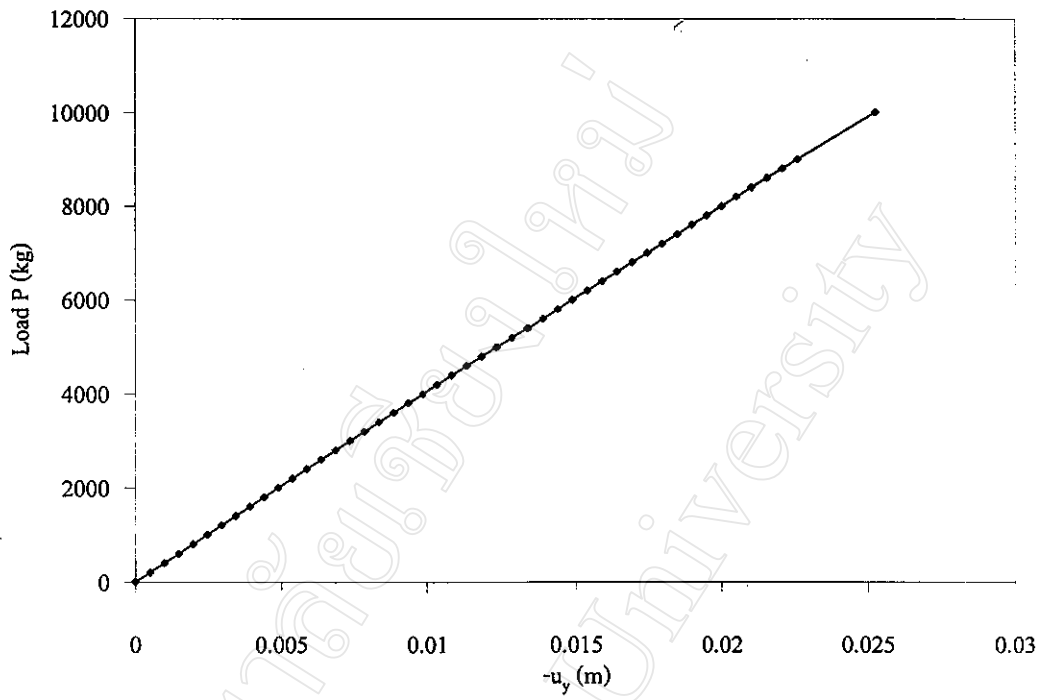
ตัวอย่างที่ 6 คานยื่น 3 มิติ รับแรง P กระทำที่ปลายในแนวแกนหลัก หรือทิศ y ดังรูปที่ 5.24 โดยคานค้ำกล่าวมีคุณสมบัติหน้าตัดเช่นเดียวกับเสาในตัวอย่างที่ 5



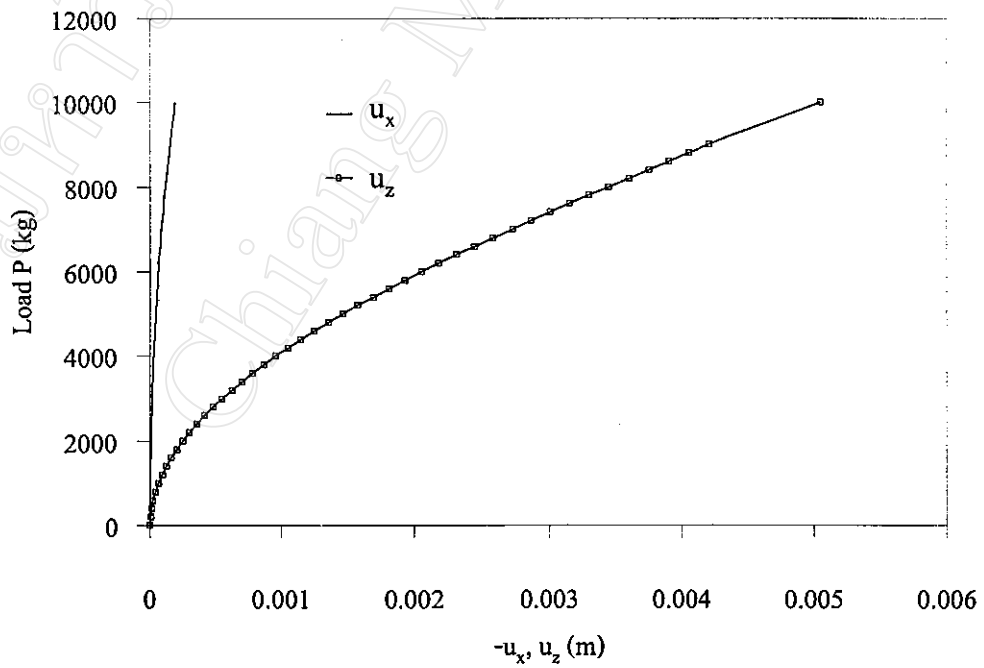
รูปที่ 5.24 โครงสร้างและการแบ่งชิ้นส่วนย่อยในตัวอย่างที่ 6

โครงสร้างนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมการโก่งเดาะแบบเซข้าง (Lateral Buckling) ของโครงสร้างคานยื่นแบบ 3 มิติภายใต้แรงกระทำ P ดังรูปที่ 5.24 โดยเพิ่มแรงกระทำขนาดเล็กเท่ากับ $0.05PL$ ในทิศแกน x เพื่อให้โครงสร้างเกิดการบิดตัวรอบแกน x เล็กน้อย ซึ่งจะเป็จุดเริ่มต้นที่โครงสร้างจะเกิดการโก่งเดาะแบบเซข้าง

จากการวิเคราะห์โดยโปรแกรม NGFA เมื่อเปรียบเทียบค่าแรง P ที่เพิ่มขึ้นกับการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในแต่ละแกนที่ปลายของคาน จะได้กราฟความสัมพันธ์ดังรูปที่ 5.25 และรูปที่ 5.26

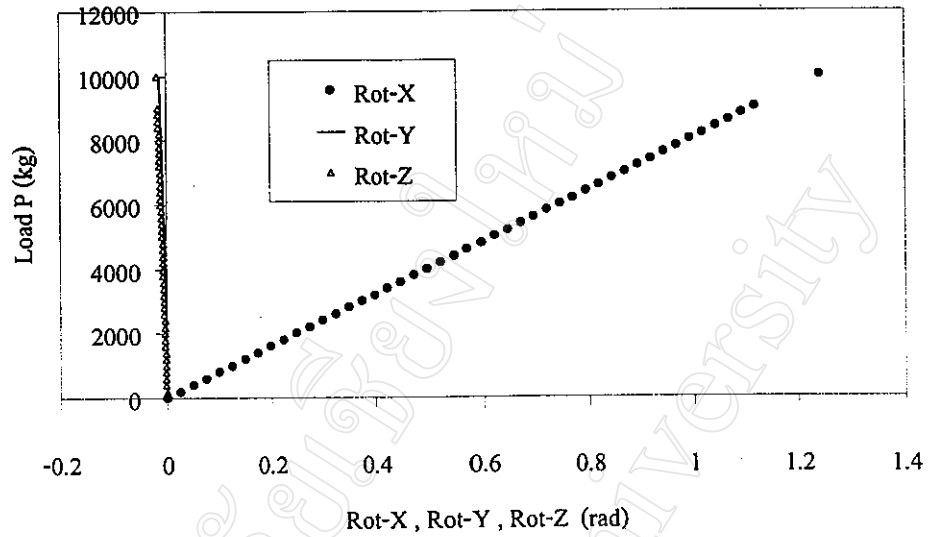


รูปที่ 5.25 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรง P กับการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง
ที่ปลายคานตามแนวแกน y ของตัวอย่างที่ 6



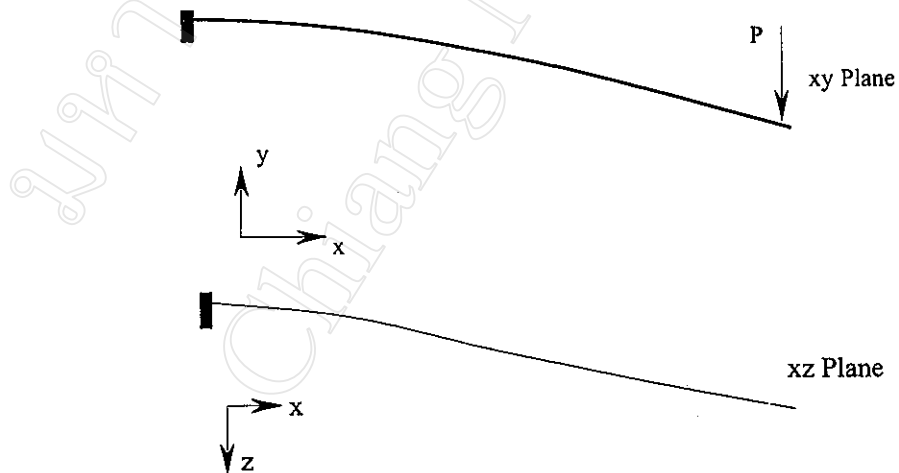
รูปที่ 5.26 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรง P กับการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง
ที่ปลายคานตามแนวแกน x และแกน z ของตัวอย่างที่ 6

ความสัมพันธ์ของแรง P กับการหมุน Rot-X, Rot-Y, Rot-Z ที่ปลายคานเป็นดังรูปที่ 5.27



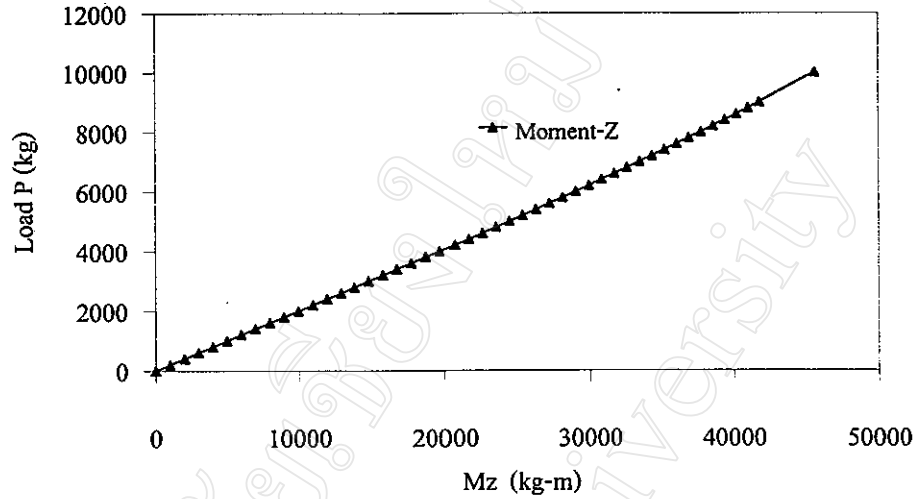
รูปที่ 5.27 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรง P กับการหมุนรอบแกน x y และ z ที่ปลายคาน ของตัวอย่างที่ 6

การเปลี่ยนแปลงรูปทรงของ โครงสร้างภายใต้แรงกระทำสุดท้ายเป็นดังนี้

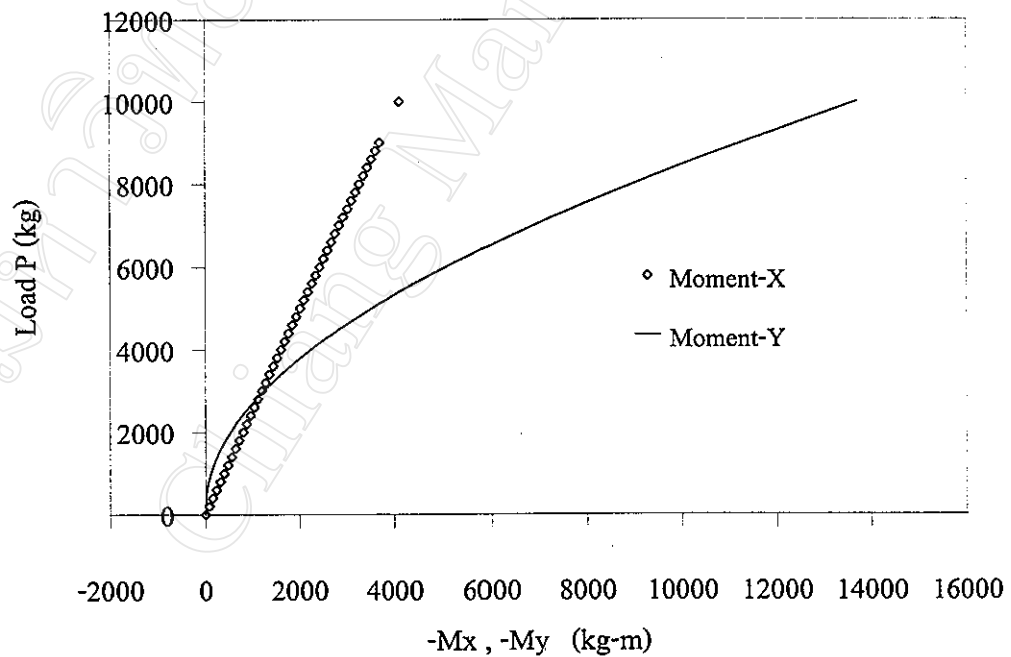


รูปที่ 5.28 การเปลี่ยนแปลงรูปทรงของ โครงสร้างตัวอย่างที่ 6 ในระนาบ xy และ ระนาบ xz ณ แรงกระทำ P สุดท้าย

ความสัมพันธ์ของแรง P กับแรงดัดที่จุดรองรับเป็นดังรูปที่ 5.29 และ รูปที่ 5.30



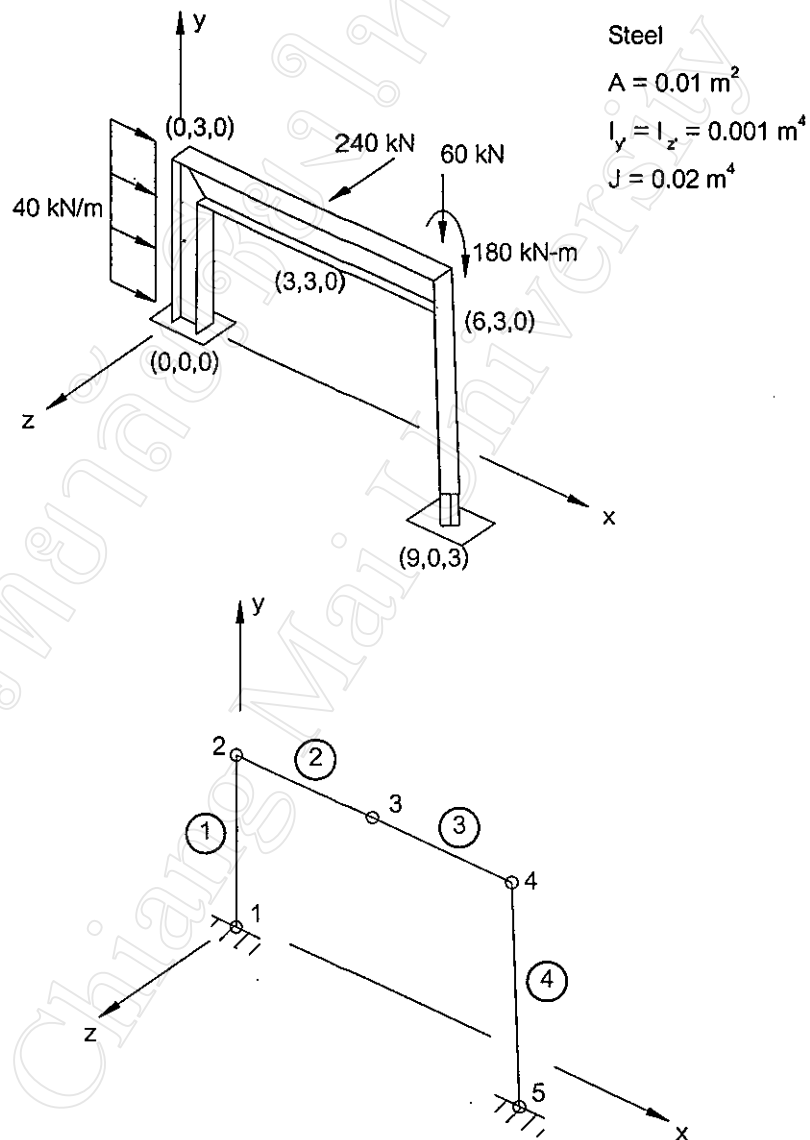
รูปที่ 5.29 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรง P กับค่าแรงดัดที่จุดรองรับรอบแกน z ของตัวอย่างที่ 6



รูปที่ 5.30 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรง P กับค่าแรงดัดที่จุดรองรับรอบแกน x และ y ของตัวอย่างที่ 6

จากผลการวิเคราะห์ที่ได้ แสดงให้เห็นว่าโครงสร้างดังกล่าวเกิดแรงดัดขึ้นในแนวแกน y ดังแสดงในรูปที่ 5.30 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าแรงดัดรอบแกน y มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ขณะที่แรงดัดรอบแกน z ในรูปที่ 5.29 ถึงแม้จะมีขนาดใหญ่ แต่เนื่องจากเป็นแรงดัดที่เกิดเนื่องจากแรงกระทำ P โดยตรง อีกทั้งไม่มีแนวโน้มของการเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว และเมื่อพิจารณาการหมุนของปลายคาน ดังรูปที่ 5.27 จะเห็นว่าแนวโน้มการเพิ่มขึ้นของมุมที่ปลายรอบแกน x จะเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง แสดงว่าโครงสร้างมีการเปลี่ยนแปลงรูปทรงโดยการบิดรอบแกน x และเมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่ปลายคานในรูปที่ 5.26 จะเห็นว่า การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่ปลายของโครงสร้างในแนวแกน z มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว โดยตรวจสอบจากการเสียรูปของโครงสร้างดังแสดงในรูปที่ 5.28 จะพบว่า รูปทรงของโครงสร้างในระนาบ xz เกิดการบิดงออย่างชัดเจน

ตัวอย่างที่ 7 โครงข้อแข็ง 3 มิติ ภายใต้แรงกระทำแบบต่างๆ ดังรูปที่ 5.31 เป็นตัวอย่างที่ทำการวิเคราะห์ เพื่อหาแรงดัดสูงสุดในโครงสร้าง โดยใช้โปรแกรม FRAME3D ซึ่งเป็นโปรแกรมวิเคราะห์โครงข้อแข็งแบบเชิงเส้นพัฒนาโดย Chandrupatla (1997)



รูปที่ 5.31 โครงสร้างและการแบ่งชิ้นส่วนย่อยของตัวอย่างที่ 7

ผลการวิเคราะห์โดยโปรแกรม FRAME3D ได้ค่า $\text{Max. } M_y = 3.680 \times 10^5 \text{ N-m}$ เกิดในชิ้นส่วนย่อยหมายเลข 1 ณ โหนดหมายเลข 1 และ $\text{Max. } M_z = -1.413 \times 10^5 \text{ N-m}$ เกิดในชิ้นส่วนย่อยหมายเลข 3 ณ โหนดหมายเลข 4

ผลการวิเคราะห์ค่าแรงภายในชิ้นส่วนย่อยด้วยโปรแกรม NGFA

ก. โดยวิธีการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น

MEMBER END FORCES

MEMBER	NODE	AXIAL	SHEAR-Y	SHEAR-Z	TORSION	MOM-Y	MOM-Z
1	1	-2.629E+04	4.170E+04	-1.320E+05	9.526E+04	3.680E+05	-7.131E+04
	2	2.629E+04	7.830E+04	1.320E+05	-9.526E+04	2.800E+04	1.641E+04
2	2	7.830E+04	-2.629E+04	-1.320E+05	2.800E+04	9.526E+04	-1.641E+04
	3	-7.830E+04	2.629E+04	1.320E+05	-2.800E+04	3.007E+05	-6.247E+04
3	3	7.830E+04	-2.629E+04	1.080E+05	2.800E+04	-3.007E+05	6.247E+04
	4	-7.830E+04	2.629E+04	-1.080E+05	-2.800E+04	-2.328E+04	-1.413E+05
4	4	1.574E+05	-5.600E+03	-2.100E+04	-1.959E+04	-1.465E+04	4.713E+04
	5	-1.574E+05	5.600E+03	2.100E+04	1.959E+04	1.238E+05	-7.623E+04

ข. โดยวิธีการวิเคราะห์แบบไม่เป็นเชิงเส้นทางเรขาคณิต

MEMBER END FORCES

MEMBER	NODE	AXIAL	SHEAR-Y	SHEAR-Z	TORSION	MOM-Y	MOM-Z
1	1	-2.661E+04	4.173E+04	-1.322E+05	9.563E+04	3.689E+05	-7.173E+04
	2	2.661E+04	7.845E+04	1.322E+05	-9.563E+04	2.786E+04	1.691E+04
2	2	7.807E+04	-2.675E+04	-1.323E+05	2.781E+04	9.566E+04	-1.703E+04
	3	-7.807E+04	2.675E+04	1.324E+05	-2.781E+04	3.014E+05	-6.318E+04
3	3	7.817E+04	-2.629E+04	1.082E+05	2.792E+04	-3.015E+05	6.278E+04
	4	-7.817E+04	2.629E+04	-1.082E+05	-2.792E+04	-2.305E+04	-1.415E+05
4	4	1.575E+05	-5.618E+03	-2.122E+04	-1.940E+04	-1.436E+04	4.733E+04
	5	-1.575E+05	5.618E+03	2.123E+04	1.940E+04	1.247E+05	-7.654E+04

ผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม NGFA โดยวิธีการวิเคราะห์เชิงเส้น ได้ค่า $Max. M_y = 3.680 \times 10^5$ N-m เกิดในชิ้นส่วนย่อยหมายเลข 1 ณ โหนดหมายเลข 1 และ $Max. M_z = -1.413 \times 10^5$ N-m เกิดในชิ้นส่วนย่อยหมายเลข 3 ณ โหนดหมายเลข 4 และเมื่อวิเคราะห์โดยวิธีการวิเคราะห์แบบไม่เป็นเชิงเส้นทางเรขาคณิต ได้ค่า $Max. M_y = 3.689 \times 10^5$ N-m เกิดในชิ้นส่วนย่อยหมายเลข 1 ณ โหนดหมายเลข 1 และ $Max. M_z = -1.415 \times 10^5$ N-m เกิดในชิ้นส่วนย่อยหมายเลข 3 ณ โหนดหมายเลข 4

เมื่อเปรียบเทียบผลจากการวิเคราะห์โดยโปรแกรม FRAME3D กับโปรแกรม NGFA โดยวิธีการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น จะเห็นว่าได้ค่าแรงคดสูงสุดเท่ากันทุกประการ ซึ่งยืนยันได้ถึงความน่าเชื่อถือในส่วนของผลการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นของโปรแกรม NGFA และเมื่อเปรียบเทียบผลของการวิเคราะห์แบบไม่เป็นเชิงเส้นทางเรขาคณิตกับการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นนั้น จะเห็นว่าผลต่างของค่าแรงคดสูงสุดทางด้านบวกเพิ่มขึ้นประมาณ 0.24 % และผลต่างของค่าแรงคดสูงสุดทางด้านลบเพิ่มขึ้นประมาณ 0.14 %