บทที่ 2
หลักการและทฤษฎี

2.1 หลักการและทฤษฎีของเทอร์โมไซฟอน

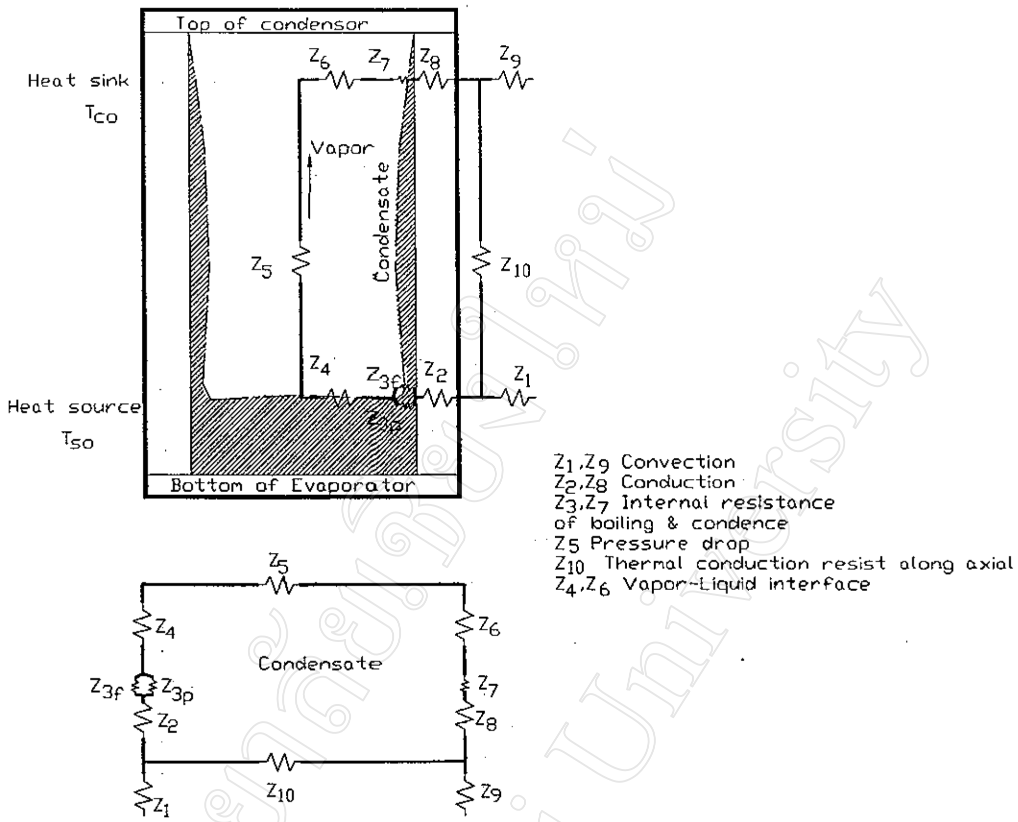
หลักการทำงานของเทอร์โมไซฟอนคือ ความร้อนจากส่วนทำระเหยจะทำให้สารทำงานซึ่งมีสภาวะเป็นของเหลวอิ่มตัวเปลี่ยนสถานะกลายเป็นไอ และลอยขึ้นสู่ด้านบนไปยังส่วนควบแน่นซึ่งมีอุณหภูมิต่ำกว่า หลังจากนั้นจะเกิดการควบแน่นกลายเป็นของเหลวและไหลกลับสู่ส่วนทำระเหยด้วยแรงโน้มถ่วงของโลก เนื่องจากความร้อนแฝงของการกลายเป็นไอของสารทำงานมีค่าสูงมาก ดังนั้นสารทำงานจึงสามารถถ่ายเทความร้อนจากปลายด้านหนึ่งไปสู่ปลายอีกด้านหนึ่งได้ โดยที่อุณหภูมิระหว่างส่วนทำระเหยและส่วนควบแน่นแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

ความสามารถในการถ่ายเทความร้อนของท่อเทอร์โมไซฟอนนั้น ขึ้นอยู่กับหลายปัจจัยด้วยกัน เช่น ขนาดของท่อ วัสดุที่ใช้ทำท่อ ลักษณะการติดตั้งท่อ ชนิดของสารทำงาน อุณหภูมิของแหล่งความร้อนและแหล่งความเย็น เป็นต้น ซึ่งถ้ากล่าวถึงปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้แล้ว ก็จะมีตัวแปรต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยเหล่านี้ ซึ่งมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งในขั้นตอนการคำนวณเกี่ยวกับ ลักษณะการถ่ายเทความร้อนของเทอร์โมไซฟอน ตัวแปรต่าง ๆ นั้น ได้แก่ อัตราส่วนสนทัด คือ สัดส่วนความยาวของส่วนทำระเหยต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ อัตราส่วนการเติม คือ ปริมาณสารทำงานที่เติม พิจารณาจากปริมาตรของสารทำงานที่เติมในท่อเทียบกับปริมาตรของส่วนทำระเหย สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน คือ ตัวเลขที่บอกถึงค่าความสามารถในการถ่ายเทความร้อน ต่อหน่วยพื้นที่ ในช่วงอุณหภูมิแตกต่างกันหนึ่งค่า ตัวเลขของบอนด์ (Bond number) คือ ตัวเลขที่บอกถึงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อความร้อนที่มีผลต่อการถ่ายเทความร้อน เป็นต้น

ดังนั้นเมื่อเทอร์โมไซฟอนทำงานโดยการที่สารทำงานรับความร้อนจากส่วนทำระเหยแล้วกลายเป็นไอไปถ่ายเทความร้อนออกที่ส่วนควบแน่น เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าการถ่ายเทความร้อนจริง (Q) ค่าความต้านทานความร้อนรวม (Z) และผลต่างระหว่างอุณหภูมิแหล่งความร้อนกับแหล่งรับความร้อน(ΔT) จากสมการ ที่ (2.1)

$$Q = \frac{\Delta T}{Z} \tag{2.1}$$

โดยที่ ค่าความร้อนที่สามารถถ่ายเทได้สามารถหาได้จากการหาค่าความต้านทานรวมทั้งหมด (Z) ที่เกิดในระบบโดยพิจารณาจากรูป 2.1



รูป 2.1 ความต้านทานในส่วนต่าง ๆ ที่เกิดในท่อความร้อน (ESDU1038)

เมื่อ Z_1, Z_9 **คือ ความต้านทานที่เกิดจากการพาความร้อนโดยรอบผนังภายนอกท่อ ซึ่งหาได้จากสมการ**

$$Z_1 = \frac{1}{h_{co} A_{eo}} \tag{2.2}$$

$$Z_9 = \frac{1}{h_{co} A_{co}} \tag{2.3}$$

Z_2, Z_8 **คือ ค่าความต้านทานความร้อนที่เกิดจากการนำความร้อนผ่านผนังท่อความร้อน ซึ่งหาได้จากสมการ**

$$Z_2 = \frac{\ln(D_o / D_i)}{2\pi L_e k_x} \tag{2.4}$$

$$Z_8 = \frac{\ln(D_o / D_i)}{2\pi L_c k_x} \tag{2.5}$$

Z_3, Z_7 คือ ความต้านทานภายในเนื่องจากของเหลวที่เป็นสารทำงานภายในท่อความร้อน โดยแยกเป็น

Z_{3p} คือ ความต้านทานของของเหลวที่เกิดจากแอ่งของเหลวหาได้จากสมการ

$$Z_{3p} = \frac{1}{\phi_3 g^{0.2} Q^{0.4} (\pi D_i Le)^{0.6}} \tag{2.6}$$

Z_{3f} คือ ความต้านทานของของเหลวที่เกิดจากฟิล์มของเหลวที่แอ่งของเหลวในส่วนทำระเหยหาได้จากสมการ

$$Z_{3f} = \frac{CQ^{1/3}}{D_i^{4/3} g^{1/3} L_e \Phi_2^{4/3}} \tag{2.7}$$

เมื่อ

$$\Phi_2 = \left(\frac{Lk_1^3 \rho_1^2}{\mu_1}\right)^{1/4} \tag{2.8}$$

และเงื่อนไขในการใช้ค่า Z_{3p} และ Z_{3f} เพื่อใช้เป็นค่า Z_3 คือ

ถ้า $Z_{3p} > Z_{3f}$ แล้ว

$$Z_3 = Z_{3p} \tag{2.9}$$

ถ้า $Z_{3p} < Z_{3f}$ แล้ว

$$Z_3 = Z_{3p}F + Z_{3f}(1-F) \tag{2.10}$$

เมื่อ F คือ อัตราการเติมสารทำงานโดย

$$F = \frac{V_l}{AL_e} \tag{2.11}$$

Z_7 คือ ความต้านทานของของเหลวที่เกิดจากฟิล์มของเหลวที่ไหลกลับในส่วนควบแน่นหาได้จากสมการ

$$Z_7 = \frac{CQ^{1/3}}{D_i^{4/3} g^{1/3} L_c \Phi_2^{4/3}} \tag{2.12}$$

Z_4, Z_6 คือ ความต้านทานที่เกิดจากการเปลี่ยนสถานะของสารทำงาน ในส่วนทำระเหยและในส่วนคายความร้อน

Z_5 คือ ค่าความต้านทานซึ่งเกิดจากความดันที่ลดลงในส่วนควบแน่น
ซึ่งค่า Z_4, Z_5 และ Z_6 โดยปกติจะมีค่าน้อยมาก และไม่นำมาคิดในการคำนวณ

Z_{10} คือ ค่าการนำความร้อนของท่อความร้อนตามแนวความยาวท่อ (Axial) ซึ่งในเงื่อนไขข้อกำหนดที่จะทำการคำนวณในครั้งนี้จะไม่คิดค่าดังกล่าว
ซึ่งจากเงื่อนไขที่กำหนด จะได้

$$Z = Z_1+Z_2+Z_3+Z_7+Z_8+Z_9 \tag{2.13}$$

หลังจากได้ค่าความต้านทานของการถ่ายเทความร้อนแล้ว สามารถหาค่าความร้อนที่ท่อความร้อนสามารถถ่ายเทได้โดย ตามสมการ (2.1)

$$Q = \frac{\Delta T}{Z}$$

เมื่อ ΔT คือ ค่าความแตกต่างของอุณหภูมิระหว่างแหล่งให้ความร้อนกับแหล่งความรับความร้อน หาได้จากสมการ

$$\Delta T = T_{so} - T_{si} - \Delta T_h \tag{2.14}$$

$$\Delta T_h = \frac{(T_p - T_v) \times F}{2} \tag{2.15}$$

$$T_p = T_v + \left(L_e F \times \frac{dT_s}{dH} \right) \tag{2.16}$$

$$T_v = T_{si} + \frac{(Z_7 + Z_8 + Z_9)}{Z} (T_{so} - T_{si}) \tag{2.17}$$

$$\frac{dT_s}{dH}=\frac{T_s g}{L}\left[\frac{\rho_l}{\rho_v}-1\right] \tag{2.18}$$

หลังจากคำนวณค่า Q เริ่มต้นแล้วต้องทำการย้อนการคำนวณด้วยวิธีลองผิดลองถูก (Trial & Error) จนกว่าค่าคำตอบที่ได้ออกมาจะเป็นค่าที่เป็นจริง (Exact) จึงใช้ค่า Q จากการคำนวณนั้นมาใช้เปรียบเทียบกับผลการทดสอบ

2.2 แบบจำลองการทำนายการกระจายอุณหภูมิที่ผิวภายในท่อเทอร์โมไซฟอน

Shiraishi et al., (1982) ได้ทำการศึกษาคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนของเทอร์โมไซฟอนสองสถานะแบบปิด โดยใช้ข้อมูลจากผลการทดสอบควบคู่กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในลักษณะ เอ็มพิริคอล เพื่อศึกษาความสามารถของท่อเทอร์โมไซฟอนที่ใช้น้ำ เอทธานอล และ R113 เป็นสารทำงาน และสร้างแบบจำลองของการทำนายการกระจายอุณหภูมิที่ผิวภายในท่อเทอร์โมไซฟอนโดย แยกพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนในเทอร์โมไซฟอนเป็น 3 ส่วน คือ ส่วนควบแน่น ส่วนที่เป็นแอ่งของเหลว และส่วนที่อยู่เหนือแอ่งของเหลว โดยที่ส่วนควบแน่นนั้น ใช้ทฤษฎีการควบแน่นที่ผนังส่วนควบแน่นของ Nusselt มาเป็นแบบจำลองดังแสดงในสมการที่ (2.19)

$$\tilde{h}_c\frac{(v^2/g)^{1/3}}{k}=(4/3)^{4/3}R_{ec}^{-1/3} \tag{2.19}$$

และนำสมการนี้มาวิเคราะห์ผลร่วมกับผลจากการทดสอบ ซึ่งทั้งสองวิธีมีผลที่สอดคล้องกันเป็นอย่างดี จากนั้นหาสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนที่บริเวณแอ่งของเหลวในระบบปิดซึ่งมีลักษณะคล้ายกับระบบเปิดตามสมการที่ (2.20)

$$h_p(\text{close})\propto h_p(\text{open})\left(\frac{P}{P_a}\right)^n \tag{2.20}$$

เมื่อเปรียบเทียบกับระบบเปิดแล้วได้ค่าคงที่จากผลของการทดสอบดังในสมการที่ (2.23)

$$h_p(\text{close})=0.32\frac{\rho^{0.65}k^{0.3}C_p^{\,0.7}g^{0.2}}{\rho_v^{0.25}\lambda^{0.4}\mu^{0.1}}\left(\frac{P}{P_a}\right)^{0.23}q_e^{\,0.4} \tag{2.21}$$

ที่บริเวณฟิล์มเหนือแอ่งของเหลวนั้น Shiraishi et al., (1982) ได้ทำการเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนโดยใช้ทฤษฎีของ Nusselt มาเป็นพื้นฐานของแบบจำลองดังสมการที่ (2.22)

$$\tilde{h}_f \frac{\left(v^2/g\right)^{1/3}}{k} = (4/3)^{4/3} R_e^{-1/3} = h_f^* \ , \quad q_e < q_e^* \tag{2.22}$$

$$h_p = h_f \ , \qquad q_e \geq q_e^* \tag{2.23}$$

และใช้สมการจากแบบจำลองร่วมกับข้อมูลการทดสอบ เพื่อทำนายค่าการกระจายอุณหภูมิที่ผิวภายในท่อเทอร์โมไซฟอนโดยอาศัยความสัมพันธ์ดังแสดงในสมการที่ (2.24) และ (2.25)

$$T = f_s(P) \tag{2.24}$$

$$P(x) = P_v + \rho g(L_p - x) \tag{2.25}$$

ซึ่งเมื่อทราบอุณหภูมิไอ การกระจายอุณหภูมิภายในสามารถหาได้ดังสมการที่ (2.26) และ (2.27)

$$T_i(x) = f_s(P(x)) \ , \qquad 0 < x < L_p \tag{2.26}$$

$$T_i(x) = f_s(P_v) = T_v \ , \qquad L_p < x \tag{2.27}$$

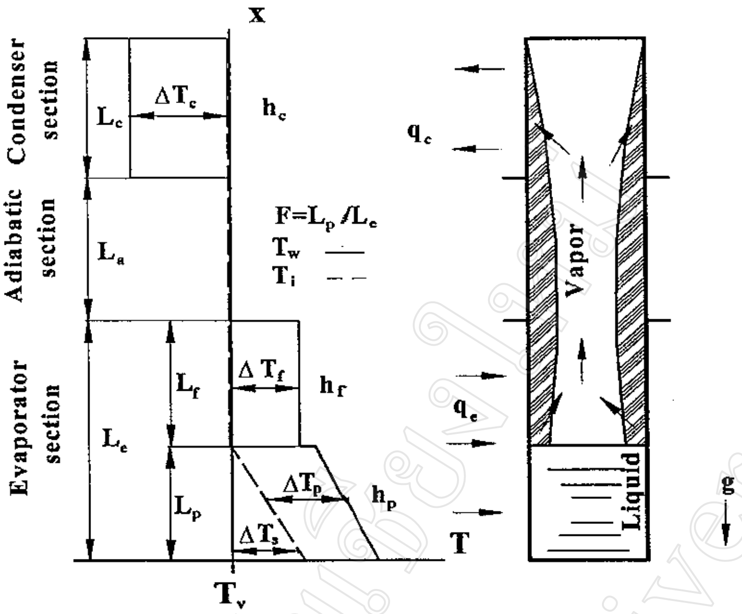
และเมื่อทราบค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนที่ส่วนต่าง ๆ จากผลการทดสอบแล้ว การกระจายอุณหภูมิที่ผนังภายในดังแสดงในรูป 2.2 สามารถหาได้ดังสมการที่ (2.28) ถึง (2.31)

$$T_w(x) = T_i(x) + q_e/h_p \ , \qquad 0 < x < L_p \tag{2.28}$$

$$T_w(x) = T_i(x) + q_e/h_f \ , \qquad L_p < x < L_e \tag{2.29}$$

$$T_w(x) = T_i(x) \ , \qquad L_e < x < L_e + L_a \tag{2.30}$$

$$T_w(x) = T_i(x) - q_c/h_c, \qquad L_e + L_a < x \tag{2.31}$$



รูป 2.2 แสดงแบบจำลองที่ใช้ทำนายการกระจายอุณหภูมิที่ผิวภายใน

(Shiraishi et al., (1982))

2.3 หลักการและทฤษฎีของท่อความร้อนแบบหมุน

2.3.1 คุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนของท่อความร้อนแบบหมุน

หากพิจารณาแล้วอาจกล่าวได้ว่าแรงเนื่องจากความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางสามารถมาแทนที่แรงเนื่องจากความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางของโลกของเทอร์โมไซฟอนแบบธรรมดา โดยที่อนุมานเอาว่าความสัมพันธ์ในการถ่ายเทความร้อนและมวลในสนามของการหมุนนั้นอาจจะหาได้จากการแทนค่าแต่ก็เป็นการประมาณค่าอย่างคร่าว ๆ เท่านั้น ซึ่งในความเป็นจริงแล้วปรากฏการณ์การไหลภายในแรงเนื่องจากความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางอาจทำให้การไหลแบบราบเรียบหรือซับซ้อนเกิดการแปรเปลี่ยนและไม่เสถียร ดังนั้น Greenspan 1969 ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของท่อความร้อนแบบหมุนที่มีการไหลภายในแบบสถานะเดี่ยว โดยสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อทำนายหาสมรรถนะทางความร้อนของท่อความร้อนแบบหมุน โดยใช้ระบบพิกัดแบบหยุดนิ่งอยู่กับที่หรือว่าเป็นลักษณะการหมุนก็ได้ เพื่อจะเปรียบเทียบกับท่อความร้อนที่อยู่กับที่หรือเทอร์โมไซฟอนกับท่อความร้อนแบบหมุนซึ่งอนุมานว่ามีความเร็วการหมุนที่คงที่ และพิจารณาการวิเคราะห์การไหลและการถ่ายเทความร้อนในระบบพิกัดที่หมุนด้วยความเร็ว ω โดยพิจารณาจากสมการ

$$V_{in} = V + \omega \times R \tag{2.32}$$

โดยที่ V_{in} เป็นความเร็วในระบบพิกัดที่หยุดนิ่ง สมการหลักในการไหลแบบราบเรียบของของไหลที่ไม่ยุบตัวจะสามารถคำนวณจาก

1.สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation)

$$\nabla . V = 0 \tag{2.33}$$

2.สมการการเคลื่อนที่ (Momentum Equation)

$$\rho\left(\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{1}{2}\nabla(V.V)+(\nabla x\ V)xV+2\omega xV+\omega x\ (\omega\ xR)\right) = -\nabla P+\rho g-\mu\left[\nabla x(\nabla xV)\right] \tag{2.34}$$

3. สมการพลังงาน (Energy Equation)

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+(V.\nabla)\theta = \kappa\nabla^2\theta \tag{2.35}$$

โดยที่ $\theta = T - T^{o}$ และ T^{o} เป็นอุณหภูมิอ้างอิง

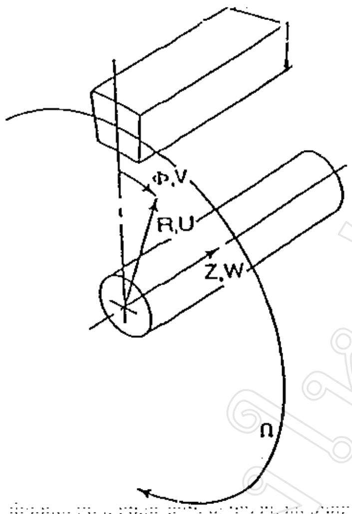
ดังที่ได้กล่าวข้างต้นถึงขนาดของความสัมพันธ์ของความเร่งตามแรงโน้มถ่วงและแรงเหวี่ยงนั้นเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับพฤติกรรมใด ๆ ซึ่งจะต้องพิจารณาสองพจน์แรกก็คือ

$$G = g - \omega\ x\ (\omega\ x\ R) \tag{2.36}$$

จะสังเกตเห็นว่าสมการของการเคลื่อนที่นี้สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปของ G ได้ดังนี้

$$\rho\left(\frac{\partial V}{\partial t}+(V.\nabla)+V+2\omega\ x\ V\right) = -\nabla P+\rho(1-\beta\theta)G+\mu\nabla^2 V \tag{2.37}$$

จะเห็นได้ว่าเป็นรูปแบบของแบบที่ไม่ยุบตัวของสมการแบบต่อเนื่อง (2.33) และสังเกตเห็นว่าความเร่งของ Coriolis คือ $2\omega xV$ นั้นไม่อยู่ในรูปที่เหมาะสมสำหรับระบบพิกัดคงที่



รูปที่ 2.3 แสดงพิกัดการหมุนและองค์ประกอบความเร็วในระบบที่หมุนรอบแกนด้วยความเร็ว ω (Lock,1992)

ในพิกัดแบบทรงกระบอกซึ่งหมุนด้วยความเร็วคงที่รอบแกน Z ดังแสดงในรูป 2.3 จะสามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ได้ใหม่ดังนี้

สมการการเคลื่อนที่ตามแนวแกน

$$\frac{\partial W}{\partial t}+U\frac{\partial W}{\partial R}+\frac{V}{R}\frac{\partial W}{\partial \phi}+W\frac{\partial W}{\partial Z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P'}{\partial Z}-\beta\theta G_z+\nu\left(\frac{\partial^2 W}{\partial R^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial W}{\partial R}+\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \phi^2}\right) \quad (2.38)$$

สมการการเคลื่อนที่ตามแนวรัศมี

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial R}+\frac{V}{R}\frac{\partial U}{\partial \phi}+W\frac{\partial U}{\partial Z}-2\omega V=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P'}{\partial Z}-\beta\theta G_R+\nu\left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial U}{\partial R}+\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2}\right) \quad (2.39)$$

สมการการเคลื่อนที่ตามแนว Azimuthal

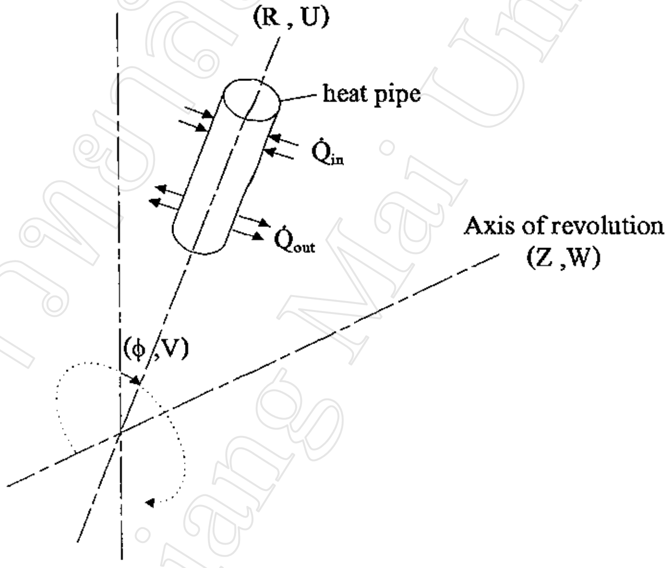
$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial R}+\frac{V}{R}\frac{\partial U}{\partial \phi}+W\frac{\partial U}{\partial Z}-2\omega V=-\frac{1}{\rho R}\frac{\partial P'}{\partial \phi}-\beta\theta G_\phi+\nu\left(\frac{\partial^2 V}{\partial R^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial V}{\partial R}+\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}\right) \quad (2.40)$$

ในสมการจะมีเทอมของ $P' = P - P^\circ$ เป็นความแตกต่างที่คิดจากความดัน Hydrostatic P° ซึ่งคำนวณได้จาก $\nabla P^\circ = \rho^\circ G$ จะเห็นว่าเป็นรูปแบบที่สอดคล้องกับสมการความต่อเนื่องและสม

การพลังงานซึ่งอธิบายได้ถึงการพาความร้อนในท่อหมุนเมื่อมีการวัดระยะทางและความเร็วเปรียบเทียบกับผนังท่อ

2.3.2 คุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนของท่อความร้อนแบบหมุนตามแนวรัศมี (RRHP)

เมื่อพิจราณาท่อความร้อนแบบหมุนตามแนวรัศมีอย่างง่ายแสดงดังรูป 2.4 จากรูปสามารถแบ่งท่อความร้อนออกเป็นสองส่วนหลัก ๆ คือส่วนทำระเหยและส่วนควบแน่น โดยที่ส่วนทำระเหยจะเป็นส่วนที่อยู่ปลายนอกสุดของรัศมีการหมุนซึ่งมีสารทำงานที่เป็นของเหลวสะสมอยู่ ขณะทำงานส่วนทำระเหยรับความร้อนที่แหล่งให้ความร้อนทำให้สารทำงานระเหยกลายเป็นไอและไปควบแน่นที่ส่วนควบแน่นกลายเป็นของเหลวไหลกลับส่วนทำระเหยโดยอาศัยแรงเนื่องจากความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางเนื่องจากการหมุน



รูป 2.4 ท่อความร้อนแบบหมุนตามแนวรัศมี

ในส่วนนี้จะพิจารณาท่อความร้อนแบบหมุนตามแนวรัศมีอย่างง่าย ตามรูปที่ 2.4 โดยกำหนดว่าอิทธิพลของแรงเนื่องจากความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางเฉพาะแกน R เท่านั้นคือ

$$G_z = 0, \quad G_R = R\omega^2, \quad G_\phi = 0 \tag{2.41}$$

ดังนั้นในเทอมของแรงลอยตัวของความร้อน (Thermal buoyancy) $\beta\theta G$ สามารถจัดรูปใหม่ได้ว่า $(\Delta\rho/\rho)G$ ดังนั้นเมื่อแทนค่าลงในสมการหลักจะได้ว่า

สมการการเคลื่อนที่ตามแนวรัศมี (Radial momentum)

$$U\frac{\partial U}{\partial R}-\frac{V}{R}\frac{\partial U}{\partial \phi}-2\omega V = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P'}{\partial R}-R\omega^2\frac{\Delta\rho}{\rho}+\nu\left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial U}{\partial R}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2}\right) \tag{2.42}$$

สมการการเคลื่อนที่ตามแนวตั้งฉากกับแนวรัศมี (Tangential momentum)

$$U\frac{\partial V}{\partial \phi}-\frac{V}{R}\frac{\partial V}{\partial \phi}-2\omega U = -\frac{1}{\rho R}\frac{\partial P'}{\partial \phi}+\nu\left(\frac{\partial^2 V}{\partial R^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial V}{\partial R}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}\right) \tag{2.43}$$

ดังนั้นหากพิจารณาในพิกัด (R, U) และ (X, U) กับ (ϕ, V) และ (Y, V) ซึ่งจะสามารถเขียนในรูปแบบของสมการหลักได้ดังนี้ คือ

สมการความต่อเนื่อง

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \tag{2.44}$$

สมการการเคลื่อนที่ตามแนวรัศมี

$$U\frac{\partial U}{\partial X}-V\frac{\partial U}{\partial Y}-2\omega V = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P'}{\partial X}-R\omega^2\frac{\Delta\rho}{\rho}+\nu\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \tag{2.45}$$

สมการการเคลื่อนที่ตามแนวตั้งฉากกับแนวรัศมี

$$U\frac{\partial V}{\partial X}-V\frac{\partial V}{\partial Y}-2\omega U = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P'}{\partial Y}+\nu\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) \tag{2.46}$$

สมการพลังงาน

$$U\frac{\partial \theta}{\partial X}+V\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \kappa\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right) \tag{2.47}$$

โดยที่ $\kappa = \dfrac{\lambda}{\rho C_p}$ การแพร่กระจายทางความร้อน (Thermal diffusivity)

จากการกำหนดพิกัดแบบ Polar จะได้ว่าเป็นสัดส่วนกับพิกัดแบบ tangential $Y = \phi R$ โดยมีเงื่อนไขขอบเขตคือ $0 < Y < D$ ดังนั้นที่ $Y = 0$ คือการพิจารณาที่ผนังท่อด้านในไม่มีของไหล (trailing face) และในกรณีที่ $Y = D$ นั้นคือการพิจารณาว่าผนังท่อด้านในมีฟิล์มของเหลวเกาะติดอยู่ปริมาณมาก (leading face) ซึ่งจะสามารถประมาณค่าการถ่ายเทความร้อนในรูปของ Nusselt (Nu)ดังนี้

$$Nu_l \text{ or } Nu_D = f\left(Ar, Ja, Pr, Ek, \frac{\omega^2 R}{g}, \frac{L}{D}\right) \tag{2.48}$$

โดยที่ $Nu_l = qL/\theta\lambda$, $Nu_D = qD/\theta\lambda$ คือ ค่าอัตราส่วนของความร้อนทั้งหมดที่เข้าต่อการนำความร้อนที่ออก $\omega^2 R/g$ คือ เป็นอัตราส่วนความเร่งที่เกิดจากการหมุนต่อความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก $Ar_L = R\omega^2 L^3 \Delta\rho/\rho V^2$, $Ar_D = R\omega^2 D^3 \Delta\rho/\rho V^2$ คือ อัตราส่วนของแรงลอยตัวต่อแรงเนื่องจากความหนืด $Ja = C_p \theta/h_{fg}$ คือ อัตราส่วนความร้อนสัมผัสต่อความร้อนแฝง $Pr = C_p\mu/\lambda$ คือ อัตราส่วนการการกระจายตัวของโมเมนต์ตัมต่อการกระจายตัวของความร้อน $Ek_L = \nu/\omega L^2$, $Ek_D = \nu/\omega D^2$ คือ เป็นตัวเลขของ Ekman ซึ่งเป็นอัตราส่วนของแรงเนื่องจากความหนืดและแรงเนื่องจากความเร่ง Coriolis $\frac{L}{D}$ คือ อัตราส่วนความยาวต่อความกว้างของท่อ

ถ้าหากว่าพิจารณาการไหลของเหลวที่ผนังท่อแล้วความเร่ง Coriolis จะมีผลสูงสุดในการเคลื่อนที่แบบสองสถานะ ถ้าหากเราให้ X, Y และ Z เป็นพิกัดการหมุนที่แสดงให้เห็นถึงทิศทางตามแนวรัศมี แนวสัมผัส และแนวแกน ตามลำดับแล้ว สมการการเคลื่อนที่ตามแนวรัศมีภายใต้สภาวะการไหลแบบราบเรียบจะใช้การสมดุลระหว่างแรงลอยตัว Buoyancy force และแรงเนื่องจากความหนืดเป็นหลักที่กระทำต่อแผ่นฟิล์มจะได้ว่า

$$U^c = O\left(\frac{\omega^2 R \Delta\rho \delta^2}{\mu}\right) \tag{2.49}$$

โดยที่ δ เป็นความหนาของแผ่นฟิล์มที่ไม่ทราบค่าในสมการการเคลื่อนที่ตามแนวสัมผัส แรงเนื่องจากความหนืดจะถูกทำให้สมดุลโดยแรง Coriolis อัตราส่วนความเร็วตามแนวสัมผัสจะหาได้จาก

$$V^c = O\left(\frac{2U^c\omega\delta^2}{\nu}\right) \tag{2.50}$$

การสมดุลความร้อนที่รอยต่อนั้นจะทำให้สามารถหาค่าอัตราส่วนตามแนวแกนได้ คือ

$$W^C = O\left(\frac{\dot{q}}{\rho\lambda}\right) \tag{2.51}$$

อัตราส่วนที่ไม่ทราบค่านั้นจะเป็นแบบค่าสัมพัทธ์จะหาได้จากสมการความต่อเนื่องซึ่งจะหาได้จาก

$$W^c = O\left(\frac{\delta U^c}{L}\right) + O\left(\frac{2\delta V^c}{\pi D}\right) \tag{2.52}$$

โดยที่ L และ D เป็นความยาวและเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อตามลำดับ ถ้าหากว่าเราอนุมานว่าพจน์ตามแนวรัศมีทางด้านขวามือของสมการ (2.49) มีค่ามากกว่าแล้วก็จะได้ว่า

$$\frac{\delta}{L} = O\left(\frac{\mu k\theta^c}{\omega^2 RL^3\lambda\rho\Delta\rho}\right)^{1/4} = O\left(\frac{Ja}{Ar_L P_r}\right)^{1/4} \tag{2.53}$$

จากสมการ(2.55) จะสามารถประมาณค่าคุณลักษณะทางความร้อนในรูปแบบ Nusselt (Nu) ได้ดังนี้

คุณลักษณะทางความร้อนตามแนวความยาวท่อ โดยประมาณ

$$Nu_L = \frac{\dot{q}L}{k\theta^c} = O\left(\frac{\omega^2 RL^3\lambda\rho\Delta\rho}{\mu k\theta^c}\right)^{1/4} \tag{2.54}$$

คุณลักษณะทางความร้อนตามแนวเส้นผ่านศูนย์กลางท่อโดยประมาณ

$$Nu_D = O\left(\frac{D}{L}\cdot\frac{Ar_D P_r}{Ja}\right)^{1/4} \tag{2.55}$$

ภายใต้สภาวะการณ์ต่อไปนี้ผลของแรง Coriolis ค่อนข้างน้อย อัตราส่วนความเร็วสัมพัทธ์จะหาได้จากสมการ

$$\frac{V^c}{U^c} = O\left(\frac{2\omega\delta^2}{\nu}\right) = O\left[\frac{2}{Ek_L}\left(\frac{Ja}{Ar_L P_r}\right)^{1/2}\right] \ll 1 \tag{2.56}$$

ลักษณะนี้แผ่นฟิล์มจะเคลื่อนที่ในทิศทางของรัศมีไปสู่ส่วนทำระเหย องค์ประกอบตามแนวสัมผัสค่อนข้างน้อยจะทำให้ของเหลวไหลเข้าไปสู่ผิวด้านหลังของท่อ ซึ่งคล้ายกับพฤติกรรมของท่อเทอร์โมไซฟอนที่เอียงเล็กน้อยจากแนวดิ่ง

ถ้าหากจะพิจารณาจากระบบภายใต้แรงโน้มถ่วงแล้ว จะสังเกตเห็นว่าเมื่อแรง Coriolis มีค่าค่อนข้างน้อย ๆ นั้น สมรรถนะของท่อความร้อนตามแนวรัศมีเพิ่มขึ้นเล็กน้อย ซึ่งภายใต้สภาวะดังกล่าวพบว่า

$$\frac{\delta}{D} = \left(\frac{Ek_D Ja}{Ar_D P_r}\right)^{1/6} \tag{2.57}$$

ซึ่งสามารถประมาณค่าการถ่ายเทความร้อนได้ดังนี้

$$Nu_D = O\left(\frac{L}{DEk_D} \cdot \frac{DAr_D P_r}{LJa}\right)^{1/6} \tag{2.58}$$

2.4 ตัวแปรไร้มิติ

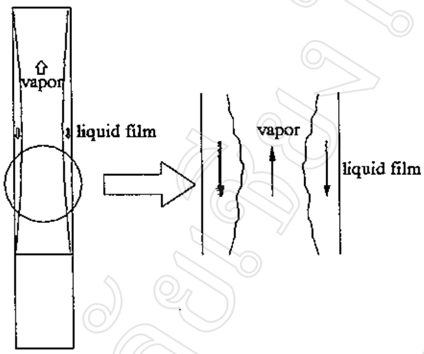
ในการหาความสัมพันธ์ของคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนของท่อความร้อนแบบหมุนตามแนวรัศมีนั้นจะเห็นได้ว่ามีการพิจารณาในรูปแบบของตัวแปรไร้มิติ เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ ซึ่งตัวแปรไร้มิติจะไม่ขึ้นอยู่กับ ปริมาณ หรือมิติต่าง ๆ ทำให้การพิจารณา ครอบคลุมเงื่อนไขนั้นๆ ได้ทั้งหมดนั่นเอง

ดังนั้นกลุ่มของตัวแปรไร้มิติที่ใช้ในการศึกษานี้เป็นตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการไหลของของไหล 2 สถานะและการเดือดภายในของท่อความร้อนแบบหมุนตามแนวรัศมี ซึ่งจะมีตัวแปรไร้มิติที่สำคัญดังนี้คือ

ก.ปรากฏการณ์การไหลสวนทางของไอและของเหลว

- ตัวเลขของเวเบอร์ (Weber number) เป็นอัตราส่วนของแรงเนื่องจากความหนืดต่อแรงตึงผิว ของของไหลใด ๆ ดังรูปที่ 2.5 ซึ่งจะเกิดขึ้นที่ฟิล์มของไหลที่ผนังท่อความร้อนสามารถนิยามได้ดังนี้

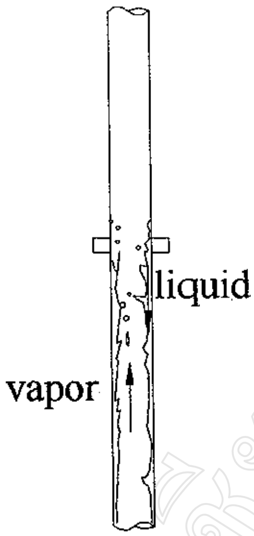
$$We = \frac{\rho V^2 l}{\sigma} \tag{2.59}$$



รูปที่ 2.5 ปรากฏการณ์ของตัวเลขของเวเบอร์

- ตัวเลขของฟรูด (Froude number) เป็นอัตราส่วนของแรงเฉือนต่อแรงเนื่องจากน้ำหนักของของไหลใดๆ ดังรูปที่ 2.6 ซึ่งจะเกิดขึ้นที่ฟิล์มของไหลที่ผนังท่อความร้อนสามารถนิยาม ได้ดังนี้

$$Fr = \frac{V^2}{gl} \tag{2.60}$$



รูปที่ 2.6 ปรากฏการณ์ของตัวเลขของฟรูด

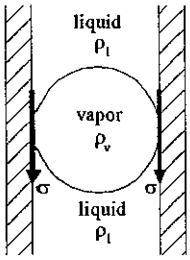
- ตัวเลขของแพรนตัน (Prandtl number) เป็นอัตราส่วนของการแพร่กระจายของโมเมนต์ตัมต่อการแพร่กระจายความร้อนจากของไหลใด ๆ ซึ่งจะเกิดขึ้นที่ผนังของส่วนควบแน่นของท่อความร้อนสามารถนิยามได้ดังนี้

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k} \tag{2.61}$$

ข. ปรากฏการณ์การเดือด

- ตัวเลขของบอนด์ (Bond number) เป็นอัตราส่วนของแรงรอยตัวต่อแรงตึงผิวของของไหลใด ๆ ซึ่งจะเกิดขึ้นที่ส่วนทำระเหยของท่อความร้อนดังรูปที่ 2.7 สามารถนิยามได้ดังนี้

$$Bo = d\left[g\left(\frac{\rho_l - \rho_g}{\sigma}\right)\right]^{1/2} \tag{2.62}$$



รูปที่ 2.7 ปรากฏการณ์ตัวเลขของบอนด์

- ตัวเลขคูทาเทลาดเซ (Kutateladze number) เป็นอัตราส่วนของฟลักซ์ความร้อนที่ให้ต่อฟลักซ์ความร้อนวิกฤตของของไหลนั้น ซึ่งจะเกิดขึ้นที่ส่วนทำระเหยของท่อความร้อนสามารถนิยามได้ดังนี้

$$Ku = \frac{q_e}{\rho_v h_{fg}\left[\sigma g\left(\frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_v^2}\right)\right]^{1/4}} \tag{2.63}$$

นอกจากนี้อาจมีตัวแปรไร้มิติอื่นที่เกี่ยวข้องด้วย เช่น ตัวแปรไร้มิติที่เกี่ยวข้องกับความเร็วการไหลของสารทำงาน คือ ตัวเลขของเรย์โนลด์ (Reynolds number) ฯลฯ