

บทที่ 2 ทฤษฎีพื้นฐาน

2.1 นิยามของพลาสมา

เมื่อต้องการจำแนกสสารด้วยสถานะแล้ว สามารถกล่าวได้ว่าพลาสมาคือสถานะที่สี่ของสสาร นั่นคือ เมื่อเพิ่มพลังงานให้กับสสารซึ่งอยู่ที่อุณหภูมิต่ำ เริ่มจากสสารในสถานะของแข็ง หลอมกลายเป็นของเหลว จากของเหลวเป็นก๊าซ ถ้ายังให้ความร้อนต่อไป อะตอมของก๊าซจะแตกตัวเป็นอิเล็กตรอนและไอออนประจุบวก ซึ่งเป็นที่มาของสถานะที่สี่ของสสาร อย่างไรก็ตาม Chen (1984) ได้นิยามความหมายของพลาสมาไว้ดังนี้

“พลาสมา (plasma) คือก๊าซซึ่งประหนึ่งเป็นกลางทางไฟฟ้า (quasineutral gas) ประกอบด้วยอนุภาคประจุและอนุภาคเป็นกลาง โดยแสดงพฤติกรรมร่วม (collective behavior)”

ความหมายของคำว่า พฤติกรรมร่วม คือ การเคลื่อนที่ของอนุภาคในพลาสมา ไม่เพียงแต่จะขึ้นกับเงื่อนไขในบริเวณอนุภาคนั้นๆ แต่ยังขึ้นกับสถานะของพลาสมาที่อยู่ในบริเวณห่างไกลออกไปอีกด้วย กล่าวคือเมื่ออนุภาคประจุภายในพลาสมาเกิดการเคลื่อนที่ อนุภาคเหล่านี้สามารถทำให้เกิดความหนาแน่นของประจุบวกหรือลบในบริเวณหนึ่งๆ ซึ่งทำให้เกิดสนามไฟฟ้าขึ้น นอกจากนี้การเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุยังทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าซึ่งจะเหนี่ยวนำให้เกิดสนามแม่เหล็กอีกด้วย ทั้งสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กนี้เองที่ส่งผลต่อการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุตัวอื่นๆ ที่อยู่ไกลออกไป สำหรับกรณีประหนึ่งเป็นกลางทางไฟฟ้านั้นจะได้กล่าวถึงในหัวข้อ Debye shielding

ก๊าซซึ่งอยู่ในสถานะแตกตัวของใดๆ ไม่อาจเรียกว่าพลาสมาได้ทั้งหมด เงื่อนไขสำหรับก๊าซที่แตกตัวที่เรียกว่าพลาสมามีดังต่อไปนี้

ก. ระยะ Debye (λ_D) มีค่าน้อยกว่าขนาดของพลาสมา (L) มากๆ

$$\lambda_D \ll L \quad (2.1)$$

นั่นคือพลาสมามีขนาดใหญ่กว่าจนระยะ Debye ที่เกิดขึ้นภายในพลาสมา ไม่มีนัยสำคัญกับพลาสมาโดยรวม

ข. จำนวนอนุภาคประจุภายในทรงกลม Debye (N_D) มีค่ามากกว่า 1 มากๆ

$$N_D \gg 1 \quad (2.2)$$

นั่นคือพลาสมามีความหนาแน่นเพียงพอที่จะทำให้ $\lambda_D \ll L$

ค. การเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุในพลาสมาอยู่ภายใต้อิทธิพลของแรงแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นหลัก

$$\omega_p \tau > 1 \quad (2.3)$$

โดย ω_p คือความถี่พลาสมา และ τ คือเวลาเฉลี่ยระหว่างการชนกันของอนุภาคประจุกับอนุภาคเป็นกลางทางไฟฟ้า

โดยรายละเอียดสำหรับแต่ละเงื่อนไขได้แสดงไว้ในหัวข้อถัดไป

2.1.1 Debye Shielding

สมบัติพื้นฐานของพลาสมาคือความสามารถในการป้องกันศักย์ไฟฟ้าจากภายนอกที่ให้กับพลาสมา พิจารณาบริเวณภายในพลาสมา ซึ่งประกอบด้วยไอออนบวก อิเล็กตรอนและอะตอมหรือโมเลกุลที่เป็นกลาง โดยความหนาแน่นของอิเล็กตรอน (n_e) และไอออนบวก (n_i) มีค่าเท่ากันคือ $n_e = n_i = n_0$ ให้ที่ตำแหน่ง $x = 0$ มีศักย์ไฟฟ้า V_0 สัมพันธ์กับศักย์ไฟฟ้าของพลาสมาถูกใส่เข้าไปจากภายนอก เนื่องจากมวลไอออนบวกมีค่ามากกว่ามวลอิเล็กตรอนมากจนสามารถประมาณได้ว่าไอออนบวกไม่มีการเคลื่อนที่สนองตอบต่อศักย์ไฟฟ้าสัมพันธ์ V_0 ดังกล่าว ดังนั้นความหนาแน่นของไอออนบวกที่ตำแหน่งต่างๆจึงมีค่าเป็น

$$n_i(x) = n_0 \quad (2.4)$$

ส่วนนั้นการกระจายของความหนาแน่นของอิเล็กตรอนที่ตำแหน่งต่างๆภายในพลาสมานั้นจะเป็นไปตามความสัมพันธ์ของ Boltzmann (Lieberman and Lichtenberg, 1994)

$$n_e(x) = n_0 \exp\left(\frac{eV(x)}{kT_e}\right) \quad (2.5)$$

โดย e คือค่าประจุไฟฟ้าของอิเล็กตรอนซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.6022×10^{-19} C และ $V(x)$ คือศักย์ไฟฟ้าสัมผัสที่ตำแหน่ง x ใดๆ ในพลาสมา k คือค่าคงที่ของ Boltzmann ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.3807×10^{-23} J/K และ T_e คืออุณหภูมิอิเล็กตรอน ต้องการหาการกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าสัมผัส $V(x)$ ภายในพลาสมา จากสมการ Poisson ใน 1 มิติ

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = \frac{-e[n_i(x) - n_e(x)]}{\epsilon_0} \quad (Z=1) \quad (2.6)$$

ซึ่งในที่นี้พิจารณาเฉพาะกรณีที่ไอออนบวกมีจำนวนประจุ (Z) เท่ากับ $+1e$ โดย ϵ_0 คือ permittivity ของสุญญากาศซึ่งมีค่าเท่ากับ 8.8542×10^{-12} F/m ดังนั้น

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = \frac{en_0}{\epsilon_0} \left[\exp\left(\frac{eV(x)}{kT_e}\right) - 1 \right] \quad (2.7)$$

ในบริเวณซึ่ง $|eV(x)/kT_e| \ll 1$ นั่นคือบริเวณที่ไกลจากตำแหน่ง $x = 0$ ซึ่งศักย์ไฟฟ้ามีค่าน้อย สามารถขยายเทอมใน เอกซ์โปเนนเชียล โดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์ ดังนั้นสมการ (2.7) จะเป็น

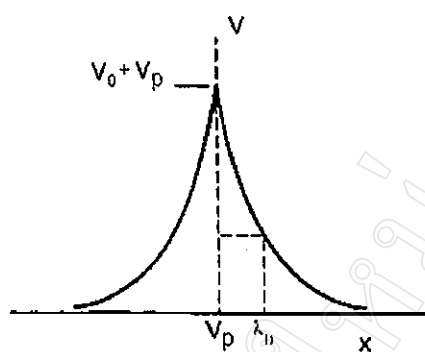
$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = \frac{en_0}{\epsilon_0} \frac{eV}{kT_e} \quad (2.8)$$

ดังนั้นจะได้

$$V(x) = V_0 \exp\left(-\frac{|x|}{\lambda_D}\right) \quad (2.9)$$

โดยนิยาม ระยะ Debye

$$\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 k T_e}{n_0 e^2}\right)^{1/2} \quad (2.10)$$



รูป 2.1 การกระจายของศักย์ไฟฟ้าบริเวณใกล้กับตำแหน่ง $x = 0$ ภายในพลาสมา

สมการ (2.9) บอกให้ทราบว่าเมื่อพลาสมาถูกรบกวนด้วยศักย์ไฟฟ้าจากภายนอก มันจะต่อต้านศักย์ภายนอกนั้น โดยมีระยะ Debye เป็นตัวที่บอกว่าศักย์ไฟฟ้าจากภายนอกจะถูกลดทอนลงอย่างรวดเร็วเพียงใด ลักษณะของการกระจายของศักย์ไฟฟ้า $V(x)$ สัมพันธ์กับพลาสมาเมื่อใส่ศักย์ไฟฟ้าสัมผัสค่า V_0 เข้าไปในพลาสมาแสดงดังรูป 2.1 โดย V_p คือศักย์ไฟฟ้าของพลาสมา

ถ้าขนาดของระบบพลาสมา L มีค่ามากกว่าระยะ Debye มากๆ ($L \gg \lambda_D$) จะสามารถประมาณสมการ Poisson (2.6) ได้ว่า (Lieberman and Lichtenberg, 1994)

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} \sim \frac{V(x)}{L^2} \sim \left| \frac{e(n_i - n_e)}{\epsilon_0} \right| \quad (2.11)$$

จากการพิจารณาที่ค่า $|eV(x)/kT_e| \ll 1$ หรือ

$$\frac{V(x)}{L^2} \ll \frac{kT_e}{eL^2} \quad (2.12)$$

หรือเขียนสมการ (2.12) ในรูปของระยะ Debye จะได้ว่า

$$\frac{V(x)}{L^2} \ll \frac{k}{eL^2} \left(\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 k} \lambda_D^2 \right) \quad (2.13)$$

รวมสมการ (2.11) และ (2.13) ได้

$$\left| \frac{e(n_i - n_e)}{\epsilon_0} \right| \ll \frac{k}{eL^2} \left(\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 k} \lambda_D^2 \right) \quad (2.14)$$

หรือเขียนได้เป็น

$$\left| \frac{n_i - n_e}{n_e} \right| \ll \frac{\lambda_D^2}{L^2} \quad (2.15)$$

เมื่อ $\lambda_D \ll L$ สมการ (2.15) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$|n_i - n_e| \ll n_e \quad (2.16)$$

จากสมการ (2.16) ความหนาแน่นอิเล็กตรอนมีค่าประมาณความหนาแน่นไอออนบวก นั่นคือ $n_i \approx n_e \approx n_0$ ซึ่งเป็นที่มาของคำว่า ประหนึ่งเป็นกลางทางไฟฟ้านั่นเอง โดย n_0 เรียกว่าความหนาแน่นพลาสมา และจากทรงกลม Debye ซึ่งเป็นทรงกลมที่มีรัศมี λ_D ที่มีอนุภาคประจุความหนาแน่น n_0 บรรจุอยู่ใน จำนวนอนุภาคในทรงกลม Debye (N_D) คือ

$$N_D = n_0 \left(\frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 \right) \quad (2.17)$$

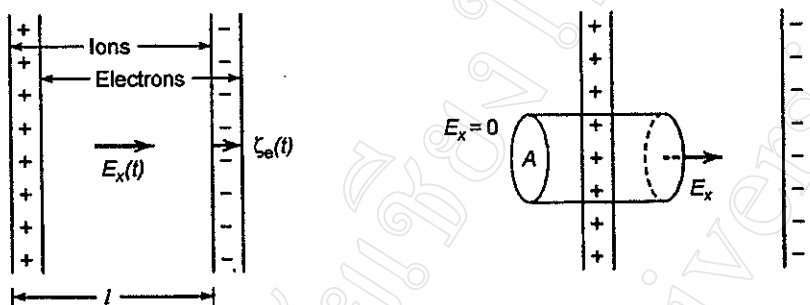
นอกเหนือจากเงื่อนไข $\lambda_D \ll L$ ซึ่งบ่งบอกว่าพลาสมามีสมบัติประหนึ่งเป็นกลางทางไฟฟ้าแล้ว จำนวนอนุภาคประจุในทรงกลม Debye ก็จะต้องมีค่ามากกว่าหนึ่งตัวมากๆ ด้วยเพื่อสนับสนุนให้เงื่อนไข $\lambda_D \ll L$ เป็นจริง

2.1.2 การสั่นของพลาสมา

พิจารณาแผ่นพลาสมาหนา ซึ่งประกอบด้วยอิเล็กตรอนความหนาแน่น n_e และไอออนบวกความหนาแน่น n_i เนื่องจากมวลไอออนบวกมีค่ามากกว่ามวลอิเล็กตรอนมาก จึงสมมุติให้มวลไอออนบวกอยู่นิ่งเมื่อเทียบกับมวลอิเล็กตรอน โดย $n_e \approx n_i \approx n_0$ เนื่องจาก $n_e \approx n_i$ ดังนั้นสนามไฟฟ้า $\vec{E} \approx 0$ ภายในแผ่นพลาสมา นี้ ถ้าให้แผ่นของอิเล็กตรอนมีการกระจัดไปทางขวาของไอออนบวกเป็นระยะทาง $\zeta_e(t) \ll l$ จะทำให้เกิด surface charge density $\rho_s = en_0 \zeta_e$ ที่ขอบด้านซ้าย

เนื่องจากกลุ่มไอออนซึ่งหยุดนิ่ง ในขณะที่เดียวกันทางด้านขวาจะได้ surface charge density $\rho_s = -en_0\zeta_e$ โดยใช้กฎของ Gauss กับกล่องในรูป 2.2 จะได้

$$E_x = \frac{en_0\zeta_e}{\epsilon_0} \quad (2.18)$$



รูป 2.2 ลักษณะการสั่นของพลาสมาอิเล็กตรอนในแผ่นพลาสมาหนา (ก) การกระจัดของกลุ่มีอิเล็กตรอนเทียบกับกลุ่มไอออนบวก (ข) การคำนวณสนามไฟฟ้า

สมการของแรงที่กระทำกับอิเล็กตรอนคือ

$$m_e \frac{d^2\zeta_e}{dt^2} = -eE_x \quad (2.19)$$

โดย m_e คือมวลอิเล็กตรอน แทนค่า E_x จากสมการ (2.18) ลงในสมการ (2.19) ได้

$$\frac{d^2\zeta_e}{dt^2} = -\left(\frac{e^2n_0}{\epsilon_0m_e}\right)\zeta_e \quad (2.20)$$

ให้

$$\omega_{pe} = \left(\frac{e^2n_0}{\epsilon_0m_e}\right)^{1/2} \quad (2.21)$$

ดังนั้น

$$\frac{d^2\zeta_e}{dt^2} = -\omega_{pe}^2\zeta_e \quad (2.22)$$

โดย ω_{pe} คือความถี่ของพลาสมาอิเล็กตรอน โดยคำตอบของสมการ (2.22) คือ

$$\zeta_e(t) = \zeta_{e0} \cos(\omega_{pe} t + \phi_0) \quad (2.23)$$

ซึ่งอธิบายการสั่นแบบคลื่น sine ของกลุ่มอิเล็กตรอนเทียบกับกลุ่มไอออนบวกด้วยความถี่ ω_{pe} และหากไม่สมมุติให้ไอออนบวกอยู่นิ่งในตอนแรกก็จะได้ว่า ที่ไอออนบวกมวล m_i จะมีความถี่ของพลาสมาไอออนเป็น

$$\omega_{pi} = \left(\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m_i} \right)^{1/2} \quad (2.24)$$

ความถี่พลาสมา (ω_p) หาได้จาก

$$\omega_p = (\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2)^{1/2} \quad (2.25)$$

หรือสามารถประมาณได้ว่า

$$\omega_p \approx \omega_{pe} \quad \text{เมื่อ } m_i \gg m_e \quad (2.26)$$

การที่ก๊าซซึ่งแตกตัวบางชนิดไม่อาจผ่านเงื่อนไขของการเป็นพลาสมาได้ เนื่องจากอนุภาคประจุมีการชนกับอนุภาคเป็นกลางทางไฟฟ้าบ่อยครั้งจนการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุเหล่านี้อยู่ภายใต้อิทธิพลของแรงเนื่องจากอนุภาคเป็นกลางทางไฟฟ้า แทนที่จะเป็นแรงแม่เหล็กไฟฟ้า ถ้ากำหนดความถี่ของการชนระหว่างอนุภาคประจุในพลาสมากับอนุภาคเป็นกลางทางไฟฟ้าเป็น ω_n โดยที่ $\omega_n = \frac{1}{\tau}$ การกำหนดให้ $\omega_p \tau > 1$ หรือ $\frac{\omega_p}{\omega_n} > 1$ นั่นคือความถี่ในการสั่นของพลาสมามีค่ามากกว่าความถี่ในการชนกับอนุภาคเป็นกลางทางไฟฟ้า เพื่อให้ก๊าซซึ่งแตกตัวนั้นมีพฤติกรรมแบบพลาสมามากกว่ามีพฤติกรรมแบบก๊าซที่เป็นกลางทางไฟฟ้า

2.1.3 Sheath

พิจารณาผลของผนังที่มีต่อพลาสมาซึ่งถูกสร้างและกักไว้ในแชนเบอร์สุญญากาศ ในพลาสมาซึ่งแตกตัวบางส่วน อิเล็กตรอนซึ่งมีมวลน้อยกว่าไอออนบวก จะเคลื่อนที่ได้เร็วกว่าไอออนบวก และสูญเสียที่ผนังได้มากกว่าไอออนบวก พลาสมาจึงมีประจุสุทธิเป็นบวกเมื่อเทียบกับผนังที่ต่อลงดิน (grounded wall) หรือกล่าวได้ว่าพลาสมามีศักย์ไฟฟ้าบวกเทียบกับผนัง บริเวณซึ่งศักย์ไฟฟ้าไม่เป็นศูนย์ระหว่างพลาสมา กับผนังเรียกว่า sheath การลดลงของจำนวนอิเล็กตรอนในบริเวณนี้จะ เป็นไปตามระยะ Debye, λ_D เพื่อเป็นกำแพงศักย์กันอิเล็กตรอนเข้าชนผนัง อย่างไรก็ตามลักษณะที่แท้จริงของความต่างศักย์ระหว่างผนังและพลาสมา $V(x)$ ภายใน sheath ไม่สามารถทำสมการ Poisson ให้เป็นสมการเชิงเส้นได้เช่นเดียวกับในกรณีที่มาของ λ_D ได้

พิจารณา sheath ที่อนุภาคไม่มีการชนกัน (collisionless sheath) โดยให้ความหนาแน่นของอิเล็กตรอนมีการกระจายเป็นไปตามความสัมพันธ์ของ Boltzmann ในสมการ (2.5) ที่อุณหภูมิ T_e ไอออนบวกพลังงานต่ำมาก ($T_i = 0$) และ $n_e(0) = n_i(0)$ ที่รอยต่อระหว่างพลาสมาและ sheath ซึ่งกำหนดให้รอยต่อนี้อยู่ที่ตำแหน่ง $x = 0$ ดังแสดงในรูป 2.3 โดยให้ $u(x)$ แทนความเร็วของไอออนบวกที่ตำแหน่ง x ใดๆ และให้ไอออนบวกมีความเร็ว u_s ที่ตำแหน่งนี้ จากหลักการคงพลังงานสำหรับไอออนบวกจะได้ว่า

$$\frac{1}{2} m_i u^2(x) = \frac{1}{2} m_i u_s^2 - eV(x) \quad (2.27)$$

ความต่อเนื่อง ของ ion flux คือ

$$n_i(x)u(x) = n_{is}u_s \quad (2.28)$$

โดย n_{is} คือความหนาแน่นของไอออนบวกที่บริเวณขอบ sheath แทนค่า $u(x)$ จากสมการ (2.27) ลงในสมการ (2.28) จะได้

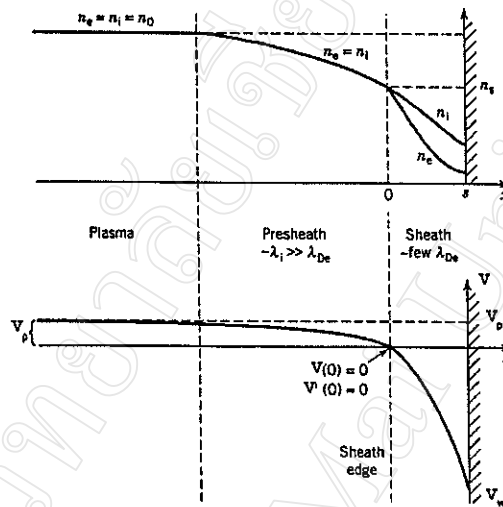
$$n_i(x) = n_{is} \left(1 - \frac{2eV(x)}{m_i u_s^2} \right)^{-1/2} \quad (2.29)$$

ให้ $n_{es} = n_{is} = n_s$ ที่ขอบ sheath แทนค่า n_i และ n_e ในสมการ Poisson จะได้

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = \frac{en_s}{\epsilon_0} \left[\exp\left(\frac{eV(x)}{kT_e}\right) - \left(1 - \frac{2eV(x)}{m_i u_s^2}\right)^{-1/2} \right] \quad (2.30)$$

โดยแทนค่า

$$\chi \equiv -\frac{eV(x)}{kT_e}, \quad \xi \equiv \frac{x}{\lambda_D} = x \left(\frac{n_s e^2}{\epsilon_0 kT_e} \right) \quad \text{และ} \quad \mu \equiv \frac{u_s}{(kT_e / m_i)^{1/2}}$$



รูป 2.3 ลักษณะของ sheath และ presheath ที่ติดกับผนัง(Lieberman and Lichtenberg, 1994)

สมการ (2.30) จะเขียนได้เป็น

$$\chi'' = \left(1 + \frac{2\chi}{\mu^2}\right)^{-1/2} - \exp(-\chi) \quad (2.31)$$

โดยที่ $\chi' = \frac{d\chi}{d\xi}$

สมการ (2.31) ไม่เป็นสมการเชิงเส้นและสามารถทำการอินทิเกรตได้โดยคูณทั้งสองข้างของสมการด้วย χ'

$$\int_0^{\xi} \chi' \chi'' d\xi_1 = \int_0^{\xi} \left(1 + \frac{2\chi}{\mu^2}\right)^{-1/2} \chi' d\xi_1 - \int_0^{\xi} \exp(-\chi) \chi' d\xi_1 \quad (2.32)$$

โดยที่ ξ_1 เป็นตัวแปร dummy เนื่องจาก $\chi = 0$ ที่ $\xi = 0$ จากสมการ (2.32) จะได้

$$\frac{1}{2}(\chi'^2 - \chi_0'^2) = \mu^2 \left[\left(1 + \frac{2\chi}{\mu^2}\right)^{1/2} - 1 \right] + \exp(-\chi) - 1 \quad (2.33)$$

ถ้า $E = 0$ ภายในพลาสมาจะได้ว่า $\chi_0' = 0$ ที่ $\xi = 0$ ด้วย การอินทิเกรตครั้งที่สองเพื่อหา χ จะกระทำโดยวิธี numerical (Chen, 1984) จากสมการ (2.33) จะเห็นว่าด้านขวาของสมการต้องมีค่าเป็นบวกสำหรับทุกค่าของ χ ในกรณีที่ $\chi \ll 1$ กระจายด้านขวาของสมการด้วยอนุกรมเทย์เลอร์จะได้

$$\mu^2 \left(1 + \frac{\chi}{\mu^2} - \frac{1}{2} \frac{\chi^2}{\mu^4} + \dots - 1\right) + 1 - \chi + \frac{1}{2} \chi^2 + \dots - 1 \geq 0$$

หรือ

$$\frac{1}{2} \chi^2 \left(-\frac{1}{\mu^2} + 1\right) \geq 0$$

นั่นคือ

$$\mu^2 \geq 0 \quad \text{หรือ} \quad u_s \geq u_B = \left(\frac{kT_e}{m_i}\right)^{1/2} \quad (2.34)$$

จากการที่คิดให้อิออนบวกมีความเร็วที่ตำแหน่ง sheath พบว่าไม่สามารถแก้สมการ Poisson ด้วยการอินทิเกรตแบบธรรมดาได้ อย่างไรก็ตามจากการที่คิดให้อิออนบวกมีความเร็วดังกล่าวผลลัพธ์ที่ได้คืออิออนบวกจะต้องมีความเร็วที่มากกว่าความเร็วของ Bohm (Bohm velocity, u_B) ที่ขอบ sheath ดังนั้นจะต้องมีสนามไฟฟ้าอยู่ภายในพลาสมาในบริเวณก่อนถึง sheath เพื่อเร่งให้อิออนบวกดังกล่าวมีความเร็วมากกว่า u_B เรียกบริเวณนี้ว่า presheath ซึ่งในบริเวณ presheath นี้จะมีสนามไฟฟ้าอยู่แม้ว่าจะมีค่าน้อยมากก็ตามเพื่อให้อิออนมีความเร็ว u_s ที่ขอบ sheath ดังนั้น presheath จะ

ต้องมีความกว้างมากกว่า sheath มากๆ ดังแสดงในรูป 2.3 สำหรับการประมาณขนาดของ sheath นั้น โดยทั่วไปขนาดของ sheath มีค่ามากกว่าระยะ Debye หลายเท่าตัว (Lieberman and Lichtenberg, 1994)

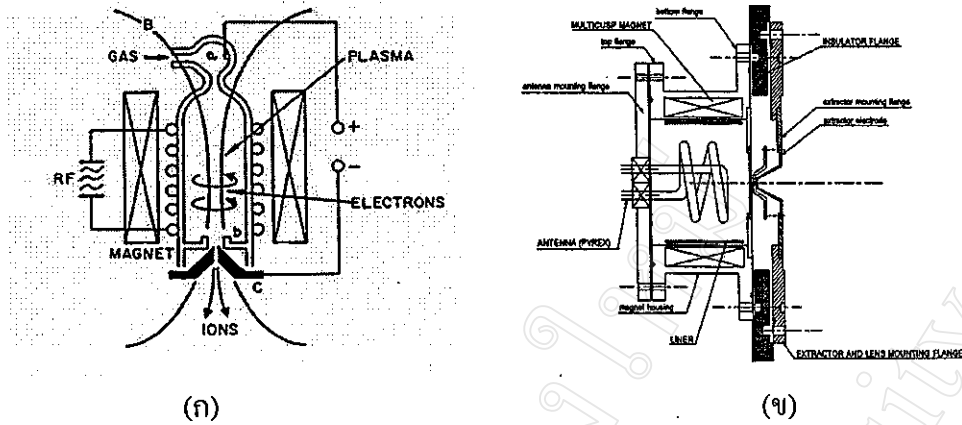
2.2 ระบบผลิตพลาสมาโดยการคิซาร์จแบบเหนี่ยวนำด้วยคลื่นวิทยุ

แหล่งผลิตพลาสมาซึ่งผลิตพลาสมาแบบเหนี่ยวนำ (inductively coupled plasma, ICP) จัดเป็นแหล่งผลิตอย่างง่ายที่สามารถให้พลาสมาความหนาแน่นสูงได้มากถึง 10^{10} - 10^{12} cm⁻³ (Anders, 2000) พลาสมาที่ผลิตได้มีความเสถียรและสะอาด แหล่งผลิตชนิดนี้ประกอบด้วย แชมเบอร์สุญญากาศ แหล่งกำเนิดคลื่นวิทยุที่ให้กำลังแก่ขดตัวเหนี่ยวนำ (RF induction coil) จะเหนี่ยวนำให้เกิดสนามไฟฟ้าซึ่งจะทำให้เกิดการแตกตัวของก๊าซบางส่วนภายในแชมเบอร์ และรักษาสภาพพลาสมานั้นไว้

2.2.1 องค์ประกอบของระบบผลิตพลาสมาแบบ ICP

ระบบผลิตพลาสมาแบบ ICP สามารถแบ่งเป็น 2 ประเภทคือขดตัวเหนี่ยวนำอยู่ภายนอกแชมเบอร์ ดังรูป 2.4 (ก) และขดตัวเหนี่ยวนำอยู่ภายในแชมเบอร์ (กรณีนี้เรียก antenna) ดังรูป 2.4 (ข) ในกรณีที่ขดตัวเหนี่ยวนำอยู่ภายนอกแชมเบอร์นั้น แชมเบอร์จะทำจากแก้ว คิวทซ์หรือเซรามิกส์ ส่วนกรณีหลังที่ติดตั้ง antenna ไว้ภายในแชมเบอร์ซึ่งเป็นกรณีที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้แชมเบอร์ทำจากโลหะ เนื่องจากมีข้อดีหลายประการเช่น สามารถกันคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าไม่ให้ออกมาจากแชมเบอร์ได้ นอกจากนั้นอาจมีการติดตั้งแม่เหล็กถาวรแบบกึ่งขั้ว (multicusp) เพื่อเพิ่มความสม่ำเสมอในการกระจายตัวในแนวรัศมีของพลาสมา (Hopwood et al., 1993) ตัวอย่างของระบบผลิตพลาสมาแบบ ICP ทั้ง 2 ประเภทแสดงดังรูป 2.4

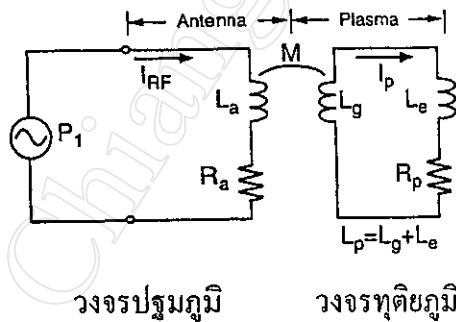
กำลังไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดคลื่นวิทยุที่ให้กับขดตัวเหนี่ยวนำ อาจเป็นแบบต่อเนื่อง (cw) หรือแบบห้วง (pulse) โดยความถี่ที่ใช้ส่วนใหญ่อยู่ในช่วง 0.1-100 MHz ความถี่ที่นิยมมากที่สุดคือ 13.56 MHz เพราะไม่รบกวนกับคลื่นวิทยุสำหรับการสื่อสารสาธารณะหรือทหาร (Anders, 2000) นอกจากองค์ประกอบที่กล่าวไปแล้ว ยังมี matching network เพื่อทำหน้าที่ปรับอิมพีแดนซ์ขาออก (output impedance) ของแหล่งกำเนิดความถี่คลื่นวิทยุ ซึ่งมีค่า 50Ω ให้สอดคล้องกับอิมพีแดนซ์ของพลาสมาซึ่งมีค่าไม่คงที่ขึ้นกับเงื่อนไขในการผลิตพลาสมา (Piejak et al., 1992)



รูป 2.4 ตัวอย่างระบบผลิตพลาสมาแบบ ICP ที่ขดตัวเหนี่ยวนำ (ก) อยู่ภายนอกแชนเบอร์ และ (ข) อยู่ภายในแชนเบอร์ (Wolf, 1995)

2.2.2 การส่งผ่านพลังงานไปยังพลาสมาแบบเหนี่ยวนำ

การส่งผ่านพลังงานของการดิสชาร์จไปยังพลาสมาแบบเหนี่ยวนำนั้นใช้แบบจำลองของหม้อแปลงในการอธิบาย กล่าวคือ พิจารณาว่าการดิสชาร์จว่าเป็นวงจรทุติยภูมิ (secondary circuit) ที่มีขดตัวนำจำนวน 1 รอบของหม้อแปลงไฟฟ้าซึ่งมีแกนเป็นอากาศดังแสดงในรูป 2.5



รูป 2.5 วงจรแทนการดิสชาร์จแบบเหนี่ยวนำด้วยวงจรทุติยภูมิของหม้อแปลงไฟฟ้าแกนอากาศ

สำหรับวงจรปฐมภูมิ (primary circuit) คือขดตัวเหนี่ยวนำซึ่งมีจำนวน N รอบ กระแสสลับความถี่คลื่นวิทยุ (I_{RF}) ความถี่เชิงมุม ω ที่ไหลผ่านขดตัวเหนี่ยวนำซึ่งมี self inductance L_a และ resistance

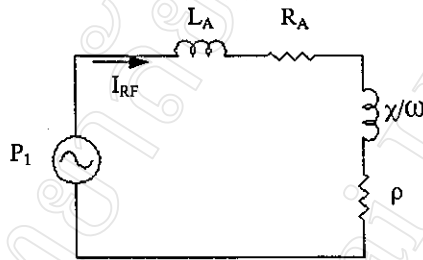
R_p จะเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสพลาสมา (I_p) โดยผ่าน mutual inductance M ในวงจรทุติยภูมิ (ดิสชาร์จ พลาสมา) ซึ่งมีความเหนี่ยวนำของการดิสชาร์จ $L_g + L_e$ และความต้านทานของพลาสมา R_p

ความเหนี่ยวนำของการดิสชาร์จประกอบด้วยสองส่วนคือ geometrical (หรือ magnetic) inductance L_g ซึ่งเกิดจาก discharge current path และ electron inertia inductance L_e ซึ่งมาจากธรรมชาติของสภาพนำไฟฟ้าที่มีค่าเป็นจำนวนเชิงซ้อน (Piejak et al., 1992) นั่นคือ

$$\sigma = \frac{e^2 n}{m_e (\nu + j\omega)} \tag{2.35}$$

โดยที่ ν คือ effective electron collision frequency และ $j = \sqrt{-1}$

จากวงจรในรูป 2.4 สามารถแปลงเป็นวงจรในรูป 2.6 โดยใช้วิธีของ Terman (Gudmundson and Lieberman, 1997)



รูป 2.6 วงจรทุติยภูมิที่แปลงสู่วงจรปฐมภูมิ (Gudmundsson and Lieberman, 1997)

โดยที่ความต้านทานของพลาสมาคือ

$$\rho = \frac{\omega^2 M^2 R_p}{R_p^2 + (\omega L_g + \omega L_e)^2} \tag{2.36}$$

การเปลี่ยนแปลงใน reactance ของพลาสมาคือ

$$\chi = - \frac{\omega^2 M^2 (\omega L_g + \omega L_e)}{R_p^2 + (\omega L_g + \omega L_e)^2} \tag{2.37}$$

กำลังความถี่คลื่นวิทยุที่ถูกดูดกลืนจากการดิสชาร์จแบบเหนี่ยวนำโดยพลาสมาคือ

$$P_{\text{abs}} = \rho I_{\text{RF}}^2 \quad (2.38)$$

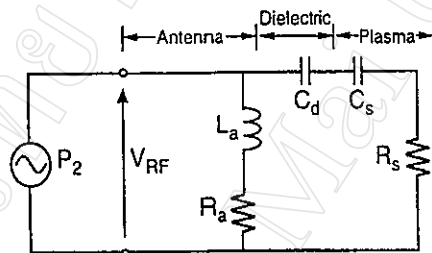
ดังนั้น

$$P_1 = Z I_{\text{RF}}^2 \quad (2.39)$$

โดยที่

$$Z = R_a + \rho + j\omega(L_a + \chi) \quad (2.40)$$

ในพลาสมาแบบ ICP นั้นนอกจากจะมีการดิสชาร์จแบบเหนี่ยวนำแล้ว ยังมีการส่งผ่านพลังงานอีกลักษณะเรียกว่าการดิสชาร์จแบบความจุไฟฟ้า ซึ่งศักย์ไฟฟ้าความถี่คลื่นวิทยุ (V_{RF}) ของขดตัวเหนี่ยวนำจะเชื่อมต่อกับพลาสมาผ่าน dielectric ที่ล้อมรอบขดตัวเหนี่ยวนำและ sheath ที่สัมผัสกับ dielectric วงจรซึ่งสมมูลกับการดิสชาร์จแบบความจุไฟฟ้า แสดงดังรูป 2.7 (Suzuki et al., 1998)



รูป 2.7 วงจรไฟฟ้าซึ่งสมมูลกับการดิสชาร์จแบบความจุไฟฟ้า (Suzuki et al., 1998)

ความจุไฟฟ้าของ dielectric คือ C_d ความจุไฟฟ้าของ sheath คือ C_s และความต้านทานของ sheath คือ R_s จากวงจรสมมูลนี้กำลังไฟฟ้าที่สูญเสียไปจากความต้านทานของขดตัวเหนี่ยวนำ (P_{loss}) และกำลังไฟฟ้าที่ถูกดูดกลืนผ่านการดิสชาร์จแบบความจุไฟฟ้า (P_{cabs}) คือ

$$P_{\text{loss}} = \frac{R_a V_{\text{RF}}^2}{\omega^2 L_a^2 + R_a^2} \quad (2.41)$$

$$P_{\text{cabs}} = \frac{R_s \omega^2 C_d^2 V_{\text{RF}}^2}{R_s^2 \omega^2 C_d^2 + 1} \quad (2.42)$$

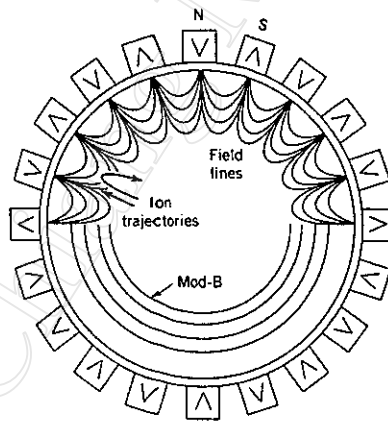
สำหรับค่าความจุไฟฟ้าของ sheath ที่หายไปในสมการ (2.42) นั้นเนื่องจาก $C_s^2 \gg C_D^2$ ในการทดลองนั่นเอง

อย่างไรก็ตามการคิซซาร์จแบบความจุไฟฟ้าจะเด่นตอนเริ่มต้นของการคิซซาร์จซึ่งกำลังคลื่นวิทยุมีค่าน้อย แต่เมื่อเพิ่มกำลังขึ้นไปอีกจะเกิดการ transition จากการคิซซาร์จแบบความจุไฟฟ้าไปเป็นการคิซซาร์จแบบเหนี่ยวนำซึ่งสังเกตได้จากความเข้มของแสงจากการคิซซาร์จที่จะเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็วเมื่อเพิ่มกำลังไฟฟ้าขึ้นไปถึงค่าหนึ่ง

2.2.3 สนามแม่เหล็กแบบกัลิบมะเฟือง (multicusp field)

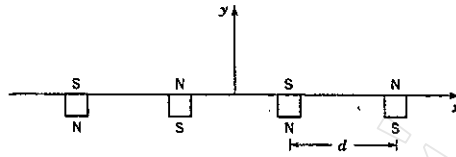
จากการสูญเสียอิเล็กตรอนและไอออนบวกที่ผนังแชมเบอร์จึงได้มีการนำแม่เหล็กถาวรมาทำหน้าที่กักอิเล็กตรอนนี้ไว้ ผลที่ได้รับคือทำให้พลาสมามีความสม่ำเสมอและมีความหนาแน่นเพิ่มขึ้น (Anders, 2000)

การจัดวางแม่เหล็กถาวรจะเป็นการวางแม่เหล็กขั้วเหนือได้สลับกันรอบผิวด้านนอกของแชมเบอร์ การจัดวางในลักษณะนี้จะได้สนามแม่เหล็กลักษณะคล้ายกัลิบมะเฟือง ดังแสดงในรูป 2.8 ซึ่งความเข้มของสนามแม่เหล็กจะมีค่าสูงสุดบริเวณผิวแชมเบอร์และลดลงกับระยะทางภายในแชมเบอร์แบบเอกซ์โปเนนเชียล



รูป 2.8 การจัดวางแม่เหล็กถาวรสำหรับแชมเบอร์ทรงกระบอก(Anders, 2000)

จากลักษณะของการจัดวางแม่เหล็กดังรูป 2.8 ในการวิเคราะห์ความเข้มสนามแม่เหล็ก Lieberman และ Lichtenberg (1994) ได้ตัดเส้นรอบวงของแชมเบอร์แล้วคลี่ออกเป็นแผ่นดังแสดงในรูป 2.9



รูป 2.9 แผนภาพการจัดวางแม่เหล็กถาวรในพิกัดฉาก

โดยความเข้มสนามแม่เหล็กภายในแชนเบอร์คือ

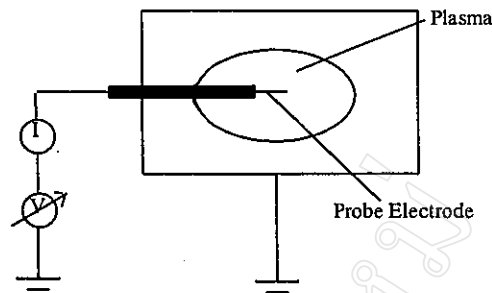
$$B(x, y) = \frac{2B_0\Delta}{d} \exp\left(-\frac{\pi y}{d}\right) \quad (2.43)$$

โดยที่ B_0 คือความเข้มสูงสุดของสนามแม่เหล็ก Δ คือความกว้างของแม่เหล็กถาวรและ d คือระยะห่างระหว่างแม่เหล็กถาวร จากสมการ (2.43) จะเห็นว่าความเข้มสนามแม่เหล็กไม่ขึ้นกับ x และจะลดลงอย่างเอกซ์โปเนนเชียลในระยะประมาณ d/π นั่นคือพลาสมาส่วนใหญ่ในแชนเบอร์จะอยู่ในบริเวณปลอดสนามแม่เหล็ก ในขณะที่สนามแม่เหล็กความเข้มสูงที่บริเวณผิวแชนเบอร์นั้นจะทำหน้าที่ป้องกันการสูญเสียอนุภาคในพลาสมา

2.3 เทคนิคหัววัด Langmuir

หัววัด Langmuir จัดได้ว่าเป็นเครื่องมือในการวัดพารามิเตอร์ต่างๆของพลาสมาได้ดีเนื่องจากการวัดที่หัววัดอยู่ในพลาสมาโดยตรงดังนั้นผลวัดที่ได้จะมีลักษณะเฉพาะที่ (local) นอกจากนี้ยังมีวิธีสร้างที่ง่าย ในที่นี้สนใจพารามิเตอร์สองตัวคืออุณหภูมิอิเล็กตรอน (T_e) ซึ่งบอกถึงพลังงานเฉลี่ยของอิเล็กตรอนภายในพลาสมาและ ความหนาแน่นพลาสมาหรือไอออน (n_i) แสดงถึงจำนวนไอออนบวกต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรภายในพลาสมา

Langmuir และคณะ(1924)ได้ศึกษาและทดลองใช้หัววัดซึ่งเป็นขั้วไฟฟ้าในการศึกษาสมบัติของพลาสมา หลักการคือใส่หัววัดเข้าไปในพลาสมาและให้ศักย์ไฟฟ้าปรับค่าได้ (V) แก่หัววัดนั้น ในขณะที่มันวัดกระแสไฟฟ้าจากพลาสมา กระแสไฟฟ้าที่วัดได้ (I) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของศักย์ไฟฟ้าของหัววัด เรียกว่า I-V Characteristic เป็นกุญแจสำคัญในการนำมาวิเคราะห์พารามิเตอร์ T_e และ n_i ต่อไป แผนภาพการวัดกระแสไฟฟ้าจากพลาสมาของหัววัด Langmuir แสดงดังรูป 2.10



รูป 2.10 แผนภาพการทำงานของหัววัด Langmuir ในพลาสมา

2.3.1 หัววัดชนิดแผ่นขนาดกึ่งอนันต์ (semi-infinite planar probe)

พิจารณากรณีหัววัดชนิดแผ่นขนาดกึ่งอนันต์ นั่นคือขนาดของหัววัดใหญ่มากจนสามารถตัดผลจากขอบของหัววัดได้ จากกระแสไฟฟ้าแบบสุ่ม (random current) ในพลาสมาของไอออนบวกและอิเล็กตรอนคือ

$$I_{+0} = e j_{r+} A = \frac{en_i \bar{v}_i A}{4} \quad (2.44)$$

$$I_{e0} = e j_{re} A = \frac{en_e \bar{v}_e A}{4} \quad (2.45)$$

โดยที่ j_{r+} และ j_{re} คือ random current density สำหรับไอออนบวกและอิเล็กตรอนตามลำดับ จากการที่พลาสมามีสมบัติประหนึ่งเป็นกลางทางไฟฟ้า นั่นคือ $n_i \approx n_e$ และสนามไฟฟ้าภายในมีค่าน้อยมาก กล่าวคือ $dV/dx = 0$ ส่วน A คือพื้นที่ของหัววัด \bar{v}_i และ \bar{v}_e คือความเร็วเฉลี่ยของไอออนบวกและอิเล็กตรอนตามลำดับ โดย (Chapman, 1980)

$$\bar{v}_i = \left(\frac{8kT_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} \quad (2.46)$$

$$\bar{v}_e = \left(\frac{8kT_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \quad (2.47)$$

โดย m_i, m_e และ T_i, T_e คือมวลและอุณหภูมิของไอออนบวกและอิเล็กตรอนตามลำดับ

ในกรณีที่ศักย์ไฟฟ้าของหัววัด (V) มีค่าน้อยกว่าศักย์ไฟฟ้าของพลาสมา (V_p) นั่นคือ $V < V_p$ อิเล็กตรอนจะถูกกั้นไม่ให้เข้าไปยังหัววัด ส่วนกระแสของไอออนบวกจะมีค่าเท่ากับ กระแสแบบสุ่มของไอออนบวก อย่างไรก็ตาม ยังคงมีกระแสอิเล็กตรอนไปถึงยังหัววัดที่ศักย์ไฟฟ้า V ได้ โดยให้อิเล็กตรอนมีการกระจายความหนาแน่น ตามความสัมพันธ์ของ Boltzmann ดังนั้น กระแสอิเล็กตรอนที่ไปถึงหัววัดได้ที่ศักย์ไฟฟ้า $V < V_p$ คือ

$$I_e = \frac{en_e \bar{v}_e A}{4} \exp\left[-\frac{e(V_p - V)}{kT_e}\right] \quad (2.48)$$

ส่วนกระแสไอออนบวกจะเป็นไปตามกระแสแบบสุ่มทั้งนี้เพราะไม่มีแรงผลักใดๆกระทำกับ ไอออนบวกเหล่านั้น ดังนั้นกระแสไฟฟ้ารวมที่หัววัดวัดได้สำหรับ $V < V_p$ คือ

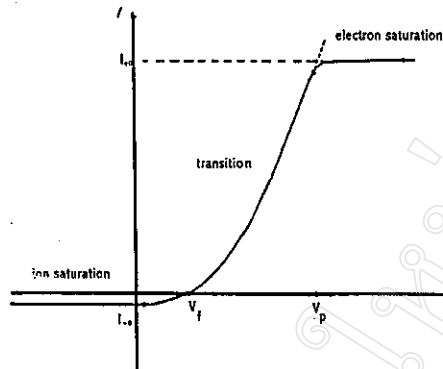
$$\begin{aligned} I &= I_{+0} + I_e \\ &= -\frac{en_i \bar{v}_i A}{4} + \frac{en_e \bar{v}_e A}{4} \exp\left[-\frac{e(V_p - V)}{kT_e}\right] \end{aligned} \quad (2.49)$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับกรณี $V > V_p$ จะมีแรงผลักต่อไอออนบวกตามความสัมพันธ์ของ Boltzmann และไม่มีแรงผลักกระทำต่ออิเล็กตรอนจึงเป็นไปตามกระแสแบบสุ่ม ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} I &= I_i + I_{e0} \\ &= -\frac{en_i \bar{v}_i A}{4} \exp\left[-\frac{e(V - V_p)}{kT_i}\right] + \frac{en_e \bar{v}_e A}{4} \end{aligned} \quad (2.50)$$

จาก $I - V$ characteristic ในรูป 2.11 แบ่งพิจารณาได้ 3 บริเวณคือ

- บริเวณกระแสไอออนบวกอิ่มตัว (ion saturation) บริเวณนี้เกิดขึ้นเมื่อศักย์ไฟฟ้าของหัววัด มีค่าติดลบมากกว่าจนอิเล็กตรอนทั้งหมดไม่สามารถไปถึงหัววัดได้กระแสที่วัดได้เกิดจาก กระแสไอออนบวก
- บริเวณกระแสอิเล็กตรอนอิ่มตัว (electron saturation) บริเวณนี้หัววัดจะวัดได้เฉพาะกระแส อิเล็กตรอน โดยไอออนบวกทั้งหมดจะถูกผลักออกจากหัววัด



รูป 2.11 I – V characteristic ของหัววัด Langmuir ชนิด
แผ่นขนาดกึ่งอนันต์ (Lochte-Hottgreven, 1995)

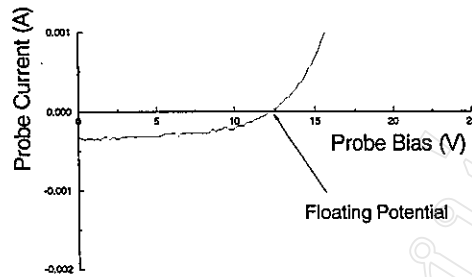
- ค. บริเวณ transition บริเวณนี้กระแสมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว เมื่อศักย์ไฟฟ้าของหัววัดเปลี่ยนค่าไปใน บริเวณนี้กระแสประกอบด้วยกระแสไอออนบวกและกระแสอิเล็กตรอน

ในที่นี้มีศักย์ไฟฟ้าที่สำคัญอยู่ 2 ศักย์ไฟฟ้าคือ

- ก. ศักย์ไฟฟ้าของพลาสมา (Plasma potential, V_p) ซึ่งหาได้จากจุดที่เส้นสัมผัสกับ I-V characteristic ในบริเวณ transition ตัดกับเส้นสัมผัสบริเวณกระแสอิเล็กตรอนอ้อมตัว ที่จุดนี้ ศักย์ไฟฟ้าของหัววัดมีค่าเท่ากับศักย์ไฟฟ้าของพลาสมา ทั้งไอออนบวกหรืออิเล็กตรอนไม่ถูกดึงดูดหรือผลักจากหัววัดแต่ยังคงมีไอออนบวกและอิเล็กตรอนเคลื่อนไปยังหัววัด เนื่องจากการเคลื่อนที่แบบสุ่ม ดังนั้นกระแสไฟฟ้าที่หัววัดวัดได้จะเป็นกระแสอิเล็กตรอน เป็นส่วนใหญ่เพราะอิเล็กตรอนเคลื่อนที่ได้เร็วกว่าไอออนบวก
- ข. ศักย์ไฟฟาลอย (Floating potential, V_f) กำแพงศักย์ไฟฟ้าที่กั้นอิเล็กตรอนมีค่าน้อยลงจนถึงจุดๆหนึ่งซึ่งกระแสไอออนบวกมีค่าเท่ากับกระแสอิเล็กตรอน ดังนั้นกระแสรวมที่หัววัดวัดได้จึงมีค่าเป็นศูนย์ ดังแสดงในรูป 2.12

สำหรับการวิเคราะห์ผล T_e หาได้จากความชันของกราฟระหว่าง $\ln I_e$ กับ V ในบริเวณ transition ซึ่ง $\ln I_e$ หาได้โดย $I - I_{i0}$

$$I_e = \frac{en_e \bar{v}_e A}{4} \exp\left[-\frac{e(V_p - V)}{kT_e}\right]$$



รูป 2.12 ตำแหน่งของศักย์ไฟฟ้าลอยใน I-V characteristic (Hiden, 2001)

กระทำลอการิทึมกับทั้งสองข้างของสมการ และหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ $\ln I_e$ กับ V โดยที่ $en_e \bar{v}_e A/4$ มีค่าคงที่ จะได้ค่าของอุณหภูมิอิเล็กตรอนออกมา นั่นคือ

$$\frac{kT_e}{e} = \left(\frac{\Delta \ln I_e}{\Delta V} \right)^{-1} \quad (2.51)$$

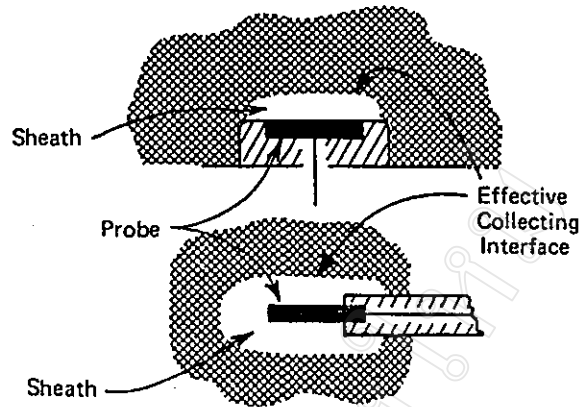
และหาความหนาแน่นพลาสมา ได้จาก

$$I_{e0} = \frac{en_e \bar{v}_e A}{4} = en_e A \left(\frac{kT_e}{2\pi m_e} \right)^{1/2} ; n_i \approx n_e \quad (2.52)$$

$$n_i = \frac{I_{e0}}{eA} \left(\frac{kT_e}{2\pi m_e} \right)^{-1/2} \quad (2.53)$$

2.3.2 ผลจากการที่หัววัดมีขนาดและรูปร่างที่จำกัด

ในกรณีของหัววัดชนิดแผ่นขนาดกึ่งอนันต์ซึ่งเป็นหัววัดในทางทฤษฎีนั้นได้หลีกเลี่ยงที่จะพูดถึงถึงลักษณะทางกายภาพของหัววัดที่ใช้งานจริง อย่างไรก็ตามหัววัดชนิดแผ่นขนาดกึ่งอนันต์ก็ได้แสดงถึงพารามิเตอร์ต่างๆของพลาสมาและมีประโยชน์ในการประยุกต์ใช้ในกรณีอื่นๆด้วย จาก Debye shielding ศักย์ไฟฟ้าจากหัววัดไม่ได้ส่งผลไปทั่วทั้งพลาสมาแต่มีผลถึงแค่ระยะหนึ่งจากหัววัดเท่านั้น เรียกบริเวณที่ศักย์ไฟฟ้าจากหัววัดมีนัยสำคัญว่า sheath ดังนั้นสำหรับหัววัดที่ใช้งานจริงนั้นพื้นที่รับไอออนบวกหรืออิเล็กตรอน ไม่ใช่พื้นผิวของหัววัดแต่เป็นพื้นผิวของ sheath ดังแสดงในรูป 2.13



รูป 2.13 บริเวณในการรับไอออนบวกและอิเล็กตรอนของหัววัด

ดังนั้นกระแสไฟฟ้าที่วัดได้ก็จะแตกต่างไปจากกรณีของหัววัดในทางทฤษฎี โดยทั่วไปขนาดของ sheath จะประมาณ λ_D แต่จะมีค่าสูงกว่า λ_D มากๆ เมื่อศักย์ของหัววัดมีค่าเป็นลบมากๆ

ขนาดของ sheath วัดจากจุดศูนย์กลางของหัววัด (s) และรัศมีของหัววัด (a) จะเป็นตัวกำหนดในการหา plasma parameters ในที่นี้แบ่งพิจารณาเป็นสองกรณี

ก. sheath ปาง

ถ้าศักย์ไฟฟ้าของหัววัดลดลงอย่างรวดเร็วภายในชั้นที่แคบมากๆ รัศมี s ถ้า $s - a \ll a$ อนุภาคทั้งหมดที่ผ่านเข้าไปใน sheath จะไปถึงหัววัดได้ ดังนั้นกระแสไฟฟ้าที่หัววัดจะวัดได้คือ

$$I = j_r A_s \quad (2.54)$$

โดย j_r คือ random current density และ A_s คือพื้นที่ของ sheath ในกรณีที่ $s - a \ll a$ พื้นที่ของ sheath มีค่าประมาณ พื้นที่ของหัววัด นั่นคือ $A_s \approx A$ ซึ่งพบว่ากระแสไฟฟ้าที่หัววัดวัดได้ไม่ขึ้นกับศักย์ไฟฟ้าของหัววัด

ข. sheath หนา

ในกรณี sheath หนา ($s \gg a$) อนุภาคที่ผ่าน sheath เข้ามาจะไม่สามารถผ่านไปถึงหัววัดได้ทุกตัวเนื่องจากมีโอกาสของการเกิดการเคลื่อนที่แบบโคจร (orbital motion) ของอนุภาค พิจารณาการเคลื่อนที่ของไอออนบวกหรืออิเล็กตรอน อย่างใดอย่างหนึ่งภายใต้แรงดึงดูด ให้อนุภาคมีความ

ความเร็วต้น V_0 มี impact parameter p และความเร็วเมื่ออนุภาคสัมผัสผิวของหัววัดคือ V_a ดังนั้น จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_a^2 + qV \quad (2.55)$$

โดย V คือความต่างศักย์ระหว่างหัววัดและพลาสมา และจากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

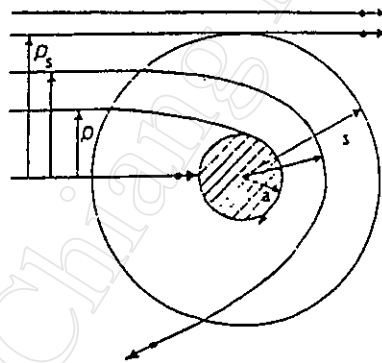
$$mv_0p = mv_a a \quad (2.56)$$

ซึ่งจะได้

$$p = a \left(1 + \frac{V}{V_0} \right)^{1/2} \quad (2.57)$$

โดยที่

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = -qV_0 \quad (2.58)$$



รูป 2.14 ภาคตัดขวางของหัววัดทรงกระบอกซึ่งอนุภาคมีการโคจร

จากรูป 2.14 จะเห็นว่าอนุภาคซึ่งมี impact parameter น้อยกว่า p ในสมการ (2.57) จะสามารถเคลื่อนที่มาถึงหัววัดได้ นั่นคือรัศมีในการรับอนุภาคคือ p ไม่ใช่รัศมีของหัววัดซึ่งมีค่าเท่ากับ a ในกรณีของ isotropic monoenergetic particles ที่ระยะอนันต์ หัววัดทรงกระบอกจะวัดกระแสไอออน

บวกหรือกระแสอิเล็กตรอนได้เป็น

$$I = 2\pi l p j_r = 2\pi a l j_r \left(1 + \frac{V}{V_0}\right)^{1/2} \quad (2.59)$$

เมื่อเป็นความยาวของหัววัด Langmuir รูปทรงกระบอก จากสมการ (2.59) กระแสอิเล็กตรอนของไอออนบวกและอิเล็กตรอนจะเพิ่มขึ้นกับรากที่สองของศักย์ไฟฟ้าของหัววัดทรงกระบอก พิจารณากรณีทั่วไปซึ่งมีผลจากขนาดของ sheath และการกระจายพลังงานของอนุภาคบริเวณขอบ sheath มาเกี่ยวข้องด้วย พิจารณาการเกิดการลดทอนของศักย์ไฟฟ้าของหัววัดภายในทรงกระบอกรัศมี s ให้ $qV < 0$ นั่นคือศักย์ไฟฟ้าของหัววัดมีค่าเป็นลบในกรณีไอออนบวกและให้ u, v แทนความเร็วในแนวรัศมีและแนวเส้นสัมผัสของอนุภาค กฎการอนุรักษ์พลังงานและกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุมของอนุภาคที่ขอบ sheath ($r = s$) และที่ผิวของหัววัด ($r = a$) จะเป็น

$$u_s^2 + v_s^2 = u_a^2 + v_a^2 + \frac{2qV}{m} \quad (2.60)$$

$$m s v_s = m a v_a \quad (2.61)$$

ได้

$$u_a^2 = u_s^2 + v_s^2 \left(1 - \frac{s^2}{a^2}\right) - \frac{2qV}{m} \quad (2.62)$$

เงื่อนไขสำหรับอนุภาคที่จะไปถึงหัววัดคือ $u_a^2 \geq 0$ ดังนั้นจะได้

$$v_s^2 \leq \left(u_s^2 - \frac{2qV}{m}\right) \left(1 - \frac{s^2}{a^2}\right)^{-1} \equiv v_s^{*2} \quad (2.63)$$

ถ้า $G(u_s, v_s)$ เป็น distribution function ของความเร็วของอนุภาคที่ตำแหน่งขอบ sheath ดังนั้นกระแสไอออนบวกหรือกระแสอิเล็กตรอนที่หัววัดจะวัดได้คือ

$$I = A_s j \quad (2.64)$$

โดยที่

$$j = n \int_0^{\infty} u du \int_{-v}^{+v} G(u, v) dv \quad (2.65)$$

ในที่นี้ $G(u, v)$ คือ Maxwellian distribution ในสองมิติ

$$G(u, v) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left[\frac{-m(u^2 + v^2)}{2kT} \right] \quad (2.66)$$

เมื่อ T คืออุณหภูมิอิเล็กตรอนหรือไอออนบวก Langmuir และ Mott-Smith ได้ทำสมการ (2.64) ให้อยู่ในรูปของ (Huddleston and Leonard, 1965)

$$I = A_j F \quad (2.67)$$

สำหรับหัววัดทรงกระบอก

$$F = \frac{s}{a} \operatorname{erf} \phi^{1/2} + e^{\eta} [1 - \operatorname{erf}((\eta + \phi)^{1/2})] \quad (2.68)$$

โดยที่

$$\eta = -\frac{eV}{kT} \quad (\eta \text{ มีค่าเป็นบวกเนื่องจาก } eV \text{ มีค่าติดลบ)} \quad (2.69)$$

$$\phi = \frac{a^2}{s^2 - a^2} \eta \quad (2.70)$$

$$\eta + \phi = \frac{s^2}{s^2 - a^2} \eta \quad (2.71)$$

โดย error function ของ x มีนิยามดังนี้

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x (-t^2) dt \quad (2.72)$$

ในกรณีของ sheath บาง ($s - a \ll a$) นั่นคือ $\phi \gg 1$ สามารถใช้การประมาณ เทอม $\text{erf}(\phi^{1/2})$

$$1 - \text{erf}(\phi^{1/2}) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\exp(-\phi)}{\phi^{1/2}} \quad (2.73)$$

และเทอม $1 - \text{erf}((\eta + \phi)^{1/2})$ สามารถประมาณได้ว่า

$$1 - \text{erf}((\eta + \phi)^{1/2}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\exp(-(\eta + \phi))}{(\eta + \phi)^{1/2}} \quad (2.74)$$

ซึ่งเมื่อแทนกลับไปในสมการ (2.64) จะได้ว่า $F \approx 1$ นั่นคือกระแสของหัววัดมีค่าเท่ากับกระแสแบบสุ่ม

กรณี sheath หนา ($s \gg a$) ϕ จะมีค่าน้อย นั่นคือ $\phi \ll 1$ จึงสามารถประมาณได้ว่า

$$\text{erf}(\phi) \approx \frac{2\phi}{\sqrt{\pi}} \quad (2.75)$$

ดังนั้นสมการ (2.68) จะเป็น

$$F \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \eta^{1/2} + e^\eta [1 - \text{erf}(\eta^{1/2})] \quad (2.76)$$

ถ้า $\eta \gg 1$ นั่นคือความต่างศักย์ V ระหว่างหัววัดและพลาสมามีค่ามากๆ จะได้

$$F \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} (\eta^{1/2} + \frac{1}{2} \eta^{-1/2}) \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} (\eta + 1)^{1/2} \quad (2.77)$$

สมการ (2.77) นี้จะนำมาใช้ในการคำนวณหาความหนาแน่นพลาสมาในหัวข้อต่อไป

2.3.3 การวิเคราะห์ผล

ในบริเวณกระแสไอออนบวกอ้อมตัวนั้นสำหรับหัววัด Langmuir ที่ขนาดของ sheath มีค่ามากกว่าขนาดของหัววัดมากๆ ($s \gg a$) ซึ่งในการวิจัยใช้ ศักย์ไฟฟ้าจากหัววัดในช่วง -100 V และประมาณจากการทดลองได้ว่า $s \sim 20a$ ดังนั้นสามารถหา η ได้ดังนี้

จาก

$$I_+ = A j_r F = A j_r \frac{2}{\sqrt{\pi}} (\eta + 1)^{1/2} \quad (2.78)$$

หรือ

$$I_+^2 = \frac{4}{\pi} A^2 j_r^2 (\eta + 1) \quad (2.79)$$

$$= \frac{4}{\pi} A^2 \left[\frac{en_i}{4} \left(\frac{8kT_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} \right]^2 \left(1 - \frac{eV}{kT_i} \right) \quad (2.80)$$

โดย $I - V$ characteristic ในบริเวณกระแสไอออนบวกอ้อมตัว เมื่อเขียนกราฟระหว่าง I^2 กับ V จะได้

$$\text{slope} = \frac{\Delta I^2}{\Delta V} = -\frac{2}{\pi^2} \frac{e}{m_i} A^2 n_i^2 \quad (2.81)$$

ซึ่งให้ข้อมูลของ n_i ออกมา

สำหรับ T_e นั้นยังคงหาจาก บริเวณ transition เหมือนในกรณีของการหา T_e สำหรับหัววัดชนิดแผ่นขนาดกึ่งอนันต์ภายใต้สมมุติฐานว่า sheath มีขนาดเล็กมาก ($F \approx 1$) ดังนั้น

$$I_e = A j_r = A n_e \left(\frac{kT_e}{2\pi m_e} \right)^{1/2} \quad (2.82)$$

เมื่อ

$$n_e = n_0 \exp(\eta), \quad \eta = \frac{e(V_p - V)}{kT_e} \quad (2.83)$$

ในที่นี้ V_p คือศักย์ไฟฟ้าของพลาสมา และ V คือศักย์ไฟฟ้าของหัววัด กระทำ ลอการิทึมกับสมการ

(2.82) จากนั้นหาความชันของเส้นตรงของความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln I_e$ กับ V ในบริเวณ transition นี้จะได้

$$\text{slope} = \frac{\Delta \ln I_e}{\Delta V} = \frac{e}{kT_e} \quad (2.84)$$

2.4 Optical Emission Spectroscopy (OES)

OES เป็นเทคนิคที่มีประสิทธิภาพในการจำแนกชนิดของอนุภาคที่ถูกกระตุ้นภายในพลาสมา นั่นคืออะตอมหรือโมเลกุลที่เป็นกลางหรืออยู่ในสภาพเป็นไอออน นอกจากนี้อุณหภูมิอิเล็กตรอนยังสามารถหาได้จากเส้นสเปกตรัม จากเทคนิค OES นี้อีกด้วย

2.4.1 Local Thermodynamic Equilibrium (LTE)

ถ้าทุกกระบวนการแลกเปลี่ยนพลังงานที่เกิดขึ้นในระบบอยู่ในสภาวะสมดุลกับกระบวนการย้อนกลับของกระบวนการนั้นๆ ระบบนั้นจะอยู่ในสถานะ complete thermodynamics equilibrium (CLE) จากหลักการทางเทอร์โมไดนามิกส์ การกระจายพลังงานต่างๆภายในระบบอธิบายได้ด้วยอุณหภูมิเพียงค่าเดียว สำหรับกระบวนการแลกเปลี่ยนพลังงานข้างต้นนั้น นอกจากกระบวนการชนแล้วยังรวมถึงกระบวนการแผ่รังสีอีกด้วย ดังนั้นโฟตอนที่ถูกปลดปล่อยออกมาจะต้องถูกดูดกลืนอย่างสมบูรณ์ในระบบ CLE

อย่างไรก็ตามในพลาสมานั้นกระบวนการแผ่รังสีไม่ถูกสมดุลอย่างสมบูรณ์ เนื่องจากการสมดุลเชิงการแผ่รังสีนั้น พลาสมาจะต้องมีสมบัติเป็น optical thick ที่ทุกความถี่ นั่นคือทุกช่วงความยาวคลื่นของรังสีที่ถูกปลดปล่อยออกมาจากกระบวนการในพลาสมาจะถูกดูดกลืนไว้ได้ทั้งหมดในพลาสมานั้น นอกจากนี้การกระจายต่างๆก็มีอุณหภูมิไม่เท่ากันด้วย แต่ถ้ากระบวนการชนเป็นกระบวนการหลักในพลาสมาก็มีความเป็นไปได้ที่จะพบการกระจายพลังงานต่างๆซึ่งมีอุณหภูมิเท่ากัน ซึ่งอาจแตกต่างกันไปในแต่ละตำแหน่ง สถานะเช่นนี้เรียกว่า local thermodynamic equilibrium (LTE) ดังนั้นสำหรับ LTE กระบวนการกระตุ้นและแตกตัวด้วยการชนจะมีมากกว่าการกระตุ้นและแตกตัวด้วยการแผ่รังสีมาก จนสามารถละเลยผลจากกระบวนการแผ่รังสีนี้ได้

สำหรับอิเล็กตรอนอิสระ (free electron) การกระจายของความเร็วจะเป็นไปตาม Maxwellian distribution กล่าวคือ จำนวนอิเล็กตรอนมวล m_e และมีความเร็วระหว่าง v และ $v + dv$ คือ

$$dn_v = n_e 4\pi \left(\frac{m_e}{2\pi kT_e} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{kT_e}\right) v^2 dv \quad (2.85)$$

สำหรับอิเล็กตรอนในอะตอม(หรือโมเลกุลหรือไอออน) (bound electron) การกระจายพลังงานของอิเล็กตรอนจะเป็นไปตามสมการของ Boltzmann และ Saha (Montasar and Golightly, 1987) กล่าวคือ การกระจายของ population density ของอะตอมที่ level i (n_i) เป็นไปตาม Boltzmann distribution

$$\frac{n_i}{n} = \frac{g_i}{Z(T_e)} \exp\left(\frac{-E_i}{kT_e}\right) \quad (2.86)$$

โดย n คือ total concentration ของอะตอม g_i คือ statistical weight ของ level i E_i คือพลังงานกระตุ้นของอะตอมใน level i และ $Z(T_e)$ คือ partition function

$$Z(T_e) = \sum_j g_j \exp\left(\frac{-E_j}{kT_e}\right) \quad (2.87)$$

โดย g_j และ E_j คือ statistical weight และพลังงานกระตุ้นของอะตอมใน level j ตามลำดับ

สำหรับกรณี first ionization ของอะตอม B ซึ่งอยู่ในสภาวะสมดุล $B \leftrightarrow B^+ + e$ สัดส่วนของจำนวนไอออนบวก อิเล็กตรอนและอะตอมจะเป็นไปเป็นไปตามสมการของ Saha

$$\frac{n_i n_e}{n_a} = \frac{2Z_i(T_e)}{Z_a} \left(\frac{2\pi m_e kT_e}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_{ip}}{kT_e}\right) \quad (2.88)$$

โดยที่ n_i , n_e และ n_a คือความหนาแน่นของไอออนบวก(B^+) อิเล็กตรอน และอะตอมที่เป็นกลาง (B) ตามลำดับ E_{ip} คือ first ionization energy ของอะตอม B

2.4.2 การคำนวณอุณหภูมิอิเล็กตรอนภายในพลาสมา

ถ้าพลาสมาอยู่ในสมดุลแบบ LTE การกระจายพลังงานทั้งหมดจะสามารถอธิบายด้วยอุณหภูมิเพียงค่าเดียว (อุณหภูมิอิเล็กตรอน) ดังนั้นอุณหภูมิอิเล็กตรอน จึงเป็นตัวแปรสำคัญในการอธิบายพลาสมา

จากนิยามของ light intensity กล่าวว่ากำลัง ($\Delta E / \Delta t$) ที่ผ่านพื้นที่ Δa ภายในมุมตัน $\Delta \Omega$ และภายในช่วงความยาวคลื่น $\Delta \lambda$

$$I = \lim_{\Delta t, \Delta a, \Delta \Omega, \Delta \lambda \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{\Delta t \Delta a \Delta \Omega \Delta \lambda} \quad (2.89)$$

เมื่อพิจารณาให้พลาสมา homogeneous และมีสมบัติเป็น optical thin นั่นคือรังสีที่มาจากแต่ละอะตอมจะออกไปจากพลาสมาโดยแทบไม่ถูกดูดกลืนโดยอะตอมอื่นเลย absolute intensity I_{ik} ที่ได้จากการ transition จาก level i ไป level k เขียนได้ว่า (Montaser and Golightly, 1987)

$$\begin{aligned} I_{ik} &= \frac{l}{4\pi} n_i A_{ik} \frac{hc}{\lambda_{ik}} \\ &= \frac{l}{4\pi} n \left[\frac{g_i}{Z(T_e)} \right] A_{ik} \frac{hc}{\lambda_{ik}} \exp\left(\frac{-E_i}{kT_e}\right) \end{aligned} \quad (2.90)$$

โดย l คือ path length ของ source, A_{ik} คือ transition probability สำหรับ spontaneous emission, c คือความเร็วแสง และ λ_{ik} คือความยาวคลื่นของเส้น emission จาก level i ไป level k ถ้าทราบค่า n และ absolute transition probability ก็สามารคำนวณหาอุณหภูมิอิเล็กตรอนได้ จากสมการ (2.90)

นอกจากวิธีสัมบูรณ์ที่ใช้คำนวณอุณหภูมิอิเล็กตรอนดังกล่าวมาแล้ว ยังมีวิธีสัมพัทธ์ของเส้นสเปกตรัมของอนุภาค (species) ชนิดเดียวกันตั้งแต่สองเส้นขึ้นไป ในการหาอุณหภูมิอิเล็กตรอนจากสมการ (2.90) เขียนในรูป ลอการิทึม ได้เป็น

$$\ln\left(\frac{I_{ik} \lambda_{ik}}{g_i A_{ik}}\right) = -\frac{E_i}{kT_e} + \ln\left[\frac{nlhc}{4\pi Z(T_e)}\right] \quad (2.91)$$

ซึ่ง T_e หาได้จากความชัน $(-\frac{1}{kT_e})$ ของเส้นตรงระหว่างด้านซ้ายของสมการ (2.91) กับ E_i ซึ่งใน

ที่นี่จะต้องทราบค่า relative transition probability ด้วย

ในการเลือกกลุ่มของเส้นสเปกตรัม นั้นมีวิธีพิจารณา 3 ประการดังนี้

- ก. ต้องเป็นเส้นสเปกตรัม ที่ transition probability มีค่าที่เชื่อถือได้
- ข. เส้นสเปกตรัมเหล่านี้จะต้องอยู่ใกล้กันเพื่อหลีกเลี่ยง calibration ของหัววัด
- ค. พลังงานกระตุ้นของ level ที่สูงกว่าควรมีค่าต่างกันมากๆ เพื่อให้ได้ค่าอุณหภูมิอิเล็กทรอนิกส์ที่แม่นยำมากขึ้น