บทที่ 2

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบคลาสสิค

อนุกรมเวลาคือข้อมูลที่ได้จากการสังเกตชุดหนึ่งซึ่งถูกจัดเรียงตามความช้าเร็วที่เกิดขึ้น โดยที่ข้อมูลเหล่านี้ถูกเก็บมา ณ ช่วงเวลาต่างๆ ที่เท่ากัน หรือไม่เท่ากันก็ได้ การวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบคลาสสิคเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้มานานในวงการธุรกิจ ในการศึกษาความเคลื่อนไหวของเหตุการณ์ต่างๆ ในอดีต เพื่อจะนำมาใช้ในการวางนโยบายในอนาคตต่อไป

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบคลาสสิคเป็นที่นิยมใช้ในวงการธุรกิจ เนื่องจากการวิเคราะห์ได้ทำการแยกอนุกรมเวลาออกเป็นส่วนประกอบต่างๆ ทำให้สามารถอธิบายและให้คำตอบเกี่ยวกับการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของอนุกรมเวลาบางส่วนได้อย่างชัดเจน ทำให้การวางแผนล่วงหน้าในอนาคตทำได้ง่ายขึ้น โดยอาศัยความเข้าใจในส่วนประกอบแต่ละส่วนของอนุกรมเวลานี้อย่างถ่องแท้ ดังนั้น ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบคลาสสิคนี้ สิ่งที่สำคัญที่สุดก็คือ การหาว่าส่วนประกอบอะไรบ้างได้ถูกผสมผสานขึ้นมาเป็นอนุกรมเวลา ต่อจากนั้นก็เป็นการวัดผลอันสืบเนื่องมาจากปรากฏการณ์ของส่วนประกอบเหล่านี้ และท้ายสุดคือการนำเอาผลที่ได้รับจากการวิเคราะห์ไปเป็นเครื่องมือประกอบในการวางแผนในอนาคตต่อไป

2.1 รูปแบบอนุกรมเวลาแบบคลาสสิค

อนุกรมเวลาแบบคลาสสิค จะแบ่งอนุกรมเวลาออกเป็น 4 ส่วนดังนี้

ก) ค่าแนวโน้ม (secular Trend) ใช้สัญลักษณ์ T เป็นการเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างค่อยเป็นค่อยไปอย่างช้าๆ ในระยะเวลานานๆ เช่น การเพิ่มขึ้นของอนุกรมเวลาของกำไรสุทธิเนื่องมาจากความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี ทำให้ค่าใช้จ่ายในการผลิตถูกลงการบริหารงานที่มีประสิทธิภาพสูงขึ้น เป็นต้น

ข) การเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล (Seasonal Variation) ใช้สัญลักษณ์เป็น S เป็นการเปลี่ยนแปลงของอนุกรมเวลาที่เกิดขึ้นซ้ำๆ กันในช่วงเวลาหนึ่ง อาจจะเป็น 1 สัปดาห์ หรืออื่น ๆ โดยการเปลี่ยนแปลงของอนุกรมเวลาคล้ายกันในช่วงเวลาเดียวกัน การเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลจะเห็นได้อย่างชัดเจนในอนุกรมเวลาของวัตถุดิบและสินค้าสำเร็จรูป เนื่องจากสิ่งเหล่านี้กระทบกระเทือนได้ง่ายจากสภาวะการณ์ทางธรรมชาติ เช่น ภูมิอากาศ หรือจากสภาวะที่มนุษย์สร้างเอง

เช่น เทศกาลต่างๆ การที่สามารถหาลักษณะของการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลได้จะเป็นประโยชน์แก่ผู้บริหารในการวางแผนล่วงหน้าเกี่ยวกับการซื้อขาย การเก็บสินค้าคงคลัง

ค) การเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักร (Cyclical Variation) ใช้สัญลักษณ์ C วัฏจักรทางธุรกิจในอนุกรมเวลาประกอบด้วยช่วงซึ่งแสดงถึงความเจริญความเสื่อมทางธุรกิจวัฏจักรอาจเกิดจากเหตุการณ์ภายนอกวงการธุรกิจ เช่น นโยบายของรัฐบาล การเปลี่ยนแปลงทางการเมือง ช่วงของวัฏจักรอาจจะสั้นหรือยาวก็ได้

ง) การเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติ (Irregular Variation) ใช้สัญลักษณ์ I เป็นการเปลี่ยนแปลงที่ไม่ใช่แนวโน้ม การเปลี่ยนตามฤดูกาล และการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรซึ่งมีผลต่ออนุกรมเวลาและไม่สามารถคาดการณ์ล่วงหน้าได้ อนุกรมเวลาส่วนใหญ่อาจถูกกระทบกระเทือนจากสิ่งภายนอก ซึ่งมีพลังในตัวเองพอที่จะทำให้เกิดหรือเปลี่ยนแปลงวัฐจักรได้ เช่น การนัดหยุดงาน สงคราม เป็นต้น

จากส่วนประกอบของอนุกรมเวลา เมื่อรวมเข้าด้วยกันเพื่อเป็นรูปแบบของอนุกรมเวลาสามารถรวบรวมได้หลายรูปแบบแต่ที่นิยมใช้มี 2 รูปแบบ

รูปแบบเชิงบวก (additive model) $Y = T + S + C + I$

รูปแบบเชิงคูณ (multiplication model) $Y = T \times S \times C \times I$

รูปแบบเชิงบวก เป็นตัวแบบที่มีส่วนประกอบแต่ละส่วนเป็นอิสระต่อกัน และอาจมาจากแหล่งกำเนิดที่ต่างกันด้วย ซึ่งในข้อมูลอนุกรมเวลาโดยทั่วไปนั้น รูปแบบเชิงบวกมักจะไม่ค่อยพบเห็นการใช้มากนัก

สำหรับรูปแบบเชิงคูณ พบมากในข้อมูลอนุกรมเวลาทางเศรษฐกิจ และทางธุรกิจตัวแบบชนิดนี้เป็นตัวแบบที่มีส่วนประกอบของอนุกรมเวลาที่มีความสัมพันธ์กัน ตัวแบบเชิงคูณเป็นที่นิยมใช้กันมากกว่าตัวแบบอื่น ทั้งนี้เนื่องจากการแยกส่วนประกอบแต่ละส่วนนั้นทำได้สะดวกกว่า และในความเป็นจริงแล้วส่วนประกอบของอนุกรมเวลาส่วนใหญ่มีต้นกำเนิดต่างกัน แต่มีส่วนเกี่ยวข้องกันและกัน ในกรณีที่ส่วนประกอบของอนุกรมเวลาเกิดจากต้นกำเนิดเดียวกัน การแยกส่วนประกอบจะทำได้ยากกว่าการแยกส่วนประกอบของอนุกรมเวลาที่มีจุดกำเนิดต่างกัน

2.2 การประมาณค่าแนวโน้ม

โดยทั่วไปการหาค่าแนวโน้มนิยมใช้ข้อมูลรายปีมากกว่าการใช้ข้อมูลรายเดือนหรือราย 3 เดือนหรืออื่นๆ เพราะการเปลี่ยนแปลงในระยะสั้นไม่มีผลกระทบต่อการเปลี่ยนแปลงในระยะเวลานานๆ

ในการประมาณค่าแนวโน้มควรนำข้อมูลพล็อตในกระดาษกราฟ เพื่อดูแนวกว้างๆของแนวโน้มว่ามีลักษณะเป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้ง แล้วจึงหาค่าแนวโน้มตามวิธีการหาค่าแนวโน้ม โดยวิธีการหาค่าแนวโน้มที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์ในครั้งนี้ มีดังนี้

2.2.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด

ให้ $\hat{Y}$ เป็นค่าแนวโน้มเส้นตรง ($\hat{Y} = a + bt$) ประมาณค่าแนวโน้ม $\hat{Y}$ จากอนุกรมเวลา Y ที่มีจำนวน N ตัว โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดทำได้ดังนี้

$$Q = \sum_{t=0}^{N-1} (Y_t - \hat{Y}_t)^2$$

$$= \sum_{t=0}^{N-1} (Y_t - a - bt)^2$$

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = -2\sum_{t=0}^{N-1} (Y_t - a - bt)^2 = 0$$

$$Na + b\sum_{t=0}^{N-1} t = \sum_{t=0}^{N-1} Y_t \qquad \text{..........(1)}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b} = -2\sum_{t=0}^{N-1} (Y_t - a - bt)t = 0$$

$$a\sum_{t=0}^{N-1} t + b\sum_{t=0}^{N-1} t^2 = \sum_{t=0}^{N-1} Y_t t \qquad \text{.......... (2)}$$

(1) $\times \sum t$
$$Na\sum_{t=0}^{N-1} t + b\left[\sum_{t=0}^{N-1} t\right]^2 = \sum_{t=0}^{N-1} Y_t \sum_{t=0}^{N-1} t \qquad \text{...........(3)}$$

(2) $\times N$
$$Na\sum_{t=0}^{N-1} t + Nb\sum_{t=0}^{N-1} t^2 = N\sum_{t=0}^{N-1} Y_t t \qquad \text{...........(4)}$$

(4) – (3)
$$Nb\sum_{t=0}^{N-1} t^2 - b\left[\sum_{t=0}^{N-1} t\right]^2 = N\sum_{t=0}^{N-1} Y_t t - \sum_{t=0}^{N-1} Y_t \sum_{t=0}^{N-1} t \qquad \text{..........(5)}$$

$$b = \frac{N\sum_{t=0}^{N-1} Y_t t - \sum_{t=0}^{N-1} Y_t \sum_{t=0}^{N-1} t}{N\sum_{t=0}^{N-1} t^2 - \left[\sum_{t=0}^{N-1} t\right]^2} \qquad \text{..........(6)}$$

จาก (1) จะได้ว่า $$a = \frac{\sum_{t=0}^{N-1} Y_t}{N} - \frac{b\sum_{t=0}^{N-1} t}{N} \quad = \overline{Y}_t - b\bar{t}$$

ถ้าจำนวนข้อมูล (N) ของอนุกรมเวลามีจำนวนมาก การหาค่า a และ b โดยวิธีนี้จะใช้เวลามากในการคำนวณ อาจทำให้ง่ายขึ้นโดยการย้ายจุดเริ่มต้น $(t = 0)$ แล้วให้ $\sum t = 0$ จะได้ว่า

$$a = \overline{Y}$$

$$b = \frac{\sum Y_t t}{\sum t^2}$$

การทำให้ $\sum t = 0$ พิจารณาเป็น 2 กรณี

1. ถ้าจำนวนอนุกรมเวลาเป็นเลขคี่ จะให้เวลาที่อยู่ตรงกลางมีค่า t เป็นศูนย์ เวลาที่อยู่ก่อนเวลาตรงกลางมีค่า t เป็น -1 , -2 , -3 , ... และเวลาที่อยู่หลังเวลาตรงกลางมีค่า t เป็น 1 , 2 , 3 , ...

2. ถ้าจำนวนอนุกรมเวลาเป็นเลขคู่ จะให้เวลาที่อยู่ตรงกลางมีค่า t เป็นศูนย์ เวลาที่อยู่ก่อนเวลาตรงกลางมีค่า t เป็น -1 , -3 , -5 , ... และเวลาที่อยู่หลังเวลาตรงกลางมีค่า t เป็น 1 , 3 , 5 , ...

สมการ $(\hat{Y} = a + bt)$ จะต้องกำหนดเงื่อนไข 3 ข้อ ดังนี้

1. จุดเริ่มต้น หมายถึงที่ $t = 0$ ซึ่งจะต้องระบุ วัน เดือน ปี
2. หน่วยของ t
3. หน่วยของ $\hat{Y}$

2.2.2 การเปลี่ยนแปลงสมการแนวโน้ม

เนื่องจากสมการแนวโน้มที่หาได้นั้น จะต้องระบุเสมอว่าจุดเริ่มต้น วัน เดือน ปี อะไร ที่ Y และ t มีหน่วยเป็นอะไร บางครั้งมีความจำเป็นที่จะต้องเปลี่ยนจุดเริ่มต้น หรือหน่วยของ Y หรือ t สามารถทำการเปลี่ยนแปลงได้ดังนี้

ก. การเปลี่ยนแปลงจุดเริ่มต้น

เป็นการเปลี่ยนแปลงจุดเริ่มต้นเพื่อให้อยู่ก่อนหรือหลังจุดเริ่มต้นเดิม การเปลี่ยนจุดเริ่มต้น จะไม่ทำให้ความชัน (b) เปลี่ยนแปลง แต่จะทำให้ค่า a ในสมการแนวโน้มเส้นตรงเปลี่ยนแปลง ทำได้โดยเปลี่ยนค่า t ในสมการแนวโน้มเดิม ให้ t บวกหรือลบด้วยจำนวนเวลาที่ต้องการย้ายไป โดยเป็นบวกถ้าจุดเริ่มต้นใหม่อยู่หลังจุดเริ่มต้นเดิม หรือเป็นลบถ้าจุดเริ่มต้นใหม่อยู่ก่อนจุดเริ่มต้นเดิม

การเปลี่ยนหรือย้ายจุดเริ่มต้นจะต้องคำนึงถึงหน่วยของเวลาด้วย เพราะจุดเริ่มต้นจะต้องอยู่กึ่งกลางของหน่วยเวลา เช่น ข้อมูลรายเดือน จุดเริ่มต้นจะอยู่วันที่ 16 ของเดือน ข้อมูลราย 3 เดือน จะมีจุดเริ่มต้นที่วันที่ 16 ของเดือนกลาง

ข. การเปลี่ยนหน่วยของ $\hat{Y}$

ในสมการแนวโน้มเดิม หน่วยของ $\hat{Y}$ อาจจะเป็นปี หรือครึ่งปี เมื่อต้องการเปลี่ยนหน่วยให้มีหน่วยน้อยกว่าหน่วยเดิม ทำได้โดยคูณทางขวามือด้วยอัตราส่วนของเวลาใหม่กับเวลาเดิม เช่นเดิมเป็นข้อมูลรายปี ต้องการเปลี่ยนเป็นรายเดือน อัตราส่วนจะเป็น 1/12 หรือเดิมเป็นข้อมูลเป็นราย 6 เดือน ต้องการเปลี่ยนเป็นราย 3 เดือน อัตราส่วนเป็น ½ เป็นต้น

ค. การเปลี่ยนแปลงหน่วยของ t

ตามปกติสมการแนวโน้ม เวลาข้อมูล จะมีหน่วยเดียวกัน เมื่อต้องการเปลี่ยนหน่วยของเวลา t จะทำให้ค่าความชันเปลี่ยนเพียงค่าเดียว การเปลี่ยนค่าความชันจะคูณด้วยอัตราส่วนของเวลาใหม่กับเวลาเดิม เช่น เดิม t มีหน่วย 1 ปี ต้องการเปลี่ยนให้มีหน่วย 1 เดือน ก็คูณความชันด้วย 1/12 หรือเดิม t มีหน่วย 1 ปี ต้องการเปลี่ยนให้มีหน่วย 3 เดือน อัตราส่วนเป็น 3/12 = ¼ ก็คูณความชันด้วย ¼

2.2.3 เทคนิคการปรับเรียบ (Smoothing Techniques)

การทำให้เรียบของอนุกรมเวลาหมายถึง การปรับอนุกรมเวลาที่มีการเปลี่ยนแปลงมากให้เรียบขึ้น โดยกำหนดน้ำหนักของข้อมูลที่ใกล้เวลานั้น และเทคนิคการทำให้เรียบที่จะกล่าวในที่นี้ได้แก่ การเฉลี่ยเคลื่อนที่ และการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลัง โดยรูปแบบของข้อมูลจะสมมติเป็นโพลิโนเมียลฟังก์ชัน

$$Y_t = a_0 + a_1 t + \frac{1}{2!} a_2 t^2 + \ldots + \frac{1}{n!} a_n t^n + \varepsilon_t$$

1. การเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average)

การเฉลี่ยเคลื่อนที่จะกำหนดน้ำหนักของข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณให้มีน้ำหนักเท่ากันซึ่งคำว่า เฉลี่ยหมายถึงการหาค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณ ส่วนคำว่าเคลื่อนที่ หมายถึงการเพิ่มข้อมูลตัวถัดไปเข้าไปในการคำนวณ และตัดข้อมูลตัวแรกออกการพยากรณ์โดยการเฉลี่ยเคลื่อนที่จะขึ้นอยู่กับรูปแบบของข้อมูล

ก. ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียว (Simple Moving Average)

ข้อมูลที่จะใช้ในการพยากรณ์ โดยวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียว จะกำหนดให้เป็นรูปแบบคงที่ ดังนี้

$$Y_t = a_0 + \varepsilon_t$$

เมื่อ Y_t = เป็นข้อมูลที่เวลา t

a_0 = เป็นพารามิเตอร์ของรูปแบบ

ε_t = เป็นค่าคลาดเคลื่อน ณ ที่เวลา t

ข้อมูลที่จะกำหนดให้เป็นรูปแบบคงที่นั้น จะมีลักษณะการกระจายอยู่ที่ค่าคงที่ค่าหนึ่งซึ่งก็คือค่า a_0 โดยการประมาณค่า a_0 จากการเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียว ดังนั้น

$$a_0(t) = M_t$$

เมื่อ $a_0(t)$ คือค่าประมาณของ a_0 เมื่อเวลา t และ M_t คือค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียวเมื่อเวลา t ซึ่ง

$$M_t = \frac{(Y_t + Y_{t-1} + Y_{t-2} + ... + Y_{t-N+1})}{N}$$

$$M_t = M_{t-1} + \frac{(Y_t - Y_{t-N})}{N}$$

โดย $Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \ldots, Y_{t-N+1}$ เป็นข้อมูล และ N เป็นจำนวนข้อมูลที่เฉลี่ย
ในการพยากรณ์ล่วงหน้า 1 หน่วยเวลา คือ

$$\hat{Y}_{t+1} = a_0(t) \qquad = M_t$$

ในการพยากรณ์ด้วยการเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียว จะคำนึงถึงจำนวนที่จะใช้ในการเฉลี่ย โดยทั่วไปข้อมูลที่มีการเปลี่ยนแปลงเร็วจะใช้จำนวนเทอมเฉลี่ยน้อย และข้อมูลที่มีการเปลี่ยนแปลงน้อยจะใช้จำนวนข้อมูลเฉลี่ยมาก อย่างไรก็ตามการพิจารณาจำนวนเทอมเฉลี่ยดีที่สุดจากความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

ข. การเฉลี่ยเคลื่อนที่สองชั้น (Double Moving Average)

หากข้อมูลมีแนวโน้มสูงขึ้น ค่าคงที่คำนวณจากวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียวจะมีค่าต่ำกว่าข้อมูลจริง แต่ก็มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเช่นกัน และหากข้อมูลมีแนวโน้มลดลง ค่าที่คำนวณจากวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียว จะมีค่าสูงกว่าข้อมูลจริง โดยมีแนวโน้มลดลงเช่นเดียวกับข้อมูล ดังนั้นในกรณีที่ข้อมูลมีแนวโน้มเป็นเส้นตรงหากนำค่าที่คำนวณได้จากวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียวมาคำนวณด้วยวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่อีกครั้งในลักษณะเดียวกัน ค่าที่คำนวณด้วยวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่อีกครั้งนี้เมื่อเปรียบเทียบกับค่าที่คำนวณด้วยวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียว จะมีลักษณะเดียวกันกับค่าที่คำนวณด้วยวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียวเมื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลจริง จึงมีแนวความคิดที่จะนำผลต่างระหว่างค่าที่คำนวณด้วยวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่สองชั้นกับค่าที่คำนวณด้วยวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียวมาปรับแก้ค่าพยากรณ์

กำหนดรูปแบบของข้อมูลเป็นสมการเส้นตรง

$$Y_t = a_0 + a_1 t + \varepsilon_t \qquad ....(1)$$

Y_t เป็นข้อมูลที่เวลา t

a_0 , a_1 เป็นค่าพารามิเตอร์ของรูปแบบ

ε_t เป็นค่าความคลาดเคลื่อนของรูปแบบที่เวลา t

ค่าที่คำนวณด้วยวิธีค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียว ณ เวลา อาจเขียนได้เป็น

$$
\begin{aligned}
M_{1t} &= \frac{Y_{t-n+1} + \dots + Y_t}{n} \\
&= \frac{1}{n}\left[\begin{matrix} \left\{a_0 + a_1(t-n+1) + \varepsilon_{t-n+1}\right\} + \left\{a_0 + a_1(t-n+2) + \varepsilon_{t-n+2}\right\} \\ + \dots + \left\{a_0 + a_1 t + \varepsilon_t\right\} \end{matrix}\right] \\
&= a_0 + a_1 t - \frac{n-1}{2}a_1 + \frac{1}{n}\sum_{r=0}^{n-1}\varepsilon_{t-r} \qquad \text{......(2)}
\end{aligned}
$$

เนื่องจากค่าคาดหมายของการรบกวนสุ่มมีค่าเท่ากับศูนย์ เทอมสุดท้ายในด้านขวามือของสมการ (2) จึงอาจกำหนดให้มีค่าเท่ากับศูนย์ได้ ดังนั้นค่าประมาณของ a_0 และ a_1 จึงอาจเขียนได้จากสมการ (2) ได้เป็น

$$
M_{1t} = a_0 + a_1 t - \frac{n-1}{2}a_1 \qquad \text{..........(3)}
$$

ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สองชั้น ณ เวลา t ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยของค่าพยากรณ์ด้วยวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียวล่าสุด n ค่า จึงเขียนได้เท่ากับ

$$
\begin{aligned}
M_{2t} &= \frac{M_{1(t-n+1)} + M_{1(t-n+2)} + \dots + M_{1t}}{n} \\
&= \frac{1}{n}\left[\begin{matrix} \left\{a_0 + a_1(t-n+1) - \frac{n-1}{2}a_1\right\} + \left\{a_0 + a_1(t-n+2) - \frac{n-1}{2}a_1\right\} + \dots + \\ \left\{a_0 + a_1 t - \frac{n-1}{2}a_1\right\} \end{matrix}\right] \\
&= a_0 + a_1 t - (n-1)a_1 \qquad \text{..........(4)}
\end{aligned}
$$

เมื่อลบสมการ (3) และ (4) จะได้ผลลัพธ์

$$a_1 = \frac{2}{n-1}(M_{1t} - M_{2t}) \qquad \text{..........(5)}$$

ค่าพยากรณ์ k หน่วยเวลาล่วงหน้าที่พยากรณ์ ณ เวลา t อาจเขียนได้จากสมการ (1) เป็น

$$\hat{Y}_{1(k)} = a_0 + a_1(t+k) = \hat{Y}_{t(0)} + ka_1$$

โดย $\hat{Y}_{t(0)}$ คือค่าพยากรณ์ระดับของข้อมูล ณ เวลา t หรืออีกนัยหนึ่งคือจุดเริ่มต้นของเส้นพยากรณ์ ณ เวลา t นั่นเอง ดังนั้น เพื่อมิให้เกิดความสับสนในสัญลักษณ์จึงให้

$$a_0 = \hat{Y}_1(0) = a_0 + a_1 t \qquad \text{...........(6)}$$

เมื่อแทนค่า $a_0 + a_1 t$ จากสมการ (4) ลงไปใน สมการ (6) จะได้ผลลัพธ์

$$a_{0t} = M_{2t} + (n-1)a_1$$

ซึ่งเมื่อนำค่า a_1 จากสมการ(5) มาแทนแล้วสมการจะกลายเป็น

$$a_{0t} = 2M_{1t} - M_{2t} \qquad \text{...........(7)}$$

เนื่องจากความชันในสมการ (5) มีค่าเปลี่ยนแปลงตามค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเดียวและสองชั้นที่คำนวณ ณ เวลา t จึงเห็นควรที่จะปรับสัญลักษณ์ a_1 เพื่อให้แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงที่อาจเกิดได้ตามหน่วยเวลาเป็น a_{1t}

$$a_{1t} = \frac{2}{n-1}(M_{1t} - M_{2t}) \qquad \text{.......... (8)}$$

ดังนั้นค่าพยากรณ์ k หน่วยเวลาล่วงหน้าที่พยากรณ์ ณ เวลา t จึงอาจเขียนได้เป็น

$$\hat{Y}_{t(k)} = a_{0t} + ka_{1t} \qquad \text{..........} (9)$$

2. การปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลัง (Exponential Smoothing)

ในการเฉลี่ยเคลื่อนที่นั้นได้กำหนดน้ำหนักของข้อมูลในการเฉลี่ยเท่ากันหมด คือ 1/N แต่ข้อมูลของอนุกรมเวลานั้นอาจจะมีน้ำหนักไม่เท่ากันก็ได้ โดยที่ข้อมูลที่อยู่ใกล้ t ควรจะมีความสำคัญมากกว่านั่นคือ ข้อมูลที่อยู่ใกล้เวลา t ควรจะมีน้ำหนักมาก และข้อมูลที่อยู่ก่อนหน้าเวลา t ควร จะมีน้ำหนักลดลงเรื่อยๆ แบบเรขาคณิต วิธีดังกล่าวเรียกว่า การปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลัง

การปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลัง มีสมมติฐาน 2 ประการ

(1) กำหนดให้รูปแบบของอนุกรมเวลาเป็นโพลิโนเมียลลำดับที่ n ของเวลา t

$$Y_t = a_0 + a_1 t + \frac{a_2 t^2}{2!} + \frac{a_3 t^3}{3!} + ... + \frac{a_n t^n}{n!}$$

และการพยากรณ์ข้อมูลในอนาคตล่วงหน้า τ หน่วยเวลาเป็น

$$\hat{Y}_{t+\tau} = a_0(t) + a_1(t)\tau + \frac{a_2(t)\tau^2}{2!} + \frac{a_3(t)\tau^3}{3!} + ... + \frac{a_n(t)\tau^n}{n!} = \sum_{k=0}^{n} \frac{a_k(t)\tau^k}{k!}$$

เมื่อ $a_k(t)$ เป็นค่าประมาณของ a_k เมื่อ $k = 1,2,3,....,n$ ที่เวลา t

(2) การปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลัง ลำดับที่ p นิยามได้ดังนี้

$$S_t^{(p)} = (1-\theta)S_t^{(p-1)} + \theta S_{t-1}^{(p)}$$

เมื่อ $S_t^{(0)} = Y_t$, $S_t^{(p)}$ คือการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลัง ลำดับที่ p และ $0 < \theta < 1$
จากสมมติฐานทั้งสองประการดังกล่าว สามารถสรุปได้ว่า

ถ้าข้อมูล Y_t สามารถแทนได้ด้วยรูปแบบ

$$Y_{t-L} = \sum_{k=0}^{n} a_k t \frac{(-L)^k}{k!}$$

และ $$S_t^{(p)} = (1-\theta)S_t^{(p-1)} + \theta S_{t-1}^{(p)}$$

แล้ว $$S_t^{(p)} = \sum_{k=0}^{n} (-L)^k \frac{a_k(t)}{k!}(1-\theta)^p \sum_{j=0}^{\infty} j^k \theta^j \binom{p+j-1}{p-1} + \theta S_{t-1}^{(p)}$$

สามารถเขียนอยู่ในรูปแบบของเมตริกซ์ ได้ดังนี้

$$S = MA$$

โดยที่

$$S = \begin{bmatrix} S_t^{(1)} \\ S_t^{(2)} \\ \vdots \\ S_t^{(n+1)} \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} a_0(t) \\ a_1(t) \\ \vdots \\ a_n(t) \end{bmatrix}$$

และ M เป็นเมตริกซ์ขนาด $(n+1) \times (n+1)$ และมีสมาชิกในแถวที่ p และคอลัมน์ที่ k+1 เป็น

$$M_{p,k+1} = (1-\theta)\sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-j)^k}{k!} \theta^j \binom{p+j-1}{p-1}$$

$p = 1,2,3,\ldots,n+1$

$k = 0,1,2,3,\ldots,n$

ดังนั้น $A = M^{-1}S$

และการพยากรณ์ล่วงหน้า τ หน่วยเวลาเป็น

$$\hat{Y}_{t+\tau} = a_0(t) + a_1(t)\tau + \frac{a_2(t)}{2!}\tau^2 + \dots + \frac{a_n(t)}{n!}\tau^n$$

ตัวอย่างของเมตริกซ์ M เมื่อ $n = 4$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-\theta}{1-\theta} & \frac{\theta(1+\theta)}{2(1-\theta)^2} & \frac{-\theta(1+4\theta+\theta^2)}{6(1-\theta)^3} & \frac{\theta(1+11\theta+11\theta^2+\theta^3)}{24(1-\theta)^4} \\ 1 & \frac{-2\theta}{1-\theta} & \frac{2\theta(1+2\theta)}{2(1-\theta)^2} & \frac{-2\theta(1+7\theta+4\theta^2)}{6(1-\theta)^3} & \frac{2\theta(1+18\theta+33\theta^2+8\theta^3)}{24(1-\theta)^4} \\ 1 & \frac{-3\theta}{1-\theta} & \frac{3\theta(1+3\theta)}{2(1-\theta)^2} & \frac{-3\theta(1+10\theta+9\theta^2)}{6(1-\theta)^3} & \frac{3\theta(1+25\theta+67\theta^2+27\theta^3)}{24(1-\theta)^4} \\ 1 & \frac{-4\theta}{1-\theta} & \frac{4\theta(1+4\theta)}{2(1-\theta)^2} & \frac{-4\theta(1+13\theta+16\theta^2)}{6(1-\theta)^3} & \frac{4\theta(1+32\theta+113\theta^2+64\theta^3)}{24(1-\theta)^4} \\ 1 & \frac{-5\theta}{1-\theta} & \frac{5\theta(1+5\theta)}{2(1-\theta)^2} & \frac{-5\theta(1+16\theta+25\theta^2)}{6(1-\theta)^3} & \frac{5\theta(1+39\theta+171\theta^2+125\theta^3)}{24(1-\theta)^4} \end{bmatrix}$$

ก. รูปแบบของข้อมูลเป็นรูปแบบคงที่หรือโพลิโนเมียลลำดับ 0 หรือ การปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลัง เชิงเดียว (Single Exponential Smoothing)

การหาค่าเฉลี่ยด้วยวิธีการเฉลี่ยเคลื่อนที่นั้นได้ให้น้ำหนักของข้อมูลที่หน่วยเวลาต่างๆ เท่าๆ กัน ซึ่งอาจมีข้อโต้แย้งได้มาก ในกรณีที่ข้อมูลไม่มีฤดูกาลข้อมูลที่หน่วยเวลาใกล้เคียงกับปัจจุบันน่าจะมีสาระที่จะเป็นประโยชน์ในการประมาณค่าพยากรณ์มากกว่าข้อมูลในอดีตที่ห่างไกล ดังนั้นวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังจึงให้น้ำหนักต่างๆ กัน สำหรับข้อมูลที่หน่วยเวลาต่างๆ โดยจะให้น้ำหนักของข้อมูลลดลงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลตามหน่วยเวลาที่ห่างออกไปในอดีต ลักษณะการให้น้ำหนักกับข้อมูลเป็นดังนี้

ข้อมูล	Y_1	Y_2	Y_3	...	Y_{t-2}	Y_{t-1}	Y_t
น้ำหนัก	a^t	a^{t-1}	a^{t-2}	...	a^3	a^2	a

เมื่อ a คือ ค่าคงที่ และ $0 < a < 1$

$$Y_t = a_0$$

$$S_t^{(1)} = (1-\theta)Y_t + \theta S_{t-1}^{(1)}$$

หาค่า $a_0(t)$ จาก $A = M^{-1}S$

$$\left[a_0(t)\right] = [1]\left[S_t^{(1)}\right]$$

$$a_0(t) = S_t^{(1)}$$

การพยากรณ์ข้อมูลในอนาคตล่วงหน้า τ หน่วยเวลา

$$\hat{Y}_{t+\tau} = a_0(t) \qquad \tau = 1,2,3,\ldots$$

ข. รูปแบบของข้อมูลเป็นรูปแบบเชิงเส้นหรือโพลิโนเมียลลำดับที่ 1 หรือ การปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังสองชั้น (Double Exponential Smoothing)

$$Y_t = a_0 + a_1(t)$$

$$S_t^{(1)} = (1-\theta)Y_t + \theta S_{t-1}^{(1)}$$

$$S_t^{(2)} = (1-\theta)S_t^{(1)} + \theta S_{t-1}^{(2)}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{-\theta}{(1-\theta)} \\ 1 & \dfrac{-2\theta}{(1-\theta)} \end{bmatrix} \qquad \text{ดังนั้น} \quad M^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ \dfrac{(1-\theta)}{\theta} & \dfrac{-(1-\theta)}{\theta} \end{bmatrix}$$

จาก $A = M^{-1}S$

$$\begin{bmatrix} a_0(t) \\ a_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ \dfrac{(1-\theta)}{\theta} & \dfrac{-(1-\theta)}{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_t^{(1)} \\ S_t^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$a_0(t) = 2S_t^{(1)} - S_t^{(2)}$$

$$a_1(t) = \frac{1-\theta}{\theta}\left[S_t^{(1)} - S_t^{(2)}\right]$$

การพยากรณ์ข้อมูลในอนาคตล่วงหน้า τ หน่วยเวลา

$$\hat{Y}_{t+\tau} = a_0(t) + a_1(t)\tau \qquad \tau = 1,2,3,\ldots$$

2.2.4 วิธีค่าเฉลี่ย

ค่าเฉลี่ยหมายถึงการหาค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณ โดยวิธีการพยากรณ์โดยใช้วิธีค่าเฉลี่ยอย่างง่ายนี้จะได้ว่า

ให้ $r = N/n$

และ $Y_1, Y_2, Y_3, \ldots, Y_m$ เป็น ข้อมูลอนุกรมเวลาทั้งหมด N จำนวน

เมื่อ r เป็นจำนวนชุดข้อมูล

n เป็นจำนวนเทอมเฉลี่ย

N เป็นจำนวนข้อมูลทั้งหมด

กำหนดให้ A_i คือ ค่าเฉลี่ยในชุดข้อมูลที่ i ; $i = 1, 2, 3, \ldots, r$ ซึ่ง

$$A_1 = \frac{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_n)}{n}$$

$$A_2 = \frac{(Y_{n+1} + Y_{n+2} + Y_{n+3} + \ldots + Y_{2n})}{n}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$A_r = \frac{(Y_{(r-1)n+1} + Y_{(r-1)n+2} + Y_{(r-1)n+3} + \ldots + Y_m)}{n}$$

และจะได้ว่า

$$a_0(1), a_0(2), a_0(3), \ldots, a_0(n) = A_1$$

$$a_0(n+1), a_0(n+2), a_0(n+3), \ldots, a_0(2n) = A_2$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$a_0((r-1)n+1), a_0((r-1)n+2), a_0((r-1)n+3), \ldots, a_0(rn) = A_r$$

การพยากรณ์ล่วงหน้า n หน่วยเวลา คือ

$$\hat{Y}_{t+1,\dots,t+n} = a_0((r-1)n+1), a_0((r-1)n+2), a_0((r-1)n+3), \dots, a_0(m)$$

ตัวอย่าง การพยากรณ์อนุกรมเวลา โดยใช้วิธีการค่าเฉลี่ย กำหนดให้ n = 3 จะได้ว่า

$r = 6/3 = 2$

เวลา	Y	a_0	ค่าพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อน	ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสอง
1	10	12.67 $= A_1$			
2	12	12.67 $= A_1$			
3	16	12.67 $= A_1$			
4	17	17.00 $= A_2$	12.67	4.33	18.75
5	18	17.00 $= A_2$	12.67	5.33	28.41
6	16	17.00 $= A_2$	12.67	3.33	11.09

จากตัวอย่างข้างต้นจะได้ว่า

ค่าพยากรณ์ ณ เวลาที่ 7 , 8 , 9 จะได้เท่ากับ 17.00 MSE = 19.42

ในการพยากรณ์ด้วยการเฉลี่ยนี้ เมื่อนำจำนวนข้อมูลทั้งหมดหารด้วยจำนวนเทอมที่จะใช้เฉลี่ยแล้วหารไม่ลงตัวให้ตัดข้อมูลที่ไม่ลงตัวออก โดยตัดข้อมูลในอดีตเป็นจำนวนเท่ากับจำนวนเศษที่หารไม่ลงตัวแล้วทำการวิเคราะห์ตามวิธีข้างต้น อย่างไรก็ตามการพิจารณาจำนวนเทอมเฉลี่ยดีที่สุดจะพิจารณาจากความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE)

2.2.5 วิธีการพยากรณ์ร่วมด้วยค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนัก

ในวิธีการพยากรณ์ร่วมด้วยค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักนี้ จะเป็นการประยุกต์ใช้ในการพยากรณ์ โดยการนำวิธีพยากรณ์ต่างๆ มาพยากรณ์ร่วมกันตั้งแต่ 2 วิธีการขึ้นไป และในการพยากรณ์ร่วมด้วยค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักในการศึกษาครั้งนี้จะทำการวิเคราะห์ร่วมกันของ 2 วิธีการ และ 3 วิธีการ ซึ่งจะทำให้ได้ค่าพยากรณ์ใหม่

1) การพยากรณ์ร่วมด้วยค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนัก ของ 2 วิธีการ

โดยจะกำหนด F_1 แทนวิธีการที่ 1 F_2 แทนวิธีการที่ 2 และ τ เป็นเวลาที่ทำการพยากรณ์ ซึ่ง $\hat{Y}_{1t}(\tau)$ และ $\hat{Y}_{2t}(\tau)$ เป็นค่าพยากรณ์ที่ได้จากวิธีที่ 1 และวิธีที่ 2 ตามลำดับ โดยสมการพยากรณ์ของวิธี นี้เป็นดังนี้

$$\hat{Y}_t(\tau) = W\,\hat{Y}_{1t}(\tau) + (1-W)\hat{Y}_{2t}(\tau)$$

เมื่อ W เป็นน้ำหนัก ที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 – 1

2) การพยากรณ์ร่วมด้วยค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนัก ของ 3 วิธีการ

โดยจะกำหนด F_1 แทนวิธีการที่ 1 F_2 แทนวิธีการที่ 2 F_3 แทนวิธีการที่ 3 และ τ เป็นเวลาที่ทำการพยากรณ์ ซึ่ง $\hat{Y}_{1t}(\tau)$ $\hat{Y}_{2t}(\tau)$ และ $\hat{Y}_{3t}(\tau)$ เป็นค่าพยากรณ์ที่ได้จากวิธีที่ 1 วิธีที่ 2 และวิธีที่ 3 ตามลำดับ โดยสมการพยากรณ์ของวิธีนี้เป็น 2 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 $$\hat{Y}_t(\tau) = W_1\hat{Y}_{1t}(\tau) + W_2\hat{Y}_{2t}(\tau) + (1 - W_1 - W_2)\hat{Y}_{3t}(\tau)$$

เมื่อ W_1 , W_2 เป็นน้ำหนัก ที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 – 1

แบบที่ 2 $$\hat{Y}_t(\tau) = \frac{W_1\hat{Y}_{1t}(\tau) + W_2\hat{Y}_{2t}(\tau) + W_3\hat{Y}_{3t}(\tau)}{(W_1 + W_2 + W_3)}$$

เมื่อ W_1 , W_2, W_3 เป็นน้ำหนัก ที่มีค่าเป็น 1 , 2 , 1 ตามลำดับ

ซึ่งในการศึกษาในครั้งนี้จะนำทั้ง 2 แบบไปใช้ในการศึกษา

2.2.6 การปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลัง ตามวิธีของชอว์

ในวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังตามวิธีของชอว์นี้ เป็นอีกวิธีหนึ่งที่มีแนวความคิดที่จะปรับค่าพารามิเตอร์ตามลักษณะของความคลาดเคลื่อนที่ได้เกิดขึ้น ซึ่งจะทำให้ค่าพยากรณ์มีความอ่อนไหวไปตามการเปลี่ยนแปลงสภาพแวดล้อมได้ ซึ่งจะแตกต่างจากการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลัง ที่จะเห็นว่าค่าคงที่การทำให้เรียบเมื่อได้ถูกกำหนดค่าที่เหมาะสมแล้วจะมีค่าคงที่ การพยากรณ์จะใช้ค่านี้ไปคำนวณค่าพยากรณ์จนกว่าจะกำหนดค่าใหม่ ซึ่งอาจทำให้ค่า

พยากรณ์ไม่มีการปรับตนเองไปตามการเปลี่ยนแปลงในสภาพแวดล้อมที่อาจเกิดขึ้นในช่วงที่ยังไม่มีการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์

ชอว์ได้แนะนำให้คำนวณค่าพยากรณ์การปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลัง ตามสมการ (1)

$$\hat{Y} = \alpha Y_t + (1-\alpha)\hat{Y}_{t-1} \qquad \text{..........(1)}$$

โดยใช้ค่าคงที่การทำให้เรียบ 3 ค่า คือ

- α_0 เป็นค่าคงที่การทำให้เรียบกรณีฐาน (norminal value)
- α_u เป็นค่าคงที่การทำให้เรียบกรณีสูง (upper value) ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\alpha_u = \alpha_0 + \delta$$

- α_L เป็นค่าคงที่การทำให้เรียบกรณีต่ำ (lower value) ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\alpha_l = \alpha_0 - \delta$$

โดยกำหนดให้ค่า δ เท่ากับ 0.05 ดังนั้นวิธีการของชอว์ จึงมีค่าพยากรณ์อยู่ 3 ค่าตามค่าคงที่การทำให้เรียบ และค่าพยากรณ์ที่คำนวณจากค่าคงที่การทำให้เรียบกรณีฐานจะเป็นค่าพยากรณ์ที่นำไปใช้งาน ในกรณีนี้จะมีความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ 3 ค่า คือ

$$\left|e_{t+1}(\alpha_0)\right| = \left|Y_{t+1} - \hat{Y}_t(\alpha_0,1)\right| \qquad \text{..........(2)}$$

$$\left|e_{t+1}(\alpha_u)\right| = \left|Y_{t+1} - \hat{Y}_t(\alpha_u,1)\right| \qquad \text{..........(3)}$$

$$\left|e_{t+1}(\alpha_L)\right| = \left|Y_{t+1} - \hat{Y}_t(\alpha_L,1)\right| \qquad \text{..........(4)}$$

เพื่อให้ค่าพยากรณ์มีเสถียรภาพพอสมควร การปรับค่าคงที่การทำให้เรียบจะกระทำบนพื้นฐานของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ ซึ่งในที่นี้จะใช้ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ที่ทำให้เรียบแล้ว (smoothed absolute error)

$$\Delta_t = \gamma\left|e_t\right| + (1-\gamma)\Delta_{t-1} \qquad \text{..........(5)}$$

โดย γ เป็นค่าคงที่การทำให้เรียบสำหรับความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ มีค่าระหว่าง 0 – 1 ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ที่ทำให้เรียบแล้ว จะมีค่า 3 ค่าตามความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น จากค่าคง

ค่าคงที่การปรับให้เรียบ α_0 , α_U และ α_L ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ที่ทำให้เรียบตามคำนิยามในสมการ (5) อาจเขียนใหม่ในรูปความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ในอดีตได้เป็น

$$\Delta_t = \gamma \sum_{j=0}^{t-1} (1-\gamma)^j \left| e_{t-j} \right| + (1-\gamma)^t \left| e_0 \right| \qquad \text{..........(6)}$$

ซึ่งจะเห็นว่า ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ที่ทำให้เรียบแล้ว เป็นค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ในอดีต ค่าคงที่การทำให้เรียบ γ ไม่ควรกำหนดให้มีค่าสูงมากนักเพื่อให้ Δ_t สะท้อนความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในอดีตย้อนหลังพอสมควร

ค่าคงที่การทำให้เรียบจะปรับค่าไปยังทิศทางที่ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ที่ทำให้เรียบแล้วมีค่าน้อยที่สุดตามหลักการดังนี้

(1) ถ้า $\Delta_t(\alpha_0)$ มีค่าไม่มากกว่า $\Delta_t(\alpha_U)$ และ $\Delta_t(\alpha_L)$ ให้ยังคงใช้ค่าคงที่การทำให้เรียบปัจจุบันในการพยากรณ์ครั้งต่อไป

(2) ถ้า $\Delta_t(\alpha_0)$ มีค่ามากกว่า $\Delta_t(\alpha_U)$ แต่ไม่มากกว่า $\Delta_t(\alpha_L)$ ให้ปรับค่าคงที่การทำให้เรียบในการพยากรณ์ครั้งต่อไป ดังนี้

$$\alpha_0 = \alpha_U \qquad \text{..........(7)}$$

$$\alpha_u = \alpha_0 + \delta \qquad \text{..........(8)}$$

$$\alpha_L = \alpha_0 - \delta \qquad \text{..........(9)}$$

(3) ถ้า $\Delta_t(\alpha_0)$ มีค่ามากกว่า $\Delta_t(\alpha_L)$ แต่ไม่มากกว่า $\Delta_t(\alpha_U)$ ค่าคงที่การทำให้เรียบในการพยากรณ์ครั้งต่อไป ดังนี้

$$\alpha_0 = \alpha_L \qquad \text{..........(10)}$$

$$\alpha_u = \alpha_0 + \delta \qquad \text{..........(11)}$$

$$\alpha_L = \alpha_0 - \delta \qquad \text{..........(12)}$$

(4) ถ้า $\Delta_t(\alpha_0)$ มีค่ามากกว่าทั้ง $\Delta_t(\alpha_U)$ และ $\Delta_t(\alpha_L)$ ให้พิจารณาดังนี้ ถ้า $\Delta_t(\alpha_U)$ มีค่าน้อยกว่า $\Delta_t(\alpha_L)$ ให้ α_0 , α_U และ α_L เป็นไปตามสมการ (7) , (8) และ (9) ตามลำดับ มิฉะนั้นให้ α_0 , α_U และ α_L เป็นไปตามสมการ (10) , (11) และ (12) ตามลำดับ

ในทางปฏิบัติมักจะมีการกำหนดค่าสูงสุดของค่าคงที่การทำให้เรียบ α_{max} และค่าต่ำสุดของค่าคงที่การทำให้เรียบ α_{min} ไว้เพื่อป้องกันมิให้มีการปรับค่าคงที่การทำให้เรียบจนกระทั่ง α_U มีค่าเท่ากับ 1 หรือ α_L มีค่าเท่ากับ 0 ดังนั้นหาก α_U มีค่าเท่ากับ α_{max} แล้ว และการปรับค่าคงที่การทำให้เรียบ ยังคงเรียกร้องให้ปรับตามสมการ (7) , (8) และ (9) อีก ซึ่งจะทำให้ α_U มีค่าเกินค่า α_{max} จึงไม่มีการปรับค่าคงที่การทำให้เรียบให้สูงขึ้นอีก การพยากรณ์ จะคำนวณจากค่าเดิมทั้ง 3 ค่า ของค่าคงที่การทำให้เรียบ และในทำนองเดียวกัน หาก α_L มีค่าเท่ากับ α_{min} แล้ว และการปรับค่าคงที่การทำให้เรียบ ยังต้องกระทำตามสมการ (10) , (11) และ (12) อีกก็จะไม่มีการปรับค่าคงที่การทำให้เรียบให้ลดลงอีก และการพยากรณ์จะคำนวณจากค่าเดิมทั้ง 3 ค่าของการทำให้เรียบเช่นกัน การกำหนดค่าเหมาะสมให้แก่ α_{max} และ α_{min} อาจเป็นหนทางหนึ่งที่ลดความคลาดเคลื่อนในค่าพยากรณ์ได้อีก

2.3 การประมาณฤดูกาล

2.3.1 การเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล

การเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลนั้นเนื่องมาจากเหตุ 2 ประการคือ

(1) อิทธิพลทางธรรมชาติ ตัวอย่างของข้อมูลที่เปลี่ยนแปลงไปตามอิทธิพลของธรรมชาติ เช่น ผลผลิตของผลไม้ชนิดหนึ่งในเดือนต่างๆ กันของปี ปริมาณของแสงแดด ปริมาณน้ำฝนเป็นต้น

(2) สิ่งที่มนุษย์กำหนดขึ้น เช่น เทศกาล ตัวอย่างของข้อมูลที่เปลี่ยนแปลงตามเทศกาล เช่น ระดับการขายสินค้าบางประเภท

ลักษณะการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลมี 2 ประเภท คือ

1) ฤดูกาลที่มีเสถียรภาพ (stable seasonal) คือ การเปลี่ยนแปลงซึ่งเกิดขึ้นทุกๆ ปี ด้วยรูปแบบที่คงที่ภายในช่วงเวลานั้น

2) ฤดูกาลที่เปลี่ยนแปลง (changing seasonal) คือการเปลี่ยนแปลงที่มีรูปแบบการเปลี่ยนแปลงไปเรื่อยๆ อย่างช้าๆ ในช่วงเวลาหนึ่งๆ บางครั้งอาจคงรูปแบบของฤดูกาลที่มีเสถียรภาพอยู่เป็นเวลาหลายๆ ปี แต่หลังจากนั้นก็เปลี่ยนแปลงไปเป็นอีกรูปแบบหนึ่ง

นอกจากนี้อาจนับถึงการเปลี่ยนแปลงทางปฏิทิน (calender variation) เข้าเป็นการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลด้วย เนื่องจากจำนวนวันในแต่ละเดือนนั้นไม่เท่ากันและถ้าอนุกรมเวลาที่กำลังทำการศึกษาเป็นอนุกรมเวลาต่อเดือน ซึ่งคิดออกมาจากการรวมยอดต่อวันในเดือนนั้นๆ ตัว

ตัวอย่างเช่น การที่ยอดขายในเดือนกุมภาพันธ์ตกลงกว่าในเดือนมกราคมทุกๆ ปี อาจเป็นเพราะเดือนกุมภาพันธ์สั้นกว่าเดือนมกราคม ดังนั้น จึงควรเปลี่ยนฐานของเดือนให้เหมือนกันเสีย ก่อนที่จะนำไปหาการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลอื่นๆ โดยคูณข้อมูลเดิม (ต่อเดือน) ด้วยสัมประสิทธิ์ปรับปรุงความยาวของเดือน (Length of the month adjusment factor) ,S_i

$$S_i = \frac{\text{จำนวนเฉลี่ยของวันในหนึ่งเดือน}}{\text{จำนวนวันจริงในเดือน } i}$$

เช่น ถ้าปีนั้นเป็นปีที่มี 365 วัน และเดือน i มี 31 วัน จะได้

$$S_i = \frac{365/12}{31} = 0.981183$$

สำหรับอนุกรมเวลาของข้อมูลที่มีเกี่ยวกับการขายซึ่งมีความสัมพันธ์กับจำนวนวันที่ทำกิจการค้าขาย (trading-days) มีจำนวนต่างกันมากในแต่ละเดือน จำเป็นต้องปรับฐานของข้อมูลให้เป็นฐานเดียวกัน โดยคูณข้อมูลเดิมด้วยสัมประสิทธิ์ปรับฐานของวันที่เปิดขายของแต่ละเดือน (trading day adjustment factor) คือ

$$T_i = \frac{\text{จำนวนวันที่เปิดขายโดยเฉลี่ยต่อเดือน}}{\text{จำนวนวันจริงที่เปิดขายในเดือนนั้น}}$$

2.3.2 ความสำคัญของการวัดการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล

การวัดการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลของอนุกรมเวลานั้น มีประโยชน์หลายประการ เช่น

(1) วัดการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล เพื่อให้เข้าใจในการขึ้นสูงหรือต่ำลงของอนุกรมเวลาเพื่อจะนำไปใช้ในการพยากรณ์ข้อมูลสำหรับการเตรียมวางแผนระบบงาน เช่น การจัดทำงบประมาณ การวางแผนและควบคุมสินค้าคลัง การจัดตารางการทำงานของคนงาน นโยบายในการโฆษณา เป็นต้น ถ้าไม่อาจคาดการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลของอนุกรมเวลาได้ล่วงหน้าอาจทำให้เกิดการสูญเสียโอกาส เช่น การไม่มีสินค้าขายให้ลูกค้าในขณะที่มีอุปสงค์สูงหรือพนักงานจำนวนมากที่จ้างมาอาจว่างเสียเป็นส่วนใหญ่ในช่วงฤดูกาลที่การขายสินค้าฝืดเคือง

(2) เหตุผลสำคัญที่ต้องการวัดการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลก็เพื่อจะได้หาทางกำจัดการเปลี่ยนแปลงนี้ออกไปจากข้อมูลอนุกรมเวลา อันจะทำให้เห็นภาพการเคลื่อนไหวอื่นๆ เช่น การเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรได้ชัดเจนขึ้น เพราะบ่อยครั้งไม่อาจแยกการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรทางธุรกิจ (Business cycle) ออกจากการเคลื่อนไหวตามฤดูกาลที่ยาวๆ ได้ด้วยตาเปล่า

2.3.3 วิธีการประมาณการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล

อนุกรมเวลาบางชุดอาจมีการเปลี่ยนแปลงขึ้นๆ ลงๆ ตามฤดูกาล โดยการเปลี่ยนแปลงลักษณะนี้มักจะคล้ายกันหรือซ้ำกันเป็นช่วงๆ ในเวลา 1 ปี เช่น จำนวนการขายรายงวด 3 เดือน จะพบว่าในแต่ละปีจำนวนการขายของแต่ละงวดมักจะคล้ายกัน การศึกษาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลจะมีประโยชน์ในการพยากรณ์ระยะสั้น ซึ่งบางครั้งมีความจำเป็นต้องพยากรณ์ความเคลื่อนไหวเดือนต่อเดือน หรือ ฤดูต่อฤดู เพื่อจะได้กำหนดวางแผนการสั่งซื้อวัตถุดิบหรือการผลิตให้สอดคล้องกับการขาย โดยการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงโดยใช้ดัชนีฤดูกาลสำหรับแต่ละฤดูกาล วิธีการประมาณค่าดัชนีฤดูกาลมีหลายวิธีด้วยกัน โดยในการศึกษาในครั้งนี้ได้ใช้วิธีอัตราส่วนต่อแนวโน้ม ในการประมาณค่าดัชนีฤดูกาล

2.3.4 วิธีอัตราส่วนต่อแนวโน้ม (Ratio-to-trend)

การกำจัดแนวโน้มออกจากข้อมูลเดิมอาจทำได้ด้วยการหารข้อมูลเดิมทุกตัวด้วยค่าแนวโน้ม เสร็จแล้วทำให้หน่วยเป็นร้อยละ สิ่งที่เหลือก็คือการเคลื่อนไหวเนื่องจากส่วนประกอบการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักร การเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล และการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติ กล่าวคือ

$$\left(\frac{Y}{\hat{T}} \times 100\right) = \frac{T \times C \times S \times I}{\hat{T}} \times 100 = C \times S \times I \times 100$$

โดยที่ $\hat{T}$ เป็นค่าประมาณของแนวโน้ม

เมื่อได้ค่า SCI และเมื่อทำการขจัดค่า CI ด้วยการหาค่าเฉลี่ยหรือมัธยฐานของข้อมูลในแต่ละฤดูกาลจะได้ดัชนีฤดูกาล โดยผลบวกของค่าเฉลี่ยหรือมัธยฐานของฤดาลทั้งหมดจะต้องเท่ากับจำนวนหน่วยเวลาในฤดูกาล × 100 ถ้าหากไม่เท่าจะต้องทำการปรับค่าและใช้ค่าที่ปรับแล้วนี้เป็นค่าดัชนีฤดูกาล

สรุปการหาดัชนีฤดูกาล (seasonal index) โดยใช้วิธีอัตราส่วนต่อค่าแนวโน้มปฏิบัติดังนี้

(1) ทำการประมาณเส้นแนวโน้มและคำนวณหาค่าแนวโน้มสำหรับแต่ละหน่วยเวลา ทุกค่าของข้อมูล

(2) กำจัดค่าแนวโน้มออก โดยนำค่าประมาณของแนวโน้มไปหารอนุกรมเวลาเดิมและปรับหน่วยให้เป็นร้อยละโดยการคูณด้วย 100

(3) นำอนุกรมเวลาที่ได้จากข้อ (2) ที่กำจัดแนวโน้มออกแล้วของหน่วยเวลาเดียวกันมากำจัดการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติเพื่อหาดัชนีฤดูกาล โดยการหาค่ามัชฌิมเลขคณิตหรือมัธยฐาน หรือค่า median average ก็ได้ แต่การหาค่า median average นั้นเป็นที่นิยมใช้มาก ซึ่งมีวิธีการคำนวณเหมือนกับการหาค่ามัชฌิมเลขคณิต แต่จะตัดค่าที่มีค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดทิ้งไป นำค่าที่เหลือไปไปหาค่ามัชฌิมเลขคณิต การใช้ median average นั้น จะดีกว่าการใช้ค่าของมัชฌิมเลขคณิต เพราะค่ามัชฌิมคณิตอาจถูกกระทบโดยค่าสูงสุดหรือต่ำสุดได้มาก

(4) เนื่องจากดัชนีฤดูกาลที่ได้มาแต่ละหน่วยเวลาในฤดูกาลนั้น มีหน่วยเป็นเปอร์เซ็นต์ทำให้ผลรวมของดัชนีทุกๆ ตัวในฤดูกาลมีค่าเท่ากับจำนวนหน่วยเวลาในฤดูกาล × 100 ดังนั้น จะต้องมีการปรับตัวเลขที่ได้มาจากข้อ (3) ด้วยการนำค่าเฉลี่ยที่ได้ในข้อ (3) มาคูณกับจำนวนหน่วยเวลาในฤดูกาล × 100 และหารด้วยผลรวมของค่าเฉลี่ยในข้อ (3) กล่าวคือดัชนีฤดูกาลของหน่วยเวลา I

$$= \frac{\text{จำนวนหน่วยเวลาในฤดูกาล} \times 100 \times \text{ค่าเฉลี่ยที่ได้จากข้อ (3) ของหน่วยเวลาที่ I}}{\text{ผลรวมของดัชนีทุกๆ หน่วยเวลาในฤดูกาล}}$$

2.3.5 วิธีการประมาณฤดูกาลที่มีเสถียรภาพ

ถ้าการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลนั้นเป็นฤดูกาลที่มีเสถียรภาพ คือ มีลักษณะการเคลื่อนไหวแบบเดียว เราอาจประมาณค่าของการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลได้จากการหาค่าเฉลี่ยของข้อมูลของหน่วยเวลาเดียวกันทุกๆ ฤดูกาล ค่าประมาณของฤดูกาลของหน่วยเวลาที่ I คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลของหน่วยเวลาที่ I ของทุกๆ ฤดูกาล เป็นต้น และเพื่อให้มัชฌิมเลขคณิตของค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยเวลาใน 1 ฤดูกาลมีค่าเท่ากับ 100 จึงคำนวณค่าเฉลี่ยใน 1 หน่วยเวลา คิดเป็นร้อยละของค่ามัชฌิมเลขคณิต

ข้อมูลอนุกรมเวลาโดยทั่วๆ ไป จะไม่มีแต่เฉพาะการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลเพียงอย่างเดียว ดังนั้นการหาค่าเปอร์เซ็นต์ของแต่ละหน่วยเวลาโดยใช้ค่ามัชฌิมเลขคณิตนั้นไม่เป็นที่นิยมใช้ วิธีปฏิบัติ ก็คือ จะต้องกำจัดส่วนประกอบที่เป็นแนวโน้มและการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรออกจากข้อมูลอนุกรมเวลาเสียก่อนที่จะหาค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยเวลา

ดังนั้น ถ้าตัวแบบของอนุกรมเวลาเป็นตัวแบบเชิงคูณ คือ เป็นผลคูณของส่วนประกอบทั้งสี่ คือแนวโน้ม การเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักร การเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล การเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติ อาจทำการกำจัดส่วนประกอบที่เป็นแนวโน้มและการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรออกจากข้อมูลของอนุกรมเวลาได้หลายวิธีการ

2.3.6 วิธีการประมาณฤดูกาลที่มีการเปลี่ยนแปลง

ในบางครั้งข้อมูลอนุกรมเวลา มิได้มีการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลที่มีเสถียรภาพช่วงจังหวะที่เกิดขึ้นหรือความสูงต่ำอาจเปลี่ยนไปหรือมีแนวโน้มสูงขึ้นหรือต่ำลง เช่น อาจมีการส่งเสริมโฆษณาขายตอนเทศกาลปีใหม่ ทำให้จำนวนสินค้าที่ขายได้ในช่วงนั้นเพิ่มขึ้นจากปีก่อนๆ ทุกปี ดังนั้น หลังจากที่หาค่าดัชนีฤดูกาลที่มีเสถียรภาพแล้ว และได้กำจัดการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลจากข้อมูลของอนุกรมเวลานั้นแล้ว อาจทำการตรวจสอบว่าดัชนีฤดูกาลที่หามาได้นั้นสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลได้เพียงพอหรือไม่ มีวิธีง่ายๆ หลายวิธีซึ่งใช้ในการตรวจสอบได้ เช่น ใช้เปอร์เซ็นต์ที่ได้จากการกำจัดแนวโน้มและการเปลี่ยนแปลงวัฏจักรตามหัวข้อ 2.3.4 (ค่าของข้อมูลเดิมหารด้วยค่าประมาณของแนวโน้ม และค่าประมาณของการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักร$\times$ 100) ร้อยละเหล่านี้แสดงแนวโน้มที่จะเพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งอาจมองได้ด้วยสายตาหรือมิฉะนั้นก็อาจลากเส้นแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงด้วยมือเปล่าผ่านจุดเหล่านั้น เพื่อดูลักษณะของแนวโน้มหรืออาจจะใช้วิธีการตรวจสอบเชิงคณิตศาสตร์ได้ โดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้กำจัดการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลออกแล้ว เช่น ต้องการตรวจสอบการเคลื่อนไหวของการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลของหน่วยเวลาที่ I จะทำได้โดยหาเศษส่วนระหว่างข้อมูลในหน่วยเวลาที่

I กับมัชฌิมเลขคณิตของค่าของข้อมูลในหน่วยเวลา I-1 กับข้อมูลในหน่วยเวลา I + 1 แปลงเศษส่วนให้เป็นร้อยละ คือ

$$\frac{\text{ข้อมูลที่กำจัดการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลแล้วของหน่วยเวลาที่ I}}{\dfrac{\text{ข้อมูลหน่วยเวลาที่ I} - 1 + \text{ข้อมูลหน่วยเวลาที่ I} + 1}{2}} \times 100$$

ทำการหาร้อยละของหน่วยเวลาเดียวกันในทุกๆ ฤดูกาล ค่าเหล่านี้ควรจะมีผลเฉลี่ยออกมาเป็น 100และไม่ควรจะมีค่าใดๆ ซึ่งสูงกว่าหรือต่ำกว่า 100 อย่าง "มีนัยสำคัญ" โดยการทดสอบเชิงสถิติ ถ้าค่าเหล่านี้ต่างจาก 100 อย่างมีนัยสำคัญ แสดงว่าการใช้ค่าดัชนีฤดูกาลแบบมีเสถียรภาพนั้นไม่ดีพอ จึงต้องหาค่าดัชนีฤดูกาลแบบที่มีการเปลี่ยนแปลง

อนึ่ง ก่อนที่จะสรุปว่าข้อมูลมีการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลที่มีการเปลี่ยนแปลงควรจะพยายามหาสาเหตุของการเปลี่ยนแปลงให้พบเสียก่อน เพราะถ้าข้อมูลนั้นมีจำนวนรายการน้อยจะเห็นแนวโน้มของเปอร์เซ็นต์เหล่านี้ไม่ถนัดนัก เนื่องจากการขึ้นๆ ลงๆ ของข้อมูลอาจเกิดจากการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติก็เป็นได้

ในกรณีที่ได้ศึกษาข้อมูลแล้ว พบว่า เปอร์เซ็นต์ของการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลเป็นแบบที่มีการเปลี่ยนแปลง การอ่านค่าของเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนตามฤดูกาลจะอ่านได้จากกราฟของแนวโน้มนี้ และถ้าต้องการค่าพยากรณ์ของอนุกรมเวลาในอนาคต จะต้องคำนึงถึงเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลด้วย ถ้าอนุกรมเวลามีฤดูกาลที่มีการเปลี่ยนแปลงจะใช้ดัชนีฤดูกาลจากค่าได้จากเส้นแนวโน้มในปีต่างๆ ในอนาคต แต่ถ้าอนุกรมเวลานั้นมีรูปแบบการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลที่มีเสถียรภาพ จึงจะใช้ค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยเวลาเดียวกันในฤดูกาลต่างๆ มาใช้ในการปรับค่าพยากรณ์

วิธีการที่กล่าวมานี้ แสดงการหาดัชนีฤดูกาลของอนุกรมเวลาซึ่งมีฤดูกาลที่ไม่มีเสถียรภาพ โดยนำค่าแนวโน้มมาพิจารณาเท่านั้น มิได้รวมไปถึงการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรของเปอร์เซ็นต์นี้เข้าไปด้วย การเกิดการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรของเปอร์เซ็นต์อาจเนื่องมาจากเหตุการณ์ใหญ่ๆ ซึ่งเกิดไม่บ่อยนัก เช่น อิทธิพลของสงครามโลก แผ่นดินไหว แต่การคำนวณให้ละเอียดมาขึ้นย่อมหมายถึงการเสียเวลาและค่าใช้จ่ายสูงขึ้น ดังนั้น ถ้าความละเอียดอย่างสุดยอดของการวิเคราะห์ ไม่ใช่จุดประสงค์ที่สำคัญ การใช้เพียงแค่ดัชนีฤดูกาลภายใต้ข้อสมมติว่าการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลนั้นมีเสถียรภาพเพียงพอแล้ว

2.4 การประมาณวัฏจักรและการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติ

ในกรณีที่มีข้อมูลย้อนหลังเป็นระยะเวลายาว เช่น ตั้งแต่ 10 ปี ขึ้นไป การเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรอาจมีผลต่อการวิเคราะห์อนุกรมเวลา เนื่องจากอนุกรมเวลา อาจผ่านสภาวะความรุ่งเรืองและความเสื่อม ซึ่งเป็นสภาวะที่เกิดขึ้นในการดำเนินงานในด้านต่างๆ ดังนั้นการวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบคลาสสิคในกรณีที่ข้อมูลย้อนหลังเป็นระยะเวลายาว จึงจำเป็นต้องพิจารณาถึงอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักร ซึ่งเป็นส่วนประกอบส่วนหนึ่งในอนุกรมเวลาด้วย แม้ว่าการพยากรณ์ในส่วนนี้จะเป็นที่ยอมรับกันว่ากระทำได้ยาก

ส่วนการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกตินั้นเป็นส่วนที่เหลือในอนุกรมเวลาหลังจากที่ได้กำจัดส่วนประกอบแนวโน้ม การเปลี่ยนแปลงฤดูกาลและการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรออกจากข้อมูลแล้ว การที่จะแยกการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติออกจากข้อมูลหลังจากที่ได้กำจัดส่วนประกอบแนวโน้มและฤดูกาล เพื่อให้เหลือเพียงส่วนประกอบการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรอย่างเดียว คงกระทำได้ยาก เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติมีการเคลื่อนไหวที่เป็นอิสระอย่างสมบูรณ์ ดังนั้นแนวทางการประมาณการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรจึงกระทำได้โดยการเฉลี่ยส่วนที่เหลือของอนุกรมเวลาหลังจากกำจัดส่วนประกอบแนวโน้มและการเปลี่ยนแปลงฤดูกาลออกไปแล้ว เพื่อกำจัดการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติออกไป

2.4.1 การประมาณการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักร

ปกติแล้วการแยกการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรออกมาจากข้อมูลของอนุกรมเวลา จะกระทำโดยกำจัดการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล แนวโน้ม และการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติออกไปทีละอย่าง โดยมีขั้นตอนดังนี้

(1) กำจัดการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลอออกจากข้อมูล โดยใช้วิธีต่างๆ ที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.3.5 และ 2.3.6 ให้เหลือเพียง 3 ส่วนประกอบ คือ แนวโน้ม การเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรและการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติ ($TSCI / \hat{S} = TCI$)

(2) เมื่อได้กำจัดการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลออกจากข้อมูลแล้ว ส่วนที่เหลือ ก็คือส่วนประกอบแนวโน้ม การเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักร และการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติ เพื่อกำจัดการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติออกไป ทำให้การหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของส่วนที่เหลือ ($T \times C \times I$) 1 หรือ 2 ครั้ง แล้วแต่ว่า ส่วนประกอบที่เหลือ 3 ส่วนนั้นยังขึ้นๆ ลงๆ มากเท่าใด การหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อาจใช้ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ 3 เทอม 5 เทอม หรือ 7 เทอม หรืออาจใช้ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบมีการถ่วงน้ำหนักแล้วก็ได้ตามความเหมาะสม

อนึ่ง สำหรับข้อมูลบางชุดการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถ่วงน้ำหนัก จะเป็นค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ซึ่งดีกว่าค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่โดยใช้มัชฌิมเลขคณิต เนื่องจากให้น้ำหนักของข้อมูลที่จะนำมาเฉลี่ยนั้นต่างกันโดยให้น้ำหนักของข้อมูลส่วนกลางมากกว่าส่วนอื่นๆ ซึ่งสอดคล้องกับความรู้สึกที่ว่า ข้อมูลที่อยู่ไกลออกไปในอดีตจะมีอิทธพลน้อยกว่าข้อมูลที่เพิ่งเกิดขึ้นในอดีต ดังนั้น ถ้าบางหน่วยเวลามีค่าของข้อมูลที่สูงหรือต่ำมาก ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่จะได้รับอิทธิพลจากข้อมูลของหน่วยเวลานี้ครั้งแรกแต่น้อยและค่อยๆ เพิ่มอิทธิพลขึ้นตามลำดับเมื่อได้เคลื่อนเข้าใกล้ค่านี้ และจะลดลงเมื่อได้ผ่านข้อมูลของหน่วยเวลานี้ไป ส่วนการให้น้ำหนักนั้นขึ้นอยู่กับประสบการณ์และความรู้สึกของผู้วิเคราะห์เป็นส่วนใหญ่ แต่โดยทั่วๆ ไปแล้วการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถ่วงน้ำหนักที่นิยมใช้คือ น้ำหนักแบบทวินาม เช่น สัมประสิทธิ์ของเทอมต่างๆ ใน binomial series เช่น ถ้าเฉลี่ย 3 เทอม ใช้น้ำหนัก 1/4 (1,2,1) ถ้าเฉลี่ย 5 เทอม น้ำหนักที่ใช้คือ 1/16 (1,4,6,4,1) เป็นต้น

(3) เมื่อหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถ่วงหรือไม่ถ่วงน้ำหนัก เพื่อกำจัดการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติออกไปนั้น บางส่วนของการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรอาจจะถูกกำจัดออกไปบ้าง ส่วนที่เหลือ คือ ส่วนประกอบที่เป็นแนวโน้มและการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักร นำส่วนที่เหลือ T×C นี้ไปหาแนวโน้มเพื่อจำกัดแนวโน้มออก ก็จะได้ส่วนที่เหลือเป็นส่วนของการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรและการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติ (ที่ยังคงเหลืออยู่บ้าง)

(4) เมื่อได้ส่วนประกอบของการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักร และการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติแล้ว ก็จะกำจัดการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติออกไปเพื่อให้เหลือเพียงส่วนประกอบของการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรเท่านั้น ในที่นี้จะขอเสนอวิธีการประมาณค่าการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรโดยการหา medial average ของฤดูกาล และ medial average ของแต่ละหน่วยเวลาในฤดูกาลในลักษณะคล้ายคลึงกับการหาการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลเพื่อกำจัดการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกติ และนำค่า medial average ของหน่วยเวลาในฤดูกาล ไปปรับด้วยค่า medial average ของฤดูกาล เพื่อจะได้ค่าประมาณส่วนประกอบของการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักร

2.5 การพยากรณ์

ในการพยากรณ์อนุกรมเวลาแบบคลาสสิค ส่วนประกอบที่สำคัญที่มีอิทธิพลต่อการพยากรณ์ คือส่วนประกอบของการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล แนวโน้ม และการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักร ส่วนการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรเป็นส่วนที่กระทำได้ยาก เพราะการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรไม่มีรูปแบบ และความยาวของการเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักรไม่แน่นอน และในกรณีการเปลี่ยนแปลงที่ผิดปกตินั้นเราไม่สามารถพยากรณ์ได้ เนื่องจากเป็นตัวแปรสุ่มที่มีรูปแบบที่ไม่แน่นอน ทำให้ไม่อาจคาดการณ์ได้ล่วงหน้าได้ว่าจะเกิดอะไรขึ้น ณ เวลาใด และรุนแรงเพียงใด ดังนั้น ค่าพยากรณ์ที่ได้ ในหน่วยเวลา t จะหาค่าได้ดังนี้

$$\hat{Y} = T \times S$$

โดยที่ T ค่าประมาณของส่วนประกอบแนวโน้มของหน่วยเวลา t

S ค่าประมาณของส่วนประกอบการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลของหน่วยเวลา t

2.6 การพิจารณาความเหมาะสมของการพยากรณ์

แม้ว่าวิธีการพยากรณ์แบบคลาสสิคไม่ได้เป็นวิธีการพยากรณ์เชิงสถิติก็ตาม แต่การตรวจสอบความเหมาะสมของการพยากรณ์ของการพยากรณ์ก็สามารถอิงวิธีการทดสอบเชิงสถิติได้ เพื่อเป็นเกณฑ์ในการพิจารณาความเหมาะสมในการพยากรณ์ สถิติที่สามารถบอกถึงความถูกต้องของวิธีการพยากรณ์ได้ก็ คือ ค่าของความแตกต่างระหว่างค่าที่เกิดขึ้นจริงกับค่าพยากรณ์ ในที่นี้เรียกว่า ค่าความคลาดเคลื่อน

นั่นคือ $e_i = Y - \hat{Y}$

เมื่อ e_i คือ ค่าความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

Y คือ ค่าเกิดขึ้นจริง ณ เวลา t

$\hat{Y}$ คือ ค่าพยากรณ์ ณ เวลา t

สรุปแล้ว ในการใช้วิธีการวิเคราะห์อนุกรมเวลาคลาสสิคเพื่อการวางแผนและการพยากรณ์นั้น ผู้วิเคราะห์จะต้องมีประสบการณ์และเข้าใจการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาอย่างเพียงพอ การเลือกตัวแบบของอนุกรมเวลา ตัวแบบของแนวโน้ม จำนวนเทอมในการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ มักกระทำโดยอาศัยดุลยพินิจของผู้วิเคราะห์ ดังนั้น จึงเป็นการยากที่จะบอกว่าตัวแบบใด

พยากรณ์ได้ดีเลวกว่ากัน ถ้าไม่ได้พิจารณาถึงค่าความคลาดเคลื่อน อย่างไรก็ตามวิธีวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบคลาสสิคนี้ก็มีความง่ายและสะดวกในการประยุกต์ใช้ ผู้ที่ใช้ก็ไม่จำเป็นต้องมีพื้นฐานทางวิชาสถิติ