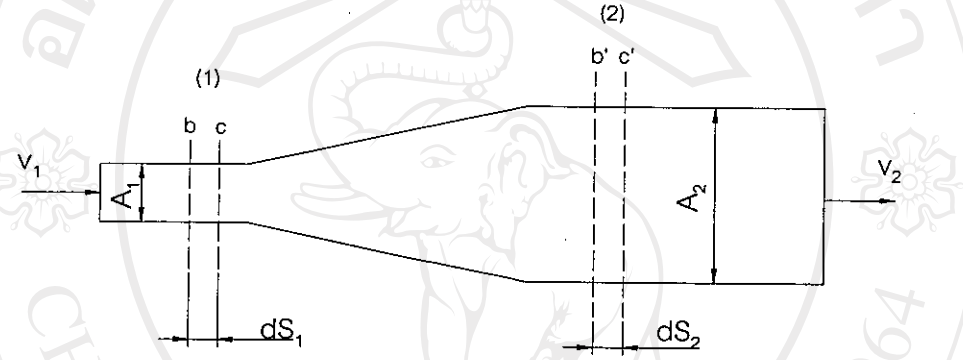
ภาคผนวก ก.

1. สมการต่อเนื่อง (Equation of Continuity)

เป็นการประยุกต์หลักของการอนุรักษ์มวล " สสารสร้างขึ้นใหม่ไม่ได้และไม่มีการสูญหาย" พิจารณารูป แสดงภาคตัดขวางของของไหล



เมื่อ A_1, A_2 คือ พื้นที่หน้าตัดของของไหล ณ ตำแหน่ง (1) และ (2)

v_1, v_2 คือ ความเร็วของของไหล ณ ตำแหน่ง (1) และ (2)

dS_1, dS_2 คือ ระยะทางที่ของไหลเคลื่อนที่ได้ ณ ตำแหน่ง (1) และ (2) ในเวลาหนึ่ง

ρ_1, ρ_2 คือ ความหนาแน่นของของไหล ณ ตำแหน่ง (1) และ (2)

dm_1, dm_2 คือ มวลเปลี่ยนแปลงของของไหล ณ ตำแหน่ง (1) และ (2) ตามลำดับ

ถ้ามวลของของไหลเคลื่อนที่จากตำแหน่ง bb' ไปยัง cc' ในเวลา dt

จะได้ว่า $dm_1 = \rho_1 A_1 dS_1$ และ $dS_1 = v_1 dt$

$$dm_1 = \rho_1 A_1 v_1 dt$$

$$\frac{dm_1}{dt} = \rho_1 A_1 v_1 \qquad (1)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

และ

$$dm_2 = \rho_2 A_2 dS_2 \quad \text{และ} \quad dS_2 = v_2 dt$$

$$dm_2 = \rho_2 A_2 v_2 dt$$

$$\frac{dm_2}{dt} = \rho_2 A_2 v_2 \qquad (2)$$

จากหลักการของการอนุรักษ์ของมวล เหมือนกับว่าอยู่ในระบบปิด นั่นคืออัตราการเปลี่ยนมวลต่อ 1 หน่อยเวลา มีค่าคงที่ ดังนั้น

$$\frac{dm_1}{dt} = \frac{dm_2}{dt}$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

ของไหลชนิดเดียวกัน $\rho_1 = \rho_2$

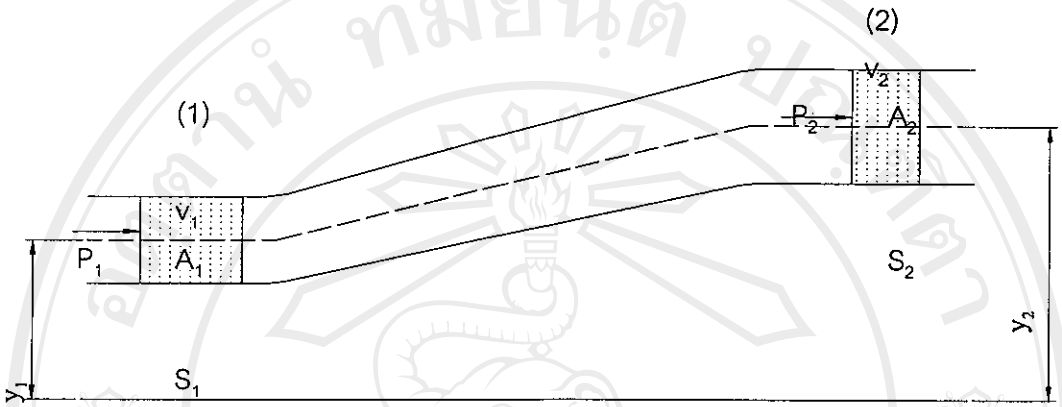
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad (3)$$

สมการ (3) เรียกว่าสมการต่อเนื่อง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

2. สมการเบอร์นูลลี (Bernoulli's Equation)

พิจารณาจากรูป



ให้ของไหลประมาณ v ไหลจากตำแหน่งที่ (1) ไปยังตำแหน่งที่ (2)

พิจารณางานของระบบ

งานที่กระทำโดยแรงดัน = $P_1A_1S_1 - P_2A_2S_2$

งานที่กระทำเพื่อเอาชนะแรงโน้มถ่วง = $-mg(y_2-y_1)$

เนื่องจาก

งานรวมทั้งหมด = การเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์

$$P_1A_1S_1 - P_2A_2S_2 - mg(y_2-y_1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$P_1A_1S_1 + mgy_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = P_2A_2S_2 + mgy_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \quad (4)$$

แต่ $AS = V = \frac{m}{\rho}$ แทนค่าลงในสมการที่ (4) ได้

$$P_1\frac{m}{\rho} + mgy_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = P_2\frac{m}{\rho} + mgy_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

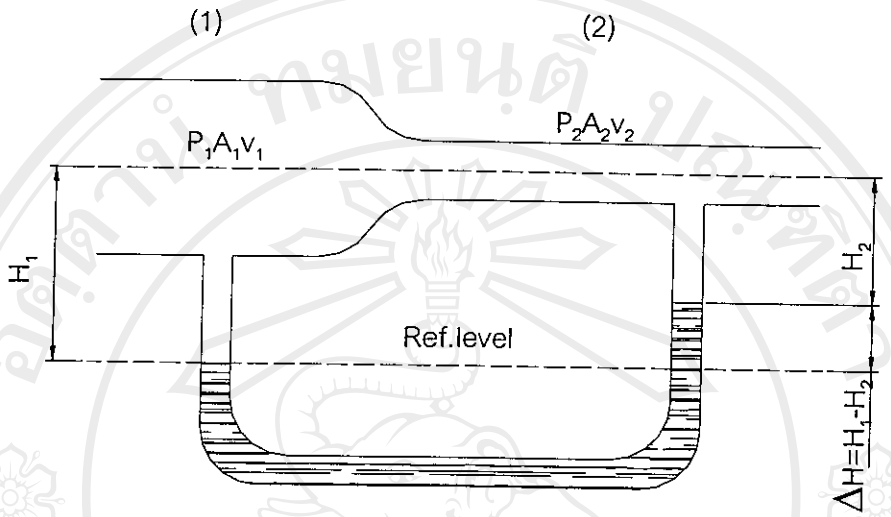
$$P_1 + \rho gy_1 + \frac{1}{2}pv_1^2 = P_2 + \rho gy_2 + \frac{1}{2}pv_2^2$$

$$\therefore \quad P + \rho gy + \frac{1}{2}pv_1^2 = \text{ค่าคงที่} \quad (5)$$

สมการที่ (5) เรียกว่าสมการของเบอร์นูลลี

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

3. เวนทูริมิเตอร์ (Venturi meter)



พิจารณา ความหนาแน่นของไหล = ρ

ที่ตำแหน่งที่ (1) ; พื้นที่หน้าตัด = A_1

ความเร็ว = v_1

ความดัน = P_1

ที่ตำแหน่งที่ (2) ; พื้นที่หน้าตัด = A_2

ความเร็ว = v_2

ความดัน = P_2

พิจารณาหลอดตัวยู

ความหนาแน่นของของเหลว = ρ'

ระดับความลึกของของเหลวด้านที่ (1) และ (2) = H_1 และ H_2 ตามลำดับ

ผลต่างของระดับความสูงของของเหลวในหลอดทั้งสองข้าง = $\Delta H = H_1 - H_2$

พิจารณาระบบ

จากสมการของเบอร์นูลลี (ใช้ระดับแนวตำแหน่งอ้างอิง; Ref.level)

เมื่อพิจารณาท่อจะพบความสูงจากระดับอ้างอิงมีค่า H_1 เท่ากัน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

$$P_1 + \rho g H_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g H_2 + \frac{1}{2}\rho p v_2^2$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

ดังนั้น $$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) \quad (6)$$

ที่ระดับความลึก H_1 ของท่อรูปตัวยูทั้งสองข้าง จะมีความดันรวมเท่ากัน

$$P_1 + \rho g H_1 = P_2 + \rho' g \Delta H + \rho g H_2$$

$$P_1 - P_2 = \rho' g \Delta H + \rho g H_2 - \rho g H_1$$

$$\therefore \quad P_1 - P_2 = g\Delta H(\rho' - \rho) \quad (7)$$

สมการที่ (6) = (7)

$$\frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) = g\Delta H(\rho' - \rho)$$

$$(v_2^2 - v_1^2) = \frac{2g\Delta H(\rho' - \rho)}{\rho} \quad (8)$$

จากสมการต่อเนื่อง

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2}$$

แทนค่าลงในสมการที่ (8)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

$$\left(\frac{A_1 v_1}{A_2}\right)^2 - v_1^2 = \frac{2g\Delta H(\rho'-\rho)}{\rho}$$

$$v_1^2\left(\frac{A_1^2-A_2^2}{A_2^2}\right) = \frac{2g\Delta H(\rho'-\rho)}{\rho}$$

$$v_1^2 = \frac{2g\Delta H(\rho'-\rho)}{\rho}\cdot\left(\frac{A_2^2}{A_1^2-A_2^2}\right)$$

$$\therefore \quad v_1 = A_2\sqrt{\frac{2(\rho'-\rho)g\Delta H}{\rho(A_1^2-A_2^2)}} \qquad (9)$$

ให้ Q คืออัตราการไหลของแก๊ส (flow rate)
ดังนั้น

$$Q = A_1 v_1 \qquad (10)$$

แทนค่าสมการ (9) ลงในสมการ (10)

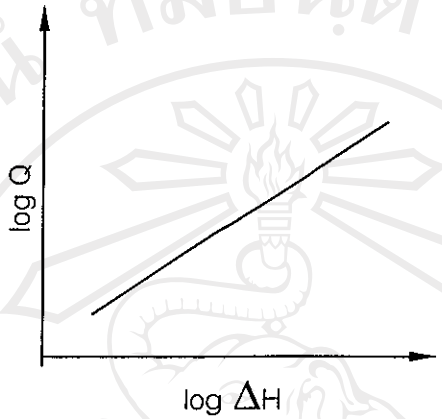
$$Q = A_1 A_2\sqrt{\frac{2(\rho'-\rho)g\Delta H}{\rho(A_1^2-A_2^2)}}$$

$$Q = C(\Delta H)^{1/2} \quad ; \text{C = constance}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ดังนั้นจะได้สมการ (11) และสามารถเขียนเป็นกราฟเชิงเส้น

$$\log Q = m(\log \Delta H) + C \qquad (11)$$



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ประวัติผู้แต่ง

ชื่อ นายภาณุมาศ ศักดิ์สองเมือง

วัน เดือน ปี เกิด 8 ธันวาคม 2520

ประวัติการศึกษา สำเร็จการศึกษามัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนคณะราษฎรบำรุง อ.เมือง จ.ยะลา ปีการศึกษา 2538
สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ปีการศึกษา 2542

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved