



ภาคผนวก

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องประโยคเปิดและประพจน์



ประโยคคณิตศาสตร์ คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่เชื่อมวลคณิตศาสตร์ 2 วลีด้วยเครื่องหมาย $=, \neq, >, <, \geq, \leq$ อย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น $x + 3 = 5$, $x + 2 < 7$, $2 + 3 = 5$, $1 + 3 = 5$, $4 + 2 < 7$, $5 + 2 < 7$ จำแนกเป็นสมการและอสมการ

ประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประพจน์คือ สมการหรือสมการที่เป็นจริงหรือเป็นเท็จอย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น $2 + 3 = 5$, $1 + 3 = 5$, $4 + 2 < 7$, $5 + 2 < 7$ และเรียกคำว่า “จริง” , “เท็จ” ว่าค่าความจริงของประพจน์

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าประโยชน์ใดที่เป็นประโยชน์หรือเป็น

2. นักเรียนสามารถยกตัวอย่างประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคเปิดได้
3. นักเรียนสามารถยกตัวอย่างประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประพจน์ได้
4. นักเรียนสามารถบอกค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้ได้

1. ครูแจกบัตรคำเปล่าให้นักเรียน 10 คน แต่ละคนให้เขียนสมการหรืออสมการที่มีตัวแปรหรือไม่ก็ได้ อย่างละ 1 ประโยค แล้วให้นักเรียนนำบัตรคำของตัวเองคิดได้บัตรคำของ “สมการ” หรือ “อสมการ”

2. ครูดังกล่าวถาม
- ทั้งสมการและอสมการเรียกรวมๆ ว่าอะไร [ประโยคคณิตศาสตร์]
 - ประโยคคณิตศาสตร์เป็นประโยคอะไร [ประโยคสัญลักษณ์ที่เชื่อมวลีคณิตศาสตร์ 2 วลีด้วยเครื่องหมาย $=, \neq, >, <, \geq, \leq$ อย่างใดอย่างหนึ่ง]
 - สมการโคมีตัวแปรบ้าง [สมการที่นักเรียนเขียน]

- ๑ อสมการใดมีตัวแปรบ้าง [อสมการที่นักเรียนเขียน]
- ๒ สมการและอสมการที่มีตัวแปร เรียกว่าอะไร [ประโยคเปิด]
- ๓ สมการและอสมการที่ไม่มีตัวแปร เรียกว่าอะไร [ประพจน์]

3. ครูคิดบัตรคำ $X + 3 = 5$ บนกระดาน แล้วถามนักเรียนว่า

- ๑ x มีค่าเป็นอะไร เพราะอะไร [คาดว่าคำตอบของนักเรียนจะเป็น : x มีค่าเท่ากับ 2 เพราะ $2 + 3 = 5$ เป็นจริง]

- ๒ x มีค่าเป็น 1, 3 หรือ 4 ได้หรือไม่ [ได้ , ไม่ได้]

ครูคิดบัตรคำ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ เพิ่มบนกระดาน และถามว่า

- ๑ ถ้า U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ x มีค่าเป็นอะไร [คาดว่าคำตอบของนักเรียนจะเป็น : 2]

- ๒ x มีค่าเป็น 1 ได้หรือไม่ [ได้ , ไม่ได้]

- ๓ x มีค่าเป็น 3 ได้หรือไม่ [ได้ , ไม่ได้]

- ๔ การกำหนด U บ่งบอกอะไร [ขอบเขตของจำนวนที่สามารถแทนค่าตัวแปรได้]

- ๕ ถ้าแทนค่า x ด้วย 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ในสมการ $x + 3 = 5$ จะได้ สมการอะไรบ้าง [$1 + 3 = 5$, $2 + 3 = 5$, $3 + 3 = 5$, $4 + 3 = 5$, ..., $10 + 3 = 5$] และให้นักเรียนจำนวน 10 คนเขียนสมการที่ได้ลงในบัตรคำที่ครูแจก

จากนั้นครูคิดบัตรคำ $X + 2 < 7$ และ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ บน

กระดาน แล้วถามนักเรียนว่า

- ๑ x มีค่าเป็นอะไร [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]

- ๒ ถ้าแทนค่า x ด้วย 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ในอสมการ $x + 2 < 7$ จะได้ อสมการอะไรบ้าง [$1 + 2 < 7$, $2 + 2 < 7$, $3 + 2 < 7$, $4 + 2 < 7$, ..., $10 + 2 < 7$] และให้นักเรียนจำนวน 10 คนเขียนอสมการที่ได้ลงในบัตรคำที่ครูแจก

4. ครูให้นักเรียนนำบัตรคำของประโยคคณิตศาสตร์ที่ได้จากกิจกรรมข้อที่ 3 คิดบนกระดาน ในลักษณะ

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$x + 3 = 5$$

$$x + 2 < 7$$

$$1 + 3 = 5$$

$$6 + 3 = 5$$

$$1 + 2 < 7$$

$$6 + 2 < 7$$

$$2 + 3 = 5$$

$$7 + 3 = 5$$

$$2 + 2 < 7$$

$$7 + 2 < 7$$

$$3 + 3 = 5$$

$$8 + 3 = 5$$

$$3 + 2 < 7$$

$$8 + 2 < 7$$

$$4 + 3 = 5$$

$$9 + 3 = 5$$

$$4 + 2 < 7$$

$$9 + 2 < 7$$

$$5 + 3 = 5$$

$$10 + 3 = 5$$

$$5 + 2 < 7$$

$$10 + 2 < 7$$

5. ครูตั้งคำถาม

- ☉ แต่ละสมการและอสมการที่ได้ เป็นจริงหรือเท็จ (ครูเขียน T, F ต่อท้ายสมการและอสมการที่เป็นจริงหรือเท็จตามลำดับ)
- ☉ สมการที่เป็นจริงคือสมการใด $[2 + 3 = 5]$
- ☉ อสมการที่เป็นจริงคือสมการใด $[1 + 2 < 7, 2 + 2 < 7, 3 + 2 < 7, 4 + 2 < 7]$
- ☉ สมการ $2 + 3 = 5$ ได้จากการแทนค่า x ด้วยอะไร $[2]$
- ☉ เราเรียก 2 ว่าอะไรของ $x + 3 = 5$ $[คำตอบของ x + 3 = 5]$
- ☉ ถ้าจะเขียนเซตคำตอบของสมการ $x + 3 = 5$ จะเขียนได้อย่างไร $[\{x \in U / x + 3 = 5\} = \{2\}]$
- ☉ อสมการ $1 + 2 < 7, 2 + 2 < 7, 3 + 2 < 7, 4 + 2 < 7$ ได้จากการแทนค่า x ด้วยอะไรบ้าง $[1, 2, 3, 4]$
- ☉ เราเรียก 1, 2, 3, 4 ว่าอะไรของ $x + 2 < 7$ $[คำตอบของ x + 2 < 7]$
- ☉ ถ้าจะเขียนเซตคำตอบของอสมการ $x + 2 < 7$ จะเขียนได้อย่างไร $[\{x \in U / x + 2 < 7\} = \{1, 2, 3, 4\}]$

6. ครูตั้งคำถาม

- ☉ สมการ $x + 3 = 5$ กับอสมการ $x + 2 < 7$ เป็นประโยคเปิดหรือประพจน์ $[ประโยคเปิด]$
- ☉ ทำไมสมการ $x + 3 = 5$ กับอสมการ $x + 2 < 7$ เป็นประโยคเปิด $[มีตัวแปร]$

- สมการและอสมการที่ไม่มีตัวแปรเรียกว่าอะไร [ประพจน์]
 - ทำไมสมการและอสมการที่ไม่มีตัวแปรจึงเป็นประพจน์ [ไม่มีตัวแปร , สามารถบอกได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ]
 - T, F ของประพจน์เรียกว่าอะไร [ค่าความจริง]
 - สมการ $x + 3 = 5$ เป็นจริงหรือเท็จ [บอกไม่ได้]
7. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความหมายของประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคเปิดและประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประพจน์
8. ให้นักเรียน 5 คน ออกมาเขียนประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคเปิด และประพจน์อย่างละ 1 ประโยคบนกระดาน พร้อมทั้งบอกค่าความจริงของประพจน์นั้นด้วย
9. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1

การวัดผล

- จากกิจกรรมข้อที่ 2 , 6 , 7 และข้อ 8
- จากแบบฝึกหัดที่ 1

การประเมินผล

1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบอกได้ว่าประโยคคณิตศาสตร์ใดเป็นประโยคเปิดหรือเป็นประพจน์
2. นักเรียนเกือบทั้งห้องสามารถยกตัวอย่างประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคเปิดและประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประพจน์ได้ แต่ลักษณะของตัวอย่างที่นักเรียนเขียนจะเลียนแบบจากประโยคของครู และบางคนยกตัวอย่างประพจน์เฉพาะประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นสมการ หรือประพจน์ที่เป็นจริงเท่านั้น
3. นักเรียนสามารถบอกค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้ได้ ทั้งการตอบคำถามในชั้นเรียน หรือในแบบฝึกหัด



เรื่อง ประโยคเปิดและประพจน์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



1. จงพิจารณาประโยคคณิตศาสตร์ต่อไปนี้ว่าเป็นประโยคเปิดหรือประพจน์ เพราะเหตุใด

ข้อที่	ประโยคคณิตศาสตร์	ประโยคเปิด / ประพจน์	เหตุผล
1.	$17 + 8 = 25$		
2.	$x^2 = 4$		
3.	$5 \times 2 > 5 + 5$		
4.	$x + 2x = 9$		
5.	$2x - 3 < 0$		

2. จงบอกค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

ข้อที่	ประพจน์	ค่าความจริง
1.	$4 + 7 = 11$	
2.	$1 + 3 < 2 + 1$	
3.	$1 - 3 \neq 2$	
4.	$3 - 2 = 0$	
5.	$7 + 2 > 5$	

3. ให้นักเรียนยกตัวอย่างประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคเปิด และประพจน์มาอย่างละ 5

ประโยค

.....

.....

.....

.....

เอกสารประกอบการเรียน
เรื่องประโยคเปิดและประพจน์

เอกสารหมายเลข 1

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

ประโยคคณิตศาสตร์ คือ

.....

.....

ตัวอย่างประโยคคณิตศาสตร์ เช่น

.....

จากอสมการ $x + 2 < 7$ และ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

- ๑ x มีค่าเป็น.....
- ๒ ถ้าแทนค่า x ด้วย 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ในอสมการ $x + 2 < 7$ จะได้
อสมการ.....
- ๓ อสมการที่เป็นจริงคือ.....
แต่ละสมการแทนค่า x ด้วย.....
- ๔ เราเรียก 1, 2, 3, 4 ว่าเป็นอะไรของ $x + 2 < 7$

ประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคเปิดคือ

.....

.....



ตัวอย่าง

.....

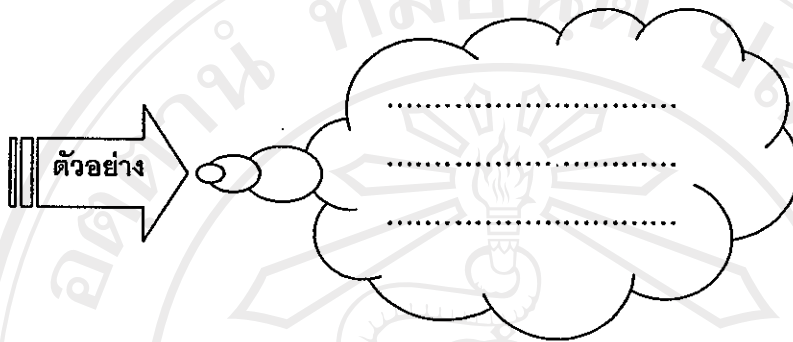
.....

.....

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับคือ

.....

.....



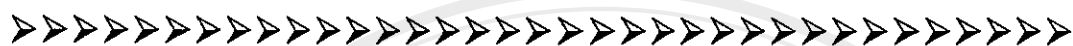
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

แผนจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องการเชื่อมประพจน์

จำนวน 1 คาบ



๓.๖ การเรียนรู้

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนนิเสธของประพจน์ คือ “ $\sim$ ” เช่น $\sim(2 + 3 = 5)$ อ่านว่า นิเสธของ $2 + 3 = 5$ คือประพจน์ใหม่ที่มีความหมายเช่นเดียวกับ “ไม่จริงที่ว่า $2 + 3 = 5$ ” ซึ่งมีค่าความจริงตรงข้ามกับประพจน์ $2 + 3 = 5$

การเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “และ” จะได้ประพจน์ใหม่ที่มีค่าความจริงเป็นจริงในกรณีที่ประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันนั้นมีค่าความจริงเป็นจริงทั้งคู่ และสัญลักษณ์ที่ใช้แทน “และ” คือ “ $\wedge$ ” เช่น $2 + 3 = 5$ และ $4 + 3 = 7$ เขียนได้เป็น $(2 + 3 = 5) \wedge (4 + 3 = 7)$

การเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “หรือ” จะได้ประพจน์ใหม่ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จในกรณีที่ประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันนั้นมีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งคู่ และสัญลักษณ์ที่ใช้แทน “หรือ” คือ “ $\vee$ ” เช่น $2 + 3 = 5$ หรือ $4 + 3 = 7$ เขียนได้เป็น $(2 + 3 = 5) \vee (4 + 3 = 7)$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นจากการเชื่อมด้วยคำว่า “และ” “หรือ” ได้
2. นักเรียนสามารถหาประพจน์ย่อยเมื่อกำหนดค่าความจริงของประพจน์ผสมมาให้ได้
3. นักเรียนสามารถหานิเสธและค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้ได้

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนค่าความจริงของประพจน์ โดยเขียนประพจน์ต่อไปนี้บนกระดานแล้วให้นักเรียนบอกค่าความจริงของประพจน์

$1 + 3 = 5$	มีค่าความจริงเป็น.....	$4 + 3 = 7$	มีค่าความจริงเป็น.....
$2 + 3 = 5$	มีค่าความจริงเป็น.....	$5 + 3 = 7$	มีค่าความจริงเป็น.....
$3 + 3 = 5$	มีค่าความจริงเป็น	$6 + 3 = 7$	มีค่าความจริงเป็น.....

2. ครูคิดบัตรคำ “ไม่จริงที่ว่า $2 + 3 = 5$ ” บนกระดานแล้วถามนักเรียนว่า

- ๑ “ไม่จริงที่ว่า $2 + 3 = 5$ ” เป็นประพจน์หรือไม่ ถ้าเป็นประพจน์มีค่าความจริงเป็นอะไร [เป็นประพจน์, มีค่าความจริงเป็นเท็จ]

จากนั้นครูคิดบัตรคำ $2 + 3 = 5$ บนกระดานและถามนักเรียนว่า

- ๑ “ $2 + 3 = 5$ ” กับ “ไม่จริงที่ว่า $2 + 3 = 5$ ” เหมือนหรือต่างกันอย่างไร [เป็นประพจน์เหมือนกัน ค่าความจริงต่างกัน]
- ๑ มีสัญลักษณ์อะไรที่สามารถใช้แทนคำว่า “ไม่จริงที่ว่า” ได้บ้าง [$\sim$]
- ๑ สัญลักษณ์ที่ใช้แทน “ไม่จริงที่ว่า $2 + 3 = 5$ ” คืออะไร [$\sim(2 + 3 = 5)$]
- ๑ $\sim(2 + 3 = 5)$ มีค่าความจริงเป็นอะไร [เท็จ]

ครูอธิบายนิเสธของประพจน์ จากประพจน์ $2 + 3 = 5$ ว่า นิเสธของ $2 + 3 = 5$ คือ “ไม่จริงที่ว่า $2 + 3 = 5$ ” เขียนในรูปสัญลักษณ์ได้เป็น $\sim(2 + 3 = 5)$ ซึ่งมีค่าความจริงตรงข้ามกับประพจน์ $2 + 3 = 5$

3. ครูคิดแผ่นชาร์ตต่อไปนี้บนกระดาน แล้วให้นักเรียนหาค่าความจริงของประพจน์และนิเสธของประพจน์

ประพจน์	ค่าความจริง	นิเสธของประพจน์	ค่าความจริง
$1 + 3 = 5$			
$2 + 4 = 6$			
$5 + 3 = 7$			
$4 + 3 = 7$			
$5 - 2 < 10$			

ครูให้นักเรียนพิจารณานิเสธของประพจน์และค่าความจริงจากแผ่นชาร์ตข้างต้น แล้วถามนักเรียนว่า

- ๑ ค่าความจริงของประพจน์กับค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นนิเสธเป็นอย่างไร [ตรงข้ามกัน]
- ๑ เราสามารถเขียนประพจน์อื่นแทน “ไม่จริงที่ว่า $2 + 3 = 5$ ” หรือ $\sim(2 + 3 = 5)$ ได้หรือไม่ ถ้าได้เขียนอย่างไร [ได้ คือ $2 + 3 \neq 5$]

4. เรียกนักเรียนจำนวน 5 คนให้ออกมาเขียนนิเสธของประพจน์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้บนกระดานคนละ 1 ประพจน์

$$2 + 3 = 5 + 2, \quad 10 \div 3 \neq 5, \quad 12 < 2 + 10, \quad 7 \leq 10, \quad 4 - 3 > 0$$

5. ฝึกให้นักเรียนหานิเสธและค่าความจริงของประพจน์โดยเรียกนักเรียนให้เขียนคำตอบลงในช่องว่างในแผ่นชาร์ตที่ครูติดบนกระดานทีละคน ดังนี้

ประพจน์	ค่าความจริง	นิเสธของประพจน์	ค่าความจริง
$5 + 7 = 11$			
$2 \times 5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2$			
$2 + 3 > 2^2$			
$9 - 4 < 7$			
$7 > 2 - 9 $			
$\sqrt{3} + \sqrt{5} \neq \sqrt{8}$			

6. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์การฝากเงินของเอกับสาว่า เอกับसानำเงินไปฝากที่ธนาคารแห่งหนึ่ง โดยมีเงื่อนไขบัญชีเป็น “เอและสา” แล้วถามนักเรียนว่า

- เอไปลงชื่อ สาไปลงชื่อ จะถอนเงินได้หรือไม่ [ได้]
- เอไปลงชื่อ สาไม่ไปลงชื่อ จะถอนเงินได้หรือไม่ [ไม่ได้]
- เอไม่ไปลงชื่อ สาไปลงชื่อ จะถอนเงินได้หรือไม่ [ไม่ได้]
- เอไม่ไปลงชื่อ สาไม่ไปลงชื่อ จะถอนเงินได้หรือไม่ [ไม่ได้]

และครูเขียนสรุปบนกระดานดังนี้

เอ	สา	เอและสา
✓	✓	✓
✓	✗	✗
✗	✓	✗
✗	✗	✗

ครูตั้งคำถามเกี่ยวกับการฝากเงินของเอกับสาว่า เอกับसानำเงินไปฝากที่ธนาคารแห่งหนึ่ง โดยมีเงื่อนไขบัญชีเป็น “เอหรือสา” แล้วถามนักเรียนว่า

- เอไป สาไป จะถอนเงินได้หรือไม่ [ได้]
- เอไป สาไม่ไป จะถอนเงินได้หรือไม่ [ได้]
- เอไม่ไป สาไป จะถอนเงินได้หรือไม่ [ได้]
- เอไม่ไป สาไม่ไป จะถอนเงินได้หรือไม่ [ไม่ได้]

และครูเขียนสรุปบนกระดานดังนี้

เอ้	สา	เอ้และสา	เอ้หรือสา
✓	✓	✓	✓
✓	X	X	✓
X	✓	X	✓
X	X	X	X

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการใช้คำว่า “และ” “หรือ” โดยอาศัยสถานการณ์ การถอนเงินของเอ้กับสา

8. ครูบอกข้อตกลงในการใช้สัญลักษณ์แทนเครื่องหมาย ✓ กับเครื่องหมาย X ในตารางกิจกรรมข้อที่ 6 ด้วย T (จริง) และ F (เท็จ) ตามลำดับ ดังนี้

เอ้	สา	เอ้และสา	เอ้หรือสา
✓	✓	✓	✓
✓	X	X	✓
X	✓	X	✓
X	X	X	X

⇒

เอ้ ลงชื่อ	สา ลงชื่อ	เอ้และสา ลงชื่อ	เอ้หรือสา ลงชื่อ
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	F

9. ครูให้นักเรียนบอกค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ที่เชื่อมด้วยคำว่า “และ” “หรือ” ดังนี้

ประพจน์ ย่อย 1	ค่าความจริง	ประพจน์ ย่อย 2	ค่าความจริง	ประพจน์ผสม	ค่าความจริง
$2 + 3 = 5$	T	$4 + 3 = 7$	T	$2 + 3 = 5$ และ $4 + 3 = 7$	
$2 + 3 = 5$		$5 + 3 = 7$		$2 + 3 = 5$ และ $5 + 3 = 7$	
$1 + 3 = 5$		$4 + 3 = 7$		$1 + 3 = 5$ และ $4 + 3 = 7$	
$1 + 3 = 5$		$5 + 3 = 7$		$1 + 3 = 5$ และ $5 + 3 = 7$	

ประพจน์ ย่อย 1	ค่าความจริง	ประพจน์ ย่อย 2	ค่าความจริง	ประพจน์ผสม	ค่าความจริง
$2 + 3 = 5$	T	$4 + 3 = 7$	T	$2 + 3 = 5$ หรือ $4 + 3 = 7$	
$2 + 3 = 5$		$5 + 3 = 7$		$2 + 3 = 5$ หรือ $5 + 3 = 7$	
$1 + 3 = 5$		$4 + 3 = 7$		$1 + 3 = 5$ หรือ $4 + 3 = 7$	
$1 + 3 = 5$		$5 + 3 = 7$		$1 + 3 = 5$ หรือ $5 + 3 = 7$	

10. ครูอธิบายว่าสัญลักษณ์ที่เขียนแทนคำว่า “และ” คือ “ $\wedge$ ” เช่น

$$2 + 3 = 5 \text{ และ } 4 + 3 = 7 \text{ เขียนได้เป็น } (2 + 3 = 5) \wedge (4 + 3 = 7)$$

$$2 + 3 = 5 \text{ และ } 5 + 3 = 7 \text{ เขียนได้เป็น } (2 + 3 = 5) \wedge (5 + 3 = 7)$$

และสัญลักษณ์ที่เขียนแทนคำว่า “หรือ” คือ “ $\vee$ ” เช่น

$$2 + 3 = 5 \text{ หรือ } 4 + 3 = 7 \text{ เขียนได้เป็น } (2 + 3 = 5) \vee (4 + 3 = 7)$$

$$2 + 3 = 5 \text{ หรือ } 5 + 3 = 7 \text{ เขียนได้เป็น } (2 + 3 = 5) \vee (5 + 3 = 7)$$

11. ให้นักเรียนฝึกทักษะในการหาค่าความจริงที่เชื่อมด้วยคำว่า “และ” “หรือ” จากแบบฝึกทักษะที่ 2 แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยในห้อง

12. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2

การวัดผล

- จากกิจกรรมข้อที่ 3, 4, 5 และข้อ 9
- จากแบบฝึกทักษะที่ 2
- จากแบบฝึกหัดที่ 2

การประเมินผล

1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นจากการเชื่อมด้วยคำว่า “และ” “หรือ” ได้ แต่ยังมีนักเรียนประมาณ 6 คนที่สับสน เนื่องจากจำตารางค่าความจริงไม่ได้ หรือยังไม่เข้าใจสถานการณ์การฝากเงินที่ครูยกตัวอย่าง และมีนักเรียนประมาณ 5 คนที่สับสนระหว่างเครื่องหมาย $\wedge$ กับ $\vee$

2. จากการทำแบบฝึกทักษะที่ 2 และแบบฝึกหัดที่ 2 นักเรียนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยและประพจน์ผสมที่เกิดจากการเชื่อมด้วยตัวเชื่อม “และ” “หรือ” ได้ถูกต้อง มีนักเรียนบางส่วนหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูป กรณฑ์ ค่าสัมบูรณ์ เลขยกกำลังผิด เช่น $\sqrt{8} = 4$, $9 > \sqrt[3]{27}$, $|2| < |-3|$, $7^2 = 14$ เป็นต้น

3. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาประพจน์ย่อยเมื่อกำหนดค่าความจริงของประพจน์ผสมมาให้ได้ และจากกิจกรรมการเรียนการสอนข้อที่ 4 และ 5 นักเรียนเกือบทั้งห้องสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ได้อย่างถูกต้อง

 แบบฝึกทักษะที่ 2

เรื่อง การเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “และ” “หรือ”

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

.....

ตอนที่ 1 จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

ประพจน์ ย่อย 1	ค่าความ จริง	ประพจน์ ย่อย 2	ค่าความ จริง	ประพจน์ผสม	ค่าความ จริง
$7-3=4$	T	$2+4=6$	T	$7-3=4$ และ $2+4=6$	
$7-3=4$		$1+4=6$		$7-3=4$ และ $1+4=6$	
$7-2=4$		$2+4=6$		$7-2=4$ และ $2+4=6$	
$7-2=4$		$1+4=6$		$7-2=4$ และ $1+4=6$	
$7-3=4$		$2+4=6$		$7-3=4$ หรือ $2+4=6$	
$7-3=4$		$1+4=6$		$7-3=4$ หรือ $1+4=6$	
$7-2=4$		$2+4=6$		$7-2=4$ หรือ $2+4=6$	
$7-2=4$		$1+4=6$		$7-2=4$ หรือ $1+4=6$	

ตอนที่ 2 จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

- | | |
|--|--|
| 1. $(1+3=0) \wedge (\sqrt{4}=2)$ | 7. $(1+3=0) \vee (\sqrt{4}=2)$ |
| 2. $(3-1 \neq 1) \wedge (5=10 \div 2)$ | 8. $(3-1 \neq 1) \vee (5=10 \div 2)$ |
| 3. $(4 > 2) \wedge (3^2=6)$ | 9. $(4 > 2) \vee (3^2=6)$ |
| 4. $(1-3=2) \wedge (4+7=10)$ | 10. $(1-3=2) \vee (4+7=10)$ |
| 5. $(2 < 0) \wedge (2-5 \neq 1)$ | 11. $(2 < 0) \vee (2-5 \neq 1)$ |
| 6. $(5+2 < 10) \wedge (5+2=7)$ | 12. $(5+2 < 10) \vee (5+2=7)$ |

All rights reserved

แบบฝึกหัดที่ 2
เรื่อง การเชื่อมและการหาค่าความจริงของประพจน์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....


ตอนที่ 1 จงเติมค่าความจริงของประพจน์ใน ☐ ให้ถูกต้อง

1. $(2 + 7 \neq 9) \wedge (1 + 3 = 0)$ ☐

6. $(2 + 7 \neq 9) \vee (1 + 3 = 0)$ ☐

2. $(1 + 2 = 3) \wedge (2 + 3 < 2^2)$ ☐

7. $(1 + 2 = 3) \vee (2 + 3 < 2^2)$ ☐

3. $(5 + 4 = 3 \times 3) \wedge (4 < 10 \div 2)$ ☐

8. $(5 + 4 = 3 \times 3) \vee (4 < 10 \div 2)$ ☐

4. $(\sqrt{8} = 4) \wedge (9 > \sqrt[3]{27})$ ☐

9. $(\sqrt{8} = 4) \vee (9 > \sqrt[3]{27})$ ☐

5. $(3 - 1 = 4) \wedge (3 - 1 = 2)$ ☐

10. $(3 - 1 = 4) \vee (3 - 1 = 2)$ ☐

ตอนที่ 2 จงเติมประพจน์ในช่องว่างที่ทำให้ได้ค่าความจริงตามที่กำหนดไว้

1. _____ $\wedge (-\sqrt{9} = -3)$ จริง

6. _____ $\vee (3 \times 2 = 2 \times 3)$ จริง

2. _____ $\wedge (7^2 = 14)$ เท็จ

7. _____ $\vee (|-4| < |-3|)$ เท็จ

3. _____ $\wedge (11 > 5)$ เท็จ

8. _____ $\vee (2 + 3 = 3 \times 2)$ จริง

4. $(3 \times 8 = 14) \wedge$ _____ เท็จ

9. $(2 + 2 \neq 2 \times 2) \vee$ _____ เท็จ

5. $(|2| < |-3|) \wedge$ _____ จริง

10. $(9 \div 3 = 3) \vee$ _____ จริง

ตอนที่ 3 จงเติมประพจน์ในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. นิเสธของ $5 - 3 = 2$ คือ.....

2. นิเสธของ คือ $2 > 3$

3. ค่าความจริงของนิเสธของ $3 + 1 < 2$ คือ

4. $\wedge$ มีค่าความจริงเป็นจริง

5. $\wedge$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

6. $\vee$ มีค่าความจริงเป็นจริง

7. $\vee$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

เอกสารประกอบการเรียน
เรื่องการเชื่อมประพจน์

เอกสารหมายเลข 2

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

ประพจน์	ค่าความจริง	นิเสธของประพจน์	ค่าความจริง
$1 + 3 = 5$			
$2 + 4 = 6$			
$5 + 3 = 7$			
$4 + 3 = 7$			
$5 - 2 < 10$			



นิเสธของประพจน์คือ.....

จากสถานการณ์การฝากเงินของเอกับสาที่ธนาคารแห่งหนึ่ง โดยมีเงื่อนไขบัญชีเป็น “เอและสา” กับ “เอหรือสา” สามารถเขียนเป็นตารางดังนี้

เอ ลงชื่อ	สา ลงชื่อ	เอและสา ลงชื่อ	เอหรือสา ลงชื่อ
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

☼ การเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “และ” จะได้ประพจน์ใหม่ที่มีค่าความจริงเป็นจริงในกรณี
ที่.....

☼ การเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “หรือ” จะได้ประพจน์ใหม่ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จในกรณี
ที่.....

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องการเชื่อมประพจน์

จำนวน 1 คาบ



สารการเรียนรู้

การเชื่อมประพจน์และการหาค่าความจริงของประพจน์ 2 ประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยค
คณิตศาสตร์ มีข้อตกลงดังนี้

การเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “ถ้า...แล้ว” จะได้ประพจน์ใหม่ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จในกรณีที่เหตุเป็นจริงและผลเป็นเท็จเท่านั้น และสัญลักษณ์ที่ใช้แทน “ถ้า...แล้ว” คือ “ $\rightarrow$ ” เช่น ถ้า $2 + 3 = 5$ แล้ว $4 + 3 = 7$ เขียนได้เป็น $(2 + 3 = 5) \rightarrow (4 + 3 = 7)$

การเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “ก็ต่อเมื่อ” จะได้ประพจน์ใหม่ที่มีค่าความจริงเป็นจริงในกรณีที่ประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันนั้นเป็นจริงด้วยกันทั้งคู่หรือเป็นเท็จด้วยกันทั้งคู่เท่านั้น และสัญลักษณ์ที่ใช้แทน “ก็ต่อเมื่อ” คือ “ $\leftrightarrow$ ” เช่น $2 + 3 = 5$ ก็ต่อเมื่อ $4 + 3 = 7$ เขียนได้เป็น $(2 + 3 = 5) \leftrightarrow (4 + 3 = 7)$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

- นักเรียนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นจากการเชื่อมด้วยคำว่า “ถ้า...แล้ว” “ก็ต่อเมื่อ” ได้
- นักเรียนสามารถหาประพจน์ย่อยเมื่อกำหนดค่าความจริงของประพจน์ผสมมาให้ได้

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนค่าความจริงของการเชื่อมประพจน์ 2 ประพจน์ด้วยคำว่า “และ” กับ “หรือ” โดยให้นักเรียนจำนวน 4 คนออกมาจับชุดบัตรคำคนละ 1 ชุด (4 บัตรคำ / 1 ชุด) แล้วให้นักเรียนนำบัตรคำที่ได้แนบติดบนชาร์ทที่ครูเตรียมให้พร้อมทั้งหาค่าความจริงของประพจน์จากการเชื่อมประพจน์ที่ได้แนบด้วยคำว่า “และ” กับ “หรือ” ตามลำดับ ดังนี้

ประพจน์ผสม	ค่าความจริง
$(1 + 3 = 4) \wedge (\sqrt{4} = 2)$	
$(1 - 3 = -2) \wedge (4 + 7 = 10)$	
$(2 < 0) \wedge (2 - 5 \neq 1)$	
$(4 < 2) \wedge (3^2 = 6)$	

ประพจน์ผสม	ค่าความจริง
$(1 + 3 = 4) \vee (\sqrt{4} = 2)$	
$(1 - 3 = -2) \vee (4 + 7 = 10)$	
$(2 < 0) \vee (2 - 5 \neq 1)$	
$(4 < 2) \vee (3^2 = 6)$	

2. ถาถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยคำว่า “และ” กับ “หรือ” ดังนี้

- ๑ ถ้าเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “และ” มีกรณีใดที่จะมีค่าความจริงเป็นจริง
[กรณีทีประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันนั้นมีค่าความจริงเป็นจริงทั้งคู่]
- ๒ ถ้าเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “และ” มีกรณีใดที่จะมีค่าความจริงเป็นเท็จ
[กรณีทีประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันนั้นมีค่าความจริงเป็นเท็จอย่างน้อย 1 ประพจน์]
- ๓ ถ้าเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “หรือ” มีกรณีใดที่จะมีค่าความจริงเป็นเท็จ
[กรณีทีประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันนั้นมีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งคู่]
- ๔ ถ้าเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “หรือ” มีกรณีใดที่จะมีค่าความจริงเป็นจริง
[กรณีทีประพจน์ที่นำมาเชื่อมกันนั้นมีค่าความจริงเป็นจริงอย่างน้อย 1 ประพจน์]

3. กรุยกตัวอย่างสัญญาที่แม่ให้กับโหน่งว่า “ถ้าโหน่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แล้ว แม่จะให้รางวัล” แล้วถาถามนักเรียนเป็นรายบุคคล พร้อมเขียนสรุปบนกระดานดังนี้

- ๑ โหน่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์ แล้วแม่ให้รางวัล
แม่ทำผิดสัญญาหรือไม่ [ไม่ผิดสัญญา]
- ๒ โหน่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์ แล้วแม่ไม่ให้รางวัล
แม่ทำผิดสัญญาหรือไม่ [ผิดสัญญา]
- ๓ โหน่งสอบไม่ผ่านวิชาคณิตศาสตร์ แล้วแม่ให้รางวัล
แม่ทำผิดสัญญาหรือไม่ [ไม่ผิดสัญญา]
- ๔ โหน่งสอบไม่ผ่านวิชาคณิตศาสตร์ แล้วแม่ไม่ให้รางวัล
แม่ทำผิดสัญญาหรือไม่ [ไม่ผิดสัญญา]

โหน่งสอบผ่านวิชา คณิตศาสตร์	แม่ให้รางวัล	แม่ไม่ผิดสัญญา
✓	✓	✓
✓	✗	✗
✗	✓	✓
✗	✗	✓

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปการใช้คำว่า “ถ้า...แล้ว” โดยอาศัยสถานการณ์ข้างต้น และครูบอกข้อตกลงในการใช้สัญลักษณ์แทนเครื่องหมาย ✓ กับเครื่องหมาย ✗ ในตารางข้างต้น ด้วย T (จริง) และ F (เท็จ) ตามลำดับ ดังนี้

โหม่งสอบ ผ่านวิชา คณิตศาสตร์	แม่ให้ รางวัล	แม่ไม่คิด สัญญา	⇒	โหม่งสอบ ผ่านวิชา คณิตศาสตร์	แม่ให้ รางวัล	ถ้าโหม่งสอบผ่านวิชา คณิตศาสตร์แล้วแม่ จะให้รางวัล
✓	✓	✓		T	T	T
✓	X	X		T	F	F
X	✓	✓		F	T	T
X	X	✓		F	F	T

4. ครูให้นักเรียนบอกค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ที่เชื่อมด้วยคำว่า “ถ้า...แล้ว” ดังนี้

ประพจน์ ย่อย 1	ค่าความ จริง	ประพจน์ ย่อย 2	ค่าความ จริง	ประพจน์ผสม	ค่าความ จริง
$2 + 3 = 5$	T	$2 = 5 - 3$	T	ถ้า $2 + 3 = 5$ แล้ว $2 = 5 - 3$	
$2 + 3 = 5$		$3 = 5 - 3$		ถ้า $2 + 3 = 5$ แล้ว $3 = 5 - 3$	
$3 + 3 = 5$		$2 = 5 - 3$		ถ้า $3 + 3 = 5$ แล้ว $2 = 5 - 3$	
$3 + 3 = 5$		$3 = 5 - 3$		ถ้า $3 + 3 = 5$ แล้ว $3 = 5 - 3$	

5. ครูอธิบายว่าสัญลักษณ์ที่เขียนแทนคำว่า “ถ้า...แล้ว” คือ “ $\rightarrow$ ” เช่น

ถ้า $2 + 3 = 5$ แล้ว $2 = 5 - 3$ เขียนได้เป็น $(2 + 3 = 5) \rightarrow (2 = 5 - 3)$

ถ้า $2 + 3 = 5$ แล้ว $3 = 5 - 3$ เขียนได้เป็น $(2 + 3 = 5) \rightarrow (3 = 5 - 3)$

6. ให้นักเรียนฝึกทักษะในการหาค่าความจริงที่เชื่อมด้วยคำว่า “ถ้า...แล้ว” จากแบบฝึกทักษะที่ 3.1

7. ครูยกตัวอย่างประโยคเพื่อนำไปสู่การเชื่อมประพจน์และค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยคำว่า “ก็ต่อเมื่อ” เช่น แม่สัญญากับโหม่งว่า “แม่จะให้รางวัลก็ต่อเมื่อโหม่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์” โดยการดำเนินกิจกรรมเช่นเดียวกับกิจกรรมข้อที่ 3-5

8. ให้นักเรียนฝึกทักษะในการหาค่าความจริงที่เชื่อมด้วยคำว่า “ก็ต่อเมื่อ” จากแบบฝึกทักษะที่ 3.2

9. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3

การวัดผล

- จากกิจกรรมข้อที่ 3 , 4, และข้อ 7
- จากแบบฝึกทักษะที่ 3.1 และ 3.2
- จากแบบฝึกหัดที่ 3

การประเมินผล

1. นักเรียนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นจากการเชื่อมด้วยคำว่า “ถ้า...แล้ว” “ก็ต่อเมื่อ” ได้ จากแบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัด นักเรียนส่วนมากสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ได้ทุกข้อ มีนักเรียนประมาณ 3 คนที่หาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูป $\sqrt{4} = 2 \times 2$ หรือ $\sqrt[3]{8} = 4$ ผิด

2. นักเรียนจำนวน 30 คนสามารถหาประพจน์ย่อยเมื่อกำหนดค่าความจริงของประพจน์ผสมมาให้จากแบบฝึกหัดที่ 3 ได้ถูกต้องทุกข้อ และประพจน์ที่นักเรียนเขียนจะแตกต่างกันไป

 แบบฝึกทักษะที่ 3.1

เรื่อง การเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “ถ้า...แล้ว”

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

.....

ตอนที่ 1 จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

ประพจน์ ย่อย 1	ค่าความ จริง	ประพจน์ ย่อย 2	ค่าความ จริง	ประพจน์ผสม	ค่าความ จริง
$3 + 1 = 4$		$3 = 4 - 1$		ถ้า $3 + 1 = 4$ แล้ว $3 = 4 - 1$	
$3 + 1 = 4$		$3 = 4 - 2$		ถ้า $3 + 1 = 4$ แล้ว $3 = 4 - 2$	
$3 + 3 = 4$		$3 = 4 - 1$		ถ้า $3 + 3 = 4$ แล้ว $3 = 4 - 1$	
$3 + 3 = 4$		$3 = 4 - 2$		ถ้า $3 + 3 = 4$ แล้ว $3 = 4 - 2$	

ตอนที่ 2 จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

- $(1 + 3 = 4) \rightarrow (\sqrt{4} = 2 \times 2)$
- $(2 > 3) \rightarrow (\sqrt{4} = 2)$
- $(4 + 7 = 10) \rightarrow (1 - 3 = 2)$
- $(5 + 2 < 10) \rightarrow (5 + 2 \neq 7)$
- $(3^2 = 9) \rightarrow (\sqrt{9} = 3)$
- $(\sqrt[3]{8} = 4) \rightarrow (2 = 4)$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



ประพจน์ ย่อย 1	ค่าความ จริง	ประพจน์ ย่อย 2	ค่าความ จริง	ประพจน์ผสม	ค่าความ จริง
$\sqrt{9} = 3$		$3^2 = 9$		$\sqrt{9} = 3$ ก็ต่อเมื่อ $3^2 = 9$	
$\sqrt{9} = 3$		$4^2 = 9$		$\sqrt{9} = 3$ ก็ต่อเมื่อ $4^2 = 9$	
$\sqrt{9} = 4$		$3^2 = 9$		$\sqrt{9} = 4$ ก็ต่อเมื่อ $3^2 = 9$	
$\sqrt{9} = 4$		$4^2 = 9$		$\sqrt{9} = 4$ ก็ต่อเมื่อ $4^2 = 9$	

1. $(2 < 3) \leftrightarrow (2 \times 1 < 3 \times (-1))$
2. $(3 + 2 < 1) \leftrightarrow (2 < 1 + 3)$
3. $(5 + 2 = 10) \leftrightarrow (5 = 10 - 2)$
4. $(2 \times 5 = 5 \times 2) \leftrightarrow (5 \times 5 = 2 \times 2)$
5. $(4 - 3 < 3) \leftrightarrow (4 < 3 + 3)$
6. $(\sqrt[3]{8} = 4) \leftrightarrow (2 = 4)$

แบบฝึกหัดที่ 3
เรื่อง การเชื่อมและการหาค่าความจริงของประพจน์
ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ตอนที่ 1 จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

- | | | | |
|---|--------------------------|---|--------------------------|
| 1. $(2 + 7 \neq 9) \rightarrow (1 + 3 = 0)$ | ☐ | 6. $(2 + 7 \neq 9) \leftrightarrow (1 + 3 = 0)$ | ☐ |
| 2. $(1 + 2 = 3) \rightarrow (2 + 3 < 2^2)$ | ☐ | 7. $(1 + 2 = 3) \leftrightarrow (2 + 3 < 2^2)$ | ☐ |
| 3. $(5 + 4 = 3 \times 3) \rightarrow (4 < 10 \div 2)$ | ☐ | 8. $(5 + 4 = 3 \times 3) \leftrightarrow (4 < 10 \div 2)$ | ☐ |
| 4. $(\sqrt{8} = 4) \rightarrow (9 > \sqrt[3]{27})$ | ☐ | 9. $(\sqrt{8} = 4) \leftrightarrow (9 > \sqrt[3]{27})$ | ☐ |
| 5. $(3 - 1 = 4) \rightarrow (3 - 1 = 2)$ | ☐ | 10. $(3 - 1 = 4) \leftrightarrow (3 - 1 = 2)$ | ☐ |

ตอนที่ 2 จงเติมประพจน์ในช่องว่างที่ทำให้ได้ค่าความจริงตามที่กำหนดไว้

- | | |
|---|---|
| 1. _____ $\rightarrow (-\sqrt{9} = 3)$ เท็จ | 6. _____ $\leftrightarrow (9^2 = 3^3)$ จริง |
| 2. _____ $\rightarrow (7^2 = 49)$ จริง | 7. _____ $\leftrightarrow (3^2 \neq 3 + 3)$ เท็จ |
| 3. $(11 < 5) \rightarrow$ _____ จริง | 8. $(-2 < 0) \leftrightarrow$ _____ จริง |
| 4. $(2 \times 6 = 12) \rightarrow$ _____ เท็จ | 9. _____ $\leftrightarrow (2 + 2 = \sqrt{16})$ เท็จ |
| 5. _____ $\rightarrow (2 < -3)$ จริง | 10. $(4 > -5) \leftrightarrow$ _____ จริง |

ตอนที่ 3 จงเติมประพจน์ในช่องว่างให้ถูกต้อง

- | | |
|---------------------------------|-----------------------|
| 4. $\rightarrow$ | มีค่าความจริงเป็นจริง |
| 5. $\rightarrow$ | มีค่าความจริงเป็นเท็จ |
| 6. $\leftrightarrow$ | มีค่าความจริงเป็นจริง |
| 7. $\leftrightarrow$ | มีค่าความจริงเป็นเท็จ |

เอกสารประกอบการเรียน
เรื่องการเชื่อมประพจน์

เอกสารหมายเลข 3

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

แม่สัญญากับโหม่งว่า “ถ้าโหม่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แล้วแม่จะให้รางวัล” สามารถเขียนเป็นตารางดังนี้

โหม่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์	แม่ให้รางวัล	ถ้าโหม่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แล้วแม่จะให้รางวัล
T	T	
T	F	
F	T	
F	F	

✿ การเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “ถ้า...แล้ว” จะได้ประพจน์ใหม่ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จในกรณี
ที่.....

แม่สัญญากับโหม่งว่า “แม่จะให้รางวัลก็ต่อเมื่อโหม่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์” สามารถเขียนเป็นตารางดังนี้

โหม่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์	แม่ให้รางวัล	แม่จะให้รางวัลก็ต่อเมื่อ โหม่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์
T	T	
T	F	
F	T	
F	F	

✿ การเชื่อมประพจน์ด้วยคำว่า “ก็ต่อเมื่อ” จะได้
ประพจน์ใหม่ที่มีค่าความจริงเป็นจริงในกรณี.....
ประพจน์ใหม่ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จในกรณี.....

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องประโยคเปิด ประพจน์ และการเชื่อมประพจน์

จำนวน 1 คาบ



สาระการเรียนรู้

เราสามารถเขียน $P(x)$ หรือ $Q(x)$ แทนประโยคเปิดที่มี x เป็นตัวแปร เช่น

$$P(x) : x + 3 = 5 \text{ หมายถึงให้ } P(x) \text{ แทน } x + 3 = 5$$

$$Q(x) : x + 2 < 7 \text{ หมายถึงให้ } Q(x) \text{ แทน } x + 2 < 7$$

และสามารถใช้ $P(a)$ หรือ $Q(a)$ แทนประพจน์เมื่อแทนค่า x ด้วย a เช่น

$$P(1) : 1 + 3 = 5$$

$$P(2) : 2 + 3 = 5$$

$$Q(1) : 1 + 2 < 7$$

$$Q(2) : 2 + 2 < 7$$

หรืออาจใช้ p, q แทนประพจน์ใด ๆ เช่น

$$p : 2 + 3 = 5$$

$$q : 1 + 2 < 7$$

จากการเชื่อมประพจน์และค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ สามารถสรุปเป็นตารางค่าความจริงได้ดังนี้

p	$\sim p$
T	F
F	T

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนประโยคเปิดและประพจน์ที่กำหนดให้ได้
2. นักเรียนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้ได้
3. นักเรียนสามารถเปลี่ยนประโยคที่กำหนดให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูเขียน $P(x)$ แทนประโยคเปิด $x + 3 = 5$ บนกระดานดังนี้

$P(x) : x + 3 = 5$ และกำหนด $U = \{-2, 0, 2, 4, 5\}$ แล้วถามนักเรียนเป็นรายบุคคลว่า

- ⊖ $x + 3 = 5$ เป็นอะไร [ประโยคเปิด]
- ⊖ ถ้าให้ $P(x) : x + 3 = 5$ แล้ว $P(2)$ จะแทนอะไร [$2 + 3 = 5$]
- ⊖ $P(2)$ เป็นประพจน์หรือประโยคเปิด [ประพจน์]
- ⊖ ถ้า $P(2)$ เป็นประพจน์จะมีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จ [จริง]
- ⊖ ถามคำถามทำนองเดียวกันจนครบสมาชิกทุกตัวใน U

ครูเขียน $Q(x)$ แทนประโยคเปิด $x + 2 < 7$ บนกระดานดังนี้

$Q(x) : x + 2 < 7$ และกำหนด $U = \{-2, 0, 2, 4, 5\}$ แล้วถามนักเรียนเป็นรายบุคคลว่า

- ⊖ $x + 2 < 7$ เป็นอะไร [ประโยคเปิด]
- ⊖ ถ้าให้ $Q(x) : x + 2 < 7$ แล้ว $Q(2)$ จะแทนอะไร [$2 + 2 < 7$]
- ⊖ $Q(2)$ เป็นประพจน์หรือประโยคเปิด [ประพจน์]
- ⊖ ถ้า $Q(2)$ เป็นประพจน์จะมีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จ [จริง]
- ⊖ ถามคำถามทำนองเดียวกันจนครบสมาชิกทุกตัวใน U

2. ครูยกตัวอย่างการใช้สัญลักษณ์ p, q แทนประพจน์ จากประพจน์ที่ได้ในกิจกรรมข้อที่ 1 พร้อมทั้งให้นักเรียนหาค่าความจริงของประพจน์ $p \wedge q, p \vee q, p \rightarrow q, p \leftrightarrow q$ ดังนี้

① ถ้าให้ $p : P(2)$

$q : Q(1)$

$p \wedge q$ $p \vee q$

$p \rightarrow q$ $p \leftrightarrow q$

② ถ้าให้ $p : P(2)$

$q : Q(5)$

$p \wedge q$ $p \vee q$

$p \rightarrow q$ $p \leftrightarrow q$

③ ถ้าให้ $p : P(0)$

$q : Q(2)$

$p \wedge q$ $p \vee q$

$p \rightarrow q$ $p \leftrightarrow q$

④ ถ้าให้ $p : P(-2)$

$q : Q(5)$

$p \wedge q$ $p \vee q$

$p \rightarrow q$ $p \leftrightarrow q$

3. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปค่าความจริงของประพจน์ที่ได้จากกิจกรรมข้อที่ 2 เป็นตารางค่าความจริงดังนี้

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T

4. ซักถามนักเรียนเกี่ยวกับนิเสธของประพจน์ ประกอบการเติมช่องว่างในตาราง เช่น

ประพจน์	สัญลักษณ์	ค่าความจริง	นิเสธของ ประพจน์	สัญลักษณ์	ค่าความจริง
$2 + 3 = 5$	p	T	$\sim(2 + 3 = 5)$	$\sim p$	F
$(-2) + 3 = 5$	p				
$2 + 2 < 7$	q				
$5 + 2 < 7$	q				

แล้วให้นักเรียนพิจารณาสัญลักษณ์และค่าความจริงที่เกิดขึ้นและช่วยกันสรุปเป็นตารางค่าความจริง

P	$\sim p$
T	F
F	T

5. ฝึกการใช้ตารางค่าความจริงโดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม แล้วให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนกลุ่มละ 4 คนต่อการแข่งขัน 1 ครั้ง เพื่อออกมาเติมค่าความจริงในตารางค่าความจริงที่ครูเตรียมให้บนกระดาน โดยจะแข่งขันกันทั้งหมด 3 ครั้ง กลุ่มใดชนะ 2 ใน 3 ครั้ง ถือว่าเป็นผู้ชนะในการแข่งขัน

6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 4

การวัดผล

- จากกิจกรรมข้อที่ 1, 2 และ 4
- จากแบบฝึกหัดที่ 4

การประเมินผล

1. นักเรียนเกือบทั้งห้องสามารถเขียนสัญลักษณ์ $P(x)$ $Q(x)$ แทนประโยคเปิดที่มี x เป็นตัวแปร และเขียนสัญลักษณ์ p q แทนประพจน์ใดก็ได้ถูกต้อง รวมทั้งนักเรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์ $\sim p$ $p \wedge q$ $p \vee q$ $p \rightarrow q$ และ $p \leftrightarrow q$ แทนประพจน์ที่เชื่อมด้วย ตัวเชื่อมต่าง ๆ ได้

2. นักเรียนสามารถสรุปค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ ได้ และสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

3. จากการตรวจแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่องการใช้สัญลักษณ์แทนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ จำนวน 15 ข้อ พบว่า มีนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดถูกต้องตั้งแต่ 12 ข้อขึ้นไป จำนวน 27 คน และนักเรียนเกือบทั้งห้องทำผิดในกรณีที่ประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์เชื่อมด้วยตัวเชื่อมมากกว่าหนึ่งตัว เช่น ประพจน์ “ถ้า $2 \neq 3$ แล้ว $2 > 3$ หรือ $2 < 3$ ” “ $\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{8}$ และ $3 + 5 = 8$ ก็ต่อเมื่อ $|8| = |3+5|$ ” นอกจากนี้ยังสังเกตได้ว่ามีนักเรียนประมาณ 5 คน ที่เข้าใจผิดในการเขียนสัญลักษณ์แทนประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ โดยเขียนในรูปการเชื่อมระหว่างค่าความจริงของประพจน์แทนการใช้สัญลักษณ์ p q เช่น นักเรียนเขียน $F \vee F$ แทน $p \vee q$ และนักเรียนทุกคนสามารถเปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ให้เป็นข้อความได้ถูกต้องตั้งแต่ 4 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 5 ข้อ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved



เรื่อง การใช้สัญลักษณ์แทนประพจน์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



1. จงเปลี่ยนประพจน์ผสมต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์พร้อมทั้งบอกค่าความจริง

ข้อที่	ประพจน์ผสม	สัญลักษณ์	ค่าความจริง
1.	$2=3$ หรือ $2>3$		
2.	ถ้า $1+1=3$ ดังนั้น $2=3$		
3.	$\sqrt{9}=3$ และ $-\sqrt{9}=-3$		
4.	$4<10$ ก็ต่อเมื่อ $7>14$		
5.	$6\div 2=4$ แต่ $6=4+2$		
6.	ถ้า $6>7$ จะได้ $ 6 > -7 $		
7.	ถ้า $2+3= -5 $ และ $6+7\neq 13$ แล้ว $(-2)^3=8$		
8.	ถ้า $2\neq 3$ แล้ว $2>3$ หรือ $2<3$		
9.	$\sqrt{3}+\sqrt{5}=\sqrt{8}$ และ $3+5=8$ ก็ต่อเมื่อ $ 8 = 3+5 $		
10.	$11\geq 5$ ก็ต่อเมื่อ $11>5$ หรือ $11=5$		

2. จงเปลี่ยนสัญลักษณ์ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปประโยคข้อความ

1. $(5=2+3 \vee 3+2=5) \vee 3+2=5$

.....

2. $(2\neq 3) \leftrightarrow (2>3 \vee 2<3)$

.....

3. $(|-3|<|3|) \rightarrow (-3<3)$

.....

4. $(3<7) \leftrightarrow (7\neq 3 \wedge 3=7)$

.....

5. $(ab=0 \wedge a\neq 0) \rightarrow b=0$

.....

เอกสารประกอบการเรียน
เรื่องประโยคเปิด , ประพจน์ และการเชื่อมประพจน์

เอกสารหมายเลข 4

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

 $P(x) : x + 3 = 5$ หมายถึง..... $Q(x) : x + 2 < 7$ หมายถึง.....เราสามารถเขียนหรือ แทนประโยคเปิดที่มี x เป็นตัวแปรกำหนด $P(x) : x + 3 = 5$ และ $U = \{-2, 0, 2, 4, 5\}$ จะได้ $P(-2) : \dots\dots\dots P(0) : \dots\dots\dots P(2) : \dots\dots\dots$ $P(4) : \dots\dots\dots P(5) : \dots\dots\dots$ กำหนด $Q(x) : x + 2 < 7$ และ $U = \{-2, 0, 2, 4, 5\}$ จะได้ $Q(-2) : \dots\dots\dots Q(0) : \dots\dots\dots Q(2) : \dots\dots\dots$ $Q(4) : \dots\dots\dots Q(5) : \dots\dots\dots$ * จงหาค่าความจริงของประพจน์เมื่อกำหนดประพจน์ p, q ดังต่อไปนี้① ถ้าให้ $p : P(2)$ $q : Q(0)$ $p \wedge q \dots\dots\dots p \vee q \dots\dots\dots$ $p \rightarrow q \dots\dots\dots p \leftrightarrow q \dots\dots\dots$ ② ถ้าให้ $p : P(2)$ $q : Q(5)$ $p \wedge q \dots\dots\dots p \vee q \dots\dots\dots$ $p \rightarrow q \dots\dots\dots p \leftrightarrow q \dots\dots\dots$ ③ ถ้าให้ $p : P(0)$ $q : Q(2)$ $p \wedge q \dots\dots\dots p \vee q \dots\dots\dots$ $p \rightarrow q \dots\dots\dots p \leftrightarrow q \dots\dots\dots$ ④ ถ้าให้ $p : P(-2)$ $q : Q(5)$ $p \wedge q \dots\dots\dots p \vee q \dots\dots\dots$ $p \rightarrow q \dots\dots\dots p \leftrightarrow q \dots\dots\dots$

ตัวอย่างข้างต้นสามารถใช้สัญลักษณ์.....แทน

ประพจน์ใด ๆ เช่น

✱ จากการเชื่อมประพจน์และค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ สามารถสรุปเป็นตารางค่าความจริงได้ดังนี้

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
...	...				
...	...				
...	...				
...	...				

ข้อควรสนใจ

1. $p \wedge q$ จะมีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ
2. $p \vee q$ จะมีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ
3. $p \rightarrow q$ จะมีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ
4. $p \leftrightarrow q$ จะมีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ

ให้นักเรียนเติมช่องว่างต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ประพจน์	สัญลักษณ์	ค่าความจริง	นิเสธของ ประพจน์	สัญลักษณ์	ค่าความจริง
$2 + 3 = 5$	p	T	$\sim(2 + 3 = 5)$	$\sim p$	F
$(-2) + 3 = 5$	p				
$2 + 2 < 7$	q				
$5 + 2 < 7$	q				

✱ สัญลักษณ์และค่าความจริงที่เกิดขึ้นจากตารางที่นักเรียนเติมคำตอบในช่องว่างนั้น สามารถสรุปเป็นตารางค่าความจริงได้ดังนี้

p	$\sim p$
.....	
.....	

ข้อควรสนใจ

1. $\sim p$ จะมีค่าความจริง.....กับ p เสมอ
2. เราเรียก $\sim p$ ว่า.....

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์โดยสร้างตารางค่าความจริง

จำนวน 1 คาบ



สาระการเรียนรู้

การหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อมตั้งแต่สองตัวขึ้นไป ต้องหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในวงเล็บก่อน บางครั้งไม่ใส่วงเล็บให้หาค่าความจริงของ ($\sim$) ก่อน แล้วหาค่าความจริงที่มีตัวเชื่อมด้วย $\wedge, \vee, \rightarrow$ และ $\leftrightarrow$ ตามลำดับ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้โดยสร้างตารางค่าความจริงได้

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ทบทวนการหาค่าความจริงของประพจน์จากตารางโดยให้นักเรียนเติมค่าความจริงลงในตารางที่ครูกำหนดให้ถูกต้อง โดยอาจจะอาศัยคำแนะนำของครู

①

p	$\sim p$
T	
F	

②

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

③

p	q	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
...	...		
...	...		
...	...		
...	...		

นี้

2. ให้นักเรียนจำนวน 3 คนใช้ตารางค่าความจริงหาค่าความจริงของประพจน์ผสมต่อไปนี้
 $\sim p \rightarrow q$, $(p \wedge q) \vee p$ และ $\sim(p \leftrightarrow q)$ บนกระดาน แล้วครูกับนักเรียนช่วยกันเฉลย
3. ซักถามนักเรียนเกี่ยวกับกรณีค่าความจริงของประพจน์ดังนี้

- ๑ ค่าความจริงของประพจน์ย่อย p และ q มีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นกี่กรณี อะไรบ้าง [4 กรณี]
- ๒ ค่าความจริงของประพจน์ย่อย p , q และ r มีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นกี่กรณี อะไรบ้าง [8 กรณี]

และให้นักเรียนสรุปกรณีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นของประพจน์ แล้วให้นักเรียนใช้ตารางค่าความจริงหาค่าความจริงของประพจน์ผสมต่อไปนี้ $(p \vee q) \vee r$ โดยเติมค่าความจริงลงในตารางที่ครูกำหนดให้ถูกต้อง บนกระดานดังนี้

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$
T	T	T		
T	T	F		
T	F	T		
T	F	F		
F	T	T		
F	T	F		
F	F	T		
F	F	F		

4. ฝึกการสร้างตารางหาค่าความจริงของประพจน์ผสม โดยให้นักเรียนแยกประพจน์ย่อยจากบัตรคำของประพจน์ผสมต่อไปนี้ บนกระดาน

$$\sim p \vee \sim q$$

$$\sim q \rightarrow p$$

$$\sim(p \wedge \sim p)$$

$$p \rightarrow (q \vee r)$$

$$\sim q \rightarrow (p \vee q)$$

$$\sim(p \wedge q) \rightarrow p$$

$$p \wedge (p \rightarrow q)$$

$$\sim(p \wedge q) \leftrightarrow (p \vee r)$$

เช่น $\sim p \vee \sim q$ แยกเป็นประพจน์ได้ $p, q, \sim p, \sim q$ และ $\sim p \vee \sim q$ จากนั้นให้นักเรียนนำประพจน์ย่อยที่แยกได้ไปสร้างตารางหาความจริง เช่น

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T			
T	F			
F	T			
F	F			

5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 5

การวัดผล

- จากกิจกรรมข้อที่ 4
- จากแบบฝึกหัดที่ 5

การประเมินผล

1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ผสมที่กำหนดให้โดยสร้างตารางค่าความจริงได้ มีนักเรียนประมาณครึ่งห้องที่ต้องอาศัยการดูตารางค่าความจริงช่วยในการหาค่าความจริงของประพจน์ผสม

2. นักเรียนจำนวน 34 คนสามารถทำแบบฝึกหัดที่ 5 เรื่องการสร้างตารางค่าความจริงได้ถูกต้องตั้งแต่ 8 ข้อขึ้นไปจากแบบฝึกหัดทั้งหมด 10 ข้อ โดยแต่ละข้อมีนักเรียนทำผิดอยู่ในช่วง 2-8 คน ซึ่งพบข้อผิดพลาดในการทำแบบฝึกหัดดังนี้

- นักเรียนจำนวน 3 คนเขียนค่าความจริงของประพจน์ q ลงในตารางไม่ถูกต้อง โดยเขียนค่าความจริงของ q ตามแนวตั้งเป็น F, F, T และ T ตามลำดับ
- นักเรียนจำนวน 4 คน เขียนกรณีค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีประพจน์ย่อย 3 ประพจน์ เป็น 4 กรณี
- นักเรียนไม่มีความแม่นยำในเรื่องค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ ทำให้หาค่าความจริงผิด

 แบบฝึกหัดที่ 5

เรื่อง การสร้างตารางค่าความจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



คำชี้แจง จงสร้างตารางแสดงค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

1. $(\sim p) \wedge p$
2. $(p \rightarrow q) \rightarrow p$
3. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \wedge q)$
4. $(\sim p \vee q) \rightarrow (q \leftrightarrow p)$
5. $\sim(p \wedge q) \wedge (q \wedge \sim p)$
6. $(p \wedge q) \vee r$
7. $(p \vee r) \wedge (q \vee r)$
8. $\sim q \rightarrow [\sim p \vee (q \rightarrow p)]$
9. $r \rightarrow (\sim p \wedge q)$
10. $(p \vee q) \rightarrow (r \vee q)$

เอกสารประกอบการเรียน
เรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์
โดยสร้างตารางค่าความจริง

เอกสารหมายเลข 5

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

* ทบทวนตารางค่าความจริงกันก่อนนะ

p	$\sim p$
T	
F	

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T				
T	F				
F	T				
F	F				

ตัวอย่าง

หนึ่งประพจน์

p

* ถ้ามีประพจน์หนึ่งประพจน์ จะมีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้น.....กรณี

ตัวอย่าง

สองประพจน์

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\sim(p \leftrightarrow q)$

* ถ้ามีประพจน์สองประพจน์ จะมีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้น.....กรณี

[illegible]

- เอ ! แล้วถ้ามีประพจน์มากกว่าสาม
ประพจน์ล่ะ จะเป็นยังไงนะ ?



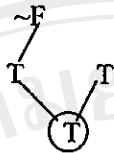
- * ถ้ามีประพจน์ p ประพจน์ จะมีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้น.....กรณี
 * ถ้ามีประพจน์ n ประพจน์ จะมีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้น.....กรณี

ตารางค่าความจริง คือ

แล้วให้นักเรียนพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ $\sim p \wedge q$ กรณีที่ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ q มีค่าความจริงเป็นจริง และกรเขียนกรณีดังกล่าวให้อยู่ในรูปแผนภาพดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ค่าความจริงของ $\sim p \wedge q$ กรณีที่ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ q มีค่าความจริงเป็นจริง

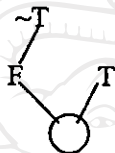
$$\sim p \wedge q$$



ดังนั้น $\sim p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ตัวอย่างที่ 2 ค่าความจริงของ $\sim p \wedge q$ กรณีที่ p และ q มีค่าความจริงเป็นจริง

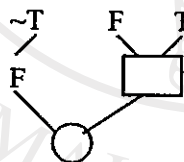
$$\sim p \wedge q$$



ดังนั้น $\sim p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็น.....

ตัวอย่างที่ 3 ค่าความจริงของ $\sim p \vee (q \vee r)$ เมื่อ p, r มีค่าความจริงเป็นจริง และ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ

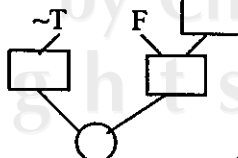
$$\sim p \vee (q \vee r)$$



ดังนั้น $\sim p \vee (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็น.....

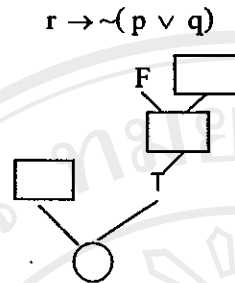
ตัวอย่างที่ 4 ค่าความจริงของ $\sim p \vee (q \vee r)$ เมื่อ p, r มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ q มีค่าความจริงเป็นจริง

$$\sim p \vee (q \vee r)$$



ดังนั้น $\sim p \vee (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็น.....

ตัวอย่างที่ 5 จงหาค่าความจริงของ $r \rightarrow \sim(p \vee q)$ เมื่อ p, q มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ r มีค่าความจริงเป็นจริง



ดังนั้น $r \rightarrow \sim(p \vee q)$ มีค่าความจริงเป็น.....

แล้วให้นักเรียน 1 คนออกมาหาค่าความจริงของ $\sim(p \rightarrow \sim p) \leftrightarrow r$ เมื่อ p, q และ r มีค่าความจริงเป็นจริง

3. ให้นักเรียนหาค่าความจริงของประพจน์ผสมในใบงานที่ 6 แล้วช่วยกันเฉลยบนกระดาน

4. ให้นักเรียนพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้แล้วซักถามนักเรียนเกี่ยวกับค่าความจริงที่เป็นไปได้ของ p กับ q

⊖ $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นจริง

p มีค่าความจริงเป็นอะไร

q มีค่าความจริงเป็นอะไร

⊖ $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

p มีค่าความจริงเป็นอะไร

q มีค่าความจริงเป็นอะไร

⊖ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

p มีค่าความจริงเป็นอะไร

q มีค่าความจริงเป็นอะไร

⊖ $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง

p มีค่าความจริงเป็นอะไร

q มีค่าความจริงเป็นอะไร

5. ให้นักเรียนฝึกพิจารณาค่าความจริงของประพจน์จากแบบฝึกทักษะที่ 6

6. เรียกนักเรียนจำนวน 2 คนมาหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยเมื่อทราบค่าความจริงของประพจน์ผสมต่อไปนี้ โดยครูแนะนำให้นักเรียนใช้หลักการพิจารณาค่าความจริงจากกิจกรรมข้อที่ 4 และ 5 มาช่วย

$(p \wedge q) \wedge r$ มีค่าความจริงเป็นจริง

$(p \vee q) \vee r$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แล้วให้นักเรียนทุกคนหาค่าความจริงของ p , q และ r เมื่อกำหนดค่าความจริงของประพจน์ผสมต่อไปนี้ พร้อมทั้งให้นักเรียนอธิบายขั้นตอนการทำงาน

1) $(p \wedge q) \rightarrow r$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

2) $\sim p \rightarrow (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

3) $p \vee (\sim p \leftrightarrow q)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

4) $(p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 6

การวัดผล

- จากกิจกรรมข้อที่ 2 และข้อ 6
- จากใบงานที่ 6
- จากแบบฝึกทักษะที่ 6
- จากแบบฝึกหัดที่ 6

การประเมินผล

1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ผสมเมื่อกำหนดค่าความจริงของประพจน์ย่อยมาให้ได้ถูกต้อง จากใบงานที่ 6 นักเรียนเกือบทั้งห้องทำถูกต้องตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป และจากการทำแบบฝึกหัด 6 ข้อ มีนักเรียน 31 คนที่ทำถูกต้องตั้งแต่ 5 ข้อขึ้นไป ข้อที่นักเรียนทำผิดมากคือ ข้อที่ประพจน์มีเครื่องหมายนิเสธ ($\sim$) อยู่นอกวงเล็บ เช่น $\sim(p \vee q) \rightarrow r$, $\sim(p \wedge q) \rightarrow r$

2. นักเรียนส่วนใหญ่หาค่าความจริงของประพจน์ย่อยเมื่อกำหนดค่าความจริงของประพจน์ผสมมาให้ได้ และสามารถอธิบายขั้นตอนการทำงานหน้าชั้นเรียนได้ถูกต้อง ส่วนในการทำแบบฝึกหัดจำนวน 3 ข้อ นักเรียน 23 คน สามารถทำถูกต้องตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป มีนักเรียนบางส่วนไม่สรุปตอบว่าค่าความจริงของ p , q และ r คืออะไร เพียงแต่แสดงเป็นแผนภาพการโยงค่าความจริงเท่านั้น

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง จงหาค่าความจริงของประพจน์ผสมต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ p, q มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ r มีค่าความจริงเป็นจริง

3) $(p \rightarrow q) \wedge r$

4) $\sim(p \vee q) \rightarrow r$

แบบฝึกทักษะที่ 6

เรื่อง การพิจารณาค่าความจริงของประพจน์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

.....

ตอนที่ 1 จงหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย เมื่อกำหนดให้ประพจน์ผสมแต่ละข้อต่อไปนี้

ค่าความจริงเป็นจริง

1) $s \wedge r$

$\swarrow \quad \searrow$ (T)	

2) $r \wedge q$

$\swarrow \quad \searrow$ (T)	

3) $\sim p \wedge s$

$\swarrow \quad \searrow$ (T)	

4) $(p \wedge q) \wedge r$

$\swarrow \quad \searrow$ (T)	

5) $(p \rightarrow q) \wedge (r \leftrightarrow s)$

$\swarrow \quad \searrow$ (T)	

6) $q \leftrightarrow p$

$\swarrow \quad \searrow$ (T)	

7) $s \leftrightarrow r$

$\swarrow \quad \searrow$ (T)	

8) $(q \vee p) \leftrightarrow \sim r$

$\swarrow \quad \searrow$ (T)	

9) $(p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \vee r)$

$\swarrow \quad \searrow$ (T)	

10) $(p \vee r) \leftrightarrow (q \vee p)$

$\swarrow \quad \searrow$ (T)	

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright by Chiang Mai University
All rights reserved

ตอนที่ 2 จงหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย เมื่อกำหนดให้ประพจน์ผสมแต่ละข้อต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นเท็จ

1) $r \vee p$
☐ ☐
 (F)

2) $s \vee \sim q$
☐ ☐
 (F)

3) $p \vee (\sim p \leftrightarrow q)$
☐ ☐
 (F)

4) $(p \vee q) \vee r$
☐ ☐
 (F)

5) $(\sim p \rightarrow \sim r) \vee (p \leftrightarrow s)$
☐ ☐
 (F)

6) $s \rightarrow r$
☐ ☐
 (F)

7) $\sim p \rightarrow \sim s$
☐ ☐
 (F)

8) $(p \wedge q) \rightarrow r$
☐ ☐
 (F)

9) $\sim p \rightarrow (q \vee r)$
☐ ☐
 (F)

10) $(\sim p \wedge q) \rightarrow (\sim r \leftrightarrow s)$
☐ ☐
 (F)



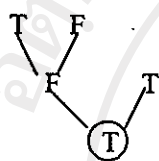
เรื่อง การหาค่าความจริงของประพจน์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



ตอนที่ 1 กำหนดให้ p , q มีค่าความจริงเป็นจริง และ r มีค่าความจริงเป็นเท็จ จงแสดงวิธีหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้ ตามรูปแบบที่กำหนดในข้อ 1

1) $(p \rightarrow r) \rightarrow q$



สรุป $(p \rightarrow r) \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง

2) $(\sim p \wedge q) \rightarrow r$

4) $\sim r \rightarrow (\sim p \vee q)$

5) $(r \leftrightarrow p) \rightarrow r$

3) $\sim(p \wedge q) \rightarrow r$

6) $(r \leftrightarrow q) \vee \sim r$

ตอนที่ 2 จงหาค่าความจริงของ p, q และ r จากค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $(p \vee q) \vee r$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

2. $(p \vee r) \leftrightarrow (q \vee p)$ มีค่าความจริงเป็นจริง และ $q \vee p$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

3. $(\sim p \wedge q) \rightarrow (\sim r \leftrightarrow s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ $p \vee s$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

เอกสารประกอบการเรียน
เรื่อง การหาค่าความจริงของประพจน์
โดยไม่สร้างตารางค่าความจริง

เอกสารหมายเลข 6

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

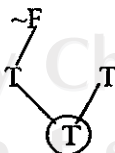
* ทบทวนการหาค่าความจริงโดยใช้ตารางกันหน่อยนะจ๊ะ

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

ยังจำกันได้หรือเปล่านะว่า

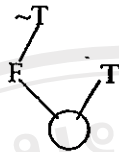
1. $p \wedge q$ จะมีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ
2. $p \vee q$ จะมีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ
3. $p \rightarrow q$ จะมีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ
4. $p \leftrightarrow q$ จะมีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ

ตัวอย่างที่ 1 ค่าความจริงของ $\sim p \wedge q$ กรณีที่ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ q มีค่าความจริงเป็นจริง

 $\sim p \wedge q$ ดังนั้น $\sim p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ตัวอย่างที่ 2 ค่าความจริงของ $\sim p \wedge q$ กรณีที่ p และ q มีค่าความจริงเป็นจริง

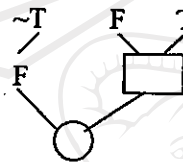
$$\sim p \wedge q$$



ดังนั้น $\sim p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็น.....

ตัวอย่างที่ 3 ค่าความจริงของ $\sim p \vee (q \vee r)$ เมื่อ p, r มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ q มีค่าความจริงเป็นจริง

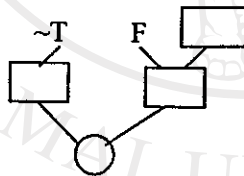
$$\sim p \vee (q \vee r)$$



ดังนั้น $\sim p \vee (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็น.....

ตัวอย่างที่ 4 ค่าความจริงของ $\sim p \vee (q \vee r)$ เมื่อ p, r มีค่าความจริงเป็นจริง และ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ

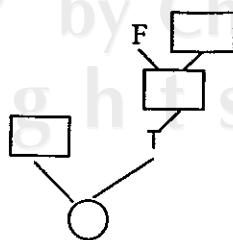
$$\sim p \vee (q \vee r)$$



ดังนั้น $\sim p \vee (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็น.....

ตัวอย่างที่ 5 จงหาค่าความจริงของ $r \rightarrow \sim(p \vee q)$ เมื่อ p, q มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ r มีค่าความจริงเป็นจริง

$$r \rightarrow \sim(p \vee q)$$



ดังนั้น $r \rightarrow \sim(p \vee q)$ มีค่าความจริงเป็น.....

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่องประโยคเปิด, ประพจน์และค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูป
 ประโยคภาษา จำนวน 1 คาบ



สาระการเรียนรู้

ประโยคเปิดและประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษา

ประโยคเปิดคือ ประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่มีตัวแปรซึ่งยังบอกไม่ได้ว่าเป็น
 จริงหรือเท็จ

ประพจน์คือ ประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่บอกได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จอย่างใด
 อย่างหนึ่ง

เรียกคำว่า “จริง” , “เท็จ” ว่าค่าความจริงของประพจน์

เราสามารถเขียน p, q แทนประพจน์ใด ๆ ที่อยู่ในรูปประโยคภาษา เช่น

p แทน “จังหวัดเชียงใหม่อยู่ทางภาคเหนือของประเทศไทย”

q แทน “พระอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันตก”

จากการเชื่อมประพจน์และค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ สามารถ
 สรุปเป็นตารางค่าความจริงได้ดังนี้

p	$\sim p$
T	F
F	T

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าประโยคใดเป็นประโยคเปิดหรือเป็นประพจน์
2. นักเรียนสามารถเปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้
3. นักเรียนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาโดยเปลี่ยนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูคิดกระเป๋าค้นหาที่มีประโยคต่อไปนี้บนกระดาน

1. จังหวัดเชียงใหม่อยู่ทางภาคเหนือ
2. ดาวเสาร์ไม่เป็นดาวเคราะห์ในระบบสุริยะจักรวาล
3. ดาวหางไม่เป็นดาวเคราะห์ในระบบสุริยะจักรวาล
4. ทำไมเธอจึงเรียนคณิตศาสตร์
5. คุณจะไปไหน
6. เขาเป็นนักคณิตศาสตร์
7. กรุณาเปิดประตูด้วย
8. x เป็นจำนวนคู่
9. โปรดให้ฉันได้รักเธอ
10. ดาวเคราะห์ดวงหนึ่งอยู่ในระบบสุริยะจักรวาล
11. (-3) เป็นจำนวนที่มากกว่า 2
12. 3 เป็นจำนวนเฉพาะ
13. $x + 1 = 0$
14. โธ่เอ๊ย!
15. พระอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันตก

แล้วให้นักเรียนบอกว่าประโยคใดเป็นจริง ประโยคใดเป็นเท็จ ประโยคใดบอกไม่ได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ

ให้นักเรียนจัดกลุ่มประโยคโดย ครูคิดบัตรคำ “มีค่าความจริงเป็นจริง” “มีค่าความจริงเป็นเท็จ” “บอกไม่ได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ” บนกระดานและให้นักเรียนจำนวน 1 คน ออกมาแยกประโยคในกระเป๋าค้นหาไปติดได้บัตรคำดังกล่าว

2. ครูถามนักเรียนเป็นรายบุคคลดังนี้

- จากกลุ่มของประโยคทั้ง 3 กลุ่ม ประโยคกลุ่มใดเป็นประพจน์ เพราะอะไร

[กลุ่มที่ 1, 2 เพราะสามารถบอกค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จ]

- ประโยคกลุ่มที่ 3 ซึ่งบอกไม่ได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จเราสามารถนำมาจัดกลุ่มใหม่ได้หรือไม่ อย่างไร [ได้ เป็นกลุ่มของประโยคเปิดกับกลุ่มที่ไม่เป็นประโยคเปิด]

- ๐ ประโยคกลุ่มที่ 3 ประโยคใดเป็นประโยคเปิด และมีอะไรเป็นตัวแปร [ประโยคที่ 6, 8, 10 และ 13 มี “เขา”, “x”, “ดาวเคราะห์ดวงหนึ่ง” และ x ตามลำดับ]
 - ๐ ประโยคที่ 4, 5 เป็นประโยคอะไร [ประโยคคำถาม]
 - ๐ ประโยคที่ 7, 9 เป็นประโยคอะไร [ประโยคขอร้อง]
 - ๐ ประโยคที่ 14 เป็นประโยคอะไร [ประโยคอุทาน]
 - ๐ ประโยคที่ 1 กับ 2 ต่างกันอย่างไร [ประโยคที่ 1 เป็นประโยคบอกเล่า ส่วนประโยคที่ 2 เป็นประโยคปฏิเสธ]
 - ๐ ตามหลักภาษาไทยประโยคที่ 2, 3 เรียกว่าประโยคอะไร [ประโยคปฏิเสธ]
 - ๐ ตามหลักภาษาไทยประโยคที่ 1, 6, 8, 10-13 และ 15 เรียกว่าประโยคอะไร [ประโยคบอกเล่า]
 - ๐ ลักษณะที่เหมือนกันของประโยคที่เป็นประพจน์กับประโยคเปิดคืออะไร [เป็นประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธเหมือนกัน]
 - ๐ ลักษณะที่แตกต่างกันของประโยคที่เป็นประพจน์กับประโยคเปิดคืออะไร [ประพจน์สามารถบอกได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ส่วนประโยคเปิดบอกไม่ได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ]
3. สรุปร่วมกันเกี่ยวกับความหมายของประโยคเปิด และประพจน์
4. ให้นักเรียนทำงานในใบงานที่ 7 แล้วครูอธิบายให้นักเรียนเพิ่มเติมในประเด็นที่นักเรียนมีข้อผิดพลาด
5. ครูคิดบัตรคำ “3 หาร 4 ลงตัว” กับ “4 เป็นจำนวนคู่” บนกระดานแล้วถามนักเรียนว่า
- ๐ ประพจน์ “3 หาร 4 ไม่ลงตัว” กับ “ไม่เป็นจำนวนคู่” มีค่าความจริงเป็นอะไร [T, F ตามลำดับ]
 - ๐ ประพจน์ “3 หาร 4 ลงตัว และ 4 เป็นจำนวนคู่” มีค่าความจริงเป็นอะไร เพราะเหตุใด [F เพราะ]
 - ๐ ประพจน์ “3 หาร 4 ลงตัว หรือ 4 เป็นจำนวนคู่” มีค่าความจริงเป็นอะไร เพราะเหตุใด [T เพราะ]
 - ๐ ประพจน์ “ถ้า 3 หาร 4 ลงตัว แล้ว 4 เป็นจำนวนคู่” มีค่าความจริงเป็นอะไร เพราะเหตุใด [T เพราะ]
 - ๐ ประพจน์ “3 หาร 4 ลงตัว ก็ต่อเมื่อ 4 เป็นจำนวนคู่” มีค่าความจริงเป็นอะไร เพราะเหตุใด [F เพราะ]

6. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็น 5 กลุ่ม และแจกใบงานที่ 7.1- 7.5 คนละ 1 ใบ ดังนี้

แจกใบงานที่ 7.1 ให้กลุ่มที่ 1

ใบงานที่ 7.2 ให้กลุ่มที่ 2

ใบงานที่ 7.3 ให้กลุ่มที่ 3

ใบงานที่ 7.4 ให้กลุ่มที่ 4

ใบงานที่ 7.5 ให้กลุ่มที่ 5

แล้วให้นักเรียนปฏิบัติตามใบงาน จากนั้นให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มออกมาเฉลยบนกระดาน

7. ครูเขียนประพจน์ต่อไปนี้บนกระดานแล้วเรียกนักเรียนจำนวน 5 คนออกมาเปลี่ยนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

- ▶ วันนี้คิวจะไปว่ายน้ำหรือไปเล่นเทนนิส
- ▶ สูดารับประทานส้มตำกับไก่ย่าง
- ▶ ถ้านายกล้าอายุครบ 40 ปี แล้วนายกล้าเป็นผู้บรรลุนิติภาวะ
- ▶ ABC จะเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วก็ต่อเมื่อมีด้านเท่ากันสองด้าน
- ▶ ถ้า ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะได้มุมทั้งสี่เป็นมุมฉาก

ครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง แล้วให้นักเรียนอีก 5 คนออกมาหาค่าความจริงของประพจน์ดังกล่าว

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 7 แล้วครูเฉลยในห้องเรียน

9. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 7

การวัดผล

- จากใบงานที่ 7 และ 7.1 – 7.5
- จากแบบฝึกทักษะที่ 7
- จากแบบฝึกหัดที่ 7

การประเมินผล

1. นักเรียนสามารถตอบคำถามเกี่ยวกับประโยคเปิด และประพจน์ได้ถูกต้อง สามารถแยกได้ว่าประโยคใดเป็นประโยคเปิด หรือเป็นประพจน์ หรือไม่เป็นทั้งสองอย่างได้ถูกต้องจากประโยคที่กำหนดให้ แต่นักเรียนนักเรียนบางส่วนไม่สามารถให้คำจำกัดความของประโยคเปิด และประพจน์ได้ครบถ้วน เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามเพิ่มเติมทำให้นักเรียนเกือบทั้งห้องสามารถให้คำจำกัดความและจำแนกลักษณะของประโยคเปิดและประพจน์ได้ถูกต้อง และชัดเจนขึ้น

2. นักเรียนทุกคนสามารถยกตัวอย่างประโยคเปิด ประพจน์ และประโยคที่ไม่เป็นทั้งสองอย่างในเอกสารประกอบการเรียนและในใบงานที่ 1 ได้ถูกต้อง

3. นักเรียนสามารถทำใบงาน 7.1-7.5 เกี่ยวกับการเปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์และค่าความจริงได้ถูกต้องทุกกลุ่ม จากการทำแบบฝึกหัดทักษะนักเรียนส่วนมากสามารถทำได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนจำนวน 5 คนที่การเปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาเป็น TVF เนื่องจากนักเรียนได้เรียนรู้จากการเรียนพิเศษ

4. นักเรียนจำนวน 29 คน สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 7 เรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาได้ถูกต้องไม่ต่ำกว่า 5 ข้อใน 7 ข้อ มีนักเรียนบางส่วนผิดพลาดเกี่ยวกับการพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ย่อยประพจน์ เช่น $\sqrt{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ , แมงมุมไม่เป็นแมลง เป็นต้น



เรื่อง ประโยคเปิดและประพจน์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

.....

ตอนที่ 1 จงพิจารณาประโยคต่อไปนี้ว่าเป็นประพจน์หรือเป็นประโยคเปิดหรือไม่เป็นทั้ง
ประพจน์และประโยคเปิด เพราะเหตุใด

1. x เป็นจำนวนจริง
2. $\{4, -4\}$ เป็นเซตคำตอบของสมการ $x^2 = 16$
3. เขาเป็นคู่แทนราษฎรจังหวัดพะเยา
4. เขากำลังจะไปเรียนหนังสือ
5. $(x+3)$ และ $(x-3)$ เป็นตัวประกอบของ $x^2 - 9$

ตอนที่ 2 จงยกตัวอย่างประโยคเปิดและประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษามา อย่างละ 2
ประโยค

.....

.....

.....

.....

.....

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

ใบงานที่ 7.1

เรื่อง เปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์และค่าความจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ p, q แทนประพจน์ ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งหาค่าความจริง
ของประพจน์

“เชียงใหม่อยู่ทางภาคใต้ของประเทศไทยหรือกรุงเทพฯอยู่ทางภาคใต้ของประเทศไทย”

ให้ p แทน.....

q แทน.....

ตัวเชื่อมคือ.....

ดังนั้น “เชียงใหม่อยู่ทางภาคใต้ของประเทศไทยหรือกรุงเทพฯอยู่ทางภาคใต้ของประเทศไทย”
เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์มีค่าความจริงเป็น.....

ใบงานที่ 7.2

เรื่อง เปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์และค่าความจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ p, q แทนประพจน์ ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งหาค่าความจริง
ของประพจน์

“ถ้าเดือนตุลาคมมี 30 วัน ดังนั้น 1 เดือนมี 30 วัน”

ให้ p แทน.....

q แทน.....

ตัวเชื่อมคือ.....

ดังนั้น “ถ้าเดือนตุลาคมมี 30 วัน ดังนั้น 1 เดือนมี 30 วัน”

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์มีค่าความจริงเป็น.....

ใบงานที่ 7.3

เรื่อง เปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์และค่าความจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ p, q แทนประพจน์ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งหาค่าความจริงของประพจน์

“แมงมุมไม่เป็นแมลงแต่เป็นสิ่งมีชีวิตชนิดหนึ่ง”

ให้ p แทน.....

q แทน.....

ตัวเชื่อมคือ.....

ดังนั้น “แมงมุมไม่เป็นแมลงแต่เป็นสิ่งมีชีวิตชนิดหนึ่ง”

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์มีค่าความจริงเป็น.....

ใบงานที่ 7.4

เรื่อง เปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์และค่าความจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ p, q แทนประพจน์ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งหาค่าความจริงของประพจน์

“ $\sqrt{2}$ เขียนเป็นเศษส่วนได้หรือ $\sqrt{2} = 1.414$ ”

ให้ p แทน.....

q แทน.....

ตัวเชื่อมคือ.....

ดังนั้น “ $\sqrt{2}$ เขียนเป็นเศษส่วนได้หรือ $\sqrt{2} = 1.414$ ”

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์มีค่าความจริงเป็น.....

 ใบงานที่ 7.5

เรื่อง เปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์และค่าความจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ p, q แทนประพจน์ ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งหาค่าความจริง
ของประพจน์

“ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันตกก็ต่อเมื่อโลกหมุนรอบดวงอาทิตย์”

ให้ p แทน.....

q แทน.....

ตัวเชื่อมคือ.....

ดังนั้น “ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันตกก็ต่อเมื่อโลกหมุนรอบดวงอาทิตย์”

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์มีค่าความจริงเป็น.....



เรื่อง การแปลงประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์และค่าความจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

.....

คำชี้แจง จงเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ พร้อมทั้งหาค่าความจริง

ประโยค	ประพจน์ย่อย	สัญลักษณ์	ค่าความจริง
1) 4 และ 6 เป็นสมาชิกของ {2,4}	p แทน 4 เป็นสมาชิกของ {2,4} q แทน 6 เป็นสมาชิกของ {2,4}	$p \wedge q$	F
2) เดือนกุมภาพันธ์มี 30 วันหรือ 31 วัน	p แทน..... q แทน.....		
3) ถ้าเซตของจำนวนตรรกยะเป็นเซตจำกัด แล้วเซตของจำนวนจริงจะเป็นเซตอนันต์	p แทน..... q แทน.....		
4) ถ้า 3 ไม่ใช่สมาชิกของเซตของจำนวนที่ ดังนั้น 3 ก็ไม่ใช่จำนวนที่	p แทน..... q แทน.....		
5) เดือนมกราคมมี 31 วันที่คือเมื่อหนึ่งเดือนมี 30 วันหรือ 31 วัน	p แทน..... q แทน..... r แทน.....		

 แบบฝึกหัดที่ 7

เรื่อง ประโยคเปิด, ประพจน์, การเชื่อมประพจน์ และค่าความจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



ตอนที่ 1 ประโยคใดต่อไปนี้เป็นประพจน์หรือเป็นประโยคเปิดหรือไม่เป็นทั้งประพจน์และประโยคเปิด เพราะเหตุใด

1. สุนทรภู่เป็นนักคณิตศาสตร์
2. ห้ามลอกการบ้านมาส่งครู
3. 15 หารด้วย 4 เหลือเศษ 0
4. เขาเป็นนักคณิตศาสตร์
5. จงหาเซตคำตอบของสมการ $x + 5 = 0$

ตอนที่ 2 จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

1. $\sqrt{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ ก็ต่อเมื่อ $\sqrt{2} = 1.414$

.....

2. 7 หารด้วย 2 ลงตัว ก็ต่อเมื่อ 7 เป็นจำนวนคี่

.....

3. ถ้า 0 เป็นจำนวนเต็มแล้ว 0 เป็นจำนวนลบ

.....

4. แมงมุมไม่เป็นแมลงแต่เป็นสิ่งมีชีวิตชนิดหนึ่ง

.....

5. ถ้า 2 หาร 124 ลงตัวคั่นั้น 124 เป็นจำนวนคี่

.....

6. ถ้า 2 หาร 24 และ 120 ลงตัวแล้วจะหาร $124 + 20$ ลงตัวด้วย

.....

7. $\phi \in \{0\}$ หรือ $\phi \subset \{0\}$

.....

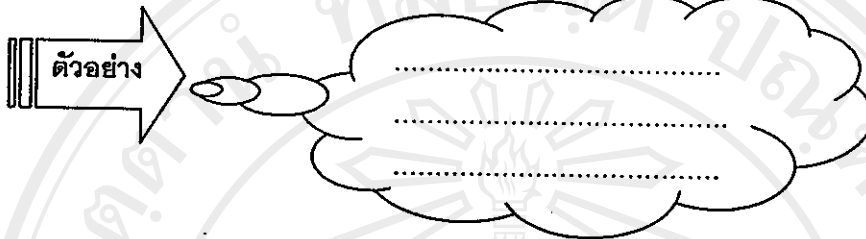
เอกสารประกอบการเรียน เรื่องประโยคเปิด , ประพจน์และค่าความจริงของ ประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษา		เอกสารหมายเลข 7
ชื่อ.....	เลขที่.....	ชั้น.....

แล้วให้นักเรียนบอกว่าประโยคใดเป็นจริง ประโยคใดเป็นเท็จ ประโยคใดบอกไม่ได้ว่า
เป็นจริงหรือเท็จ

1. จังหวัดเชียงใหม่อยู่ทางภาคเหนือ
2. ดาวเสาร์ไม่เป็นดาวเคราะห์ในระบบสุริยะจักรวาล
3. ดาวหางไม่เป็นดาวเคราะห์ในระบบสุริยะจักรวาล
4. ทำไมเธอจึงเรียนคณิตศาสตร์
5. คุณจะไปไหน
6. เขาเป็นนักคณิตศาสตร์
7. กรุณาเปิดประตูด้วย
8. x เป็นจำนวนคู่
9. โปรดให้ฉันรักเธอ
10. ดาวเคราะห์ดวงหนึ่งอยู่ในระบบสุริยะจักรวาล
11. (-3) เป็นจำนวนที่มากกว่า 2
12. 3 เป็นจำนวนเฉพาะ
13. $x + 1 = 0$
14. โห้เอ๊ย!
15. พระอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันตก

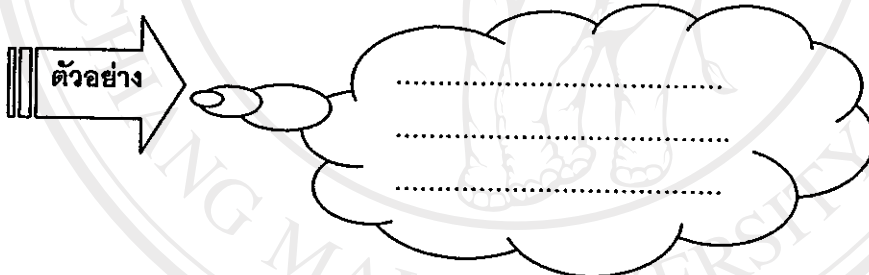
ประโยคเปิดคือ

.....



ประพจน์คือ

.....



ตัวอย่างประโยคอื่นที่ไม่เป็นทั้งประพจน์และประโยคเปิด

.....

.....

.....

ผลการเรียนรู้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

กระบวนการจัดการเรียนรู้

- ## การวัดผล

การประเมินผล

จากการตรวจแบบทดสอบชุดที่ 1 จำนวน 22 ข้อ พบว่า

- นักเรียน 27 คนสามารถจำแนกประโยคเปิด และประพจน์ได้ถูกต้องมากกว่า 3 ใน 5 ข้อ
- นักเรียน 25 คนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ได้ถูกต้องมากกว่า 8 ใน 12 ข้อ
- นักเรียน 32 คนสามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้ถูกต้องมากกว่า 3 ใน 5 ข้อ

- หากพิจารณาใช้เกณฑ์ผ่าน 50 % มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ 29 คน คิดเป็นร้อยละ 74.36
 นักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ 10 คน คิดเป็นร้อยละ 25.64 ความผิดพลาดของการทำแบบทดสอบชุดนี้
 ส่วนใหญ่เกิดจากความไม่แม่นยำในเรื่องค่าความจริงของประพจน์



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
 Copyright© by Chiang Mai University
 All rights reserved

ตอนที่ 1 ประโยคต่อไปนี้ประพจน์หรือประโยคเปิด หรือไม่ทั้งประพจน์และประโยคเปิด เพราะเหตุใด (5 คะแนน)

1. เขาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. กรุณาเปิดหน้าต่างด้วย
3. กรุงเทพมหานครเป็นเมืองหลวงของประเทศไทย
4. $x^2 + 1 = 5$
5. 3 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 2x - 3 = 0$

1. $(1-3=2) \vee (4+7=10)$
2. $(5+4=3 \times 3) \leftrightarrow (4 < 10 \div 2)$
3. ถ้า 3 หาร 4 ลงตัว แล้ว 4 เป็นจำนวนคู่
4. 3×5 เป็นเลขคู่ และ 15 เป็นเลขคู่
5. $\sqrt{5}$ เป็นจำนวนจริงและจำนวนอตรรกยะแต่ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ.....

1. 8 เป็นจำนวนคู่ และ 5 เป็นจำนวนคี่
2. สุขาคับสุขลไปแข่งขันทักษะวิชาชีพ
3. ไม่จริงที่ว่าผีเสื้อบินได้
4. $11 > 4$ ก็ต่อเมื่อ $11 < 5$ หรือ $11 = 5$
5. ถ้าหนึ่งปีมี 10 เดือนหรือ 12 เดือน แล้วหนึ่งปีจะมี 365 วัน

ตอนที่ 4 กำหนดให้ p, q มีค่าความจริงเป็นเท็จและ r มีค่าความจริงเป็นจริง จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้ (4 คะแนน)

1. $(p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \vee r)$

2. $\sim p \rightarrow (q \vee r)$

ตอนที่ 5 จงหาค่าความจริงของ p, q และ r จากค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (6 คะแนน)

1. $(p \wedge q) \wedge r$ มีค่าความจริงเป็นจริง

2. $(p \vee r) \leftrightarrow (q \vee s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

1. $\sim p \leftrightarrow q$
2. $(\sim p \vee q) \rightarrow (p \wedge \sim q)$
3. $p \rightarrow (\sim q \rightarrow r)$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่องตัวบ่งปริมาณและค่าความจริง

จำนวน 1 คาบ

สามารถอาศัยการเชื่อมประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “และ” ในการอธิบายตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...ทุกตัว” ($\forall$) และใช้สัญลักษณ์ $\forall x$ แทน สำหรับ x ทุกตัว

และอาศัยการเชื่อมประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “หรือ” ในการอธิบายตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...บางตัว” ($\exists$) และใช้สัญลักษณ์ $\exists x$ แทน สำหรับ x บางตัว เช่น

กำหนด $x^2 = 4$ และ $U = \{-2, 2\}$

จะได้ $P(-2) : (-2)^2 = 4$

$$P(2) : 2^2 = 4$$

ได้ $P(-2) \wedge P(2) : (-2)^2 = 4 \wedge 2^2 = 4$

สามารถเขียน $(-2)^2 = 4 \wedge 2^2 = 4$ แทนด้วย $\forall x \in U [x^2 = 4]$

ได้ $P(-2) \vee P(2) : (-2)^2 = 4 \vee 2^2 = 4$

สามารถเขียน $(-2)^2 = 4 \vee 2^2 = 4$ แทนด้วย $\exists x \in U [x^2 = 4]$

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อเชื่อมประพจน์ย่อยที่ได้จากการแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ทุกตัวด้วยตัวเชื่อม “และ” แล้วมีค่าความจริงเป็นจริง หรือเมื่อเซตคำตอบของประโยคเปิดคือ U

๗. [P(x)] มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อเชื่อมประพจน์ย่อยที่ได้จากการแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ทุกตัวด้วยตัวเชื่อม “และ” แล้วมีค่าความจริงเป็นเท็จ หรือเมื่อเซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ U

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อเชื่อมประพจน์ย่อยที่ได้จากการแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ทุกตัวด้วยตัวเชื่อม “หรือ” แล้วมีค่าความจริงเป็นจริง หรือเมื่อเซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ $\emptyset$

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อเชื่อมประพจน์ย่อยที่ได้จากการแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ทุกตัวด้วยตัวเชื่อม “หรือ” แล้วมีค่าความจริงเป็นเท็จ หรือเมื่อเซตคำตอบของประโยคเปิดเท่ากับ $\emptyset$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...ทุกตัว” ได้

2. นักเรียนสามารถบอกค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...บางตัว” ได้

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูคิดบัตรคำประโยคเปิด $x^2 = 4$ และกำหนดเอกภพสัมพัทธ์ $U = \{-2, 2\}$ บนกระดาน แล้วถามนักเรียนเป็นรายบุคคลดังนี้

- ๑ ค่าของ x คืออะไร $[-2, 2]$
- ๑ ประโยคเปิดคืออะไร $[x^2 = 4]$
- ๑ สัญลักษณ์ที่ใช้แทนประโยคเปิดคืออะไร $[P(x)]$
- ๑ ถ้าแทนค่า x ในประโยคเปิด $x^2 = 4$ จะได้ประพจน์อะไรบ้าง และมีค่าความจริงเป็นอย่างไร

$$[P(-2) : (-2)^2 = 4 \text{ มีค่าความจริงเป็นจริง}]$$

$$[P(2) : 2^2 = 4 \text{ มีค่าความจริงเป็นจริง}]$$

- ๑ เซตคำตอบของ $x^2 = 4$ คืออะไร $[\{-2, 2\}]$

2. ครูเขียนประพจน์ที่ได้จากการแทนค่า x มาเชื่อมกันด้วยตัวเชื่อม “และ” บนกระดาน เช่น $P(-2) \wedge P(2) : (-2)^2 = 4 \wedge 2^2 = 4$ แล้วถามนักเรียนดังนี้

- ๑ $(-2)^2 = 4 \wedge 2^2 = 4$ มีค่าความจริงเป็นอะไร $[T]$
- ๑ จาก $(-2)^2 = 4 \wedge 2^2 = 4$ มีค่าความจริงเป็นจริงนักเรียนจะสรุปได้อย่างไร
[เมื่อนำประพจน์ย่อยที่ได้จากการแทนค่า x ในประโยคเปิด $x^2 = 4$ ด้วยสมาชิกทุกตัวในเอกภพสัมพัทธ์มาเชื่อมด้วย “และ” จะได้ $(-2)^2 = 4 \wedge 2^2 = 4$ มีค่าความจริงเป็นจริง]

- ๑ ถ้านำประพจน์ย่อยดังกล่าวมาเชื่อมกันด้วยตัวเชื่อม “หรือ” จะได้อะไร

$$[P(-2) \vee P(2) : (-2)^2 = 4 \vee 2^2 = 4]$$

- ๑ $(-2)^2 = 4 \vee 2^2 = 4$ มีค่าความจริงเป็นอะไร $[T]$

- ๐ จาก $(-2)^2 = 4 \vee 2^2 = 4$ มีค่าความจริงเป็นจริงนักเรียนจะสรุปได้ว่าอย่างไร
[เมื่อนำประพจน์ย่อยที่ได้จากการแทนค่า x ในประโยคเปิด $x^2 = 4$ ด้วยสมาชิก
ทุกตัวในเอกภพสัมพัทธ์มาเชื่อมด้วย “หรือ” จะได้ $(-2)^2 = 4 \vee 2^2 = 4$ มีค่า
ความจริงเป็นจริง]

3. ครูเขียนประโยคเปิดและเอกภพสัมพัทธ์ต่อไปนี้บนกระดาน และซักถามนักเรียน
พร้อมทั้งเขียนสรุปบนกระดานดังนี้

◆ $x^2 = 4$ และ $U = \{-2, 0, 2\}$

ค่าของ x คือ.....

เซตคำตอบของ $x^2 = 4$ คือ

แทนค่า x ในประโยคเปิด จะได้ $P(-2)$:

$P(0)$:

$P(2)$:

$P(-2) \wedge P(0) \wedge P(2)$:

สรุปได้ว่า

$P(-2) \vee P(0) \vee P(2)$:

สรุปได้ว่า

◆ $x^2 = 4$ และ $U = \{-3, 3\}$

ค่าของ x คือ.....

เซตคำตอบของ $x^2 = 4$ คือ

แทนค่า x ในประโยคเปิด จะได้ $P(-3)$:

$P(3)$:

$P(-3) \wedge P(3)$:

สรุปได้ว่า

$P(-3) \vee P(3)$:

สรุปได้ว่า

4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 9

5. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่าประพจน์ผสมที่ได้จากการเชื่อมประพจน์ย่อยด้วย

“ $\wedge$ ” จากกิจกรรมข้อที่ 2 และ 3 เช่น $(-2)^2 = 4 \wedge 0^2 = 4 \wedge 2^2 = 4$ เป็นตัวบ่งปริมาณ

“สำหรับ...ทุกตัว” ซึ่งสัญลักษณ์ที่ใช้แทนตัวบ่งปริมาณนี้คือ $\forall$ และใช้สัญลักษณ์ $\forall x$ แทนสำหรับ x ทุกตัว

และประพจน์ผลสมที่ได้จากการเชื่อมประพจน์ย่อยด้วย “ $\vee$ ” จากกิจกรรมข้อที่ 2 และ 3 เช่น $(-2)^2 = 4 \vee 0^2 = 4 \vee 2^2 = 4$ เป็นตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...บางตัว” ซึ่งสัญลักษณ์ที่ใช้แทนตัวบ่งปริมาณนี้คือ $\exists$ และใช้สัญลักษณ์ $\exists x$ แทน สำหรับ x บางตัว

6. ครูอธิบายว่า จากประโยคเปิด $x^2 = 4$, $U = \{-2, 0, 2\}$ และประพจน์ผลสม $(-2)^2 = 4 \wedge 0^2 = 4 \wedge 2^2 = 4$ สามารถเขียนแทนได้ด้วย $\forall x \in U [x^2 = 4]$

จากประโยคเปิด $x^2 = 4$, $U = \{-2, 0, 2\}$ และประพจน์ $(-2)^2 = 4 \vee 0^2 = 4 \vee 2^2 = 4$ สามารถเขียนแทนได้ด้วย $\exists x \in U [x^2 = 4]$

โดยครูเขียนสัญลักษณ์ ดังกล่าว เพิ่มในตัวอย่างทั้ง 3 ตัวอย่างจากกิจกรรมที่ 1-3 ดังเช่น

$$\blacklozenge \quad x^2 = 4 \quad \text{และ} \quad U = \{-2, 2\}$$

$$P(-2) : (-2)^2 = 4$$

$$P(2) : 2^2 = 4$$

$$P(-2) \wedge P(2) : (-2)^2 = 4 \wedge 2^2 = 4 : \forall x \in U [x^2 = 4] \dots\dots\dots (T)$$

$$P(-2) \vee P(2) : (-2)^2 = 4 \vee 2^2 = 4 : \exists x \in U [x^2 = 4] \dots\dots\dots (T)$$

8. ครูให้นักเรียนเขียนสรุปในแบบฝึกทักษะที่ 9 ใหม่ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลย

9. ครูให้นักเรียนบอกเซตคำตอบของประโยคเปิดของแต่ละข้อในแบบฝึกทักษะที่ 9 โดยครูถามเป็นรายบุคคล แล้วครูกับนักเรียนช่วยกันสรุปค่าความจริงของตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...ทุกตัว” ว่า

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อเชื่อมประพจน์ย่อยที่ได้จากการแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ทุกตัวด้วยตัวเชื่อม “และ” แล้วมีค่าความจริงเป็นจริง หรือเมื่อเซตคำตอบของประโยคเปิดคือ U

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อเชื่อมประพจน์ย่อยที่ได้จากการแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ทุกตัวด้วยตัวเชื่อม “และ” แล้วมีค่าความจริงเป็นเท็จ หรือเมื่อเซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ U

และสรุปค่าความจริงของตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...บางตัว” ว่า

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อเชื่อมประพจน์ย่อยที่ได้จากการแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ทุกตัวด้วยตัวเชื่อม “หรือ” แล้วมีค่าความจริงเป็นจริง หรือเมื่อเซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ $\emptyset$

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อเชื่อมประพจน์ย่อยที่ได้จากการแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ทุกตัวด้วยตัวเชื่อม “หรือ” แล้วมีค่าความจริงเป็นเท็จ หรือเมื่อเซตคำตอบของประโยคเปิดเท่ากับ $\emptyset$

10. ครูกับนักเรียนช่วยกันหาค่าความจริงของ $\exists x \in U [x + 1 \leq 0]$ เมื่อ $U = \{x/x \in I^+\}$ แล้วให้นักเรียนช่วยกัน หาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณที่ครูกำหนดให้บนกระดานต่อไปนี้

✦ $\forall x \in U [x + 1 \leq 0]$ เมื่อ $U = \{-2, -3\}$

✦ $\exists x \in U [x + 1 \leq 0]$ เมื่อ $U = \{x/x \in I^+\}$

✦ $\forall x \in U [x + 1 \leq 0]$ เมื่อ $U = \{x/x \in I^+\}$

11. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 9

การวัดผล

- จากแบบฝึกทักษะที่ 9
- จากแบบฝึกหัดที่ 9
- จากการตอบคำถาม

การประเมินผล

1. นักเรียนส่วนมากสามารถตอบคำถามจากกิจกรรมการเรียนรู้การสอนในชั้นเรียนได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางส่วนไม่สามารถสรุปความรู้จากคำถามดังกล่าวได้ครบถ้วน

2. จากการตรวจแบบฝึกหัดจำนวน 6 ข้อ พบว่านักเรียนจำนวน 34 คนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว “สำหรับ...ทุกตัว” และ “สำหรับ...บางตัว” ได้อย่างถูกต้องไม่ต่ำกว่า 5 ข้อ นักเรียนมีความผิดพลาดเกี่ยวกับการหาเซตคำตอบของประโยคเปิด และเซตที่เท่ากัน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

แบบฝึกทักษะที่ 9

เรื่อง ตัวบ่งปริมาณ และค่าความจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

.....

คำชี้แจง จงเติมช่องว่างต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. กำหนด $x - 1 < 2$ และ $U = \{3, 4\}$ ค่าของ x คือ แทนค่า x ในประโยคเปิดจะได้ $P(3) : \dots\dots\dots$ $P(4) : \dots\dots\dots$	
$P(3) \wedge P(4) : \dots\dots\dots$ สรุปได้ว่า	$P(3) \vee P(4) : \dots\dots\dots$ สรุปได้ว่า
2. กำหนด $x - 1 < 2$ และ $U = \{2, 4\}$ ค่าของ x คือ แทนค่า x ในประโยคเปิดจะได้ $P(2) : \dots\dots\dots$ $P(4) : \dots\dots\dots$	
$P(2) \wedge P(4) : \dots\dots\dots$ สรุปได้ว่า	$P(2) \vee P(4) : \dots\dots\dots$ สรุปได้ว่า
3. กำหนด $x - 1 < 2$ และ $U = \{0, 1\}$ ค่าของ x คือ แทนค่า x ในประโยคเปิดจะได้ $P(0) : \dots\dots\dots$ $P(1) : \dots\dots\dots$	
$P(0) \wedge P(1) : \dots\dots\dots$ สรุปได้ว่า	$P(0) \vee P(1) : \dots\dots\dots$ สรุปได้ว่า

4. กำหนด $x^2 < 9$ และ $U = \{-4, -3, 3\}$ ค่าของ x คือ แทนค่า x ในประโยคเปิดจะได้ $P(-4) : \dots\dots\dots$ $P(-3) : \dots\dots\dots$ $P(3) : \dots\dots\dots$	
$P(-4) \wedge P(-3) \wedge P(3) : \dots\dots\dots$ สรุปได้ว่า	$P(-4) \vee P(-3) \vee P(3) : \dots\dots\dots$ สรุปได้ว่า
5. กำหนด $x^2 < 9$ และ $U = \{-3, 0, 3\}$ ค่าของ x คือ แทนค่า x ในประโยคเปิดจะได้ $P() : \dots\dots\dots$ $P() : \dots\dots\dots$ $P() : \dots\dots\dots$	
$P() \wedge P() \wedge P() : \dots\dots\dots$ สรุปได้ว่า	$P() \vee P() \vee P() : \dots\dots\dots$ สรุปได้ว่า
6. กำหนด $x^2 < 9$ และ $U = \{-2, 1, 2\}$ ค่าของ x คือ แทนค่า x ในประโยคเปิดจะได้ $P() : \dots\dots\dots$ $P() : \dots\dots\dots$ $P() : \dots\dots\dots$	
$P() \wedge P() \wedge P() : \dots\dots\dots$ สรุปได้ว่า	$P() \vee P() \vee P() : \dots\dots\dots$ สรุปได้ว่า



เรื่อง ตัวบ่งปริมาณ และค่าความจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



คำชี้แจง จงหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้

1. $\forall x \in U [x < 0]$ เมื่อ $U = \{0, 1\}$
2. $\exists x \in U [x < 5]$ เมื่อ $U = \{6, 7, 8\}$
3. $\forall x \in U [x < 5]$ เมื่อ $U = \{0, 1, 2, 3\}$
4. $\exists x \in U [5 + x = 4]$ เมื่อ $U = \{0, 1\}$
5. $\forall x \in U [x + 1 = 1]$ เมื่อ $U = \{x / x \in I\}$
6. $\exists x \in U [x > 1]$ เมื่อ $U = \{x / x \in I^+\}$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

**เอกสารประกอบการเรียน
เรื่องตัวบ่งปริมาณและค่าความจริง**

เอกสารหมายเลข 9

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

1) จากประโยคเปิด $x^2 = 4$ และ $U = \{-2, 2\}$ ค่าของ x คือ.....เซตคำตอบของ $x^2 = 4$ คือ $P(-2) : \dots\dots\dots$ $P(2) : \dots\dots\dots$ $P(-2) \wedge P(2) : \dots\dots\dots$ $P(-2) \vee P(2) : \dots\dots\dots$ 2) จากประโยคเปิด $x^2 = 4$ และ $U = \{-2, 0, 2\}$ ค่าของ x คือ.....เซตคำตอบของ $x^2 = 4$ คือ $P(-2) : \dots\dots\dots$ $P(0) : \dots\dots\dots$ $P(2) : \dots\dots\dots$ $P(-2) \wedge P(0) \wedge P(2) : \dots\dots\dots$ $P(-2) \vee P(0) \vee P(2) : \dots\dots\dots$ 3) จากประโยคเปิด $x^2 = 4$ และ $U = \{-3, 3\}$ ค่าของ x คือ.....เซตคำตอบของ $x^2 = 4$ คือ $P(-3) : \dots\dots\dots$ $P(3) : \dots\dots\dots$ $P(-3) \wedge P(3) : \dots\dots\dots$ $P(-3) \vee P(3) : \dots\dots\dots$

ค่าความจริงของตัวบ่งปริมาณ
“สำหรับ...ทุกตัว”

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ
.....
.....
.....
.....
.....

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ
.....
.....
.....
.....
.....

ค่าความจริงของตัวบ่งปริมาณ
“สำหรับ...บางตัว”

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ
.....
.....
.....
.....
.....

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ
.....
.....
.....
.....
.....

ลิขสิทธิ์ © by Chiang Mai University
All rights reserved

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว

จำนวน 1 คาบ



๓.๖ การเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดคือ U

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ U

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ $\emptyset$

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดเท่ากับ $\emptyset$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูเขียนประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้บนกระดานแล้วเรียกนักเรียนจำนวน 4 คน ออกมาหาค่าความจริงของประพจน์ดังกล่าว

- ◆ $\exists x \in U [x < 5]$, $U = \{6, 7, 8\}$
- ◆ $\forall x \in U [x < 5]$, $U = \{0, 1, 2, 3\}$
- ◆ $\forall x \in U [x < 5]$, $U = I$
- ◆ $\exists x \in U [x < 5]$, $U = I$

แล้วครูกับนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจดูความถูกต้อง

2. กรุเขียนประพจน์ $\forall x [x < 5] \rightarrow \forall x [x < 0]$ กับประพจน์ $\forall x [x < 5 \rightarrow x < 0]$ บนกระดานพร้อมกำหนด $U = \{-1, 0, 1\}$ แล้วให้อาสาสมัครออกมาหาค่าความจริงของประพจน์ พร้อมทั้งอธิบายวิธีการหาค่าความจริงของประพจน์ดังกล่าว

3. กรุอธิบายเพิ่มเติมในการหาค่าความจริงของประพจน์ $\forall x [x < 5] \rightarrow \forall x [x < 0]$ กับประพจน์ $\forall x [x < 5 \rightarrow x < 0]$ พร้อมเขียนบนกระดานดังนี้

$$\star \forall x [x < 5] \rightarrow \forall x [x < 0]$$

พิจารณา $\forall x [x < 5]$

แทนค่า x จะได้

$(-1 < 5) \wedge (0 < 5) \wedge (1 < 5)$ เป็นจริง

นั่นคือ $\forall x [x < 5]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ดังนั้น $\forall x [x < 5] \rightarrow \forall x [x < 0]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

พิจารณา $\forall x [x < 0]$

แทนค่า x จะได้

$(-1 < 0) \wedge (0 < 0) \wedge (1 < 0)$ เป็นเท็จ

นั่นคือ $\forall x [x < 0]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

$$\star \forall x [x < 5 \rightarrow x < 0]$$

แทนค่า x จะได้ $(-1 < 5 \rightarrow -1 < 0) \wedge (0 < 5 \rightarrow 0 < 0) \wedge (1 < 5 \rightarrow 1 < 0)$ เป็นเท็จ

ดังนั้น $\forall x [x < 5 \rightarrow x < 0]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

4. กรุยกตัวอย่างการหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้ เมื่อ $U = \{-1, 0, 1\}$ บนกระดาน โดยตัวอย่างที่ 1 ครูเป็นคนอธิบายทั้งหมด ตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนมีส่วนร่วม โดยใช้คำถามให้นักเรียนตอบดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 $\forall x [x < 0] \vee \forall x [x^2 > 0]$

พิจารณา $\forall x [x < 0]$

แทนค่า x จะได้

$(-1 < 0) \wedge (0 < 0) \wedge (1 < 0)$ เป็นเท็จ

นั่นคือ $\forall x [x < 0]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

พิจารณา $\forall x [x^2 > 0]$

แทนค่า x จะได้

$((-1)^2 > 0) \wedge (0^2 > 0) \wedge (1^2 > 0)$ เป็นเท็จ

นั่นคือ $\forall x [x^2 > 0]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ดังนั้น $\forall x [x < 0] \vee \forall x [x^2 > 0]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ตัวอย่างที่ 2 $\forall x [x < 0 \vee x^2 > 0]$

แทนค่า x จะได้ $\wedge$ $\wedge$ เป็น.....

ดังนั้น $\forall x [x < 0 \vee x^2 > 0]$ มีค่าความจริงเป็น.....

ครูแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่มแล้วให้นักเรียนกลุ่มที่ 1 ช่วยกันทำตัวอย่างที่ 3 $\exists x [x < 0] \wedge \exists x [x - 1 = 0]$ และกลุ่มที่ 2 ช่วยกันทำตัวอย่างที่ 4 $\exists x [x < 0 \wedge x - 1 = 0]$ จากนั้นให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาแสดงวิธีทำบนกระดาน

5. ให้นักเรียนจำนวน 4 คนหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้ บนกระดาน พร้อมอธิบายให้เพื่อนฟัง

$$\star \exists x [x + 1 = 0] \rightarrow \exists x [2 = x + 1] , U = \{-1, 0, 1\}$$

$$\star \exists x [x + 1 = 0 \rightarrow 2 = x + 1] , U = \{-1, 0, 1\}$$

$$\spadesuit \quad \forall x [x < 0] \vee \forall x [x < 1] , \quad U = \{-1, 0, 1\}$$

$$\spadesuit \quad \forall x [x < 0] \leftrightarrow \exists x [x < 1] , \quad U = \{-1, 0, 1\}$$

6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 10

การวัดผล

- จากกิจกรรมข้อที่ 1-5
- จากแบบฝึกหัดที่ 10

การประเมินผล

1. นักเรียนสามารถตอบคำถามและแสดงวิธีทำพร้อมอธิบายหน้าชั้นเรียนเกี่ยวกับการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้อย่างถูกต้อง แต่นักเรียนบางคนยังต้องอาศัยการแนะนำจากครู

2. นักเรียน 27 คน สามารถทำแบบฝึกหัดเรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง ไม่ต่ำกว่า 8 ข้อจากทั้งหมด 10 ข้อ ส่วนนักเรียนที่เหลือมีความผิดพลาดเกี่ยวกับการหาเซตคำตอบ และการพิจารณา U ในกรณี U เป็นเซตอนันต์ เช่น U เป็นจำนวนเต็ม จำนวนจริง เป็นต้น ข้อที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด คือ

$$\exists x [x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ}] \vee \exists x [x < 1] , \quad U = \mathbb{I}$$

$$\exists x [x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ หรือ } x < 1] , \quad U = \mathbb{I}$$

$$\forall x [\text{ถ้า } x^2 \text{ เป็นจำนวนคู่ แล้ว } x \text{ เป็นจำนวนคู่}] , \quad U = \mathbb{R}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

แบบฝึกหัดที่ 10

เรื่อง การหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



คำชี้แจง จงหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้

1. $\forall x [x + 5 = x]$, $U = \{0\}$
2. $\exists x [x + 5 = x]$, $U = \{1, 2, 3, 4\}$
3. $\forall x [1 = x + 1]$, $U = I$
4. $\exists x [1 = x + 1]$, $U = I$
5. $\forall x [x + 5 = x]$, $U = I$
6. $\forall x [x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ}] \vee \forall x [x \text{ เป็นจำนวนคู่}]$, $U = \{2, 3, 4, 5\}$
7. $\forall x [x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ หรือ } x \text{ เป็นจำนวนคู่}]$, $U = \{2, 3, 4, 5\}$
8. $\exists x [x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ}] \vee \exists x [x < 1]$, $U = I$
9. $\exists x [x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ หรือ } x < 1]$, $U = I$
10. $\forall x [\text{ถ้า } x^2 \text{ เป็นจำนวนคู่ แล้ว } x \text{ เป็นจำนวนคู่}]$, $U = R$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

เอกสารประกอบการเรียน
เรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์ผสม
ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว

เอกสารหมายเลข 10

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

เราลองมาทบทวนค่าความจริงก่อนนะ

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ
$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ
$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ
$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ

ตัวอย่างการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว

ตัวอย่างที่ 1 $\forall x [x < 5] \rightarrow \forall x [x < 0]$, $U = \{-1, 0, 1\}$ พิจารณา $\forall x [x < 5]$ แทนค่า x จะได้นั่นคือ $\forall x [x < 5]$ มีค่าความจริง.....พิจารณา $\forall x [x < 0]$ แทนค่า x จะได้นั่นคือ $\forall x [x < 0]$ มีค่าความจริง.....ดังนั้น $\forall x [x < 5] \rightarrow \forall x [x < 0]$ มีค่าความจริง.....ตัวอย่างที่ 2 $\forall x [x < 5 \rightarrow x < 0]$, $U = \{-1, 0, 1\}$ แทนค่า x จะได้ดังนั้น $\forall x [x < 5 \rightarrow x < 0]$ มีค่าความจริง.....

ตัวอย่างที่ 3 $\exists x[x < 0] \wedge \exists x[x-1=0]$, $U = \{-1, 0, 1\}$

พิจารณา $\exists x[x < 0]$

แทนค่า x จะได้

.....

นั่นคือ $\exists x[x < 0]$ มีค่าความจริง.....

ดังนั้น $\exists x[x < 0] \wedge \exists x[x-1=0]$ มีค่าความจริง.....

พิจารณา $\exists x[x-1=0]$

แทนค่า x จะได้

.....

นั่นคือ $\exists x[x-1=0]$ มีค่าความจริง.....

ตัวอย่างที่ 4 $\exists x[x < 0 \wedge x-1=0]$, $U = \{-1, 0, 1\}$

แทนค่า x จะได้

ดังนั้น $\exists x[x < 0 \wedge x-1=0]$ มีค่าความจริง.....

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่องการแปลงประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณ

จำนวน 1 คาบ



สาระการเรียนรู้

ตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...ทุกตัว” และ ตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...บางตัว” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\forall$ และ $\exists$ ตามลำดับ

ใช้สัญลักษณ์ $\forall x$ แทน สำหรับ x ทุกตัว

ใช้สัญลักษณ์ $\exists x$ แทน สำหรับ x บางตัว

เราสามารถเขียนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณได้ เช่น

“สำหรับ x ทุกตัวที่เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $x^2 > 0$ ” เขียนแทนด้วย

$$\forall x \in U [x^2 > 0] \text{ เมื่อ } U = \mathbb{R}$$

หรือ $\forall x [x^2 > 0], U = \mathbb{R}$

“สำหรับ x บางตัวที่เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $x + 5 > 7$ ” เขียนแทนด้วย

$$\exists x \in U [x + 5 > 7] \text{ เมื่อ } U = \mathbb{I}$$

หรือ $\exists x [x + 5 > 7], U = \mathbb{I}$

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดคือ U

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ U

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ $\emptyset$

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดเท่ากับ $\emptyset$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถเขียนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณได้
2. นักเรียนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาโดยเปลี่ยนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณได้

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูเขียนประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้บนกระดานแล้วให้นักเรียนอ่านประพจน์ดังกล่าว

1. $\forall x [x + 1 = 0]$, $U = \{1, 2, 3\}$
 2. $\exists x [2 = x + 1]$, $U = \mathbb{R}$
 3. $\forall x [x \in \mathbb{I}]$, $U = \mathbb{R}$
 4. $\exists x [x^3 = -8]$, $U = \{1, 2, 3\}$
 5. $\forall x [x \in \mathbb{Q} \rightarrow x \in \mathbb{R}]$, $U = \mathbb{R}$
2. ให้นักเรียน 5 คน เขียนคำอ่านบนกระดาน โดยให้
- คนที่ 1 เขียนข้อความข้อที่ 1
 - คนที่ 2 เขียนข้อความข้อที่ 2
 - คนที่ 3 เขียนข้อความข้อที่ 3
 - คนที่ 4 เขียนข้อความข้อที่ 4
 - คนที่ 5 เขียนข้อความข้อที่ 5

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายข้อความในแต่ละข้อ

3. ครูเขียนข้อความต่อไปนี้บนกระดาน

1. สำหรับ x ทุกตัว $x + x = 2x$
2. มีจำนวนจริง x ซึ่ง $x + 0 = 2x$
3. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม
4. จำนวนเต็มบางจำนวนยกกำลังสองเท่ากับ 1
5. สำหรับ x ทุกตัว ถ้า x เป็นจำนวนเต็มแล้ว x เป็นจำนวนจริง

แล้วครูถามนักเรียนในแต่ละข้อดังนี้

- ๐ ตัวอย่างปริมาณคืออะไร ใช้สัญลักษณ์อะไร
- ๐ ประโยคเปิดคืออะไร
- ๐ เอกภพสัมพัทธ์คืออะไร

ครูและนักเรียนช่วยกันเขียนข้อความดังกล่าวให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์บนกระดาน

4. ครูแขวนกระเป๋าน้ำที่มีข้อความต่อไปนี้บนกระดาน แล้วให้นักเรียนจำนวน 5 คน
เขียนข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

1. สำหรับ x ทุกตัว $x \cdot x = x^2$
2. สำหรับ x บางตัว $x - 3 < 8$
3. มีจำนวนจริง x ซึ่ง $x^2 + 2x - 3 = 0$
4. สำหรับจำนวนเต็ม x บางตัวซึ่ง $x^2 = 9$
5. สำหรับ x ทุกตัว ซึ่ง $x < 5$

ครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยในห้อง แล้วให้นักเรียนจำนวน 5 คน หาค่าความจริงของ ประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณข้างต้นบนกระดาน

5. ครูแจกบัตรคำประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้ให้นักเรียนกลุ่มละ 1 บัตรคำ แล้วให้ ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมาแสดงวิธีหาค่าความจริงพร้อมอธิบายบนกระดาน

$$\forall x [x < 0], U = I$$

$$\exists x [x + 1 = 0]$$

$$\exists x [x + 3 = 5], U = I$$

$$\exists x [x \in I \wedge x < 2]$$

$$\forall x [3x = 0 \rightarrow x = 0]$$

6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 11

การวัดผล

- จากกิจกรรมข้อที่ 2-4
- จากแบบฝึกหัดที่ 11

การประเมินผล

1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนประโยคภาษาที่กำหนดให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณได้ถูกต้อง สามารถจำแนก ตัวบ่งปริมาณ ประโยคเปิด และเอกภพสัมพัทธ์ จากประโยคที่กำหนดให้ได้ และยังสามารถเขียนประโยคภาษาแทนประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้
2. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณที่อยู่ในรูปประโยคภาษาที่กำหนดให้ พร้อมอธิบายหน้าชั้นเรียนได้อย่างถูกต้อง
3. นักเรียนทุกคนสามารถทำแบบฝึกหัดที่ 11 ถูกต้องไม่ต่ำกว่า 8 ใน 10 ข้อ นักเรียนสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนประโยคภาษา และสามารถเขียนประโยคภาษาแทนประโยคที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ส่วนข้อผิดพลาดในการทำแบบฝึกหัดนี้คือ นักเรียนบางส่วนหาค่าความจริงบางประพจน์ไม่ถูกต้อง เช่น $\forall x [(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1]$, จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ



เรื่อง การแปลงประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณและค่าความจริง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....


ตอนที่ 1 จงเขียนแต่ละข้อต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ พร้อมหาค่าความจริง

1. มีจำนวนเต็ม x ซึ่ง $x + 2 = 0$

.....

2. มีจำนวนจริง x อย่างน้อยหนึ่งตัวซึ่ง $|x| < 1$

.....

3. จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

.....

4. จำนวนบางจำนวนเป็นจำนวนเฉพาะ

.....

5. มีจำนวนจริง x บางตัวซึ่ง $x + 2 = 1$

.....

ตอนที่ 2 จงเขียนสัญลักษณ์ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปข้อความบรรยาย พร้อมหาค่าความจริง

1. $\exists x [x + 3 = 4]$

.....

2. $\exists x [x \in I \wedge x < 2]$

.....

3. $\forall x [3x = 0 \rightarrow x = 0]$

.....

4. $\forall x [(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1]$

.....

5. $\exists x [x^3 > 8 \rightarrow x > 2]$

.....

เอกสารประกอบการเรียน
เรื่อง การแปลงประโยคภาษาให้อยู่ในรูป
สัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณ

เอกสารหมายเลข 11

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

ตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...ทุกตัว” และ ตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...บางตัว” เขียนแทน
ด้วยสัญลักษณ์ $\forall$ และ $\exists$ ตามลำดับ
ใช้สัญลักษณ์ $\forall x$ แทน สำหรับ x ทุกตัว
ใช้สัญลักษณ์ $\exists x$ แทน สำหรับ x บางตัว

ตัวอย่างประโยคภาษาที่มีตัวบ่งปริมาณ

- 1).....
- 2).....
- 3).....

เขียนให้อยู่ในรูป
สัญลักษณ์ได้

- 1).....
- 2).....
- 3).....

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 เรื่องการทดสอบเรื่องตัวบ่งปริมาณ

จำนวน 1 คาบ

๓.๖ การเรียนรู้

การทดสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับตัวบ่งปริมาณ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับตัวบ่งปริมาณของนักเรียน

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบชุดที่ 2 เรื่องตัวบ่งปริมาณ จำนวน 4 ตอน 14 ข้อ 20 คะแนน เวลา 40 นาที
2. ครูตรวจให้คะแนน
3. นำผลคะแนนที่ได้บันทึกในใบบันทึกคะแนนสอบ จากนั้นพิจารณานักเรียนเป็นรายบุคคลและรายชื่อ ว่าข้อใดหรือกรณีใดที่นักเรียนทำผิดพลาดมากและจะต้องได้รับการแก้ไขหรือปรับปรุงอย่างไร

การวัดผล

คะแนนที่ได้จากการทดสอบพิจารณาเป็นรายข้อและรายบุคคล โดยกำหนดเกณฑ์ผ่าน 50 %

การประเมิน

จากการตรวจแบบทดสอบชุดที่ 2 จำนวน 14 ข้อ พบว่า

- นักเรียน 26 คนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวป่วงปริมาณตัวแปรเดียวได้ถูกต้องมากกว่า 3 ใน 5 ข้อ
- นักเรียน 37 คนสามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้ถูกต้องมากกว่า 6 ใน 9 ข้อ

- หากพิจารณาใช้เกณฑ์ผ่าน 50 % มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ 36 คน คิดเป็นร้อยละ 92.30 นักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ 3 คน คิดเป็นร้อยละ 7.70 และคะแนนเฉลี่ยเป็น 14.51 คะแนน เมื่อพิจารณาเป็นรายข้อ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ “จำนวนเต็ม x ทุกจำนวนซึ่ง $|x-1| \geq 0$ ”

จำนวน 14 ข้อ เวลา 40 นาที

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

1. $\exists x [x+3=4]$, $U = \{2, 3, 4\}$

2. $\forall x [1 = x + 1]$, $U = I$

3. $\forall x [x \neq 1] \rightarrow \exists x [x \neq 1]$,
 $U = \{1, 2, 3\}$

4. $\exists x [x+1=0] \wedge \forall x [x^2+2x=0]$,
 $U = \{-2, -1, 0\}$

5. $\exists x[x < 0 \wedge x^2 - 1 \geq 0]$, $U = I$

ตอนที่ 2 จงเขียนข้อความแทนสัญลักษณ์ต่อไปนี้ (3 คะแนน)

1. $\exists x [x+3=6]$, $U = I$

2. $\forall x [x+0=x]$, $U = R$

3. $\forall x [x=1 \rightarrow x^2 > 0]$, $U = R$

ตอนที่ 3 จงเขียนข้อความต่อไปนี้ในรูปสัญลักษณ์ (5 คะแนน)

1. สำหรับจำนวนจริง x ทุกจำนวนซึ่ง $3x=0 \rightarrow x=0$

2. มีจำนวน x อย่างน้อยหนึ่งตัวซึ่ง $x^2 < 0$

3. มีจำนวนจริงซึ่งยกกำลังสามแล้วเท่ากับ 1

4. จำนวนเต็ม x ทุกจำนวนซึ่ง $x^2 > x$

5. สำหรับจำนวนเต็ม x บางตัวซึ่ง $x+3=5$

ตอนที่ 4 จงแสดงวิธีการหาค่าความจริงของ “จำนวนเต็ม x ทุกจำนวนซึ่ง $|x-1| \geq 0$ ”
(2 คะแนน)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 เรื่องนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน จำนวน 1 คาบ



ประพจน์สองประพจน์ใดสมมูลกันเมื่อประพจน์ทั้งสองนั้นมีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี แล้วสามารถนำไปใช้แทนกันได้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าประพจน์ที่กำหนดให้สมมูลกันหรือไม่ โดยพิจารณาจากตารางค่าความจริง
2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าประพจน์ที่กำหนดให้เป็นนิเสธกันหรือไม่ โดยพิจารณาจากตารางค่าความจริง

1. ทบทวนเรื่องการสร้างตารางค่าความจริง โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 8 กลุ่ม แต่ละกลุ่มส่งตัวแทน 1 คน ออกมาแข่งขันกันสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้ ในกระดาษที่ครูติดบนกระดาน ครึ่งละ 2 คู่ดังนี้

คู่ที่ 1 กลุ่มที่ 1 กับ กลุ่มที่ 2 คู่ที่ 2 กลุ่มที่ 3 กับ กลุ่มที่ 4

$$p \wedge q, \quad \sim p \vee \sim q$$

คู่ที่ 3 กลุ่มที่ 5 กับ กลุ่มที่ 6 คู่ที่ 4 กลุ่มที่ 7 กับ กลุ่มที่ 8

$$\sim(p \vee q) \quad , \quad \sim p \vee \sim q$$

แล้วครูกับนักเรียนช่วยกันเฉลย ถ้ากลุ่มใดทำถูกต้องและรวดเร็วถือว่าเป็นผู้ชนะในแต่ละครั้ง และผู้ชนะจะได้คะแนนสะสม

2. ให้นักเรียนสังเกตประพจน์และค่าความจริงของประพจน์ในกิจกรรมข้อที่ 1 แล้วถามนักเรียนว่า

- ๑ ค่าความจริงของประพจน์ในข้อที่ 1 เป็นอย่างไร [มีค่าความจริงต่างกัน]
- ๒ ค่าความจริงของประพจน์ในข้อที่ 2 เป็นอย่างไร [มีค่าความจริงต่างกันทุกกรณี]
- ๓ ค่าความจริงของประพจน์ในข้อที่ 3 เป็นอย่างไร [มีค่าความจริงต่างกันทุกกรณี]
- ๔ ค่าความจริงของประพจน์ในข้อที่ 4 เป็นอย่างไร [มีค่าความจริงต่างกัน]

3. ครูบอกนักเรียนว่าประพจน์ในข้อที่ 2 และ 3 เป็นประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน ส่วนประพจน์ในข้อที่ 1 และ 4 ไม่เป็นนิเสธกัน

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปนิยามของประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน แล้วให้แต่ละกลุ่มนำเสนอข้อสรุปของกลุ่มและช่วยกันสรุปรวมอีกครั้งบนกระดาน

5. ครูแจกใบงานที่ 13 และให้นักเรียนทำงานในใบงานที่ 13 แล้วถามนักเรียนว่า

- ๑ ค่าความจริงของประพจน์ในข้อที่ 1 เป็นอย่างไร [มีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี]
- ๒ ค่าความจริงของประพจน์ในข้อที่ 2 เป็นอย่างไร [มีค่าความจริงไม่เหมือนกัน]
- ๓ ค่าความจริงของประพจน์ในข้อที่ 3 เป็นอย่างไร [มีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี]
- ๔ ค่าความจริงของประพจน์ในข้อที่ 4 เป็นอย่างไร [มีค่าความจริงไม่เหมือนกัน]

6. ครูบอกนักเรียนว่าประพจน์ในข้อที่ 1 และ 3 เป็นประพจน์ที่สมมูลกัน ส่วนประพจน์ในข้อที่ 2 และ 4 เป็นประพจน์ที่ไม่สมมูลกัน

7. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปนิยามของประพจน์ที่สมมูลกัน แล้วให้แต่ละกลุ่มนำเสนอข้อสรุปของกลุ่มและช่วยกันสรุปรวมอีกครั้งบนกระดาน

8. ครูเขียนประพจน์ 5 คู่บนกระดานดังต่อไปนี้แล้วให้นักเรียนจำนวน 5 คน สร้างตารางค่าความจริงเพื่อตรวจสอบว่าประพจน์สมมูลกันหรือเป็นนิเสธกันหรือไม่เป็นทั้งสองอย่าง

1) $p \rightarrow q$ กับ $\sim q \rightarrow \sim p$

2) $\sim(p \wedge q)$ กับ $\sim p \wedge q$

3) $p \vee q$ กับ $\sim p \wedge \sim q$

4) $p \leftrightarrow q$ กับ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

5) $p \rightarrow q$ กับ $\sim(p \rightarrow q)$

9. ให้นักเรียนดูประพจน์ในข้อที่ 3 และ 5 ในกิจกรรมข้อที่ 8 แล้วครูอธิบายเพิ่มเติมดังนี้
จากตารางค่าความจริงของ $p \vee q$ กับ $\sim p \wedge \sim q$ จะได้ว่า $p \vee q$ เป็นนิเสธของ $\sim p \wedge \sim q$
หรืออาจกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า นิเสธของ $p \vee q$ คือ $\sim p \wedge \sim q$

นิเสธของ $\sim p \wedge \sim q$ คือ $p \vee q$

และสามารถเขียนในรูปสมมูลกันได้ $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

$$\sim(\sim p \wedge \sim q) \equiv p \vee q$$

10. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 13

การวัดผล

- จากกิจกรรมข้อที่ 4, 7 และ 8
- จากแบบฝึกหัดที่ 13

การประเมินผล

1. นักเรียนเกือบทั้งห้องสามารถสรุปนิยามนิเสธของประพจน์ และประพจน์ที่สมมูลกันได้ อย่างถูกต้อง ชัดเจน
2. นักเรียนสามารถสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์เพื่อตรวจสอบดูว่าประพจน์คู่ใดสมมูลกัน หรือเป็นนิเสธกัน หรือไม่เป็นทั้งสองอย่าง พร้อมทั้งสามารถให้เหตุผลประกอบได้ถูกต้อง
3. จากการตรวจแบบฝึกหัดที่ 13 จำนวน 12 ข้อ มีนักเรียนจำนวน 33 คน สามารถทำถูกต้องตั้งแต่ 9 ข้อขึ้นไป ส่วนมากนักเรียนหาค่าความจริงในตารางค่าความจริงไม่ถูกต้อง และมีนักเรียน 1 คนที่สร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีประพจน์ย่อย 3 ประพจน์เป็น 4 กรณี

 ใบงานที่ 13

เรื่อง ประพจน์ที่สมมูลกัน

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



คำสั่ง จากตารางค่าความจริงของประพจน์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้นักเรียนเติมค่าความจริงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. p กับ $\sim(\sim p)$

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
T	F	
F	T	

2. $\sim(p \rightarrow q)$ กับ $p \vee q$

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$p \vee q$
T	T	T		
T	F	F		
F	T	T		
F	F	T		

3. $p \rightarrow q$ กับ $\sim p \vee q$

p	q	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$\sim p \vee q$
T	T	F	T	
T	F	F	F	
F	T	T	T	
F	F	T	T	

4. $\sim p \wedge q$ กับ $p \leftrightarrow q$

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	F		T
T	F	F		F
F	T	T		F
F	F	T		T



เรื่อง นิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....


คำชี้แจง จงตรวจสอบว่ารูปแบบของประพจน์ในข้อต่อไปนี้ สมมูลกันหรือเป็นนิเสธกัน หรือไม่
 เป็นทั้งสองอย่าง

- | | |
|--|---|
| 1. $p \wedge q$ กับ $q \wedge p$ | 7. $p \leftrightarrow q$ กับ $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$ |
| 2. $\sim(p \wedge q)$ กับ $\sim p \vee \sim q$ | 8. $p \rightarrow q$ กับ $\sim p \vee q$ |
| 3. $p \wedge q$ กับ $\sim p \vee \sim q$ | 9. $p \rightarrow q$ กับ $q \rightarrow p$ |
| 4. $\sim(p \vee q)$ กับ $\sim p \wedge \sim q$ | 10. $\sim(p \leftrightarrow q)$ กับ $\sim p \leftrightarrow \sim q$ |
| 5. $\sim(p \wedge q)$ กับ $\sim p \wedge \sim q$ | 11. $(p \wedge q) \wedge r$ กับ $p \wedge (q \wedge r)$ |
| 6. $p \rightarrow q$ กับ $p \wedge \sim q$ | 12. $p \vee (q \wedge r)$ กับ $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ |

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

เอกสารประกอบการเรียน
เรื่องนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน

เอกสารหมายเลข 13

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

สร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

1. $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$

 $\sim p \rightarrow \sim q$

p	q			

2. $p \wedge q$

p	q	$p \wedge q$

 $\sim p \vee \sim q$

p	q			

ประพจน์ $p \rightarrow q$ กับ $\sim p \rightarrow \sim q$ ไม่เป็นนิเสธกันประพจน์ $p \wedge q$ กับ $\sim p \vee \sim q$ เป็นนิเสธกัน3. $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$

 $p \wedge \sim q$

p	q		

4. $\sim(p \vee q)$

p	q		

 $\sim p \vee \sim q$

p	q			

ประพจน์ $p \rightarrow q$ กับ $p \wedge \sim q$ เป็นนิเสธกันประพจน์ $\sim(p \vee q)$ กับ $\sim p \vee \sim q$ ไม่เป็นนิเสธกัน

ประพจน์สองประพจน์ใดเป็นนิเสธกันเมื่อ

.....

.....

ตัวอย่าง
ประพจน์ที่
เป็นนิเสธกัน.....
.....
.....

ประพจน์สองประพจน์ใดสมมูลกันเมื่อ

.....
.....

ตัวอย่าง
ประพจน์ที่
สมมูลกัน

.....
.....
.....

จากความรู้เรื่องนิเสธและสมมูลของประพจน์

● เนื่องจากประพจน์ $p \wedge q$ กับ $\sim p \vee \sim q$ เป็นนิเสธกัน

แสดงว่า $p \wedge q$ เป็นนิเสธของ $\sim p \vee \sim q$

หรืออาจกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า นิเสธของ $p \wedge q$ คือ $\sim p \vee \sim q$

นิเสธของ $\sim p \vee \sim q$ คือ $p \wedge q$

และสามารถเขียนในรูปสมมูลกันได้ $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

$\sim(\sim p \vee \sim q) \equiv p \wedge q$

● เนื่องจากประพจน์ $p \rightarrow q$ กับ $p \wedge \sim q$ เป็นนิเสธกัน

แสดงว่า $p \rightarrow q$ เป็นนิเสธของ

หรืออาจกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า นิเสธของ $p \rightarrow q$ คือ

นิเสธของ คือ

และสามารถเขียนในรูปสมมูลกันได้ $\sim(p \rightarrow q) \equiv \dots\dots\dots$

$\sim(p \wedge \sim q) \equiv \dots\dots\dots$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14 เรื่องรูปแบบการสมมูล, นิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกันที่

อยู่ในรูปข้อความ จำนวน 1 คาบ



สาระการเรียนรู้

ประพจน์สองประพจน์ใดสมมูลกันเมื่อประพจน์ทั้งสองนั้นมีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี แล้วสามารถนำไปใช้แทนกันได้

ประพจน์สองประพจน์ใดเป็นนิเสธกันเมื่อประพจน์ทั้งสองนั้นมีค่าความจริงต่างกันทุกกรณี

รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันที่ควรทราบมีดังนี้

1) $p \equiv \sim(\sim p)$

5) $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$

2) $p \wedge q \equiv q \wedge p$

$$p \leftrightarrow q \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

3) $p \vee q \equiv q \vee p$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

6) $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

4) $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

$$p \rightarrow q \quad \equiv \quad \sim q \rightarrow \sim p$$

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r \equiv p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$$

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

$$7) \quad p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

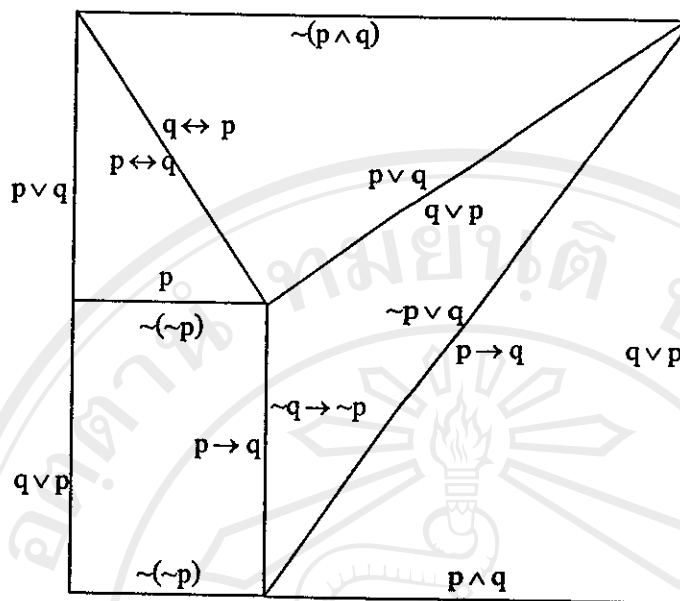
$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถตรวจสอบได้ว่าประพจน์ที่กำหนดให้สมมูลกันหรือเป็นนิเสธกันหรือไม่โดยใช้รูปแบบการสมมูล
2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าประพจน์ที่อยู่ในรูปข้อความที่กำหนดให้สมมูลหรือเป็นนิเสธกันหรือไม่ โดยเปลี่ยนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ทบทวนประพจน์ที่สมมูลกันจากการเฉลยแบบฝึกหัดที่ 13 และกิจกรรมข้อจิกซอร์ว โดยครูคิดแผนผังชิ้นส่วนของจิกซอร์วบนกระดานแล้วให้นักเรียนช่วยกันต่อให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมดังนี้



จากนั้นครูนำรูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันที่ได้จากกิจกรรมข้างต้นติดบนแผ่นชาร์ตบนกระดานดังนี้

$$1) p \equiv \neg(\neg p)$$

$$2) p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

$$3) p \vee q \equiv q \vee p$$

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

$$4) p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$$

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$$

$$5) p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$$

$$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$$

$$6) (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r \equiv p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$$

$$7) p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

2. ฝึกทักษะการใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน โดยการเล่นเกมต่อจิ๊กซอว์ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

- แบ่งนักเรียนออกเป็น 5 กลุ่มเท่า ๆ กัน
- ครูอธิบายกติกาการเล่นเกมว่า มีการเล่นเกมทั้งหมด 3 ครั้ง แต่แต่ละครั้งให้นักเรียนส่งตัวแทนกลุ่มละ 3 คน ออกมาแข่งหน้าชั้นเรียน โดยพยายามเปลี่ยนตัวแทนกลุ่มในการเล่นแต่ละครั้ง ครูแจกชิ้นส่วนจิ๊กซอว์ให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันต่อจิ๊กซอว์ โดยใช้ความรู้เรื่องรูปแบบของประพจน์ที่

สมมูลกัน กลุ่มใดทำได้รวดเร็วและถูกต้องจะเป็นผู้ชนะในเกมนั้น ๆ และกลุ่มใดได้จำนวนครั้งที่ชนะมากกว่าจะเป็นผู้ชนะในการแข่งขัน ซึ่งจะได้คะแนนสะสม

- เล่นเกมจนครบ 3 ครั้ง
- สรุปผลการเล่นเกม

3. ครูเขียนประพจน์ $p \rightarrow \sim q$ กับ $\sim p \vee \sim q$ และ $q \vee p$ กับ $\sim q \rightarrow p$ บนกระดาน แล้วให้นักเรียนใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันตรวจสอบว่าประพจน์ดังกล่าวสมมูลกันหรือไม่ และให้อาสาสมัครออกมาแสดงและอธิบายให้เพื่อนฟังบนกระดาน ครูเฉลยโดยคิดแผนชาร์ทและอธิบายเพิ่มเติมดังนี้

① $p \rightarrow \sim q$ กับ $\sim p \vee \sim q$

จาก $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

ดังนั้น $p \rightarrow \sim q \equiv \sim p \vee \sim q$

② $q \vee p$ กับ $\sim q \rightarrow p$

จาก $\sim p \vee q \equiv p \rightarrow q$

ดังนั้น $q \vee p \equiv \sim q \rightarrow p$

4. ครูเขียนประพจน์ต่อไปนี้บนกระดานแล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันตรวจสอบว่าประพจน์ดังกล่าวสมมูลกันหรือไม่ โดยใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน กลุ่มละ 1 ข้อ แล้วส่งตัวแทนกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียน

1) $\sim(p \wedge q)$ กับ $p \rightarrow \sim q$

4) $\sim(\sim p \vee q)$ กับ $p \wedge \sim q$

2) $p \rightarrow \sim q$ กับ $\sim(p \rightarrow q)$

5) $\sim(\sim q \rightarrow \sim p)$ กับ $p \wedge \sim q$

3) $\sim p \rightarrow \sim q$ กับ $q \rightarrow p$

แล้วครูกับนักเรียนช่วยกันเฉลยบนกระดาน

5. ครูยกตัวอย่างและอธิบายการตรวจสอบข้อความที่สมมูลกัน โดยใช้รูปแบบการสมมูลของประพจน์ บนกระดานดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ก. ถ้านายโค้งดูโทรทัศน์แล้วนายโค้งจะง่วงนอน

ข. นายโค้งไม่ดูโทรทัศน์หรือนายโค้งง่วงนอน

ให้ p แทน นายโค้งดูโทรทัศน์

q แทน นายโค้งง่วงนอน

ดังนั้น $p \rightarrow q$ แทน ถ้านายโค้งดูโทรทัศน์แล้วนายโค้งจะง่วงนอน

และ $\sim p \vee q$ แทน นายโค้งไม่ดูโทรทัศน์หรือนายโค้งง่วงนอน

จาก $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

ดังนั้น ข้อความ ก และข้อความ ข สมมูลกัน

นั่นคือประโยค “ถ้านายโคงคู่โทรศัพท์แล้วนายโคงจะง่วงนอน”
มีความหมายเช่นเดียวกับประโยค “นายโคงไม่คู่โทรศัพท์หรือนายโคงง่วงนอน”

- ตัวอย่างที่ 2 ก. ถ้านายแดงกินผักแล้วนายแดงไม่แข็งแรง
 ข. นายแดงไม่กินผักหรือนายแดงไม่แข็งแรง
 ให้ p แทน นายแดงกินผัก
 q แทน นายแดงแข็งแรง
 ดังนั้น $p \rightarrow \sim q$ แทน ถ้านายแดงกินผักแล้วนายแดงไม่แข็งแรง
 และ $\sim p \vee \sim q$ แทน นายแดงไม่กินผักหรือนายแดงไม่แข็งแรง
 จาก $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ จะได้ $p \rightarrow \sim q \equiv \sim p \vee \sim q$
 ดังนั้น ข้อความ ก และข้อความ ข สมมูลกัน
 นั่นคือประโยค “ถ้านายแดงกินผักแล้วนายแดงไม่แข็งแรง”

มีความหมายเช่นเดียวกับประโยค “นายแดงไม่กินผักหรือนายแดงไม่แข็งแรง”

ครูให้นักเรียน 2 คน ออกมาแสดงวิธีตรวจสอบในตัวอย่างที่ 3 และ 4

- ตัวอย่างที่ 3 ก. ถ้านายแดงขยันแล้วนายแดงต้องสอบไล่ได้
 ข. ถ้านายแดงสอบไล่ตก แสดงว่านายแดงไม่ขยัน
- ตัวอย่างที่ 4 ก. หนึ่งเป็นนักแสดงหรือนักร้อง
 ข. ถ้าหนึ่งเป็นนักร้องแล้วหนึ่งต้องเป็นนักแสดง

6. ครูบอกนักเรียนว่าเราสามารถใช้อยู่เรื่องสมมูลช่วยในการตรวจสอบประพจน์ที่เป็นนิเสธกันได้พร้อมยกตัวอย่างบนกระดาน ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 $\sim q \rightarrow \sim p$ กับ $p \wedge \sim q$

นิเสธของ $\sim q \rightarrow \sim p$ คือ $\sim(\sim q \rightarrow \sim p)$

จาก $\sim(\sim q \rightarrow \sim p) \equiv \sim(p \rightarrow q)$

$\equiv p \wedge \sim q$

ดังนั้นนิเสธของ $\sim q \rightarrow \sim p$ คือ $p \wedge \sim q$

หรือนิเสธของ $p \wedge \sim q$ คือ $\sim q \rightarrow \sim p$

ตัวอย่างที่ 2 $(p \wedge q) \rightarrow r$ กับ $(\sim p \wedge \sim q) \vee r$

นิเสธของ $(p \wedge q) \rightarrow r$ คือ $\sim[(p \wedge q) \rightarrow r]$

$$\text{จาก } \sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \sim[(p \wedge q) \rightarrow r] &\equiv (p \wedge q) \wedge \sim r \\ &\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r \end{aligned}$$

ดังนั้น $(p \wedge q) \rightarrow r$ กับ $(\sim p \wedge \sim q) \vee r$ ไม่เป็นนิเสธกัน

และให้นักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 3 กับ 4

ตัวอย่างที่ 3 $\sim q \rightarrow p$ กับ $\sim p \wedge \sim q$

ตัวอย่างที่ 4 $\sim(p \wedge q)$ กับ $p \wedge q$

แล้วครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 5 และ 6 ดังนี้

ตัวอย่างที่ 5 ก. ถ้า $2+3=5$ แล้ว $5^2=25$

ข. $2+3=5$ และ $5^2 \neq 25$

ให้ p แทน $2+3=5$

q แทน $5^2=25$

ดังนั้น $p \rightarrow q$ แทน ถ้า $2+3=5$ แล้ว $5^2=25$

$p \wedge \sim q$ แทน $2+3=5$ และ $5^2 \neq 25$

จากนิเสธของ $p \rightarrow q$ คือ $\sim(p \rightarrow q)$

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

ดังนั้นนิเสธของ $p \rightarrow q$ คือ $p \wedge \sim q$

นั่นคือนิเสธของ “ถ้า $2+3=5$ แล้ว $5^2=25$ ” คือ “ $2+3=5$ และ $5^2 \neq 25$ ”

หรือ นิเสธของ “ $2+3=5$ และ $5^2 \neq 25$ ” คือ “ถ้า $2+3=5$ แล้ว $5^2=25$ ”

ตัวอย่างที่ 6 ก. นายแดงกินผักและนายแดงแข็งแรง

ข. นายแดงไม่กินผักหรือนายแดงไม่แข็งแรง

ให้ p แทน นายแดงกินผัก

q แทน นายแดงแข็งแรง

ดังนั้น $p \wedge q$ แทน ถ้านายแดงกินผักแล้วนายแดงไม่แข็งแรง

และ $\sim p \vee \sim q$ แทน นายแดงไม่กินผักหรือนายแดงไม่แข็งแรง

จากนิเสธของ $p \wedge q$ คือ $\sim(p \wedge q)$

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

ดังนั้นนิเสธของ $p \wedge q$ คือ $\sim p \vee \sim q$

นั่นคือนิเสธของ “นายแดงกินผักและนายแดงแข็งแรง” คือ “นายแดงไม่กินผักหรือนายแดงไม่แข็งแรง”

หรือ นิเสธของ “นายแดงไม่กินผักหรือนายแดงไม่แข็งแรง” คือ “นายแดงกินผักและนายแดงแข็งแรง”

7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 14

การวัดผล

- จากกิจกรรมที่ 2, 4 - 6
- จากแบบฝึกหัดที่ 14

การประเมินผล

1. นักเรียนสามารถสรุปรูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันจากกิจกรรมต่อจิกซอว์ได้ และจากการฝึกทักษะ นักเรียนบางกลุ่มสามารถต่อจิกซอว์ดังกล่าวได้ถูกต้อง แต่บางกลุ่มใช้เวลานาน
2. นักเรียนส่วนมากสามารถแสดงและอธิบายวิธีการตรวจสอบประพจน์ที่สมมูลกันของประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ p q และในรูปประโยคภาษา โดยใช้รูปแบบการสมมูลของประพจน์ได้ แต่นักเรียนบางส่วนไม่สามารถใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลของประพจน์ในการตรวจสอบประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน เนื่องจากยังสับสนในเครื่องหมายนิเสธ
3. จากการตรวจแบบฝึกหัด พบว่านักเรียนจำนวน 16 คนสามารถตรวจสอบประพจน์ที่สมมูลกันโดยใช้รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันได้ถูกต้องทุกข้อ แต่สังเกตได้ว่าในกรณีที่ประพจน์อยู่ในรูปประโยคภาษา นักเรียนส่วนใหญ่จะเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์ p q เพื่อใช้รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกัน แต่พอได้ข้อสรุปแล้วนักเรียนไม่ได้เปลี่ยนสัญลักษณ์ p q กลับมาเป็นประโยคภาษา

แบบฝึกหัดที่ 14

เรื่อง รูปแบบการสมมูล, สมมูลและนิเสธของประพจน์ที่อยู่ในรูปข้อความ

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ตอนที่ 1 จงใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันตรวจสอบดูว่าประพจน์ในแต่ละข้อต่อไปนี้
สมมูลกันหรือไม่

1. $\sim(p \vee q)$ กับ $\sim p \wedge \sim q$
2. $\sim(p \leftrightarrow q)$ กับ $\sim p \leftrightarrow \sim q$
3. $\sim(p \wedge q)$ กับ $\sim(\sim p \rightarrow \sim q)$
4. (ก) ถ้านายแดงกินผักแล้วนายแดงไม่เป็นหวัด
(ข) นายแดงไม่กินผักหรือนายแดงไม่เป็นหวัด
5. (ก) มีการค้นพบโบราณวัตถุที่บ้านเชียง และบริเวณใกล้เกาะครามอำเภอสัตหีบ
จังหวัดชลบุรี
(ข) ไม่มีการค้นพบโบราณวัตถุที่บ้านเชียง หรือมีการค้นพบโบราณวัตถุบริเวณ
ใกล้เกาะคราม อำเภอสัตหีบ จังหวัดชลบุรี
6. (ก) ถ้าพ่อค้ากักตุนสินค้าแล้วราคาสินค้าสูงขึ้น
(ข) ถ้าราคาสินค้าไม่สูงขึ้น พ่อค้าไม่กักตุนสินค้า

ตอนที่ 2 จงใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันตรวจสอบดูว่าประพจน์ในแต่ละข้อต่อไปนี้
เป็นนิเสธกันหรือไม่

1. $p \leftrightarrow q$ กับ $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$
2. $p \wedge \sim q$ กับ $\sim p \wedge q$
3. $p \rightarrow (q \vee \sim r)$ กับ $\sim p \wedge \sim q \wedge r$
4. (ก) ถ้าคำกินแป้งแล้วทำให้คำอ้วน
(ข) คำกินแป้งแต่ไม่ทำให้คำอ้วน
5. (ก) ถ้า $x \leq 5$ แล้ว $x^2 > 25$
(ข) ถ้า $x^2 \leq 25$ แล้ว $x > 5$
6. (ก) ถ้านายแดงคึกคัก และออกกำลังกายแล้ว นายแดงจะแข็งแรง
(ข) นายแดงคึกคักและออกกำลังกาย แต่นายแดงไม่แข็งแรง

เอกสารประกอบการเรียน

เรื่อง รูปแบบการสมมูล, นิเสธของประพจน์และ
ประพจน์ที่สมมูลกันที่อยู่ในรูปข้อความ

เอกสารหมายเลข 14

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันที่ควรทราบมีดังนี้

1) $p \equiv \dots\dots\dots$

5) $p \leftrightarrow q \equiv \dots\dots\dots$

2) $p \wedge q \equiv \dots\dots\dots$

$p \leftrightarrow q \equiv \dots\dots\dots$

$\sim(p \wedge q) \equiv \dots\dots\dots$

$p \leftrightarrow q \equiv \dots\dots\dots$

3) $p \vee q \equiv \dots\dots\dots$

$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv \dots\dots\dots$

$\sim(p \vee q) \equiv \dots\dots\dots$

6) $(p \wedge q) \wedge r \equiv \dots\dots\dots$

4) $p \rightarrow q \equiv \dots\dots\dots$

$(p \vee q) \vee r \equiv \dots\dots\dots$

$p \rightarrow q \equiv \dots\dots\dots$

$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r \equiv \dots\dots\dots$

$\sim(p \rightarrow q) \equiv \dots\dots\dots$

7) $p \wedge (q \vee r) \equiv \dots\dots\dots$

$p \vee (q \wedge r) \equiv \dots\dots\dots$

ตัวอย่างการใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันตรวจสอบดูว่าประพจน์สมมูลกันหรือไม่

① $p \rightarrow \sim q$ กับ $\sim p \vee \sim q$

② $q \vee p$ กับ $\sim q \rightarrow p$

จาก $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

จาก $\sim p \vee q \equiv p \rightarrow q$

ดังนั้น $p \rightarrow \sim q \equiv \sim p \vee \sim q$

ดังนั้น $q \vee p \equiv \sim q \rightarrow p$

ตัวอย่างการตรวจสอบข้อความที่สมมูลกัน โดยใช้รูปแบบการสมมูลของประพจน์

ตัวอย่างที่ 1 ก. ถ้านายโค้งคูโทรทัศน์แล้วนายโค้งจะว่างนอน

ข. นายโค้งไม่คูโทรทัศน์หรือนายโค้งจะว่างนอน

ให้ p แทน นายโค้งคูโทรทัศน์ q แทน นายโค้งว่างนอนดังนั้น $p \rightarrow q$ แทน ถ้านายโค้งคูโทรทัศน์แล้วนายโค้งจะว่างนอนและ $\sim p \vee q$ แทน นายโค้งไม่คูโทรทัศน์หรือนายโค้งจะว่างนอน

จาก $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

ดังนั้น ข้อความ ก และข้อความ ข สมมูลกัน

นั่นคือ.....

ตัวอย่างที่ 2 ก. หนึ่งเป็นนักแสดงหรือนักร้อง

ข. ถ้าหนึ่งเป็นนักร้องแล้วหนึ่งต้องเป็นนักแสดง

ตัวอย่างการใช้ความรู้เรื่องสมมูลช่วยในการตรวจสอบประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน

ตัวอย่างที่ 1 $\sim q \rightarrow \sim p$ กับ $p \wedge \sim q$

นิเสธของ $\sim q \rightarrow \sim p$ คือ $\sim(\sim q \rightarrow \sim p)$

จาก $\sim(\sim q \rightarrow \sim p) \equiv \sim(p \rightarrow q)$

$\equiv p \wedge \sim q$

ดังนั้นนิเสธของ $\sim q \rightarrow \sim p$ คือ $p \wedge \sim q$

หรือนิเสธของ $p \wedge \sim q$ คือ $\sim q \rightarrow \sim p$

ตัวอย่างที่ 2 $(p \wedge q) \rightarrow r$ กับ $(\sim p \wedge \sim q) \vee r$

นิเสธของ $(p \wedge q) \rightarrow r$ คือ

จาก

จะได้

ดังนั้น $(p \wedge q) \rightarrow r$ กับ $(\sim p \wedge \sim q) \vee r$

ตัวอย่างที่ 3 ก. ถ้า $2+3=5$ แล้ว $5^2=25$

ข. $2+3=5$ และ $5^2 \neq 25$

ให้ p แทน

q แทน

ดังนั้น แทน ถ้า $2+3=5$ แล้ว $5^2=25$

..... แทน $2+3=5$ และ $5^2 \neq 25$

จากนิเสธของ $p \rightarrow q$ คือ

$\sim(p \rightarrow q) \equiv$

ดังนั้นนิเสธของ คือ

นั่นคือ.....

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15 เรื่อง สมมูลและนิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ จำนวน 1 คาบ

พิจารณาประโยคเปิด $P(x) \rightarrow Q(x)$ กับ $\sim P(x) \vee Q(x)$ ไม่ว่าจะแทน x ด้วยสมาชิกใด ๆ ในเอกภพสัมพัทธ์ จะได้ประพจน์ในรูป $p \rightarrow q$ และ $\sim p \vee q$ ซึ่งสมมูลกัน ดังนั้น ทำให้ $P(x) \rightarrow Q(x)$ กับ $\sim P(x) \vee Q(x)$ เป็นรูปแบบที่สมมูลกันด้วย

1. $p \wedge q \equiv q \wedge p$	$P(x) \wedge Q(x) \equiv Q(x) \wedge P(x)$	$\forall x [P(x) \wedge Q(x)] \equiv \forall x [Q(x) \wedge P(x)]$
2. $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$	$P(x) \rightarrow Q(x) \equiv \sim Q(x) \rightarrow \sim P(x)$	$\exists x [P(x) \rightarrow Q(x)] \equiv \exists x [\sim Q(x) \rightarrow \sim P(x)]$
3. $p \leftrightarrow q \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$	$P(x) \leftrightarrow Q(x) \equiv \sim P(x) \leftrightarrow \sim Q(x)$	$\forall x [P(x) \leftrightarrow Q(x)] \equiv \forall x [\sim P(x) \leftrightarrow \sim Q(x)]$

นิเสธของ $\exists x [P(x)]$ คือ $\forall x [\sim P(x)]$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณที่กำหนดให้สมมูลกันหรือเป็นนิเสธกันหรือไม่
2. นักเรียนสามารถหาประพจน์ที่สมมูลหรือนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณได้

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูแขวนกระเป๋าคำนวณที่มีประพจน์ต่าง ๆ บนกระดานดังนี้

$p \wedge q$	
$p \leftrightarrow q$	
$p \vee q$	
p	
$\sim(p \wedge q)$	
$\sim(p \leftrightarrow q)$	
$\sim(p \vee q)$	
$(p \wedge q) \wedge r$	
$p \rightarrow q$	
$(p \vee q) \vee r$	
$\sim(p \rightarrow q)$	
$p \wedge (q \vee r)$	
$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$	
$p \vee (q \wedge r)$	

และครูแจกบัตรคำของประพจน์ต่อไปนี้ให้นักเรียนคนละ 1 บัตรคำ แล้วให้นักเรียนแต่ละคนนำบัตรคำของตัวเองไปใส่ในช่องที่ตรงกับประพจน์ที่สมมูล และครูกับนักเรียนช่วยกันเฉลย

$\sim(\sim p)$	$q \leftrightarrow p$	$q \wedge p$	$\sim p \leftrightarrow \sim q$
$p \vee (q \vee r)$	$q \vee p$	$\sim p \wedge \sim q$	$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$
$p \wedge (q \wedge r)$	$\sim p \vee q$	$p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$\sim q \rightarrow \sim p$	$p \wedge \sim q$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
$\sim p \vee \sim q$			

2. ครูเขียน $P(x) \wedge Q(x)$ กับ $Q(x) \wedge P(x)$ บนกระดานแล้วถามนักเรียนว่า

⊖ รูปแบบประโยคทั้งสองเป็นรูปแบบที่สมมูลกันหรือไม่ เพราะอะไร

[เป็นรูปแบบที่สมมูลกัน เพราะเทียบกับ $p \wedge q \equiv q \wedge p$]

⊖ ถ้าเติมตัวบ่งปริมาณ $\forall x$ ไว้หน้าประโยคเปิดทั้งสอง จะได้อะไร

[$\forall x [P(x) \wedge Q(x)]$ กับ $\forall x [Q(x) \wedge P(x)]$]

⊖ จาก $\forall x [P(x) \wedge Q(x)]$ กับ $\forall x [Q(x) \wedge P(x)]$ สมมูลกันหรือไม่ เพราะอะไร

[สมมูล เพราะ $P(x) \wedge Q(x) \equiv Q(x) \wedge P(x)$]

⊖ ถ้าเติมตัวบ่งปริมาณ $\exists x$ ไว้หน้าประโยคเปิดทั้งสอง จะได้อะไร

[$\exists x [P(x) \wedge Q(x)]$ กับ $\exists x [Q(x) \wedge P(x)]$]

⊖ จาก $\exists x [P(x) \wedge Q(x)]$ กับ $\exists x [Q(x) \wedge P(x)]$ สมมูลกันหรือไม่ เพราะอะไร

[สมมูล เพราะ $P(x) \wedge Q(x) \equiv Q(x) \wedge P(x)$]

3. ครูอธิบายสมมูลของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณว่าสามารถเทียบกับรูปแบบการสมมูลของประพจน์ พร้อมทั้งยกตัวอย่างบนกระดานดังนี้

ตัวอย่าง

รูปแบบประพจน์ที่ สมมูลกัน	ประโยคเปิดที่เทียบกับ ประพจน์ที่สมมูลกัน	ประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณที่สมมูลกัน
1. $p \wedge q \equiv q \wedge p$	$P(x) \wedge Q(x) \equiv Q(x) \wedge P(x)$	$\forall x [P(x) \wedge Q(x)] \equiv \forall x [Q(x) \wedge P(x)]$ $\exists x [P(x) \wedge Q(x)] \equiv \exists x [Q(x) \wedge P(x)]$
2. $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$	$P(x) \rightarrow Q(x) \equiv \sim Q(x) \rightarrow \sim P(x)$	$\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)] \equiv \forall x [\sim Q(x) \rightarrow \sim P(x)]$ $\exists x [P(x) \rightarrow Q(x)] \equiv \exists x [\sim Q(x) \rightarrow \sim P(x)]$
3. $p \leftrightarrow q \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$	$P(x) \leftrightarrow Q(x) \equiv \sim P(x) \leftrightarrow \sim Q(x)$	$\forall x [P(x) \leftrightarrow Q(x)] \equiv \forall x [\sim P(x) \leftrightarrow \sim Q(x)]$ $\exists x [P(x) \leftrightarrow Q(x)] \equiv \exists x [\sim P(x) \leftrightarrow \sim Q(x)]$

4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 15

5. ครูเขียนประพจน์บนกระดานแล้วให้นักเรียน 3 คน บอกว่าประพจน์ในแต่ละข้อสมมูลกันหรือไม่ เพราะอะไร และครูเขียนสรุปบนกระดานดังนี้

1. $\sim[P(x) \vee Q(x)]$ กับ $\sim P(x) \wedge \sim Q(x)$

เป็นรูปแบบที่สมมูลกัน เพราะเทียบได้กับ $\sim p \vee q \equiv \sim p \wedge \sim q$

2. $\exists x [P(x) \leftrightarrow Q(x)]$ กับ $\exists x [\sim P(x) \vee Q(x)] \wedge [\sim Q(x) \vee P(x)]$

สมมูลกัน เพราะ $P(x) \leftrightarrow Q(x) \equiv [\sim P(x) \vee Q(x)] \wedge [\sim Q(x) \vee P(x)]$

3. $\forall x [\sim(P(x) \rightarrow Q(x))]$ กับ $\forall x [P(x) \wedge \sim Q(x)]$

6. ให้นักเรียนทำงานในใบงานที่ 15.1 และครูอธิบายเพิ่มเติมในเรื่องที่นักเรียนเข้าใจ ผิดพลาดในใบงานที่ 15.1

7. ให้นักเรียนทำงานในใบงานที่ 15.2 และครูอธิบายเพิ่มเติมในเรื่องที่นักเรียนเข้าใจ ผิดพลาดในใบงานที่ 15.2

8. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปนิเสธของประโยคเปิดและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณว่า อาจจะใช้วิธีเติมตัวเชื่อม “~” หน้าประโยคดังกล่าว หรือเทียบกับนิเสธของประพจน์

9. ครูเขียนประพจน์บนกระดานแล้วให้นักเรียนบอกว่าประพจน์ในแต่ละข้อเป็นนิเสธกันหรือไม่ เพราะอะไร และครูเขียนสรุปบนกระดานดังนี้

$$1. \sim \forall x [P(x)] \vee \sim \forall x [Q(x)] \text{ กับ } \sim (\forall x [P(x)] \wedge \forall x [Q(x)])$$

ไม่เป็นนิเสธกัน เพราะเทียบได้กับ $\sim p \vee \sim q \equiv \sim (p \wedge q)$

$$2. P(x) \wedge \sim Q(x) \text{ กับ } P(x) \rightarrow Q(x)$$

เป็นรูปแบบที่นิเสธกัน เพราะอยู่ในรูปแบบ $p \wedge \sim q$ กับ $p \rightarrow q$ ซึ่งเป็นนิเสธกัน

$$3. \exists x [P(x) \leftrightarrow Q(x)] \text{ กับ } \sim \exists x [P(x) \leftrightarrow Q(x)]$$

เป็นนิเสธกัน เพราะอยู่ในรูป p กับ $\sim p$ ซึ่งเป็นนิเสธกัน

10. ครูอธิบายรูปแบบประพจน์ที่สมมูลกัน และเป็นนิเสธกันโดยใช้วิธีพิจารณาจากนิยามของสมมูลและนิเสธ พร้อมยกตัวอย่างดังนี้

$$\text{รูปแบบที่ 1 } \sim \forall x [P(x)] \text{ สมมูลกับ } \exists x [\sim P(x)]$$

นิเสธของ $\forall x [P(x)]$ คือ $\exists x [\sim P(x)]$

$$\text{ตัวอย่าง } \sim \forall x [x + 3 = 5] \text{ สมมูลกับ } \exists x [x + 3 \neq 5]$$

นิเสธของ $\forall x [x + 3 = 5]$ คือ $\exists x [x + 3 \neq 5]$

$$\text{รูปแบบที่ 2 } \sim \exists x [P(x)] \text{ สมมูลกับ } \forall x [\sim P(x)]$$

นิเสธของ $\exists x [P(x)]$ คือ $\forall x [\sim P(x)]$

$$\text{ตัวอย่าง } \sim \exists x [x^2 < 0] \text{ สมมูลกับ } \forall x [x^2 \geq 0]$$

นิเสธของ $\exists x [x^2 < 0]$ คือ $\forall x [x^2 \geq 0]$

11. ให้นักเรียน 4 คน หานิเสธของประพจน์ต่อไปนี้

$$1) \forall x [x \neq 0]$$

$$2) \exists x [x^2 > 0]$$

$$3) \forall x [x > 0] \wedge \exists x [x^2 > 0]$$

$$4) \forall x [x \neq 0] \rightarrow \exists x [x \neq 0]$$

12. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 15

การวัดผล

- จากใบงานที่ 15.1 และ 15.2
- จากแบบฝึกทักษะที่ 15
- จากแบบฝึกหัดที่ 15

การประเมินผล

1. นักเรียนสามารถหาประพจน์ที่สมมูลกัน หรือนิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ โดยเปรียบเทียบกับรูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันในใบงาน และในแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง แต่บางคนต้องใช้เวลาาน ครูจึงต้องคอยให้คำแนะนำ และมีนักเรียน 15 คน ที่ไม่สามารถเขียนประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณในรูปการสมมูลหรือนิเสธกันได้เมื่อมีรูปแบบที่ซับซ้อนหรือมีเครื่องหมายนิเสธ เช่น นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่า $\forall x [\sim (P(x) \rightarrow Q(x))]$ สมมูลกับประพจน์ใด , นักเรียนเขียนนิเสธของ $\forall x [2x + 5 = 0]$ เป็น $\sim \forall x [\sim 2x + 5 = 0]$ หรือ $\exists x [\sim 2x + 5 = 0]$ เป็นต้น

2. มีนักเรียนจำนวน 22 คนสามารถทำแบบฝึกหัดได้ไม่ต่ำกว่า 6 ใน 9 ข้อ ข้อผิดพลาดที่พบในการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนคือ นักเรียนไม่สามารถประยุกต์ใช้รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์ที่อยู่ในรูปแบบอื่น ๆ ที่แตกต่างออกไปได้ และข้อที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำไม่ถูกต้องคือนิเสธของ $\exists x [x = 0] \rightarrow \exists x [x < 0]$ โดยนักเรียนบอกว่านิเสธของ $\exists x [x = 0] \rightarrow \exists x [x < 0]$ คือ $\sim \exists x [x = 0] \rightarrow \sim \exists x [x < 0]$

ใบงานที่ 15.1

เรื่อง นิเสธของประโยคเปิดและประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ โดยเติมตัวเชื่อม “~”

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

นิเสธของ p คือ $\sim p$

นิเสธของ $P(x)$ คือ

นิเสธของ $\forall x [P(x)]$ คือ

นิเสธของ $\exists x [P(x)]$ คือ

นิเสธของ $\forall x [P(x) \wedge Q(x)]$ คือ

นิเสธของ $\forall x [P(x)] \rightarrow \exists x [Q(x)]$ คือ

ใบงานที่ 15.2

เรื่อง นิเสธของประโยคเปิดและประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ โดยเทียบนิเสธของประพจน์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

1. นิเสธของ $p \wedge q$ คือ $\sim p \vee \sim q$

นิเสธของ $P(x) \wedge Q(x)$ คือ

นิเสธของ $\exists x [P(x)] \wedge \exists x [Q(x)]$ คือ

นิเสธของ $\forall x [P(x)] \wedge \exists x [Q(x)]$ คือ

2. นิเสธของ $p \rightarrow q$ คือ $p \wedge \sim q$

นิเสธของ $P(x) \rightarrow Q(x)$ คือ

นิเสธของ $\exists x [P(x)] \rightarrow \exists x [Q(x)]$ คือ

นิเสธของ $\forall x [P(x)] \rightarrow \exists x [Q(x)]$ คือ

 แบบฝึกทักษะที่ 15

เรื่อง สมมูลของประโยคเปิดและประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

.....

ตอนที่ 1 จงเติมช่องว่างต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

รูปแบบประพจน์ที่ สมมูลกัน	ประโยคเปิดที่เทียบกับ ประพจน์ที่สมมูลกัน	ประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณที่สมมูลกัน
1. $p \wedge q \equiv q \wedge p$	$P(x) \wedge Q(x) \equiv Q(x) \wedge P(x)$	$\forall x [P(x) \wedge Q(x)] \equiv \forall x [Q(x) \wedge P(x)]$ $\exists x [P(x) \wedge Q(x)] \equiv \exists x [Q(x) \wedge P(x)]$
2. $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$		
3. $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$		
4. $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$		
5. $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$		

ตอนที่ 2 จงเติมช่องว่างต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกัน	ประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณที่สมมูลกัน
1. $p \wedge q \equiv q \wedge p$	$\forall x [P(x)] \wedge \exists x [Q(x)] \equiv \exists x [Q(x)] \wedge \forall x [P(x)]$
2. $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$\sim[\exists x [P(x)] \wedge \exists x [Q(x)]] \equiv \dots\dots\dots$
3. $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$	$\forall x [P(x)] \rightarrow \forall x [Q(x)] \equiv \dots\dots\dots$
4. $p \leftrightarrow q \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$	$\exists x [P(x)] \leftrightarrow \forall x [Q(x)] \equiv \dots\dots\dots$
5. $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$	$\sim[\exists x [P(x)] \vee \forall x [Q(x)]] \equiv \dots\dots\dots$

แบบฝึกหัดที่ 15

เรื่อง สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



1. จงตรวจสอบว่าประโยคแต่ละข้อต่อไปนี้สมมูลกันหรือไม่

1.1 $\exists x [P(x) \rightarrow Q(x)]$ กับ $\exists x [\sim P(x) \vee Q(x)]$

1.2 $\forall x [\sim (P(x) \rightarrow Q(x))]$ กับ $\forall x [P(x) \wedge \sim Q(x)]$

1.3 $\forall x [x > 0 \rightarrow x^2 > 0]$ กับ $\forall x [x^2 \leq 0 \rightarrow x \leq 0]$

1.4 $\exists x [x \in I \wedge (x+2=5)]$ กับ $\exists x [(x+2=5) \wedge x \in I]$

1.5 $\forall x [x \leq 0]$ กับ $\exists x [x > 0]$

2. จงหานิเสธของข้อความต่อไปนี้

2.1 $\forall x [2x + 5 = 0]$

2.2 $\exists x [7 < 2x]$

2.3 $\forall x [x \neq 0] \wedge \exists x [x^2 > 0]$

2.4 $\exists x [x = 0] \rightarrow \exists x [x < 0]$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

เอกสารประกอบการเรียน

เรื่อง สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

เอกสารหมายเลข 15

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

พิจารณาประโยคเปิด $P(x) \rightarrow Q(x)$ กับ $\sim P(x) \vee Q(x)$ ไม่ว่าจะแทน x ด้วยสมาชิกใด ๆ ในเอกภพสัมพัทธ์ จะได้ประพจน์ในรูป $p \rightarrow q$ และ $\sim p \vee q$ ซึ่งสมมูลกัน ดังนั้นทำให้ $P(x) \rightarrow Q(x)$ กับ $\sim P(x) \vee Q(x)$ เป็นรูปแบบที่สมมูลกันด้วย

เราสามารถใช้รูปแบบที่สมมูลของประโยคเปิดและสมมูลของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ เทียบกับรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันเช่น

รูปแบบประพจน์ที่ สมมูลกัน	ประโยคเปิดที่เทียบกับ ประพจน์ที่สมมูลกัน	ประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณที่สมมูลกัน
1. $p \wedge q \equiv q \wedge p$	$P(x) \wedge Q(x) \equiv Q(x) \wedge P(x)$	
2. $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$	$P(x) \rightarrow Q(x) \equiv \sim Q(x) \rightarrow \sim P(x)$	
3. $p \leftrightarrow q \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$	$P(x) \leftrightarrow Q(x) \equiv \sim P(x) \leftrightarrow \sim Q(x)$	

นิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณอาจใช้วิธีเคมิดัวเชื่อม “.....” หน้า
ประโยคดังกล่าว หรือ.....

ถ้าใช้วิธีพิจารณาจากนิยามของสมมูลและนิเสธ รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกัน และเป็น
นิเสธกันมีดังนี้

① $\sim \forall x [P(x)]$ สมมูลกับ $\exists x [\sim P(x)]$
นิเสธของ $\forall x [P(x)]$ คือ $\exists x [\sim P(x)]$

ตัวอย่าง.....
.....

② $\sim \exists x [P(x)]$ สมมูลกับ $\forall x [\sim P(x)]$
นิเสธของ $\exists x [P(x)]$ คือ $\forall x [\sim P(x)]$

ตัวอย่าง.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 16 เรื่องการทดสอบเรื่องนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน

จำนวน 1 คาบ



สาระการเรียนรู้

การทดสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมมูลและนิเสธ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมมูลและนิเสธของนักเรียน

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบชุดที่ 3 เรื่องสมมูลและนิเสธ จำนวน 2 ตอน 16 ข้อ 20 คะแนน เวลา 40 นาที
2. ครูตรวจให้คะแนน
3. นำผลคะแนนที่ได้บันทึกในใบบันทึกคะแนนสอบ จากนั้นพิจารณานักเรียนเป็นรายบุคคลและรายชื่อ ว่าข้อใดหรือกรณีใดที่นักเรียนทำผิดพลาดมากและจะต้องได้รับการแก้ไขหรือปรับปรุงอย่างไร

การวัดผล

คะแนนที่ได้จากการทดสอบ พิจารณาเป็นรายชื่อและรายบุคคล โดยกำหนดเกณฑ์ผ่าน 50 %

การประเมิน

จากการตรวจแบบทดสอบชุดที่ 3 จำนวน 16 ข้อ หากพิจารณาใช้เกณฑ์ผ่าน 50% มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ 31 คน คิดเป็นร้อยละ 93.94 และนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ 2 คน คิดเป็นร้อยละ 6.06 คะแนนเฉลี่ยเป็น 15.21 คะแนน

หมายเหตุ นักเรียนไม่ได้สอบ 6 คน เนื่องจากไปทัศนศึกษานอกสถานที่

แบบทดสอบชุดที่ 3

เรื่อง สมมูลและนิเสธ

จำนวน 16 ข้อ เวลา 40 นาที

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

.....

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเลือกอักษร ก – ง หนึ่งตัวอักษรมาเติมช่องว่างหน้าเลขข้อแต่ละข้อที่คิดว่า
เป็นประพจน์ที่สมมูลกัน

- | | |
|--|---|
| 1. $p \rightarrow q$ | ก. $\sim(p \wedge q)$ |
| 2. $\sim(p \rightarrow q)$ | ข. $(r \wedge \sim p) \vee q$ |
| 3. $(\sim r \vee p) \rightarrow q$ | ค. $p \wedge \sim q$ |
| 4. $p \leftrightarrow q$ | ง. $\sim p \vee q$ |
| 5. $p \rightarrow \sim q$ | จ. $(p \wedge q) \rightarrow r$ |
| 6. $\sim(p \leftrightarrow q)$ | ฉ. $\sim p \vee \sim q$ |
| 7. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | ช. $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ |
| 8. $q \rightarrow p$ | ซ. $q \rightarrow (q \wedge p)$ |
| 9. $\sim(p \vee q)$ | ฌ. $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ |
| 10. $p \wedge (q \vee r)$ | ญ. $\sim p \wedge \sim q$ |
| | ฎ. $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$ |
| | ฏ. $\sim p \leftrightarrow \sim q$ |

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำให้ละเอียดยและถูกต้อง

11. จงสร้างตารางค่าความจริงเพื่อแสดงว่า $p \leftrightarrow q$ สมมูลกับ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

.....

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright © by Chiang Mai University

All rights reserved

.....

.....

.....

12.จงแสดงว่า “ถ้า a เป็นจำนวนคู่ แล้ว a^2 ไม่เป็นจำนวนคู่” สมมูลกับ “ a ไม่เป็นจำนวนคู่ หรือ a^2 ไม่เป็นจำนวนคู่” โดยใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

13.จงแสดงว่า $\sim p \rightarrow \sim q$ เป็นนิเสธของ $\sim p \wedge q$

.....

.....

.....

.....

.....

14.จงแสดงว่า $\forall x [x > 0 \rightarrow x^2 > 0]$ สมมูลกับ $\forall x [x^2 \leq 0 \rightarrow x \leq 0]$

.....

.....

.....

.....

.....

15. $\exists x [\sim P(x) \vee Q(x)]$ สมมูลกับ.....

16.นิเสธของ $\forall x [x^2 < 4] \rightarrow \exists x [x + 3 = 1]$ คือ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 17 เรื่อง สัจนิรันดร์

จำนวน 1 คาบ

สำนักรันคร คือ รูปแบบของประพจน์ซึ่งมีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี
การตรวจสอบว่าประพจน์เป็นสำนักรันคร อาจทำได้โดย

1. ใช้ตารางค่าความจริง
2. ใช้วิธีหาข้อขัดแย้งโดยพิจารณาจากตัวเชื่อม ดังนี้

$A \vee B$ เป็นเท็จเมื่อ A และ B เป็นเท็จทั้งคู่ ดังนั้น ถ้า A เป็นเท็จ และ B เป็นเท็จแล้ว $A \vee B$ จะไม่เป็นตัจนิรันดร์

$A \rightarrow B$ เป็นเท็จเมื่อ A เป็นจริง และ B เป็นเท็จ ดังนั้นถ้า A เป็นจริง และ B มีโอกาสเป็นเท็จแล้ว $A \rightarrow B$ จะไม่เป็นตัจนิรันดร์

$A \leftrightarrow B$ เป็นเท็จ เมื่อ A เป็นจริง และ B เป็นเท็จ หรือ A เป็นเท็จ และ B เป็นจริง

- ถ้าประพจน์ผลที่ได้จากการเชื่อมประพจน์ย่อย 2 ประพจน์ที่สมมูลกันด้วย
ตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” แล้วจะเป็นสัจนิรันดร์

ถ้าประพจน์ผสมที่ได้จากการเชื่อมประพจน์ย่อย 2 ประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” เป็นสัจนิรันดร์แล้วประพจน์ 2 ประพจน์ดังกล่าวจะสมมูลกัน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถตรวจสอบได้ว่ารูปแบบของประพจน์ใดที่กำหนดให้เป็นสัจนิรันดร์

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. เรียกนักเรียน 6 คนให้ออกมาสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้บนกระดาน และครกกับนักเรียนช่วยกันเฉลย

$$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$$

$$p \vee \sim q$$

$$p \wedge \sim p$$

$$p \rightarrow (p \vee q)$$

$$(p \vee q) \rightarrow r$$

$$p \leftrightarrow (q \vee q)$$

2. ครูบอกนักเรียนว่าประพจน์ $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$, $p \vee \sim q$ และ $p \rightarrow (p \vee q)$ เป็นประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ ส่วนประพจน์ $p \wedge \sim p$, $(p \vee q) \rightarrow r$ และ $p \leftrightarrow (q \vee q)$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์ แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปความหมายของประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์

3. ครูเขียนประพจน์ต่อไปนี้บนกระดานแล้วให้นักเรียนจำนวน 3 คน สร้างตารางค่าความจริงเพื่อตรวจสอบว่าประพจน์ดังกล่าวเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$1) p \vee (p \vee q)$$

$$2) p \vee (p \rightarrow q)$$

$$3) (p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$$

4. ให้นักเรียนดูตารางค่าความจริงของประพจน์ข้อที่ 1 , 2 และ 3 จากกิจกรรมข้อที่ 3 พร้อมถามคำถามนักเรียน ประกอบการอธิบายการตรวจสอบประพจน์ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่โดยไม่สร้างตารางค่าความจริง เช่น

$$1) p \vee (p \vee q)$$

p	q	$p \vee q$	$p \vee (p \vee q)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	F

$p \vee (p \vee q)$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์เมื่อ $p \vee (p \vee q)$ อย่างน้อย 1 กรณีที่เป็นเท็จ

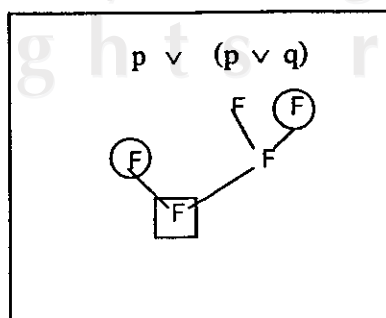
$p \vee (p \vee q)$ จะเป็นเท็จเมื่อ p และ $(p \vee q)$ เป็นเท็จทั้งคู่

จาก p และ $(p \vee q)$ เป็นเท็จ จะได้ q เป็นเท็จ

ดังนั้น กรณีที่ p เป็นเท็จ q เป็นเท็จ จะทำให้ $p \vee (p \vee q)$ เป็นเท็จ

นั่นคือ $p \vee (p \vee q)$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

ครูเขียนสรุปเป็นแผนผังดังนี้



5. ให้นักเรียนตรวจสอบว่าประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ โดยไม่สร้างตารางค่าความจริง

$$1) p \rightarrow (p \vee q)$$

$$2) \sim p \leftrightarrow \sim q$$

$$3) (p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$$

6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปการใช้วิธีหาข้อขัดแย้งโดยพิจารณาจากตัวเชื่อม

7. ให้อาสาสมัครออกมาหน้าชั้นเรียน 8 คนแล้วครูแจกบัตรคำให้คนละ 1 บัตรคำดังนี้

$$\sim(p \rightarrow q)$$

$$(p \wedge \sim q)$$

$$p \rightarrow q$$

$$\sim p \vee q$$

$$\sim(p \vee q)$$

$$\sim p \wedge \sim q$$

$$p \leftrightarrow q$$

$$\sim p \leftrightarrow \sim q$$

จากนั้นให้จับคู่กันโดยให้ประพจน์ในบัตรคำของแต่ละคู่สมมูลกัน พร้อมคิดบัตรคำบนกระดานให้เพื่อนในชั้นได้เห็น และให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบว่าเพื่อนจับคู่กันถูกหรือไม่

8. ครูกำหนดให้ประพจน์แต่ละคู่ที่สมมูลกันเชื่อมกันด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” เช่น

$$\sim(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$$

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$$

$$\sim(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$$

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$$

แล้วให้นักเรียนจำนวน 4 คนออกมาสร้างตารางค่าความจริงของแต่ละประพจน์ดังกล่าวบนกระดาน และถามนักเรียนว่า

๑ ค่าความจริงที่เกิดขึ้นในแต่ละตารางเป็นอย่างไร [เป็นจริงทุกกรณี]

๒ แสดงว่าประพจน์แต่ละข้อเป็นอะไร [เป็นสัจนิรันดร์]

9. ครูคิดกระเปาะผนังที่มีประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์บนกระดานให้นักเรียนดูดังนี้

$$[\sim(p \wedge q)] \leftrightarrow [\sim p \vee \sim q]$$

$$(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$$

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$$

$$[(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r] \leftrightarrow [p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)]$$

แล้วถามนักเรียนว่า

๑ ประพจน์ $\sim(p \wedge q)$ กับ $\sim p \vee \sim q$ สมมูลกันหรือไม่ [สมมูลกัน]

๒ ประพจน์ $p \vee q$ กับ $q \vee p$ สมมูลกันหรือไม่ [สมมูลกัน]

๓ ประพจน์ $p \leftrightarrow q$ กับ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ สมมูลกันหรือไม่ [สมมูลกัน]

๔ ประพจน์ $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$ กับ $p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$ สมมูลกันหรือไม่ [สมมูลกัน]

10. ครูกับนักเรียนช่วยกันสรุปข้อสังเกตจากกิจกรรมข้อที่ 7-9 ว่า

ถ้าประพจน์ผสมที่ได้จากการเชื่อมประพจน์ย่อย 2 ประพจน์ที่สมมูลกันด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” แล้วจะเป็นสัจนิรันดร์

ถ้าประพจน์ผสมที่ได้จากการเชื่อมประพจน์ย่อย 2 ประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” เป็นสัจนิรันดร์แล้วประพจน์ 2 ประพจน์ดังกล่าวจะสมมูลกัน

11. ครูถามนักเรียนว่าการตรวจสอบว่าประพจน์เป็นสัจนิรันดร์อาจทำได้โดยวิธีใดบ้าง [สร้างตารางค่าความจริง , ใช้วิธีหาข้อขัดแย้งโดยพิจารณาจากตัวเชื่อม , ใช้ความรู้เรื่องสมมูล]

12. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 17

การวัดผล

- กิจกรรมข้อที่ 2, 3, 5 และ 8
- จากการตอบคำถาม
- จากแบบฝึกหัดที่ 17

การประเมินผล

1. นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนสรุปลักษณะของประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ได้ถูกต้อง และชัดเจนว่าสัจนิรันดร์คือประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี สามารถบอกได้ว่าประพจน์ใดเป็นสัจนิรันดร์หรือประพจน์ใดไม่เป็นสัจนิรันดร์ เพราะเหตุใด

2. นักเรียนประมาณร้อยละ 84 69 และ 81 สามารถตรวจสอบประพจน์ว่าเป็นหรือไม่เป็นสัจนิรันดร์ โดยใช้วิธีการสร้างตารางค่าความจริง วิธีหาข้อขัดแย้งโดยพิจารณาจากตัวเชื่อม $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ และ ใช้ความรู้เรื่องสมมูล ตามลำดับ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

แบบฝึกหัดที่ 17

เรื่อง ตรรกศาสตร์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



ตอนที่ 1 จงตรวจสอบว่ารูปแบบประพจน์ที่กำหนดให้เป็นตรรกนิรันดร์หรือไม่

1. $\sim(\sim p) \leftrightarrow p$
2. $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$
3. $(p \wedge q) \rightarrow \sim q$
4. $p \rightarrow (p \vee p)$
5. $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$
6. $\sim(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow \sim q)$
7. $[(p \wedge q) \wedge r] \leftrightarrow [p \wedge (q \wedge r)]$
8. $\sim(p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$
9. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$
10. $[p \wedge (q \vee r)] \leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

เอกสารประกอบการเรียน

เรื่อง สัจนิรันดร์

เอกสารหมายเลข 17

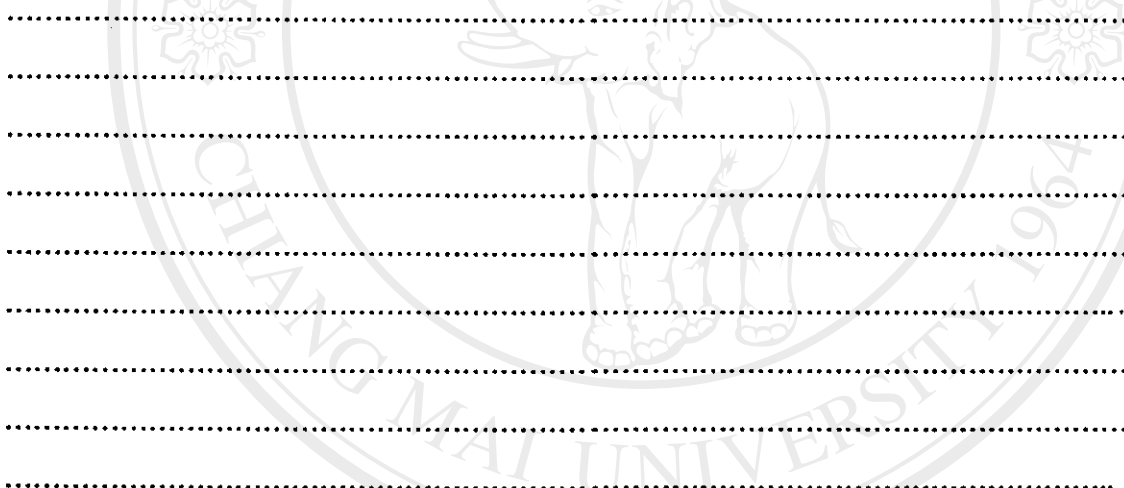
ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

สำนักรันคร์ คือ

การตรวจสอบว่าประพจน์เป็นสัจนิรันดร์ อาจทำได้โดย

1. ใช้ตารางค่าความจริง

ตัวอย่างเช่น



2. ใช้วิธีหาข้อขัดแย้ง โดยพิจารณาจากตัวเชื่อม ดังนี้

2.1 ประพจน์ที่อยู่ในรูป $A \vee B$

$A \vee B$ เป็นเท็จเมื่อ A และ B เป็นเท็จทั้งคู่ ดังนั้น ถ้า A เป็นเท็จ และ B

มีโอกาasเป็นเท็จแล้ว $A \vee B$ จะไม่เป็นสัจนิรันดร์

ตัวอย่างเช่น

1) $p \vee (p \vee q)$

$$2) \quad p \vee (p \rightarrow q)$$

.....

.....

.....

.....

1) $p \rightarrow (p \vee q)$

$$2) (p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$$

2.3 ประพจน์ที่อยู่ในรูป $A \leftrightarrow B$

$A \leftrightarrow B$ เป็นเท็จ เมื่อ A เป็นจริง และ B เป็นเท็จ หรือ A เป็นเท็จ และ B เป็นจริง

1) $\sim p \leftrightarrow \sim q$

$$2) (p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$$

3. ใช้ความรู้เรื่องสมมูล ดังนี้

Copyright © by Chiang Mai Univ
All rights reserved

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 18 เรื่อง การอ้างเหตุผล

จำนวน 1 คาบ



สาระการเรียนรู้

การอ้างเหตุผล คือ การอ้างว่าเมื่อข้อความ $P_1, P_2, \dots, P_n$ ชุดหนึ่งแล้วสามารถสรุปได้
ข้อความ C อันหนึ่งได้

การอ้างเหตุผลประกอบด้วยส่วนสำคัญสองส่วนคือ

1. เหตุหรือสิ่งที่กำหนดให้ ได้แก่ $P_1, P_2, \dots, P_n$
2. ผล ได้แก่ C

การอ้างเหตุผลอาจจะสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลก็ได้ ซึ่งสามารถตรวจสอบได้ว่า การอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้ตัวเชื่อม $\wedge$ เชื่อมเหตุทั้งหมดเข้าด้วยกัน และใช้ตัวเชื่อม $\rightarrow$ เชื่อมส่วนที่เป็นเหตุกับผลดังนี้

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow C$$

ถ้ารูปแบบ $(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow C$ เป็นลัจฉินตรรกะกล่าวว่าการอ้างเหตุผลนี้
สมเหตุสมผล (valid)

ถ้ารูปแบบ $(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow C$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์ก็กล่าวว่าการอ้างเหตุผลนี้
ไม่สมเหตุสมผล (invalid)

เนื่องจากการอ้างเหตุผลเป็นข้อความที่อยู่ในรูป เหตุ→ผล ซึ่งเป็นเท็จได้เพียงกรณีเดียว คือ เหตุเป็นจริง แต่ผลเป็นเท็จ ดังนั้นในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลจึงอาจทำได้โดย ขอมรับว่าเหตุเป็นจริงแล้วพิจารณาว่าผลจะมีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จ

- ถ้าผลมีค่าความจริงเป็นจริงเสมอ เรากล่าวว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผล (valid)
- ถ้าผลมีค่าความจริงเป็นเท็จ เรากล่าวว่าการอ้างเหตุผลไม่สมเหตุสมผล (invalid)

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถตรวจสอบได้ว่าการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้สมเหตุสมผลหรือไม่

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครุติคแผนชาร์ตตารางค่าความจริงของประพจน์ $p \rightarrow q$ และแผนชาร์ตตัวอย่างข้อความที่เชื่อมด้วย “ $\rightarrow$ ” บนกระดานดังนี้

P	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

“ถ้าแดงทานข้าวแล้วแดงจะแข็งแรง”

“ถ้าโหม่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์

แล้วแม่จะให้รางวัล”

“ถ้า $x > 1$ แล้ว $x + 1 > 1$ ”

แล้วถามนักเรียนว่า

- ๑ ประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว” เป็นการเชื่อมประพจน์ที่เป็นอะไรเข้าด้วยกัน [เหตุกับผล]
- ๑ จากประโยคข้างบน “แดงทานข้าว” “โหม่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์” “ $x > 1$ ” เรียกว่าอะไร [เหตุ]
- ๑ จากประโยคข้างบน “แดงจะแข็งแรง” “แม่จะให้รางวัล” “ $x + 1 > 1$ ” เรียกว่าอะไร [ผล]
- ๑ ประพจน์ที่ตามหลังคำว่า “ถ้า” เรียกว่าอะไร [เหตุ]
- ๑ ประพจน์ที่ตามหลังคำว่า “แล้ว” เรียกว่าอะไร [ผล]
- ๑ ประพจน์ผสมที่เชื่อมประพจน์ย่อยด้วย “ถ้า...แล้ว” จะเป็นเท็จในกรณีใดบ้าง [p มีค่าความจริงเป็นจริง q มีค่าความจริงเป็นเท็จ หรือ เหตุมีค่าความจริงเป็นจริง ผลมีค่าความจริงเป็นเท็จ]

2. ครูดิบบัตรคำประโยค “ถ้าแดงทานข้าวและทานนมแล้วแดงจะแข็งแรง” บนกระดาน

แล้วถามนักเรียนว่า

- ๑ จากประโยค “ถ้าแดงทานข้าวและทานนมแล้วแดงจะแข็งแรง” อะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผล [แดงทานข้าวและทานนม เป็นเหตุ ส่วนแดงจะแข็งแรง เป็นผล]
- ๑ จากตัวอย่างข้อความสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้อะไร [$(p \wedge q) \rightarrow r$]
- ๑ จาก $(p \wedge q) \rightarrow r$ เหตุทั้งหมดคืออะไร และเหตุย่อยคืออะไรบ้าง [เหตุทั้งหมดคือ $p \wedge q$ และเหตุย่อยคือ p กับ q]
- ๑ จาก $(p \wedge q) \rightarrow r$ ผลคืออะไร [r]
- ๑ ประพจน์ $p \rightarrow (p \vee q)$ เหตุคืออะไร และผลคืออะไร [เหตุคือ p ผลคือ $p \vee q$]

๑ ประพจน์ $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ เหตุคืออะไร และผลคืออะไร

[เหตุคือ p กับ q ผลคือ $p \vee q$]

๒ ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ เหตุคืออะไร และผลคืออะไร

[เหตุคือ $p \rightarrow q$ กับ p ผลคือ q]

๓ จากตัวอย่างประพจน์เหตุแต่ละเหตุเชื่อมกันด้วยตัวเชื่อมอะไร [และ]

3. ครูบอกนักเรียนว่าจากตัวอย่างประพจน์ในกิจกรรมข้อที่ 2 เป็นการอ้างเหตุผล แล้วครูกับนักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับการอ้างเหตุผลว่า

การอ้างเหตุผล คือ การอ้างว่าเมื่อข้อความ $P_1, P_2, \dots, P_n$ ชุดหนึ่งแล้วสามารถสรุปได้ข้อความ C อันหนึ่งได้

4. ครูเขียนประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$, $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ และ $p \rightarrow (p \vee q)$ บนกระดาน แล้วให้อาสาสมัคร 3 คนออกมาสร้างตารางค่าความจริงดังนี้

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

แล้วครูถามนักเรียนว่า

๑ ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ กับ $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ เรียกว่าอะไร

[สัจนิรันดร์] เพราะอะไร [มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี]

ครูบอกนักเรียนว่าประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ กับ $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ เป็นการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล ส่วนประพจน์ $p \rightarrow (p \vee q)$ เป็นการอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล

ครูกับนักเรียนช่วยกันสรุปว่าเราสามารถตรวจสอบได้ว่า การอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้ตัวเชื่อม $\wedge$ เชื่อมเหตุทั้งหมดเข้าด้วยกัน และใช้ตัวเชื่อม $\rightarrow$ เชื่อมส่วนที่เป็นเหตุกับผลดังนี้

$(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow C$

ถ้ารูปแบบ $(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow C$ เป็นสัจนิรันดร์จะกล่าวว่าการอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผล (valid)

ถ้ารูปแบบ $(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow C$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์ก็กล่าวว่าการอ้างเหตุผลนี้ไม่สมเหตุสมผล (invalid)

5. ครูยกตัวอย่างการพิจารณาการอ้างเหตุผลว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $\sim p$

ผล $\sim q$

จะได้ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim p$	$[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$
T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	T	T	T	T

จะเห็นว่าประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

ดังนั้น การอ้างเหตุผลนี้ไม่สมเหตุสมผล (invalid)

แบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม แล้วให้นักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 2 กับ 3 บนกระดาน

ตัวอย่างที่ 2 เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $\sim q$

ผล $\sim p$

ตัวอย่างที่ 3 เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $q \rightarrow r$

ผล $p \rightarrow r$

6. ครูใช้ตัวอย่างที่ 1 อธิบายการพิจารณาการอ้างเหตุผลว่าสมเหตุสมผลหรือไม่โดยการตัดกรณีค่าความจริงที่เป็นไปไม่ได้ตามเงื่อนไขของเหตุและผลที่กำหนดให้ตามโจทย์ เช่น

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim p$	$[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$
T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	T	T	T	T

จากเหตุทั้งหมดเป็นจริง ดังนั้นต้องตัดกรณีที่เหตุเป็นเท็จออก (กรณีที่ 1, 2)

จะเห็นว่าเมื่อเหตุเป็นจริง (กรณีที่ 3, 4) จะได้ $[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$ สามารถมีค่าความจริงเป็นทั้งจริงและเท็จ ดังนั้นไม่เป็นสัจนิรันดร์ นั่นคือการอ้างเหตุผลนี้ไม่สมเหตุสมผล (invalid)

ให้นักเรียนใช้การพิจารณาดังกล่าวพิจารณาดูอย่างอื่นที่ 2 และ 3

7. ให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 2 และครูกำหนดค่าความจริงของประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$ เป็นเท็จแล้วถามค่าความจริงของประพจน์ย่อย พร้อมเขียนตารางเพิ่มท้ายตารางเดิมดังนี้

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q$	$[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T	T
T	F	F	T	T	T	F

แล้วถามนักเรียนว่า

๑ ค่าความจริงที่เขียนเพิ่มขึ้นนั้นตรงกับกรณีใดบ้าง [ไม่ตรงกรณีใด]

๒ จาก $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$ เป็นเท็จ เหตุจะต้องมีค่าความจริงเป็นอะไร และผลจะต้องมีค่าความจริงเป็นอะไร [T , F]

ครูกับนักเรียนช่วยกันสรุปว่า $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$ ไม่มีสิทธิเป็นเท็จ เพราะถ้า $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$ เป็นเท็จ $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q]$ จะต้องเป็นจริง และ $\sim p$ ต้องมีค่าความจริงเป็นเท็จ ซึ่งจากตารางเป็นไปได้

8. ครูใช้ตัวอย่างเดิม (ตัวอย่างที่ 2) อธิบายการตรวจสอบการสมเหตุสมผลโดยไม่สร้างตารางค่าความจริง แต่ให้นักเรียนพิจารณาค่าความจริงที่น่าจะเกิดขึ้นพร้อมเขียนสรุปบนกระดานดังนี้

จาก $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$

ให้เหตุเป็นจริง : $(p \rightarrow q) \wedge \sim q$ เป็นจริง

จะได้ $(p \rightarrow q)$ เป็นจริง

$\sim q$ เป็นจริง

จาก $\sim q$ เป็นจริง ดังนั้น q เป็นเท็จ

จาก $(p \rightarrow q)$ เป็นจริง ดังนั้น p เป็นเท็จ

จะได้ผล $\sim p$ เป็นจริง

11. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 18

จากการอ้างเหตุผล เหตุ 1. $p \rightarrow \sim q$

เหตุ 2. $\sim q$

ผล p

นักเรียนกำหนด $p \rightarrow \sim q$ และ $\sim q$ เป็นจริง จะได้ q เป็นเท็จ ดังนั้นจาก $p \rightarrow \sim q$ เป็นจริง เมื่อ q เป็นเท็จ ก็จะได้ p เป็นจริง ดังนั้น ผลเป็นจริงด้วย สรุปว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผล ซึ่งเป็นการสรุปที่ผิดเพราะ p สามารถเป็นเท็จได้



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

 แบบฝึกหัดที่ 18

เรื่อง การอ้างเหตุผล

 ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....


จงตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้สมเหตุสมผลหรือไม่

1) เหตุ $p \rightarrow q$ ผล $\sim p \vee q$ 2) เหตุ $p \wedge q$ ผล p 3) เหตุ p ผล $p \vee q$ 4) เหตุ $p \wedge q$ ผล q 5) เหตุ 1. $p \rightarrow \sim q$ 2. $\sim q$ ผล p 6) เหตุ 1. $\sim p \rightarrow \sim q$ 2. p ผล q 7) เหตุ 1. $p \rightarrow r$ 2. $q \rightarrow s$ 3. $p \vee q$ ผล $r \vee s$ 8) เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. $p \rightarrow r$ 3. $\sim r$ ผล p

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

เอกสารประกอบการเรียน
เรื่อง การอ้างเหตุผล

เอกสารหมายเลข 18

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

การอ้างเหตุผล คือ

การอ้างเหตุผลประกอบด้วยส่วนสำคัญสองส่วนคือ

1.
2.

การอ้างเหตุผลอาจจะสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลก็ได้ ซึ่งสามารถตรวจสอบได้ว่า
การอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่โดย.....

ดังนี้

การอ้างเหตุผลสมเหตุสมผล (valid) เมื่อ.....

ตัวอย่างการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล คือ

การอ้างเหตุผลนี้ไม่สมเหตุสมผล (invalid) เมื่อ.....

ตัวอย่างการอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล คือ

ตัวอย่างที่ 1 เหตุ 1. $p \rightarrow q$

3. $\sim p$

ผล $\sim q$

จะได้ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim p$	$[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$
T	T	F	F			
T	F	F	T			
F	T	T	F			
F	F	T	T			

จะเห็นว่าประพจน์

ดังนั้น การอ้างเหตุผลนี้.....

ตัวอย่างที่ 2 เหตุ 1. $p \rightarrow q$

3. $\sim q$

ผล $\sim p$

จะได้ประพจน์

p	q					
T	T					
T	F					
F	T					
F	F					

จะเห็นว่าประพจน์

ดังนั้น การอ้างเหตุผลนี้.....

จากตัวอย่างที่ 2 สามารถตรวจสอบการสมเหตุสมผลโดยไม่สร้างตารางค่าความจริง แต่พิจารณาค่าความจริงที่น่าจะเกิดขึ้น ตัวอย่างเช่น

จาก $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$

ให้เหตุเป็นจริง : $(p \rightarrow q) \wedge \sim q$ เป็นจริง

จะได้ $(p \rightarrow q)$ เป็นจริง

$\sim q$ เป็นจริง

จาก $\sim q$ เป็นจริง ดังนั้น q เป็นเท็จ

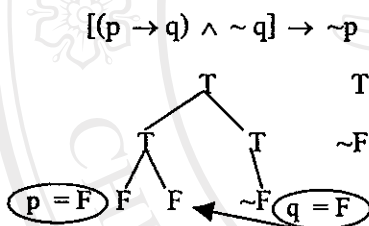
จาก $(p \rightarrow q)$ เป็นจริง ดังนั้น p เป็นเท็จ

จะได้ผล $\sim p$ เป็นจริง

จะเห็นว่าเมื่อเหตุเป็นจริงจะได้ผลเป็นจริง ดังนั้นเป็นสัจนิรันดร์

นั่นคือสมเหตุสมผล (valid)

หรือสามารถเขียนให้กระชับได้ดังนี้



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 19 เรื่อง รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล จำนวน 1 คาบ



สาระการเรียนรู้

จากการพิจารณารูปแบบของประพจน์ที่เป็นสังนิรันดร์ เราได้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลที่ใช้บ่อยดังนี้

รูปแบบที่ 1 เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. p

फल q

รูปแบบที่ 3 เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $q \rightarrow r$

❖ $p \rightarrow r$

รูปแบบที่ 5 เหตุ $p \rightarrow q$

ឯក $\sim q \rightarrow \sim p$

หรือ ผล $\sim p \vee q$

รูปแบบที่ 7 เหตุ 1. $p \rightarrow r$

2. $q \rightarrow s$

3. $p \vee q$

ผล r v s

รูปแบบที่ 2 เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $\sim q$

ผล $\sim p$

รูปแบบที่ 4 เหตุ 1. $p \vee q$

2 ~p

ผล q

รูปแบบที่ 6 เหตุ $p \wedge q$

പി p

หรือ ผล q

รูปแบบที่ 8 เหตุ p

Na p v q

การอ้างเหตุผลนอกจากจะใช้กับประพจน์แล้วยังใช้เทียบกับประโยคเปิดได้อีกด้วย เช่น

การอ้างเหตุผล

เหตุ 1. $P(x) \rightarrow Q(x)$

2. $P(x)$

Na $Q(x)$

เทียบกับ

เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. p

ผล q

ดังนั้นรูปแบบการอ้างเหตุผลของประโยคเปิดนี้เป็นรูปแบบที่สมเหตุสมผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถตรวจสอบได้ว่าการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้สมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. กรูคิดแผนชาร์ตรูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลบนกระดานดังนี้

รูปแบบที่ 1	เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. p ผล q	รูปแบบที่ 2	เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. $\sim q$ ผล $\sim p$
รูปแบบที่ 3	เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. $q \rightarrow r$ ผล $p \rightarrow r$	รูปแบบที่ 4	เหตุ 1. $p \vee q$ 2. $\sim p$ ผล q
รูปแบบที่ 5	เหตุ $p \rightarrow q$ ผล $\sim q \rightarrow \sim p$ หรือ ผล $\sim p \vee q$	รูปแบบที่ 6	เหตุ $p \wedge q$ ผล p หรือ ผล q
รูปแบบที่ 7	เหตุ 1. $p \rightarrow r$ 2. $q \rightarrow s$ 3. $p \vee q$ ผล $r \vee s$	รูปแบบที่ 8	เหตุ p ผล $p \vee q$

จากนั้นครูเขียนการอ้างเหตุผลต่อไปนี้บนกระดานแล้วถามนักเรียนว่ารูปแบบการอ้างเหตุผลดังกล่าวเป็นรูปแบบที่สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะอะไร

เหตุ 1. $P(x) \rightarrow Q(x)$

2. $P(x)$

ผล $Q(x)$

2. ครูเขียนการอ้างเหตุผลต่อไปนี้บนกระดานแล้วถามนักเรียนว่าในแต่ละข้อสมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะอะไร

1) เหตุ $P(x)$

ผล $P(x) \vee Q(x)$

3) เหตุ 1. $P(x) \rightarrow Q(x)$

2. $Q(x) \rightarrow R(x)$

ผล $P(x) \rightarrow R(x)$

2) เหตุ $P(x)$

ผล $\sim(Px) \wedge Q(x)$

4) เหตุ 1. ถ้านกร้องเพลงแล้วดอกไม้บาน

2. นกร้องเพลง

ผล ดอกไม้บาน

3. ครูอธิบายว่าถ้าการอ้างเหตุผลมีเหตุผลข้อเราสามารถนำรูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลไปใช้อ้างอิงในการตรวจสอบดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 เหตุ 1. $\sim p \rightarrow r$

2. $\sim q$

3. $p \rightarrow q$

ผล r

วิธีทำ

1. $p \rightarrow q$ [จากเหตุ 3]

2. $\sim q$ [จากเหตุ 2]

3. $\sim p$ [จาก 1. และ 2. ใช้รูปแบบที่ 2]

4. $\sim p \rightarrow r$ [จากเหตุ 1]

5. r [จาก 3. และ 4. ใช้รูปแบบที่ 1]

สรุป การอ้างเหตุผลดังกล่าวสมเหตุสมผล (valid)

ตัวอย่างที่ 2 เหตุ 1. $\sim q \vee \sim r$

2. p

3. $p \rightarrow q$

ผล r

วิธีทำ

1. $p \rightarrow q$ [จากเหตุ 3]

2. p [จากเหตุ 2]

3. q [จาก 1. และ 2. ใช้รูปแบบที่ 1]

4. $\sim q \vee \sim r$ [จากเหตุ 1]

5. $\sim r$ [จาก 3. และ 4. ใช้รูปแบบที่ 4]

สรุป การอ้างเหตุผลดังกล่าวไม่สมเหตุสมผล (invalid)

ตัวอย่างที่ 3 เหตุ 1. ถ้านายแดงออกกำลังกายแล้วนายแดงจะแข็งแรง

2. ถ้านายแดงไม่ออกกำลังกายแล้วนายแดงจะเป็นไข้

3. นายแดงไม่แข็งแรง

ผล นายแดงเป็นไข้

วิธีทำ เปลี่ยนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้ดังนี้

- เหตุ 1. $p \rightarrow q$
 2. $\sim p \rightarrow r$
 3. $\sim q$

ผล r

1. $p \rightarrow q$ [จากเหตุ 1]
 2. $\sim q$ [จากเหตุ 3]
 3. $\sim p$ [จาก 1. และ 2. ใช้รูปแบบที่ 2]
 4. $\sim p \rightarrow r$ [จากเหตุ 2]
 5. r [จาก 3. และ 4. ใช้รูปแบบที่ 1]

สรุป การอ้างเหตุผลดังกล่าวสมเหตุสมผล (valid)

4. เรือนักเรียน 2 คน ออกมาตรวจสอบการอ้างเหตุผลต่อไปนี้บนกระดานพร้อมทั้งอธิบาย และครูกับนักเรียนช่วยกันเฉลย

- 1) เหตุ 1. $p \rightarrow q$
 2. $\sim q$
 3. $p \vee \sim r$

ผล $\sim r$

- 2) เหตุ 1. $p \rightarrow q$
 2. $q \rightarrow r$
 3. $\sim r$

ผล p

5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 19

การวัดผล

- กิจกรรมข้อที่ 2, 4
- จากแบบฝึกหัดที่ 19

การประเมินผล

1. นักเรียนสามารถตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยวิธีใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลได้ถูกต้อง
2. จากผลการตรวจแบบฝึกหัด พบว่านักเรียน 12 คน สามารถตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยวิธีใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลได้ถูกต้อง ไม่น้อยกว่า 2 ใน 3 ข้อ นักเรียน 8 คนที่ไม่สามารถนำรูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลมาใช้ในการตรวจสอบการอ้างเหตุผลได้ หากพิจารณาถึงข้อผิดพลาด พบว่านักเรียนไม่รู้จะจับคู่เหตุใดมาพิจารณา เช่น นักเรียนบางส่วนก็ทำเรียงลำดับเหตุที่โจทย์กำหนดให้คือจับคู่เหตุ 1 กับเหตุ 2 หรือ ใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่มีประพจน์เหมือนกับประพจน์ที่มีอยู่ในโจทย์ เช่น โจทย์มีเหตุ $p \rightarrow q$ นักเรียนก็จะนำรูปแบบที่มีประพจน์ $p \rightarrow q$ มาใช้เลยโดยไม่สนใจเหตุอื่น ๆ

แบบฝึกหัดที่ 19

เรื่อง รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



ตอนที่ 1 จงตรวจสอบดูว่าการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้สมเหตุสมผลหรือไม่

1) เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $\sim p \rightarrow \sim r$

3. $s \rightarrow r$

4. $\sim q$

ผล $\sim s$

2) เหตุ 1. $\sim t \rightarrow \sim r$

2. $\sim s$

3. $t \rightarrow w$

4. $r \vee s$

ผล w

3) เหตุ 1. ถ้าฝนตกแล้วหลังคาเปียก

2. ถ้าหลังคาเปียกแล้วอุณหภูมิต่ำในบ้านลดลง

3. ฝนตก

ผล อุณหภูมิต่ำในบ้านลดลง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

เอกสารประกอบการเรียน
เรื่อง รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล

เอกสารหมายเลข 19

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

จากการพิจารณารูปแบบของประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ เราได้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลที่ใช้บ่อยดังนี้

รูปแบบที่ 1	เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. p ผล	รูปแบบที่ 2	เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. $\sim q$ ผล
รูปแบบที่ 3	เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. $q \rightarrow r$ ผล	รูปแบบที่ 4	เหตุ 1. $p \vee q$ 2. $\sim p$ ผล
รูปแบบที่ 5	เหตุ $p \rightarrow q$ ผล หรือ ผล	รูปแบบที่ 6	เหตุ $p \wedge q$ ผล หรือ ผล
รูปแบบที่ 7	เหตุ 1. $p \rightarrow r$ 2. $q \rightarrow s$ 3. $p \vee q$ ผล	รูปแบบที่ 8	เหตุ p ผล

การอ้างเหตุผลนอกจากจะใช้กับประพจน์แล้วยังใช้เทียบกับประโยคเปิดได้อีกด้วย เช่น
การอ้างเหตุผล

เหตุ 1. $P(x) \rightarrow Q(x)$
2. $P(x)$
ผล $Q(x)$

เทียบได้กับ

เหตุ 1. $p \rightarrow q$
2. p
ผล q

ดังนั้นรูปแบบการอ้างเหตุผลของประโยคเปิดนี้เป็นรูปแบบที่สมเหตุสมผล

เราสามารถนำรูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลไปใช้อ้างอิงในการตรวจสอบ

ตัวอย่างที่ 1 เหตุ 1. $\sim p \rightarrow r$

4. $\sim q$

5. $p \rightarrow q$

ผล r

วิธีทำ

1. $p \rightarrow q$ [จากเหตุ 3]

2. $\sim q$ [จากเหตุ 2]

3. $\sim p$ [จาก 1. และ 2. ใช้รูปแบบที่ 2]

4. $\sim p \rightarrow r$ [จากเหตุ 1]

5. r [จาก 3. และ 4. ใช้รูปแบบที่ 1]

สรุป การอ้างเหตุผลดังกล่าวสมเหตุสมผล (valid)

ตัวอย่างที่ 2 เหตุ 1. $\sim q \vee \sim r$

4. p

5. $p \rightarrow q$

ผล r

วิธีทำ

1. $p \rightarrow q$ [จากเหตุ 3]

2. p [จากเหตุ 2]

3.

4.

5.

สรุป การอ้างเหตุผลดังกล่าว.....

- ตัวอย่างที่ 3 เหตุ 1. ถ้านายแดงออกกำลังกายแล้วนายแดงจะแข็งแรง
 4. ถ้านายแดงไม่ออกกำลังกายแล้วนายแดงจะเป็นไข้
 5. นายแดงไม่แข็งแรง

ผล นายแดงเป็นไข้

วิธีทำ เปลี่ยนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้ดังนี้

- เหตุ 1. $p \rightarrow q$
 4. $\sim p \rightarrow r$
 5. $\sim q$

ผล r

1. $p \rightarrow q$ [จากเหตุ 1]
 2. $\sim q$ [จากเหตุ 5]
 3. $\sim p$ [จาก 1. และ 2. ใช้รูปแบบที่ 2]
 4. $\sim p \rightarrow r$ [จากเหตุ 4]
 5. r [จาก 3. และ 4. ใช้รูปแบบที่ 1]

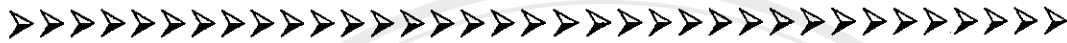
สรุป การอ้างเหตุผลดังกล่าวสมเหตุสมผล (valid)

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 20 เรื่องการทดสอบเรื่องตรรกศาสตร์

จำนวน 1 คาบ



ตารางการเรียนรู้

การทดสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับตรรกศาสตร์

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับตรรกศาสตร์ของนักเรียน

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบชุดที่ 4 เรื่องตรรกศาสตร์ จำนวน 2 ตอน 22 ข้อ 30 คะแนน เวลา 50 นาที
2. ครูตรวจให้คะแนน
3. นำผลคะแนนที่ได้บันทึกในใบบันทึกคะแนนสอบ จากนั้นพิจารณานักเรียนเป็นรายบุคคลและรายชื่อ ว่าข้อใดหรือกรณีใดที่นักเรียนทำผิดพลาดมากและจะต้องได้รับการแก้ไขหรือปรับปรุงอย่างไร

การวัดผล

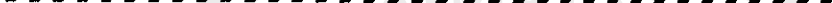
คะแนนที่ได้จากการทดสอบ พิจารณาเป็นรายข้อและรายบุคคล โดยกำหนดเกณฑ์ผ่าน 50 %

การประเมิน

จากการตรวจแบบทดสอบชุดที่ 4 จำนวน 22 ข้อ หากพิจารณาผ่านเกณฑ์ 50 % มีนักเรียนผ่านเกณฑ์จำนวน 25 คน คิดเป็นร้อยละ 75.76 นักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์จำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 24.24

จำนวน 22 ข้อ เวลา 50 นาที

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....



1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นประพจน์

- ก. ข้าวเปลือกเมื่อสีแล้วเป็นข้าวสารและรำ
ข. ล้วนทั้งหลายจงเป็นสุขเป็นสุขเถิด
ค. ฝนตกเขาจึงเปียก
ง. ยินดีต้อนรับทุกคน

2. ให้ p แทนประพจน์ แดงเรียนเก่ง, q แทนประพจน์ แดงขยัน, r แทนประพจน์ แดงสอบไล่ไม่ได้ ประโยค “ถ้าแดงเรียนไม่เก่งแล้วแดงต้องขยัน จึงจะสอบได้” เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ตรงกับข้อใด

- $$\begin{array}{ll} \text{fi. } (\sim p \wedge q) \rightarrow r & \text{vj. } (\sim p \vee q) \rightarrow \sim r \\ \text{fi. } \sim p \rightarrow (q \rightarrow \sim r) & \text{vj. } \sim p \rightarrow (q \wedge \sim r) \end{array}$$

3. ประพจน์ $5 + 8 = 40$ ต้องเชื่อมกับประพจน์ $8 > 5$ ด้วยตัวเชื่อมใดจึงจะมีค่าความจริงเป็นจริงโดยจะเอาประพจน์ใดขึ้นก่อนก็ได้

- ก. $\wedge$
ข. $\vee$
ค. $\rightarrow$
ง. $\leftrightarrow$

4. กำหนดค่าความจริงของ p, q, r เป็นจริง, เท็จ, เท็จ ตามลำดับ ข้อใดต่อไปนี้มีความจริงเป็นจริง

- $$\begin{array}{ll} \text{ဂ. } p \leftrightarrow (q \vee r) & \text{ဃ. } \sim(p \wedge q) \rightarrow r \\ \text{ဂ. } [(p \vee q) \wedge (\sim q \vee r)] \rightarrow (q \wedge r) & \text{ဒ. } \sim(p \vee \sim q) \leftrightarrow (q \wedge \sim r) \end{array}$$

5. ข้อใดต่อไปนี้เป็นประโยชน์

- ก. $5 + 1 = 7$
ข. $2x + 3 = 4$
ค. $\forall x [x = 3]$
ง. จงค้น x ด้วย 3

6. ประโยคใดต่อไปนี้มีความจริงเป็นเท็จ

ก. ถ้า $0 < 1$ แล้ว $-4 < -6$

ข. $6 - 7 \neq -1$ หรือ $7 > -1$

ค. 3.26 เป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริง

ง. $3 \times 5 = 12$ ก็ต่อเมื่อ $11 + 6 \neq 17$

7. กำหนดให้ $p \rightarrow q$, $\sim r$ ต่างก็มีความจริงเป็นเท็จ ประพจน์ใดต่อไปนี้มีความจริงเป็นจริง

ก. $p \rightarrow (q \wedge r)$

ข. $q \wedge (p \vee \sim r)$

ค. $(r \vee \sim q) \leftrightarrow p$

ง. $(\sim p \vee q) \vee \sim r$

8. กำหนดให้ $p: 2 < |-3|$

$q: 0$ ไม่เป็นจำนวนคู่

$r: \emptyset \in \{0, \{\emptyset\}\}$

ประพจน์ในข้อใดมีความจริงเป็นเท็จ

ก. $q \vee \sim r$

ข. $(p \vee r) \rightarrow \sim q$

ค. $\sim r \leftrightarrow \sim p$

ง. $(\sim p \wedge r) \rightarrow q$

9. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของคน $P(x)$ แทน x เป็นคนสนับสนุนลูกน้อง $Q(x)$

แทน x เป็นคนใจแคบ $\exists x [\sim P(x) \wedge Q(x)]$ เป็นสัญลักษณ์ที่ตรงกับข้อความใด

ก. มีคนใจแคบบางคนสนับสนุนลูกน้อง

ข. มีคนสนับสนุนลูกน้องบางคนเป็นคนใจแคบ

ค. มีคนสนับสนุนลูกน้องบางคนเป็นคนใจไม่แคบ

ง. มีคนใจแคบบางคนไม่สนับสนุนลูกน้อง

10. กำหนด U คือ เซตของจำนวนเต็ม ข้อใดต่อไปนี้ เป็นเท็จ

ก. $\exists x [x + 0 = 0]$

ข. $\forall x [x^2 > x]$

ค. $\exists x [x + 7 = 7 + x]$

ง. $\forall x [x + 7 = 7 + x]$

11. ข้อใดต่อไปนี้มีความจริงเป็นจริง

ก. $\forall x [x^2 > 0]$; $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

ข. $\forall x [x + 1 = x \cdot 1]$; $U = I$

ค. $\exists x [\sqrt{x} = x]$; $U = \{1, 3, 5\}$

ง. $\exists x [x \cdot 0 = x]$; $U = I^+$

12. กำหนด $U = \{x \in I / x \geq 0\}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นเท็จ

ก. $\exists x [3^x = x^3]$

ข. $\forall x [x^2 + 2x - 3 = 0]$

ค. $\forall x [|x| = x]$

ง. $\exists x [\frac{2}{x} > x]$

13. ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้เป็นสมมูลกัน

ก. $\sim p \vee \sim q$ กับ $\sim(p \vee q)$

ข. $p \rightarrow q$ กับ $\sim(p \vee q)$

ค. $x \leftrightarrow y$ กับ $x \leftrightarrow \sim y$

ง. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ กับ $(p \wedge q) \rightarrow r$

14. $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)]$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใด

ก. $\exists x [\sim P(x) \vee Q(x)]$

ข. $\forall x [\sim P(x) \vee Q(x)]$

ค. $\forall x [Q(x) \rightarrow P(x)]$

ง. $\exists x [P(x) \rightarrow Q(x)]$

15. ประพจน์คู่ใดไม่สมมูลกัน

ก. $\sim(\sim p)$ กับ q

ข. $\sim p \rightarrow q$ กับ $p \vee q$

ค. $p \leftrightarrow q$ กับ $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$

ง. $p \rightarrow q$ กับ $\sim(p \wedge \sim q)$

16. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1) $\exists x [x \geq 0 \rightarrow (x^2 \geq 0 \vee x = 0)]$ เป็นนิเสธกับ $\forall x [x \geq 0 \wedge (x^2 < 0 \wedge x \neq 0)]$

2) $\forall x [\sim P(x) \leftrightarrow Q(x)]$ สมมูลกับ $\exists x [P(x) \leftrightarrow \sim Q(x)]$

3) “ไม่จริงที่ว่าผู้หญิงบางคนเมื่อไม่สวยแต่เก่ง แล้วจะไม่ได้แต่งงาน” สมมูลกับ “ผู้หญิงทุกคนที่ไม่สวยแต่เก่งก็จะได้แต่งงาน”

ข้อความที่กำหนดให้ข้อความใดถูกต้อง

ก. ข้อ 1) และ 2)

ข. ข้อ 1) และ 3)

ค. ข้อ 2) และ 3)

ง. ข้อ 1), 2) และ 3)

17. ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์

ก. $(p \vee \sim q) \leftrightarrow (p \wedge q)$

ข. $(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$

ค. $(\sim q \rightarrow \sim p) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$

ง. $(\sim q \rightarrow p) \leftrightarrow \sim(p \vee q)$

18. ข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี

ก. $p \rightarrow (q \wedge \sim q)$

ข. $(p \rightarrow q) \rightarrow \sim q$

ค. $(p \vee q) \vee \sim q$

ง. $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$

19. การอ้างเหตุผลในข้อใดสมเหตุสมผล

ก. เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. $r \rightarrow q$ ผล $p \rightarrow r$ ข. เหตุ 1. $p \rightarrow \sim q$ 2. $\sim q \rightarrow r$ 3. $\sim r$ ผล $\sim p \vee s$ ค. เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. $\sim p$ ผล $\sim q$ ง. เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. $\sim q \rightarrow r$ 3. $\sim q$ ผล $p \wedge r$

20. กำหนดเหตุ 1. ถ้าฉันไม่ไปเที่ยวแล้วฉันจะสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์

2. ฉันไม่อ่านหนังสือ

3. ถ้าฉันไปเที่ยว แล้วฉันจะอ่านหนังสือ

จากเหตุข้างต้นข้อสรุปใดถูกต้อง

ก. ฉันสอบไม่ผ่านวิชาคณิตศาสตร์ ข. ฉันไม่ไปเที่ยว

ค. ฉันสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์ ง. ฉันอ่านหนังสือ

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำให้ละเอียดลงในกระดาษที่เตรียมให้

1. กำหนดประโยคเปิด $P(x)$ และเอกภพสัมพัทธ์ $U = \{1, 2, 3, \dots\}$ ถ้า $\forall x [P(x)] \leftrightarrow \exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง และ $P(2)$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว จงหาค่าความจริงของ $\forall x [P(x)]$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



ภาคผนวก ข

เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล

- ตัวอย่างแบบบันทึกประจำวันของครู
- ตัวอย่างแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน
- ตัวอย่างแบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัด/แบบทดสอบ
- ตัวอย่างแบบบันทึกการสัมภาษณ์

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

ตัวอย่างแบบบันทึกประจำวันของครู

แบบบันทึกประจำวันของครู

แผนการสอนที่ 1 เรื่อง ประโยคเปิดและประพจน์
 วันที่ ๒๑ เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2546 ใช้เวลา 1 คาบ

1. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

บทสนทนาเรื่องสมการและอสมการ โดยให้นักเรียนตอบคำถาม
 และเขียนหรือหาคำสมการและอสมการ ซึ่งนักเรียนสามารถ
 ยกตัวอย่างได้ถูกต้องทั้งสมการและอสมการ

ขั้นสอน

ให้สมการและอสมการที่มีตัวแปร เพื่ออธิบายประโยคเปิด
 ทำนองเดียวกัน ให้สมการและอสมการที่ไม่มีตัวแปร เพื่ออธิบาย
 ประพจน์ และให้ตัวอย่างหาเงื่อนไขว่าสมการที่ใดได้แก่ตัวข้อ ๓,
 คำตอบของสมการและอสมการ และเขตนัยคำตอบ รวมทั้งตาม
 หัวใจได้แก่ประโยคเปิด ประพจน์ และหาคำตอบหรือช่วง
 ประพจน์

ขั้นสรุป

น.ร. ให้เขียนสรุปตามความของประโยคเปิด และประพจน์
 บทเรียนตาม และตรวจสอบความเข้าใจโดยผู้สอน
 ประโยคเปิด และประพจน์บทเรียน

ปัญหา อุปสรรคที่เกิดขึ้นและวิธีการแก้ไข

น.ร. ไม่สามารถสรุปตามความของประโยคเปิด และประพจน์
 ทั้งสิ้นเลยได้ สอดคล้องกับเนื้อหาบทเรียน จึงควรหาบท
 สรุปได้

2. พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน

ด้านการตอบคำถาม และการซักถาม

นักเรียนประมาณครึ่งหนึ่งช่วยกันตอบคำถามได้ดี กับเมื่จำจะต้อง
พูดทั้งไม่พูดทั้ง ส่วนอีกประมาณครึ่งหนึ่งฟังแล้วไม่ต้องตอบคำถาม แต่เมื่อ
ผู้สอนให้ถามจากตน น.ร. ในรายบุคคล ทำให้นักเรียน กลุ่มนี้ ร่วมตอบคำถาม
ถึงเพื่อนในชั้นเหมือนกัน น.ร. ยังได้กล่าวเพิ่มเติมในสิ่งที่ตนเองไปทำโดย
ด้านการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน

นักเรียนให้ตัวแทนไปในการร่วม การเรียนการสอน สัก ๑๒-๑๕
ให้นักเรียนอาสาสมัคร ๑๐ คน มาช่วยทำ ปะปอบเปิด หรือประกาศ
แนะนำงาน นักเรียนมีทัศนคติที่ดีเรื่องเรียน และสนใจเรียน สัก ๑๐ คน

พฤติกรรมในขณะที่ครูอธิบาย

ในระหว่างที่ครูอธิบาย นักเรียน ส่วนใหญ่ จะตั้งใจฟัง ตามด้วยตา
มีนักเรียนบางส่วนจะนอนหลับ บางครั้งคุยกับ ผู้สอนหรือเพื่อนและ
สนุกสนาน สัก ๑๐ คน น.ร. ชอบถามข้อสงสัย และช่วยกันเรียน

อื่นๆ (ข้อสังเกต หรือความเห็นอื่นๆ ของครู)

น.ร. เกิดความเครียดใน ไม่สนใจเรียน อาจจะเพราะยังไม่
คุ้นเคยกับการเรียนแบบ คล้ายๆ แบบเรียน และครูไม่ถามคำถามที่
ถามของนักเรียน ไม่ทำเรื่องหรือผิด เมื่อเรียน ตามเพื่อนกับ
นักเรียน

3. การทำแบบฝึกทักษะ

ลักษณะ / กรณีของการทำผิด

ปัญหา อุปสรรคที่เกิดขึ้น และวิธีการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

4. การทำแบบฝึกหัด

ลักษณะ / กรณีของการทำผิด

- แบบฝึกหัดที่ 3 ข้อใน 11 ข้อ ซึ่งในข้อที่ 3 ข้อแรก
- ประโยคที่เขียนประโยคผิดหรือประโยค ไม่ถูกต้องตามหลักไวยากรณ์
- การทำแบบฝึกหัดของ น.ร. พบที่ มีการเขียนประโยคที่ผิด ประโยคแรก
- ที่เขียนว่า น.ร. มีการเขียนประโยคที่ผิด ประโยคที่สอง ประโยคแรก
- ส่วนที่ 2

ปัญหา อุปสรรคที่เกิดขึ้น และวิธีการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

5. การทำแบบทดสอบ

ลักษณะ / กรณีของการทำผิด

.....

.....

.....

.....

ปัญหา อุปสรรคที่เกิดขึ้น และวิธีการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

6. การสอนซ่อมเสริม

การดำเนินการสอนซ่อมเสริม

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนซ่อมเสริม

.....

.....

ลงชื่อ.....

[Signature]

ผู้บันทึก

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University

All rights reserved

ตัวอย่างแบบบันทึกประจำวันของครู (ต่อ)

แบบบันทึกประจำวันของครู

แผนการสอนที่... 6 ...เรื่อง... การทบทวนความรู้ของประเพณีไทยที่ไม่สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์
วันที่... 10 ...เดือน... พฤศจิกายน... พ.ศ. 2546 ...ใช้เวลา... 1 ...คาบ

1. กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ทบทวน การทบทวนความรู้ของประเพณีไทยที่ไม่สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์
สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์ที่ดำเนินอยู่ในปัจจุบันนี้ มีอะไรบ้าง
สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์ให้ถูกต้อง

ขั้นสอน

ให้นักเรียน สืบค้น การทบทวนความรู้ไทยที่ไม่สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์
ที่สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์ของประเพณีไทยที่ไม่สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์
แผนการสอนของครู
ให้ครูทบทวนความรู้ของประเพณีไทยที่ไม่สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์
ที่สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์ของประเพณีไทยที่ไม่สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์

ขั้นสรุป

ให้ครูทบทวนความรู้ของประเพณีไทยที่ไม่สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์
พร้อม แผนการสอนของครู

ปัญหา อุปสรรคที่เกิดขึ้น และวิธีการแก้ไข

- นักเรียนบางส่วน (13 คน) ที่ได้ออกไปทำกิจกรรม (คือเรียน) ใน
การทบทวนความรู้ ไทยที่ไม่สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์ สืบค้นมาของ น.ร. ลอย
ลงบนหน้า

- น.ร.บางส่วน สืบค้นการทบทวนความรู้ของประเพณีไทยที่ไม่สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์
ดูสิ่งของอื่นๆ และเน้น สืบค้นการทบทวนความรู้ของประเพณีไทยที่ไม่สืบทอดมาแต่ดึกดำบรรพ์
ตัว 7

2. พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน

ด้านการตอบคำถาม และการซักถาม

น.ร. รุ่งใหญ่ ได้รับความตอบคำถามได้ดีมาก และกล้าซักถามในสิ่งที่
ตนเองสงสัย หรือไม่เข้าใจ มากขึ้น

ด้านการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน

น.ร. ไพฑลภ สนิใจในกิจกรรม การเล่นเกมรอบตัว ไม่ทำตามกติกา
บนกระดาน การทำแบบฝึกหัด และ เกมปริศนาคำศัพท์รอบตัว และ
เปลี่ยนคำถามตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ ไม่ทำตามกติกาที่กำหนด
ให้เล่นอยู่ใน

พฤติกรรมในขณะที่ครูอธิบาย

นักเรียน น.ร. ไพฑลภ สนิใจ และ สนิใจ สนิใจ ไม่สนใจฟัง
ตามเสียง น.ร. 2-3 คน ทำกิจกรรมข้างประตูด้าน และ ดนตรี
น.ร. นอกล้นเรียน เมื่อครูพักเรียน นักเรียน กลุ่ม สนิใจ สนิใจ กลับ
มาสนใจฟังมากขึ้น

อื่น ๆ (ข้อสังเกต หรือความเห็นอื่น ๆ ของครู)

3. การทำแบบฝึกทักษะ

ลักษณะ / กรณีของการทำผิด

ฝึกหัด การเล่นเกม รอบตัวที่กำหนดไว้ ไม่ทำตามกติกาที่กำหนด
เล่น 10 นาที ไม่ทำตามกติกาที่กำหนดไว้

- น.ร. ไพฑลภ สนิใจ ไม่ทำตามกติกาที่กำหนดไว้ ไม่ทำตามกติกาที่กำหนดไว้

- น.ร. ไพฑลภ สนิใจ ไม่ทำตามกติกาที่กำหนดไว้ ไม่ทำตามกติกาที่กำหนดไว้

ปัญหา อุปสรรคที่เกิดขึ้น และวิธีการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

4. การทำแบบฝึกหัด

ลักษณะ / กรณีของการทำผิด

..... มี ๒ ตอน ตอนที่ ๑ ได้ทำใบกำหนดค่าตอบแทนของประจักษ์ผลเมื่อ
..... ด้านเขตประจักษ์ผลนั้น ตอนที่ ๒ ได้ทำใบกำหนดค่าตอบแทนของประจักษ์ผล
..... เมื่อด้านเขตประจักษ์ผลนั้น จึงพบข้อผิดพลาดของน.ร. เรื่อง ค่าตอบแทน
..... ของประจักษ์ผลที่มีเขตประจักษ์ผล ๓ และ ค่าตอบแทนของประจักษ์ผลที่มีเขต
..... ด้วย สำหรับพื้นที่

ปัญหา อุปสรรคที่เกิดขึ้น และวิธีการแก้ไข

..... - น.ร. บางส่วนทำแบบฝึกหัดไม่ครบ
..... - น.ร. บางส่วนไม่เข้าใจแบบฝึกหัด
..... ครู ได้แก้ปัญหาด้วยการ ให้นักเรียน ส.ร. ลง ทำแบบน.ร. ที่ทำแบบ
..... ฝึกหัด ครบ และ ส.ร. ลง ทำแบบน.ร.

5. การทำแบบทดสอบ

ลักษณะ / กรณีของการทำผิด

.....

.....

.....

.....

ปัญหา อุปสรรคที่เกิดขึ้น และวิธีการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

6. การสอนซ่อมเสริม

การดำเนินการสอนซ่อมเสริม

.....สอนซ่อมเสริม ให้สัปดาห์ละ 13 คน สัปดาห์แรกให้สอน
นักเรียนที่สอบตก โดยสอนซ่อมเสริมในคาบที่ว่างของสัปดาห์
จัดครูสอนให้ใช้วิธีการสอนแบบ แล้วให้นักเรียน ทำแบบฝึกหัด
เพิ่มเติม แล้วให้ข้อสังเกตในแบบฝึกหัดชุดเดิมของ
คนละ

ผลการสอนซ่อมเสริม

.....นักเรียน สามารถ ทำแบบฝึกหัด เพิ่มเติมได้ถูกต้อง สามารถทำ
 แบบฝึกหัด เดิมของ ได้ถูกต้อง

ลงชื่อ.....



ผู้บันทึก

ตัวอย่างแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน

แบบบันทึกการเรียนรู้

ชื่อ นางสาว เหมวดี เวลา นาที ตอนที่ 5 ชั้น 4/2
เรื่อง ปงเปิ่นก๊ิด แะ ปรังจัน ใช้เวลา 1 คาบ
วันที่ 29 เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2546

😊 ถึงที่ไม่เข้าใจหรือคำถามที่นักเรียนอยากถามในสิ่งที่สงสัย

.....

.....

.....

😊 ถึงที่ชักขวางการเรีบนร้ของน้กเรีบน

บรรณานุกรมในการเรียนรู้ สักตามแวดลุ่ม

☺ ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

อยากให้มีสื่อการสอนที่สนุก จ.ทำใหม่เพื่อความกระตือรือร้นที่จะมาโรงเรียน

.....

😊 ความรู้ดีก็หัดจากได้เรียนในคาบนี้

กรรณิการ์ เลข = ๗๗๗ มาตรา ๗๗

😊 **โชทัยนำคิด**

① ผู้เรียนคิดว่าประโยค " $2x + x$ " เป็นประโยคเงื่อนไขหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เป็น เพราะ ผู้ตั้งประโยคคือ x อยู่ภายใต้ประโยคและได้กำหนดว่าค่าของ x ได้ $2x + x$ นี้, เป็นประโยคเงื่อนไข

② หากกล่าวหาว่า " $x+2=4$ " หรือ " $4=\{1,3\}$ เป็นประโยค" นักรับนาเชื่อและตอบว่าใช่ ส่วนผู้กล่าวหาไม่เชื่อ

ตอบ. ใช่ เพราะ ในสถานการณ์ที่เรากำลังจะมีตัวแปร แต่ก็ยังมีจำนวนที่จะมาทดแทนค่าเราได้ เมื่อแทนค่าแล้ว จึงทำให้สามารถหาค่าของตัวแปรที่เราต้องการได้

✓
12
Bomb

Chen
29/10/2020

ส่วนที่ ๒ ก่อน และหลัง พจนานุกรมฉบับนี้

18/11/46

ตัวอย่างแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน (ต่อ)

แบบบันทึกการเรียนรู้

ชื่อ ไชยธิดา นามสกุล อรรณพ เลขที่ 8 ชั้น 4/2

เรื่อง.....ใช้เวลา คาบ

วันที่ เดือน พ.ศ. 2546

😊 สิ่งที่ไม่เข้าใจหรือคำถามที่นักเรียนอยากถามในสิ่งที่สงสัย

😊 **สิ่งที่ขัดขวางการเรียนรู้ของนักเรียน**

☺ ข้อเสนอแนะที่เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

😊 ความรู้ที่ก่อกำเนิดได้เรียนในคาบนี้

๒๒๖

😊 **ใจหยาบคิด**

1. คำนวณค่า P แทนค่าของ ρ ที่จุดต่างๆ บนวงรี $P(x, y, z)$ บน
วงรี $\rho = 1$ โดยสมมติค่าความยาวของ

4.1 PVY จริง : r พันธะของ k มีค่ามากกว่า $\frac{1}{r}$ หรือ F
 ก็ได้ เพราะถ้า V สามารถเงินต้นได้เพราะ $FVF > F \therefore \text{จริง}$

1.2 (g yr) v (s vp) mol T

— १३३ —

Grant

13/7/41

سید محمد

ชื่อ..... นามสกุล..... เลขที่..... ชั้น.....

เรื่อง..... ใช้เวลา..... คาบ

วันที่ 14 เดือน พฤศจิกายน พ.ศ. 2546

.....

😊 ถึงที่ไม่เข้าใจหรือคำถามที่นักเรียนอยากถามในสิ่งที่สงสัย

7.6

😊 ถึงที่ขีดขวางการเขียนรู้ของนักเรียน

.....

😊 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

😊 ความรู้ดีก็หัดจากได้เรียนในคาบนี้

4-25190052

😊 ใจเย็นๆ คิด

ถ้าท่านเป็นลูกสาวท่านจะแต่งงานกับใครคะ โธมัสตอบว่า คุณพ่อ

4. 2. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. 33. 35. 37. 39. 41. 43. 45. 47. 49. 51. 53. 55. 57. 59. 61. 63. 65. 67. 69. 71. 73. 75. 77. 79. 81. 83. 85. 87. 89. 91. 93. 95. 97. 99. 101. 103. 105. 107. 109. 111. 113. 115. 117. 119. 121. 123. 125. 127. 129. 131. 133. 135. 137. 139. 141. 143. 145. 147. 149. 151. 153. 155. 157. 159. 161. 163. 165. 167. 169. 171. 173. 175. 177. 179. 181. 183. 185. 187. 189. 191. 193. 195. 197. 199. 201. 203. 205. 207. 209. 211. 213. 215. 217. 219. 221. 223. 225. 227. 229. 231. 233. 235. 237. 239. 241. 243. 245. 247. 249. 251. 253. 255. 257. 259. 261. 263. 265. 267. 269. 271. 273. 275. 277. 279. 281. 283. 285. 287. 289. 291. 293. 295. 297. 299. 301. 303. 305. 307. 309. 311. 313. 315. 317. 319. 321. 323. 325. 327. 329. 331. 333. 335. 337. 339. 341. 343. 345. 347. 349. 351. 353. 355. 357. 359. 361. 363. 365. 367. 369. 371. 373. 375. 377. 379. 381. 383. 385. 387. 389. 391. 393. 395. 397. 399. 401. 403. 405. 407. 409. 411. 413. 415. 417. 419. 421. 423. 425. 427. 429. 431. 433. 435. 437. 439. 441. 443. 445. 447. 449. 451. 453. 455. 457. 459. 461. 463. 465. 467. 469. 471. 473. 475. 477. 479. 481. 483. 485. 487. 489. 491. 493. 495. 497. 499. 501. 503. 505. 507. 509. 511. 513. 515. 517. 519. 521. 523. 525. 527. 529. 531. 533. 535. 537. 539. 541. 543. 545. 547. 549. 551. 553. 555. 557. 559. 561. 563. 565. 567. 569. 571. 573. 575. 577. 579. 581. 583. 585. 587. 589. 591. 593. 595. 597. 599. 601. 603. 605. 607. 609. 611. 613. 615. 617. 619. 621. 623. 625. 627. 629. 631. 633. 635. 637. 639. 641. 643. 645. 647. 649. 651. 653. 655. 657. 659. 661. 663. 665. 667. 669. 671. 673. 675. 677. 679. 681. 683. 685. 687. 689. 691. 693. 695. 697. 699. 701. 703. 705. 707. 709. 711. 713. 715. 717. 719. 721. 723. 725. 727. 729. 731. 733. 735. 737. 739. 741. 743. 745. 747. 749. 751. 753. 755. 757. 759. 761. 763. 765. 767. 769. 771. 773. 775. 777. 779. 781. 783. 785. 787. 789. 791. 793. 795. 797. 799. 801. 803. 805. 807. 809. 811. 813. 815. 817. 819. 821. 823. 825. 827. 829. 831. 833. 835. 837. 839. 841. 843. 845. 847. 849. 851. 853. 855. 857. 859. 861. 863. 865. 867. 869. 871. 873. 875. 877. 879. 881. 883. 885. 887. 889. 891. 893. 895. 897. 899. 901. 903. 905. 907. 909. 911. 913. 915. 917. 919. 921. 923. 925. 927. 929. 931. 933. 935. 937. 939. 941. 943. 945. 947. 949. 951. 953. 955. 957. 959. 961. 963. 965. 967. 969. 971. 973. 975. 977. 979. 981. 983. 985. 987. 989. 991. 993. 995. 997. 999. 1001. 1003. 1005. 1007. 1009. 1011. 1013. 1015. 1017. 1019. 1021. 1023. 1025. 1027. 1029. 1031. 1033. 1035. 1037. 1039. 1041. 1043. 1045. 1047. 1049. 1051. 1053. 1055. 1057. 1059. 1061. 1063. 1065. 1067. 1069. 1071. 1073. 1075. 1077. 1079. 1081. 1083. 1085. 1087. 1089. 1091. 1093. 1095. 1097. 1099. 1101. 1103. 1105. 1107. 1109. 1111. 1113. 1115. 1117. 1119. 1121. 1123. 1125. 1127. 1129. 1131. 1133. 1135. 1137. 1139. 1141. 1143. 1145. 1147. 1149. 1151. 1153. 1155. 1157. 1159. 1161. 1163. 1165. 1167. 1169. 1171. 1173. 1175. 1177. 1179. 1181. 1183. 1185. 1187. 1189. 1191. 1193. 1195. 1197. 1199. 1201. 1203. 1205. 1207. 1209. 1211. 1213. 1215. 1217. 1219. 1221. 1223. 1225. 1227. 1229. 1231. 1233. 1235. 1237. 1239. 1241. 1243. 1245. 1247. 1249. 1251. 1253. 1255. 1257. 1259. 1261. 1263. 1265. 1267. 1269. 1271. 1273. 1275. 1277. 1279. 1281. 1283. 1285. 1287. 1289. 1291. 1293. 1295. 1297. 1299. 1301. 1303. 1305. 1307. 1309. 1311. 1313. 1315. 1317. 1319. 1321. 1323. 1325. 1327. 1329. 1331. 1333. 1335. 1337. 1339. 1341. 1343. 1345. 1347. 1349. 1351. 1353. 1355. 1357. 1359. 1361. 1363. 1365. 1367. 1369. 1371. 1373. 1375. 1377. 1379. 1381. 1383. 1385. 1387. 1389. 1391. 1393. 1395. 1397. 1399. 1401. 1403. 1405. 1407. 1409. 1411. 1413. 1415. 1417. 1419. 1421. 1423. 1425. 1427. 1429. 1431. 1433. 1435. 1437. 1439. 1441. 1443. 1445. 1447. 1449. 1451. 1453. 1455. 1457. 1459. 1461. 1463. 1465. 1467. 1469. 1471. 1473. 1475. 1477. 1479. 1481. 1483. 1485. 1487. 1489. 1491. 1493. 1495. 1497. 1499. 1501. 1503. 1505. 1507. 1509. 1511. 1513. 1515. 1517. 1519. 1521. 1523. 1525. 1527. 1529. 1531. 1533. 1535. 1537. 1539. 1541. 1543. 1545. 1547. 1549.

[illegible]

กำหนด : สมมติว่าคนที่ถูกเลือกมาเป็นผู้แทน

คำอธิบาย : ฝ่ายผู้เช่าบ้านกับบิดามารดาผู้เช่าบ้าน

กิตติ : พ่อแม่ของน้องดิฉัน ดิฉันได้ไปเยี่ยม

.....

សេចក្តី លើក ០៩ ឆ្នាំ ២០២១ ចុះថ្ងៃទី ២២ ខែ កុម្ភៈ ឆ្នាំ ២០២១

.....

.....

Family

ชื่อ: ไรต์ตา อวตพงษ์ เลขที่: 9 ชั้น: 11
เรื่อง: เรื่อง ปรัชญาชีวิต ผู้ให้เหตุผลและคำคมมีว่า ๑ ไรต์ตา 1 คาบ
วันที่: 14 เดือน: พฤศจิกายน พ.ศ. 2546

😊 ถึงที่ไม่ว่าใจหรือคำถามที่นักเรียนอยากถามในสิ่งที่สงสัย

😊 ถึงที่ชักชวนการเรียนรู้ของนักเรียน

☺ ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สอน

😊 ความรู้ที่หาลังจากได้เรียนในคาบนี้

วันที่ ๑๙ มิถุนายน ๒๕๖๓
ที่โรงเรียนบ้านหนองบัว

 **ใจหย่นักคิด**

- ด้ว้ กำนันบ้านสาละโว้ ทานระลือกลองระฆังในพิธีโดยมีลูกหลานมาร่วมด้วย
4 ตอน ดังนี้

| | | | | | | |
|---|---|---|--------------|------------|-------------------|-----------------------|
| 1. ถ้าจริง : ผลรวมของจำนวนเต็มคี่ = ผลรวมของจำนวนคู่ | P | q | $P \wedge q$ | $P \vee q$ | $P \rightarrow q$ | $P \leftrightarrow q$ |
| $P \wedge q$ | T | T | T | T | T | T |
| 2. ถ้าจริง : ผลรวมของจำนวนเต็มคี่ > ผลรวมของจำนวนคู่ | T | F | F | T | F | F |
| | F | T | F | T | T | F |
| 3. ถ้าจริง : ถ้าผลรวมของจำนวนเต็มคี่ > ผลรวมของจำนวนคู่ | F | F | F | F | T | T |

๕. การพิจารณา : ขมพญากิ่ง ๑ เมตร ต้นสูง ๑๕๐ ซม. ใบยาว ๑๕ ซม.

๗๕๖.....เกิดมาต้องตายแน่ ก็น่าจะ เพราะมันมีตัวอะไรบางอย่างอยู่ ก็ 3 ตัวตาม
ข้าง

សៀវភៅ
ស្រាវជ្រាវ

ตัวอย่างแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน (ต่อ)

แบบบันทึกการเรียนรู้

ชื่อ..... จัณนา ชัยวัฒน์..... เลขที่..... ๑..... ชั้น..... ๔/๒.....

เรื่อง สำเนาปริมาณ และค่าทางจริง ใต้เวลา 1 คาบ

วันที่ ๑๔ เดือน มกราคม พ.ศ. ๒๕๔๖

٢٠

😊 สิ่งที่ไม่เข้าใจหรือคำถามที่นักเรียนอยากถามในสิ่งที่สงสัย
 ฐานันท์ มีวิชา น ค่ำ 11 ประเด็น ๕.๑.4 กับ ๕.๑.๕ คือ ๐๕/๑๕

[illegible]

☺ สิ่งที่ชักชวนการเรียนรู้ของนักเรียน

😊 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

😊 ความรู้ที่กตัญญูได้จากได้เรียนในคาบนี้
~~คือ~~ ครร ๑๒ เข้าใจ เนื้อหา ได้ มากขึ้น

😊 โจทย์นำคิด

[illegible]

ตอบ ถ้า A และ B เป็นเซตว่าง $A \times B = \emptyset$ และ $B \times A = \emptyset$ แต่ถ้า A และ B ไม่เป็นเซตว่าง

๒๖ จากข้อมูลข้อ ๑ ด้านแผนค่าสมาชิกตัวใด ตัว ที่เหมาะสม ๒๐ ใน ๒๐๗๖ แล้วหาได้ ๒๐๗๖ ปีเกิดของตัวใด

$$\forall x [P(x) \rightarrow \exists y (A(y) \wedge B(x, y))] \wedge \exists x (A(x) \wedge \forall y (B(x, y) \rightarrow C(y))) \rightarrow \exists x (A(x) \wedge C(x))$$

ตอบ อัตราความถี่เฉลี่ยคือ $\mu = 4$ เมื่อเทียบกับ $\mu \neq 4$ อัตราความถี่เฉลี่ยคือ

3) ถ้าคนหนึ่งเลือก $P(x) = 100$ บาท แล้วมีคน n คน $n = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ถ้า $\forall x \in P(x) \Leftrightarrow \exists x \in P(x)$
 ถ้าคนคนหนึ่งเลือก 100 บาท แล้วมีคน n คน $n = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ถ้า $\forall x \in P(x) \Leftrightarrow \exists x \in P(x)$

ଉଦା $\forall x [P(x)] \rightarrow \exists x Q(x)$ ସତ୍ୟ ହେବା ପାଇଁ x ଉପରେ ~~କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ~~ $\forall x [P(x)]$ ରୁ $\exists x [Q(x)]$ କରାଯାଏ।
 $\forall x [P(x)] \Rightarrow \exists x [Q(x)]$

ตัวอย่างแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน (ต่อ)

แบบบันทึกการเรียนรู้

ชื่อ นายสาธิตภักดิ์ วาสนา เลขที่ ๕ ชั้น 4/2
เรื่อง ขอสั่งอาปรังหมอนใบประพจน์ให้สมบูรณ์
วันที่ 8 เดือน ธันวาคม พ.ศ. 2546

~~~~~

☺ สิ่งที่ไม่เข้าใจหรือคำถามที่นักเรียนอยากถามในสิ่งที่สงสัย

1. 1.1

😊 ถึงที่ชัดเจนทางการเรียนรู้ของนักเรียน

1. Thema

☺ ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

145

😊 ความรู้ที่ก่อกำเนิดจากได้เรียนในคาบนี้

\_\_\_\_\_

😊 ใจหยังนึก

งานวิจัยของ ปภช คือ  $\sim p \vee \sim q$  เรามารถสรุปว่า  $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$  ดังนั้นในบทความต่อไป  
ตอน 15 นี้ เราจะ คำว่า "นิเสธของ ปภช" สอดคล้องกับนิเสธ " $\sim(p \wedge q)$ " ได้ เพราะว่า  
ทั้งนิเสธทั้งสองมีความหมายเหมือนกัน เมื่อ เราทำตัวนิเสธการกระทำ หรือ ทวิสวปรสชาติ  
สัมพันธ์กับ  $\sim p \vee \sim q$  ดังนั้น จึงสามารถสรุปได้

A cartoon caterpillar is positioned on the right side of a three-line handwriting guide. The caterpillar is facing left, with its head on the middle dashed line and its body extending to the right edge. The body is segmented and has small legs. The three lines (top solid, middle dashed, bottom solid) are clearly visible across the page.



## ตัวอย่างแบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัด / แบบทดสอบ (ต่อ)

## แบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัด / แบบทดสอบ

แบบฝึกหัด / แบบทดสอบที่ ๑ เรื่อง การเพิ่มและลดการขาดทุนของประชาชนที่ได้รับมรดก ๑, ๕  
 ช่วงเวลาที่ใช้ตรวจ (✓)นอกเวลาเรียน ( )ในเวลาเรียน วันที่ 1/11/๕6

| ตอนที่ | 1   |   |   |   |   |   |   |   |   |    | 2   |   |   |   |   |   |   |   |   |    | 3 |   |   |   |   |   |   | รวม  |   |   |   |    |
|--------|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|------|---|---|---|----|
| ข้อที่ | 1   | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 1   | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | (๕๗) |   |   |   |    |
| 1      | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | / | / | / | / | / | 27   |   |   |   |    |
| 2      | /   | / | X | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | X | /  | / | / | X | / | X | / | X | 22   |   |   |   |    |
| 3      | /   | / | / | X | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | X | X | / | / | X | / | /  | / | / | / | / | / | / | / | 24   |   |   |   |    |
| 4      | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | / | X | / | / | / | 21   |   |   |   |    |
| 5      | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | X | / | / | X | / | /  | / | / | / | X | / | X | / | 23   |   |   |   |    |
| 6      | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | / | / | / | / | / | 27   |   |   |   |    |
| 7      | /   | / | / | X | X | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | X | / | / | /  | / | X | X | / | / | X | X | 20   |   |   |   |    |
| 8      | /   | / | / | / | / | / | / | X | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 25   |   |   |   |    |
| 9      | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 26   |   |   |   |    |
| 10     | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 26   |   |   |   |    |
| 11     | /   | / | / | X | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 25   |   |   |   |    |
| 12     | /   | / | / | / | / | / | / | X | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 25   |   |   |   |    |
| 13     | /   | / | / | / | / | / | / | X | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | X | / | X | / | 23   |   |   |   |    |
| 14     | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | X | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 25   |   |   |   |    |
| 15     | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | X | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 25   |   |   |   |    |
| 16     | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 26   |   |   |   |    |
| 17     | /   | / | X | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | X | /  | / | / | X | / | X | / | X | 23   |   |   |   |    |
| 18     | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | X | / | X | 26   |   |   |   |    |
| 19     | /   | / | / | / | / | / | / | X | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | / | / | / | / | / | 26   |   |   |   |    |
| 20     | /   | / | / | / | / | / | / | X | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | X | / | X  | / | X | / | / | / | / | / | 23   |   |   |   |    |
| 21     | /   | / | / | / | / | / | / | X | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | X | X | /  | X | X | / | / | / | / | / | 20   |   |   |   |    |
| 22     | /   | / | / | X | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | X | / | / | / | / | / | /  | / | X | / | / | / | / | / | 24   |   |   |   |    |
| 23     | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | X | / | X | /  | / | / | / | / | / | / | / | 25   |   |   |   |    |
| 24     | /   | / | X | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 25   |   |   |   |    |
| 25     | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 26   |   |   |   |    |
| 26     | /   | / | / | / | / | / | / | X | / | /  | /   | / | / | / | / | / | X | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 24   |   |   |   |    |
| 27     | /   | / | / | / | / | / | / | X | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | / | / | / | / | / | 26   |   |   |   |    |
| 28     | /   | / | / | / | / | / | / | X | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 25   |   |   |   |    |
| 29     | /   | / | / | / | / | / | / | X | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 25   |   |   |   |    |
| 30     | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | X   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 25   |   |   |   |    |
| 31     | สอบ |   |   |   |   |   |   |   |   |    |     |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |   |      |   |   | - |    |
| 32     | X   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | สอบ |   |   |   |   |   |   |   |   |    | / | / | X | / | / | / | / | /    | / | / | / | 25 |
| 33     | /   | / | X | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 25   |   |   |   |    |
| 34     | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 26   |   |   |   |    |
| 35     | /   | / | / | X | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | / | / | / | X | / | 25   |   |   |   |    |
| 36     | /   | / | / | / | / | / | / | / | X | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | / | / | / | / | / | 26   |   |   |   |    |
| 37     | /   | / | / | X | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | X | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 24   |   |   |   |    |
| 38     | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 26   |   |   |   |    |
| 39     | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | X | / | / | / | 25   |   |   |   |    |
| 40     | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | /   | / | / | / | / | / | / | / | / | /  | / | / | X | / | / | / | / | 26   |   |   |   |    |
| รวมข้อ | 1   | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1  | 0   | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 | 3 | 5 | 6 | 0  | 0 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 0    | - |   |   |    |
| รวมข้อ | 2   | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3  | 3   | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3  | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | -    |   |   |   |    |

กรณีการแก้

- น.ร. พิจารณาการตรวจแบบฝึกหัด  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$  ,  $97 \div 27$  ,  $|-4| < |-3|$  และ- น.ร. พิจารณาการตรวจแบบฝึกหัด  $2 > 3$  และ  $2 < 3$  โดยสังเกตจากเครื่องหมาย  $2 < 3$ - น.ร. พิจารณาการตรวจแบบฝึกหัด 3 พิจารณาการตรวจแบบฝึกหัด  $3+1 < 2$  พิจารณาการตรวจแบบ  $3+1 < 2$ - การตรวจแบบฝึกหัด  $5-3 = 2$  และ  $(5-3 = 2)$ ผู้บันทึก สมชาย

## ตัวอย่างแบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัด / แบบทดสอบ (ต่อ)

## แบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัด / แบบทดสอบ

แบบฝึกหัด / แบบทดสอบที่ 2 เรื่อง คำนวณปริมาตร  
 ช่วงเวลาที่ไรตรวจ (✓) นอกเวลาเรียน ( ) ในเวลาเรียน วันที่ 22/11/46

| ตอนที่ | 1   |   |   |   |   | 2 |   |   |   |               | 3             |               |               |               |               | 4 |   |   |   |   |  |  |  |  |  | รวม  |
|--------|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|------|
| ข้อที่ | 1   | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5             | 1             | 2             | 3             | 4             | 5             | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  |  |  |  |  | (%)  |
| เลขที่ | 1   | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5             | 1             | 2             | 3             | 4             | 5             | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  |  |  |  |  |      |
| 1      | 2   | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | $\frac{1}{2}$ | 1             | $\frac{1}{2}$ | 1             | $\frac{1}{2}$ | 1             | 2 |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 16   |
| 2      | 1   | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 9    |
| 3      | 2   | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 0             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 11   |
| 4      | 2   | 2 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 0             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 16   |
| 5      | 2   | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 2             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 14   |
| 6      | 2   | 2 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 2             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 18   |
| 7      | 1   | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 11   |
| 8      | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 2             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 20   |
| 9      | 0   | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 14   |
| 10     | 2   | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 2             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 14   |
| 11     | 1   | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 0             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 10   |
| 12     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 6    |
| 13     | 2   | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 11   |
| 14     | 2   | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 2             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 19   |
| 15     | 0   | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 19   |
| 16     | 1   | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1             | 0 |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 14   |
| 17     | 1   | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1             | 1 |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 15   |
| 18     | 2   | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 12   |
| 19     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 2             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 20   |
| 20     | 2   | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 17   |
| 21     | 2   | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1             | 0 |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 12   |
| 22     | 2   | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 12   |
| 23     | 2   | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1             | 2 |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 17   |
| 24     | 0   | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 6    |
| 25     | 2   | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 0             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 16   |
| 26     | 1   | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1             | 0 |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 10   |
| 27     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 18   |
| 28     | 2   | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 18   |
| 29     | 2   | 2 | 0 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 16   |
| 30     | 2   | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 2             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 17   |
| 31     | รวม |   |   |   |   |   |   |   |   |               |               |               |               |               |               |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 14.9 |
| 32     | 2   | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1             | 0 |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 14   |
| 33     | 2   | 2 | 1 | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 11   |
| 34     | 2   | 2 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 2             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 18   |
| 35     | 2   | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 2             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 14   |
| 36     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 2             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 20   |
| 37     | 2   | 2 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 17   |
| 38     | 2   | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 17   |
| 39     | 2   | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 0             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 18   |
| 40     | 2   | 2 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             | 0             |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | 16   |

กรณีการทำผิด คำนวณนักเรียนที่เข้าเกณฑ์ 3 คน 9.9% ไม่เข้าเกณฑ์ 3 คน 9.9%

- นักเรียนที่เข้าเกณฑ์ 3 คน

- น.ร. ที่เข้าเกณฑ์ 3 คน

- น.ร. ที่เข้าเกณฑ์ 3 คน

ผู้บันทึก

## ตัวอย่างแบบบันทึกการสัมภาษณ์

## แบบบันทึกการสัมภาษณ์

วันที่ 31 เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2546 เวลา 12.30 ถึง 13.00 น.  
 เรื่อง ประโยชน์ที่ได้และประโยชน์ .....  
 ผู้ให้สัมภาษณ์ ..... (ขอสงวนชื่อ) .....

\* เมื่อถาม ร.พ. หักหรือว่า ประโยชน์ที่ได้และประโยชน์ต่อสังคมแล้วได้

| คำถามจากผู้สัมภาษณ์                                                                                                             | คำตอบจากผู้ให้สัมภาษณ์                                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| - น.ร.เห็นค่าประโยชน์ที่ได้และประโยชน์อย่างไร                                                                                   | - ประโยชน์ที่ได้มี 3 อย่าง ไม่สามารถบอกค่าตอบแทนได้ ส่วนประโยชน์ที่ไม่สามารถบอกค่าตอบแทนได้ก็เพื่อตัวเองเพื่อ       |
| - นร 370 เป็นประโยชน์ต่อหรือประโยชน์                                                                                            | - เป็นประโยชน์                                                                                                      |
| - นร 320 เป็นประโยชน์ต่อหรือประโยชน์                                                                                            | - เป็นประโยชน์                                                                                                      |
| - 22341, 34225, 742, นร 370, นร 320 จากประโยชน์ต่อสังคมทั้งนี้ น.ร. 300 จัดกลุ่ม เป็น กลุ่ม สีบ งาม, งาม, ประโยชน์ต่อ ประโยชน์. | - 22341, 34225, นร 320 เป็นสังคม 742, นร 370 เป็นสังคม 22341, 34225, 742 เป็น ประโยชน์ นร 370, นร 320 เป็นประโยชน์. |

ลงชื่อ ..... ผู้สัมภาษณ์และบันทึก

ลงชื่อ.....ผู้สัมภาษณ์และบันทึก

## ประวัติผู้เขียน

|                  |                                                                                     |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| ชื่อ-นามสกุล     | นางสาวเดือนเพ็ญ ใจบุญ                                                               |
| วัน เดือน ปีเกิด | 20 ตุลาคม 2516                                                                      |
| ที่อยู่ปัจจุบัน  | 84/2 หมู่ 8 ต.แม่ก้ำ อ.สันป่าตอง จ.เชียงใหม่                                        |
| ประวัติการศึกษา  |                                                                                     |
| ปีการศึกษา 2534  | สำเร็จการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย<br>จาก โรงเรียนสวนบุญโญปถัมภ์ลำพูน จังหวัดลำพูน |
| ปีการศึกษา 2538  | สำเร็จการศึกษา ครุศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์)<br>จาก สถาบันราชภัฏเชียงราย              |
| ประวัติการทำงาน  | ปี พ.ศ. 2539 – ปัจจุบัน รับราชการที่โรงเรียนจุนวิทยาคม<br>อ. จุน จ. พะเยา           |

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved