

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการวิจัย โดยแบ่งตามลำดับหัวข้อดังนี้

1. แนวทางการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. การเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง
3. การเรียนการสอนตรรกศาสตร์
4. ความคิดรวบยอด
5. การฝึกทักษะ
6. การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

แนวทางการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา และสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น ทั้งยังช่วยให้พัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 1)

ยุพิน พิพิธกุล (2530, หน้า 2) ได้กล่าวถึงคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่สำคัญวิชาหนึ่ง คณิตศาสตร์มิได้มีความหมายเพียงตัวเลขและสัญลักษณ์เท่านั้น คณิตศาสตร์มีความหมายกว้างสามารถสรุปได้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดนั้นเป็นจริงหรือไม่ แล้วเราสามารถนำคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ยังช่วยให้คนเป็นผู้มีเหตุผล เป็นผู้ใฝ่รู้

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดของมนุษย์ มนุษย์สร้างสัญลักษณ์แทนความคิดนั้น ๆ และสร้างกฎในการนำสัญลักษณ์มาใช้ เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจตรงกัน คณิตศาสตร์จึงมีภาษาเฉพาะของตัวเอง ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้อง

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นรูปแบบ เราจะเห็นว่าการคิดทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องมีแบบแผน มีรูปแบบ ไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้ และจำแนกออกมาให้เห็นจริง

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีเหตุผล ซึ่งจะเริ่มด้วยเรื่องง่าย ๆ ก่อน

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่น ๆ ความงามของคณิตศาสตร์ คือ ความมีระเบียบและกลมกลืน

กรมวิชาการ (2544, หน้า 2) ได้กล่าวถึงธรรมชาติคณิตศาสตร์ว่ามีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำนิยาม บทนิยาม ลัทธิพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ขึ้นและนำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัวเอง คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสาร สื่อความหมาย และถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ

จิตวิทยาสำหรับครูคณิตศาสตร์

บุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 9-16) ได้กล่าวถึงจิตวิทยาที่ครูคณิตศาสตร์ควรจะคำนึงถึงในการจัดการเรียนการสอนไว้ดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล นักเรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจและลักษณะนิสัย ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนครูต้องคำนึงถึงเรื่องนี้และวางแผนการสอนให้สอดคล้องกับความแตกต่างของนักเรียน นักเรียนเก่งก็ส่งเสริมให้ก้าวหน้า และถ้าเป็นนักเรียนอ่อนก็หาทางช่วยเหลือโดยการสอนซ่อมเสริม

2. จิตวิทยาในการเรียนรู้ โดยแยกเป็นเรื่อง ๆ ดังนี้

2.1 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์ใดไปแล้ว เมื่อได้รับซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เขาสามารถตอบได้ แสดงว่าเกิดการเรียนรู้

2.2 การถ่ายทอดการเรียนรู้ นักเรียนจะสามารถถ่ายทอดความรู้ได้ก็ต่อเมื่อเห็นสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง ครูควรฝึกให้นักเรียนรู้จักสังเกตรูปแบบของสิ่งที่คล้ายคลึงให้ผู้เรียนเกิดมโนคติด้วยตนเอง และนำไปสู่การสรุปด้วยตนเอง จะทำให้เข้าใจ จำได้นานและนำไปใช้ได้ ครูควรนำสิ่งที่เคยเรียนแล้วในอดีตมาใช้กับเรื่องที่ต้องการเรียนใหม่ ครูควรฝึกให้

นักเรียนรู้จัก บทนิยาม หลักการ กฎ สูตร ลัทธิ พหุญาณ จากเรื่องที่เรียนไปแล้วในสถานการณ์ที่มีองค์ประกอบคล้ายคลึงกันแต่ซับซ้อนยิ่งขึ้น

2.3 ธรรมชาติของการเรียนรู้ นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีเมื่อนักเรียนรู้จุดประสงค์ในการเรียนและเห็นความต่อเนื่องของเนื้อหา การทบทวนของครูจึงมีความสำคัญ แต่ต้องดูให้เหมาะสมกับเวลา และควรมีการสรุปบทเรียนทุกครั้ง

3. จิตวิทยาในการฝึก การฝึกเป็นสิ่งสำคัญสำหรับนักเรียน การฝึกควรจะคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ควรฝึกไปที่ละเรื่อง เลือกแบบฝึกหัดที่สอดคล้องกับบทเรียน มีจำนวนพอเหมาะ

4. การเรียนโดยการกระทำ ครูต้องให้นักเรียนได้ลงมือกระทำหรือปฏิบัติจริงแล้วสรุปเป็นมโนคติ ครูไม่ควรเป็นผู้บอก แต่บางเนื้อหาที่ไม่มีสื่อการสอนเป็นรูปธรรมก็ควรให้นักเรียนฝึกการทำโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง

5. การเรียนเพื่อรู้ เป็นการเรียนแบบรู้จริง นักเรียนบางคนสามารถบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดได้ แต่บางคนไม่สามารถทำได้ ซึ่งต้องได้รับการซ่อมเสริมให้เกิดการเรียนรู้เหมือนกัน

6. ความพร้อม ครูต้องสำรวจความพร้อมของนักเรียนอยู่เสมอ โดยต้องดูความรู้พื้นฐานของนักเรียนว่าพร้อมที่จะเรียนต่อไปหรือไม่ ถ้าไม่พร้อมครูต้องทบทวนเสียก่อน การที่นักเรียนมีความพร้อมจะให้นักเรียนเรียนได้ดี

7. แรงจูงใจ การให้นักเรียนทำงาน ครูควรค่อย ๆ ให้นักเรียนเกิดความสำเร็จเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จะทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจ

8. การเสริมกำลังใจ เมื่อนักเรียนแสดงพฤติกรรมออกมาแล้วเป็นที่ยอมรับยอมทำให้เกิดกำลังใจ ครูควรชมนักเรียนในโอกาสที่เหมาะสม ไม่ควรเสริมกำลังใจทางลบ

นอกจากนี้ บรรพต สุวรรณประเสริฐ (2544, หน้า 96-99) ได้กล่าวถึงเงื่อนไขสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้ครูผู้สอนได้เข้าใจกระบวนการเรียนรู้และนำไปปฏิบัติให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ได้มากที่สุด ดังนี้

1. ผู้เรียนแต่ละคนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นพฤติกรรมใหม่ ได้จากสภาพแวดล้อมรอบตัวทั้งหมดของผู้เรียน

2. การเรียนรู้คณิตศาสตร์เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนเห็นว่าการที่ต้องเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นมีประโยชน์และมีบทบาทต่อความสนใจของผู้เรียน

3. การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนคิดว่าสิ่งที่เรียนนั้นมีความหมายต่อตัวผู้เรียนและสามารถนำไปใช้ได้

4. การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนมีความสนใจมาก่อน และสามารถใช้ความรู้เดิมที่จำเป็นมาประกอบการเรียนรู้ในสิ่งใหม่ได้ กล่าวคือ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับการจัดลำดับกิจกรรมประสบการณ์ ทั้งนี้เพราะธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นการสะสมโน้มนาดต่าง ๆ เป็นขั้นตอน นั่นคือการเรียนรู้พฤติกรรมใหม่ของผู้เรียนจะไม่เกิดขึ้นหากไม่ได้เชื่อมโยงกับพฤติกรรมเดิมที่ผู้เรียนควรมีมา

5. การเรียนรู้คณิตศาสตร์เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้ทราบถึงจุดมุ่งหมายที่ต้องการ

6. การเรียนรู้คณิตศาสตร์เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้ลงมือกระทำด้วยตนเองมากกว่าการเรียนรู้โดยการฟังจากครูผู้สอนเท่านั้น กล่าวคือ ควรให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยเชื่อมต่อช่องว่างทางคณิตศาสตร์ภายในตัวผู้เรียน

7. การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้เมื่อพฤติกรรมที่ผิดถูกกำจัดออกไป และเมื่อผู้เรียนสามารถแยกพฤติกรรมที่ขัดแย้งต่อพฤติกรรมการเรียนรู้ ดังนั้นการสอนของครูต้องพยายามที่จะไม่ให้ผู้เรียนมีพฤติกรรมผิดเกิดขึ้น

8. การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนแสดงให้เห็นว่ามีความก้าวหน้าไปตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ นั่นคือต้องมีการสะท้อนกลับพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละคน

9. การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้เมื่อแผนการเรียนการสอนได้พัฒนาพฤติกรรมของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง มีการปฏิบัติซ้ำ ๆ เพื่อให้ผู้เรียนยอมรับสิ่งใหม่และสร้างพฤติกรรมใหม่ตามจุดประสงค์ที่ต้องการ

10. การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนมีโอกาสนปฏิบัติต่อการแก้ปัญหาในหลายรูปแบบและในเนื้อหาที่แตกต่างกัน

11. การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนมีโอกาสดูแลความสัมพันธ์ของพฤติกรรมใหม่กับพฤติกรรมเก่า นั่นคือการเรียนรู้ที่ซับซ้อนบางอย่างจะต้องเกิดการเรียนรู้ในสิ่งย่อยหลายส่วนประกอบกัน

หลักการสอนคณิตศาสตร์

ประยูร อาษานาม (อ้างใน อรุณี สันติคุณากร, 2542, หน้า 16) ได้กล่าวถึงปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์พอสรุปได้ดังนี้

1. หลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ได้จากการค้นพบของนักคณิตศาสตร์ เราควรหาแนวทางหรือสถานการณ์ที่ชี้แนะให้นักเรียนได้ค้นพบหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเองอีกครั้งหนึ่ง

2. เนื่องจากธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นนามธรรมซึ่งยากต่อการเข้าใจ การเรียนการสอนควรเริ่มจากความคิดรวบยอดที่เป็นรูปธรรมก่อนที่จะนำไปสู่นามธรรม

3. การประยุกต์หรือการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน เป็นสิ่งที่ควรตระหนักถึงเป็นอย่างยิ่ง

National Council of Teachers of Mathematics (2000-2004) ได้กล่าวถึงหลักการสำหรับคณิตศาสตร์ในโรงเรียนว่า มีหลักการอยู่ 6 หลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. ความเสมอภาค ความสำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์ต้องการความเสมอภาค
2. หลักสูตร คือการจัดกิจกรรม ซึ่งควรเชื่อมโยงกัน เน้นวัตถุประสงค์ของคณิตศาสตร์ และให้มีความหมาย
3. การสอน ผลของการสอนคณิตศาสตร์คือ ความเข้าใจ นักเรียนต้องการเรียนรู้อะไร และจะกระตุ้น สนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียนได้ดี
4. การเรียนรู้ นักเรียนส่วนมากเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ กิจกรรมที่สร้างความรู้ใหม่จากประสบการณ์และความรู้เดิม
5. การประเมิน การประเมินควรสนับสนุนการเรียนรู้ของความรู้ความสำคัญคณิตศาสตร์ และจัดหาข้อมูลของทั้งครูและนักเรียน
6. เทคโนโลยี คือสิ่งที่จำเป็นในการสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์

Grossnikle (อ้างใน อรุณี สันติคุณากร, 2542, หน้า 17) ได้เสนอแนะว่า ในการสอนคณิตศาสตร์สิ่งที่ครูผู้สอนควรตระหนักมี 3 ประการคือ

1. วัตถุประสงค์ของการเรียนการสอนแต่ละเรื่อง ในวิชาคณิตศาสตร์นั้นมีเนื้อหาวิชาต่าง ๆ มากมายที่นักเรียนต้องเรียน บางเรื่องต้องการให้นักเรียนรู้แต่ความหมายหรือข้อเท็จจริง บางเรื่องต้องการให้นักเรียนรู้แบบแผนทางคณิตศาสตร์ บางเรื่องเน้นความคิดพื้นฐานที่สำคัญในระดับสูงซึ่งผู้สอนจะต้องรู้วัตถุประสงค์ เพื่อกำหนดทิศทางการสอนได้อย่างถูกต้อง

2. การค้นหาโครงสร้าง การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ได้แต่ความรู้นั้นไม่เพียงพอ นักเรียนจะต้องรู้ต่อไปว่าโครงสร้างของความรู้ที่ได้มานั้นเป็นอย่างไร ในวิชาคณิตศาสตร์มีแบบแผนหรือวิธีการปฏิบัติมากมาย เมื่อนำแบบแผนนั้นเข้าด้วยกันเรียกว่าโครงสร้าง การเรียนการสอนที่ให้นักเรียนรู้โครงสร้างนั้นต้องเริ่มต้นให้นักเรียนเข้าใจแบบแผนในแต่ละเรื่องก่อน แล้วจึงนำแบบแผนนั้นมาสัมพันธ์กัน ให้เกิดเป็นโครงสร้างต่อไป

3. การประยุกต์โครงสร้างให้เข้ากับสถานการณ์ใหม่ๆ ในสถานการณ์เรียนรู้ใหม่ครูต้องให้นักเรียนประยุกต์โครงสร้างเข้าไปในการแก้ปัญหา จะต้องฝึกให้นักเรียนแยกแยะว่า สถานการณ์ที่นักเรียนกำลังเผชิญนั้นมีความสอดคล้องกับส่วนใดของโครงสร้าง แล้วดำเนินการแก้ปัญหาภายใต้แบบแผนที่เรียนรู้มา

สมัย ยอดอินทร์ (อ้างใน มันทนา วงศ์คำฟูเจริญ, 2536, หน้า 30) ได้เสนอแนวคิดในการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. สอนให้ผู้เรียนคิดเองและค้นพบได้ด้วยตนเอง
2. สอนให้ยึดโครงสร้าง มีระบบระเบียบแต่ควรใช้วิธีสอนหลาย ๆ อย่าง มีการยืดหยุ่นให้เหมาะสมกับเนื้อหา
3. ไม่มุ่งสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างเดียว ควรสอดแทรกจริยธรรม ฝึกความมีระเบียบวินัยไปในตัว และฝึกความมีเหตุผล

สุรัช ขวัญเมือง (อ้างใน สุธีรัตน์ อริเดช, 2540, หน้า 14-16) ได้กล่าวถึงจิตวิทยาการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนที่จะสอน
2. สอนจากสิ่งที่เด็กมีประสบการณ์ หรือได้พบเห็นอยู่เสมอ
3. สอนให้เด็กเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนย่อย และส่วนย่อยกับส่วนใหญ่
4. สอนจากง่ายไปหายาก
5. ให้นักเรียนเข้าใจในหลักการและรู้วิธีที่จะใช้หลักการ
6. ให้เด็กได้ฝึกหัดทำซ้ำ ๆ จนกว่าจะคล่องและมีการทบทวนอยู่เสมอ
7. ต้องให้เรียนรู้จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม
8. ควรให้กำลังใจแก่เด็ก
9. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2538, หน้า 2-6) ได้เสนอแนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ควรเริ่มด้วยการจัดกิจกรรมโดยใช้ของจริง ซึ่งเป็นการจัดประสบการณ์ให้นักเรียนเรียนรู้จากการกระทำหรือเรียกว่า การจัดประสบการณ์ระดับรูปธรรม ต่อจากนั้นจึงจัดกิจกรรมใช้รูปภาพหรือที่เรียกว่า การจัดประสบการณ์ระดับกึ่งรูปธรรม แล้วจึงจัดกิจกรรมโดยใช้สัญลักษณ์ซึ่งถือว่าเป็นประสบการณ์ระดับนามธรรมและในการจัดการเรียนการสอนนั้นควรควรที่จะมุ่งสู่การจัดประสบการณ์ระดับนามธรรมให้เร็วที่สุดตามความสามารถของนักเรียนเมื่อนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจดีแล้วต้องมีการฝึกฝนให้เกิดความชำนาญ แม่นยำด้วยหลาย ๆ วิธีการ

2. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนได้รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบ ชัดเจน ซึ่งครูสามารถสอดแทรกในการสอนได้ทุกครั้ง ด้วยวิธีการต่าง ๆ ดังนี้

- 2.1 ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลโดยใช้ความรู้ที่ได้เรียนไปแล้ว
- 2.2 ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลตามความเข้าใจหรือความคิดของนักเรียนเอง
- 2.3 ให้นักเรียนสรุปกฎเกณฑ์ด้วยตัวของนักเรียนเองหรือด้วยความช่วยเหลือของครู
- 2.4 ให้ยกตัวอย่างขัดแย้งหาเหตุผลสนับสนุน
- 2.5 ให้เกิดการทดลองและการแสวงหาคำตอบของปัญหา

3. การจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ครูควรจัดกิจกรรมโดยให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริง หรือนำเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรม ส่วนการปลูกฝังเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดกิจกรรมที่มีผลทำให้นักเรียนมีเจตคติต่อคณิตศาสตร์ในทางบวก เช่น สอนคณิตศาสตร์โดยเน้นความเข้าใจ ให้ทำแบบฝึกหัดที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียนหรือให้ทำกิจกรรมสนุก ๆ

4. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่จะทำให้นักเรียนนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิดและทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ นั้น ซึ่งครูจะต้องจัดการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหา ให้นักเรียนได้ฝึกฝนและเผชิญกับทักษะกระบวนการต่าง ๆ เช่น กระบวนการคิด กระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้เกิดการพัฒนาตนเอง

ยุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 39) ได้สรุปหลักการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก เช่น การยกตัวอย่างอาจยกเป็นตัวเลข ง่าย ๆ แล้วจึงนำไปสู่สัญลักษณ์

2. เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนการสอนรูปธรรมประกอบ

3. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูจะทบทวนเรื่องใดก็ควรทบทวนให้หมด การรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจและจำได้แม่นยำขึ้น

4. เปลี่ยนวิธีการสอน ไม่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย ผู้สอนควรสอนให้สนุกสนาน โดยมีการนำเกม การ์ตูน การเล่าเรื่อง เข้ามาสอดแทรกในกิจกรรมการเรียนการสอน

5. ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงคลไจที่จะเรียน

6. สอนให้ผ่านประสาทสัมผัส ผู้สอนอย่าพูดเฉย ๆ โดยไม่ให้เห็นตัวอักษร ไม่เขียนกระดานดำ เพราะการพูดลอย ๆ ไม่เหมาะกับวิชาคณิตศาสตร์

7. ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรจะต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม

8. เรื่องที่สัมพันธ์กันควรสอนไปพร้อม ๆ กัน

9. ให้นักเรียนมองเห็นโครงสร้าง ไม่ใช่เนื้อหา

10. ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป เพราะถ้าครูให้โจทย์ยากเกินหลักสูตร อาจทำให้นักเรียนอ่อนท้อถอยได้

11. สอนให้นักเรียนสามารถหาข้อสรุปด้วยตนเอง ยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างจนนักเรียนเห็นรูปแบบ จะช่วยให้นักเรียนสรุปได้

12. ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้

13. ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น

14. ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้น และตื่นตัวอยู่เสมอ

15. ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อนำสิ่งแปลกและใหม่มาถ่ายทอดให้นักเรียน

บันทึอ พุทธศักราช (2534, หน้า 94-96) ได้เสนอหลักการจัดการเรียนการสอนและสามารถนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า ควรเลือกเนื้อหา กิจกรรมการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน และจัดลำดับเนื้อหาให้มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องจากง่ายไปหายาก ประสบการณ์ในการเรียนเรื่องง่ายเป็นพื้นฐานของการเรียนที่ยากขึ้นต่อไปเป็นลำดับควรส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนให้มากที่สุด และต้อง มีการฝึกฝนหรือฝึกหัด เพื่อส่งเสริมการนำความรู้ไปฝึกปฏิบัติ

นอกจากนี้ Bruner (อ้างในสุรางค์ โคว์ตระกูล, 2544, หน้า 214-215) ได้ให้หลักการเกี่ยวกับการสอนดังต่อไปนี้

1. กระบวนการคิดของเด็กแตกต่างกับผู้ใหญ่ ควรคิดถึงพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญา ครูหรือผู้มีความรับผิดชอบทางการศึกษาจะต้องมีความเข้าใจว่าเด็กแต่ละวัยมีการรู้คิดอย่างไร และกระบวนการรู้คิดของเด็กไม่เหมือนผู้ใหญ่

2. เน้นความสำคัญของผู้เรียนถือว่าผู้เรียนสามารถจะควบคุมกิจกรรมการเรียนรู้ของตนเองได้ และเป็นผู้ที่จะริเริ่มหรือลงมือกระทำ ฉะนั้นครูมีหน้าที่จัดสิ่งแวดล้อมให้เอื้อกับการเรียนรู้โดยการค้นพบ โดยให้ออกาสผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

3. ในการสอนควรจะเริ่มจากประสบการณ์ที่ผู้เรียนคุ้นเคยหรือประสบการณ์ที่ใกล้ตัวไปหาประสบการณ์ที่ไกลตัว เพื่อผู้เรียนจะได้มีความเข้าใจ

และ Bruner ยังได้เสนอการจัดหลักสูตรที่เรียกว่า “Spiral Curriculum” ซึ่งหมายถึง การสอนเนื้อหาหรือความคิดรวบยอดเดียวกันแก่ทุกระดับชั้นพัฒนาการเขาวนปัญญา Bruner เชื่อว่าวิชาต่างๆ จะสอนให้ผู้เรียนเข้าใจได้ทุกระดับถ้าครูสามารถใช้วิธีการสอนที่เหมาะสมกับวัย ของ ผู้เรียน

วิธีการเรียนและวิธีการสอนคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (อ้างใน กฤษณา พิงธรรม, 2544, หน้า 21-22) ได้แบ่งประเภทของ วิธีการเรียนออกเป็น 3 ประเภทได้แก่

1. วิธีการเรียนด้วยตนเองหมายถึง วิธีการที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติงานตามความสามารถ ความถนัด ความสนใจของตนเอง ซึ่งผู้เรียนจะได้พัฒนาความสามารถของตนเองได้อย่างเต็ม ศักยภาพ โดยมีครูเป็นผู้ช่วยเหลือเมื่อผู้เรียนมีปัญหา เช่น การใช้ชุดการสอนบทเรียนโปรแกรม คอมพิวเตอร์ช่วยสอน
2. วิธีการเรียนด้วยตนเองประกอบการบรรยาย หมายถึง วิธีที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติงานตาม ความสามารถ ความถนัด ความสนใจของตนเอง และมีครูเป็นผู้บรรยายในเนื้อหาประกอบ การปฏิบัติกิจกรรมของผู้เรียน เช่น การใช้ชุดการสอนประกอบการบรรยาย การใช้แบบฝึกประกอบ การบรรยาย
3. วิธีการเรียนด้วยการระดมสมอง หมายถึง วิธีการที่ผู้เรียนรวมกลุ่มกันในการปฏิบัติ กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ มีการช่วยเหลือกันภายในกลุ่มเพื่อให้สมาชิกกลุ่มของตนบรรลุ จุดประสงค์ของการเรียน เช่น การร่วมมือกันเรียนรู้ การแบ่งกลุ่มตามสังกัดผลสัมฤทธิ์ การค้นพบ ในกลุ่มย่อย

การพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น กรมวิชาการ (2543, หน้า 13) ได้เสนอขั้นตอนวิธีการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ฝึกการสังเกต
2. คิดวิเคราะห์
3. คิดหาเหตุผล
4. สรุปหลักการและความคิดรวบยอด
5. ลงมือทำ
6. ตรวจสอบความถูกต้อง
7. สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันและแก้ปัญหาได้
8. ศึกษาเอกสารเพิ่มเติมเพื่อให้รู้จริง

ส่วนวิธีสอนคณิตศาสตร์นั้นมีหลายวิธีผู้สอนจะต้องเลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหา เวลา และให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ วิธีสอนที่สามารถนำมาใช้เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี ทำได้หลายวิธี ดังเช่น ยุพิน พิพิธกุล (2530, หน้า 122-177) กล่าวไว้ดังนี้

1. วิธีสอนแบบบรรยาย (Lecture Method) เป็นวิธีที่ครูบอกให้นักเรียนคิดตามเมื่อครูต้องการให้นักเรียนเข้าใจเรื่องใด ครูจะอธิบายและแสดงเหตุผล ในขณะที่ครูอธิบายจะพยายามวิเคราะห์ชี้แจงตีความให้นักเรียนเข้าใจและครูสรุปเอง
2. วิธีสอนแบบสาธิต (Demonstration Method) เป็นการสอนที่แสดงให้นักเรียนดู ให้นักเรียนสามารถสรุปบทเรียนได้จากการแสดง ซึ่งการแสดงอาจจะแสดงโดยครูหรือโดยนักเรียนก็ได้
3. วิธีสอนแบบทดลอง (Laboratory Method) เป็นการสอนที่มุ่งให้นักเรียนได้กระทำด้วยตนเอง เพื่อค้นคว้าข้อสรุปจากการทดลอง โดยการสังเกต เป็นการนำรูปธรรมมาอธิบายนามธรรม วิธีสอนแบบนี้อาจจะกระทำเป็นกลุ่มหรือรายบุคคลก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเนื้อหาและความเหมาะสม
4. วิธีสอนแบบอุปมาน (Inductive Method) เป็นวิธีสอนที่ครูยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้เห็นรูปแบบ เมื่อนักเรียนใช้การสังเกตเปรียบเทียบดูสิ่งที่มีลักษณะร่วมกัน ก็จะสามารถนำไปสู่ข้อสรุปได้และมักจะตามด้วยวิธีสอนแบบอนุมาน
5. วิธีสอนแบบอนุมาน (Deductive Method) เป็นวิธีการสอนที่ตรงกันข้ามกับวิธีสอนแบบอุปมาน คือเริ่มต้นจากการนำยทั่วไป กฎ หรือสูตร ที่ทราบอยู่แล้วนำมาใช้เพื่อที่จะแก้ปัญหาเรื่องใหม่และเกิดข้อสรุปอันใหม่ขึ้น
6. วิธีการสอนแบบแก้ปัญหา (Problem Solving Method) เป็นวิธีที่ครูกระตุ้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลโดยอาศัยความคิดรวบยอด กฎเกณฑ์ ข้อสรุป ประสบการณ์ การพิจารณา และการสังเกตตลอดจนความรู้ ความชำนาญในเรื่องนั้น ครูจะต้องพยายามให้นักเรียนเข้าใจปัญหานั้นอย่างแจ่มแจ้งเสียก่อน
7. วิธีสอนแบบบทเรียนโปรแกรมหรือบทเรียนสำเร็จรูป เป็นการสร้างบทเรียนขึ้นเพื่อให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง และก้าวไปตามความสามารถของตนเอง

นอกจากนี้ กฤษณา พิงกรรม (2544, หน้า 22-23) ได้กล่าวว่าควรใช้วิธีสอนหลายวิธี เพื่อให้การจัดประสบการณ์เรียนรู้มีประสิทธิภาพขึ้น และสรุปวิธีสอนต่าง ๆ ไว้ดังนี้

1. วิธีปาฐกถา หรือบรรยาย (Lecture Method) เป็นวิธีที่ครูบอกเล่าข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ให้กับผู้เรียนโดยตรง วิธีนี้เหมาะสำหรับผู้เรียนที่เรียนในระดับสูง

2. วิธีอภิปราย (Discussion Method) เป็นวิธีที่ครูและผู้เรียนร่วมมือกันค้นหาเหตุผล มาสนับสนุนหรือคัดค้านข้อเสนออันใดอันหนึ่ง กิจกรรมเช่นนี้จะเป็นไปได้ก็ต่อเมื่อ ผู้เรียนที่ร่วม อภิปรายมีความรู้ในเรื่องที่จะอภิปรายดีพอสมควร

3. วิธีค้นพบ (Discovery Method) เป็นการแนะนำให้ผู้เรียนค้นพบหลักการทางคณิตศาสตร์ ด้วยตนเอง การสอนวิธีนี้ครูจะเป็นผู้ตั้งคำถามซักถามผู้เรียนในด้านต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนค้นพบ การแก้ปัญหา และค้นพบสิ่งที่ต้องการจะเรียนรู้ด้วยตนเอง

4. วิธีสาธิต (Demonstration Method) เป็นการสอนโดยครูจะแสดงเนื้อหาหรือการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ผู้เรียนดู ซึ่งผู้เรียนจะได้รับประสบการณ์ตรงจากการที่ครูใช้สื่อ อุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม

5. วิธีอุปมาน (Inductive Method) เป็นการหาคุณสมบัติหรือหลักเกณฑ์ต่าง ๆ โดย พิจารณาคุณสมบัติของสิ่งที่อยู่ร่วมกัน

6. วิธีอนุมาน (Deductive Method) เป็นวิธีการใช้กฎเกณฑ์ คำจำกัดความ กติกา หรือทฤษฎี มาปรับกับเหตุการณ์ที่เราพบ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อพิสูจน์ หรือข้อยุติใหม่

7. วิธีการแก้ปัญหา (Problem Solving Method) เป็นวิธีที่ครูกระตุ้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหา อย่างมีเหตุผลโดยอาศัยความคิดรวบยอดกฎเกณฑ์ ข้อสรุป ประสบการณ์ การสังเกต ตลอดจน ความรู้ความชำนาญในเรื่องนั้น ๆ

8. วิธีทดลอง (Experimental Method) เป็นวิธีที่มุ่งให้ผู้เรียนกระทำ โดยการสังเกต เป็นการนำรูปแบบมาอธิบายนามธรรม ผู้เรียนจะค้นหาข้อสรุปจากการทดลองนั้นด้วยตัวผู้เรียนเอง

9. วิธีสอนแบบบทเรียนโปรแกรมหรือบทเรียนสำเร็จรูป เป็นการสร้างบทเรียนขึ้นเพื่อ ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง โดยครูจะแบ่งเนื้อหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ และเป็นขั้นจากง่ายไปหายาก

ส่วน สุทธิศา ลอยฟ้า (2541, หน้า 11) ได้กล่าวถึงการจัดโครงสร้างของบทเรียน ว่าไม่มี รูปแบบตายตัว และให้ข้อคิดที่ครูควรคำนึงถึงในการจัดโครงสร้างของบทเรียนดังนี้

1. การเรียนคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่เป็นธรรมชาติ ซึ่งเน้นให้นักเรียนเห็นความ สัมพันธ์ของคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ดังนั้นครูต้องแน่ใจว่ากิจกรรมที่จัดให้นักเรียนสัมพันธ์ กับชีวิตประจำวันของนักเรียน

2. ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แต่ละเรื่องจะต้องนานพอที่นักเรียนสามารถเข้าใจ หลักการและมโนคติได้

3. ไม่มีวิธีการสอนหรือรูปแบบการสอนบทเรียนที่เหมาะสมกับทุกเนื้อหาวิชาการสอน บทเรียนในแต่ละเรื่องควรคำนึงถึงความเข้าใจในมโนคติและหลักการที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัว ผู้เรียน

4. ครูจะต้องสร้างหรือกำหนดกฎ กติกาหรือกิจวัตรที่นักเรียนจะต้องทำด้วยตนเอง โดยครูไม่ต้องบอกในขณะที่ทำกิจกรรมการเรียนการสอน

5. ควรมีการประเมินผลบทเรียนร่วมกับนักเรียน

การสอนซ่อมเสริม

จรงค์ โนชัย (2543, หน้า 39) กล่าวว่า การสอนซ่อมเสริมเป็นองค์ประกอบที่สำคัญประการหนึ่งที่จะช่วยให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประสบผลสำเร็จ หากมีนักเรียนที่มีปัญหาหรือนักเรียนที่เรียนช้า จึงเป็นหน้าที่ของครูผู้สอน โดยตรงที่จะต้องให้ความช่วยเหลือ โดยการสอนซ่อมเสริม

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529, หน้า 246) ได้กล่าวว่า การสอนซ่อมเสริมมีจุดมุ่งหมาย ดังนี้

1. เพื่อให้นักเรียนเรียนทันเพื่อนในชั้น
2. เพื่อให้นักเรียนแข่งขันกับตนเอง จนสามารถเรียนได้ดีกว่าเดิม
3. เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จและเก่งยิ่งขึ้น จนสุดความสามารถของตน

ลือชา สร้อยพาน (อ้างใน จรงค์ โนชัย, 2543, หน้า 39) ได้กล่าวไว้ว่า การสอนซ่อมเสริมมีจุดมุ่งหมายดังนี้

1. ช่วยให้นักเรียนที่มีพื้นฐานความรู้ต่ำ ให้มีความรู้สูงพอที่จะให้เรียนกับนักเรียนในกลุ่ม ในวิชาต่าง ๆ ได้ก่อนที่จะมีการเรียนการสอนในวิชาหนึ่ง ๆ
2. ช่วยให้นักเรียนที่เรียนช้า ให้มีความรู้ความเข้าใจทัดเทียมนักเรียนอื่น ๆ ในระหว่างที่มีการเรียนการสอน
3. เพื่อช่วยให้นักเรียนที่ไม่ผ่านการประเมินผลการเรียน มีความรู้เพียงพอเพื่อให้สามารถสอบแก้ตัวในรายวิชาที่ต้องการสอบแก้ตัว
4. เพื่อช่วยให้นักเรียนที่ผ่านการประเมินผลรายวิชา แต่มีผลการเรียนอยู่ในระดับที่ยังไม่เป็นที่พอใจให้มีความสามารถดีขึ้น

ส่วนประพันธ์ หงษ์เจ็ด (2535, หน้า 15) ได้สรุปหลักการและแนวทางในการสอนซ่อมเสริมเป็นข้อ ๆ ดังนี้

1. ก่อนดำเนินการสอนซ่อมเสริมควรค้นพบข้อบกพร่องของนักเรียน และวินิจฉัยการเรียนของนักเรียน
2. จัดกิจกรรมหลากหลาย น่าสนใจ และควรแตกต่างจากวิธีที่เคยสอนมาแล้ว
3. กระตุ้น ให้กำลังใจ ให้นักเรียนสามารถประสบความสำเร็จ

4. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับข้อบกพร่องของนักเรียน
5. ควรมีการติดตามผลหลังการสอนซ่อมเสริม

สมศักดิ์ สินธุระเวช (อ้างใน จงรักษ์ โนชัย, 2543, หน้า 40) ได้เสนอแนะวิธีการสอนซ่อมเสริมไว้หลายวิธีเพื่อให้ผู้สอนเลือกตามความเหมาะสมกับนักเรียน สภาพห้องเรียน สภาพของโรงเรียน เวลาที่ใช้ในการสอนซ่อมเสริม มีดังนี้

1. นักเรียนสอนกันเอง
2. การสอนแบบตัวต่อตัว
3. การสอนเป็นกลุ่มย่อย
4. การสอนโดยใช้ชุดการสอน
5. ใช้แบบเรียนสำเร็จรูป
6. สมุดแบบฝึกหัดเรียนด้วยตนเอง
7. เครื่องมือโสตทัศนูปกรณ์และการเล่นเกม
8. การผสมผสานหลาย ๆ วิธี

หลักในการปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (ม.ป.ป., หน้า 31-32) ได้เสนอแนวทางในการปรับปรุงการสอนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ควรจะสนองความต้องการของนักเรียนทุกคน ดังนั้นในหลักสูตรจะต้องมีเนื้อหาซึ่งจำเป็นในชีวิตประจำวันของคนทั่วไป เช่น การบวก ลบ คูณ หาร ของจำนวนเรขาคณิตเกี่ยวกับรูปทรงและขนาด ส่วนในระดับมัธยมศึกษาควรเพิ่มเนื้อหาพื้นฐานซึ่งจำเป็นสำหรับผู้ที่จะใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องช่วยในการครองชีพในอนาคต

2. ความรู้ที่มีประโยชน์มากในวิชาคณิตศาสตร์ ไม่ใช่ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง แต่เป็นความรู้ซึ่งเกี่ยวกับวิธีการ นักเรียนจะเข้าใจคณิตศาสตร์ได้โดยการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์โดยการแก้ปัญหาและใช้เหตุผล ทั้งสามารถนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในสถานการณ์ต่าง ๆ กัน

3. ไม่ควรเน้นในเรื่องการให้เหตุผลอย่างมีลำดับขั้นมากเกินไป การเข้าใจปัญหา การวิเคราะห์ข้อมูล การสร้างแบบจำลอง การลองผิดลองถูกและการหาค่าโดยประมาณ ต่างก็เป็นเครื่องช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์มากขึ้น และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น

4. ในการแก้ปัญหาใด ๆ ควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ทั้งหลายที่ได้เรียนมาแล้ว โดยถือว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งวิชาเดียว

5. การจะเลือกสอนเนื้อหาใดก่อนหลังนั้นไม่จำเป็นต้องคิดในแง่ความเหมาะสมทางด้านวิชาแต่เพียงอย่างเดียว ควรคำนึงถึงความพร้อม ความสามารถและความสนใจของ นักเรียนด้วย

6. การสอนคณิตศาสตร์ไม่ควรเป็นเพียงการบอก แต่ต้องใช้คำถามช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และค้นพบหลักเกณฑ์ด้วยตนเอง

การวัดและประเมินผล

ยุพิน พิพิธกุล (2523, หน้า 390-392) ได้กล่าวถึงการวัดและประเมินผลว่า การวัดหมายถึงเครื่องมือที่ใช้ตรวจสอบเพื่อต้องการทราบคุณภาพ จำนวน หรือปริมาณ ในสิ่งที่ต้องการวัดนั้น ในการวัดนั้นครูไม่ควรมุ่งวัดทางด้านสติปัญญาเพียงอย่างเดียวควรจะใช้การสังเกตและจดบันทึกเอาไว้ เครื่องมือที่จะใช้วัดนั้นก็จะมีหลายประการเช่น การสังเกต การสัมภาษณ์ การใช้แบบสอบถาม การบันทึกพฤติกรรม การมอบหมายงานให้ทำ การศึกษารายบุคคล การบันทึกทะเบียนสะสม เป็นต้น ส่วนการประเมินผล หมายถึงการนำผลจากการวัดมาสรุปหรือตีค่า และยังกล่าวถึงลักษณะของการประเมินที่ดีไว้ดังนี้

1. เพื่อวางรากฐานในการแนะแนวเกี่ยวกับการเรียนการสอน เมื่อครูได้ประเมินผลนักเรียนแล้วก็ควรได้หาข้อผิดพลาด ข้อบกพร่องต่าง ๆ ไปแก้ไขปรับปรุงการเรียนการสอนให้ดีขึ้น
2. เพื่อประเมินกระบวนการเรียนการสอน จะเห็นว่าเมื่อครูทำการวัดผลและเอาคะแนนที่ได้มาตีค่าตัดสินว่าได้หรือตกแล้ว ถ้านักเรียนสอบตกมากครูจะโทษนักเรียนฝ่ายเดียว ครูควรพิจารณาตัวเองด้วย
3. เพื่อประเมินจุดประสงค์ของการสอน ก่อนที่จะประเมินนั้นจะต้องพิจารณาว่าครูตั้งจุดประสงค์ในการสอนไว้อย่างไร ผลที่ประเมินออกมาสอดคล้องกับจุดประสงค์หรือไม่ และควรประเมินหลาย ๆ ครั้ง

นอกจากนี้ ยุพิน พิพิธกุล ยังได้กล่าวถึงการประเมินว่าอาจจะกระทำได้ 2 ประการ คือ

1. ประเมินผลย่อย (Formative Evaluation) มีลักษณะดังนี้
 - 1.1 ในขณะที่ครูทำการสอนนั้น ควรจะมีการทดสอบอยู่ตลอดเวลา เริ่มต้นมาตั้งแต่การทำข้อสอบก่อนเรียน เมื่อได้คะแนนแล้วครูก็นำมาประเมินค่าดูพื้นฐานความรู้ของนักเรียนในการที่จะเป็นแนวทางในการเตรียมการสอนต่อไป
 - 1.2 ครูอาจจะแบ่งบทเรียนออกเป็นหน่วยย่อยหลาย ๆ หน่วย หรืออาจจะแบ่งเป็นบทเรียนหนึ่งๆ เมื่อจบบทเรียนแล้วก็มีการทดสอบเพื่อประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน
 - 1.3 การประเมินผลย่อยนี้จะกระทำขณะที่ครูกำลังดำเนินการสอนอยู่ และควรจะทำต่อเนื่องกันไปโดยสม่ำเสมอ เมื่อพบข้อบกพร่องตอนใดก็จะได้แก้ไขทันที

1.4 การประเมินผลย่อยนั้น ควรจะกระทำก่อนที่จะสอนเรื่องใหม่ต่อไป

1.5 การประเมินผลย่อยมุ่งเพื่อนำผลมาปรับปรุงการเรียนการสอนให้ดีขึ้น ไม่ได้
นำผลมาตัดสินว่า ได้หรือตกแต่ประการใด

2. การประเมินผลรวม (Summative Evaluation) ลักษณะของการประเมินผลรวมมีดังนี้

2.1 เป็นการประเมินผลรวมทั้งหมดของหลักสูตร หรือเมื่อเรียนจบวิชาหนึ่งเป็นการ
ประเมินผลเมื่อการเรียนการสอนได้สิ้นสุดลงแล้ว

2.2 จุดมุ่งหมายของการประเมินผลรวมคือให้มีการทดสอบรวมและให้คะแนนเพื่อ
นำไปตัดสินการได้ตกหรือเลื่อนชั้น

2.3 การประเมินผลรวมนี้ใช้เปรียบเทียบผลการเรียนรู้ตลอดปี หรือตลอดเทอม
ของนักเรียนเป็นรายบุคคล

2.4 การประเมินผลรวมนี้ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมจะมีการทดสอบย่อยในระหว่าง
ภาคเรียนและทดสอบปลายภาค ครูจะเอาคะแนนทั้งหมดมาประเมินผลรวมเพื่อตัดสินว่า ได้หรือตก

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529, หน้า 218-223) ได้แบ่งประเภทของการประเมินผลออกเป็น
2 ประเภท

1. การประเมินผลเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน (Formative Evaluation)

เป็นการประเมินผลเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความรู้ในเนื้อหาที่ครูสอนหรือไม่
แนวทางในการประเมินผลเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน มีดังนี้

1.1 การประเมินผลก่อนการเรียน เป็นการตรวจสอบความรู้พื้นฐาน และทักษะ
เบื้องต้น ก่อนเริ่มต้นการเรียนการสอนในแต่ละวิชา ซึ่งครูจำเป็นต้องทราบพื้นฐานของนักเรียน
แต่ละคนว่ามีความรู้พื้นฐานเดิมเป็นมาอย่างไร ถ้าพบว่านักเรียนยังมีข้อบกพร่องในเรื่องใด
ครูผู้สอนจะต้องช่วยให้นักเรียนมีพื้นฐานให้เพียงพอที่จะเรียนต่อไปได้เสียก่อน จึงจะดำเนินการ
การสอนต่อไป เนื่องจากคณิตศาสตร์มีเนื้อหาและลำดับชั้นการเรียนรู้ต่อเนื่องกัน เนื้อหาเบื้องต้น
มักจะเป็นฐานสำหรับการเรียนเนื้อหาต่อไป สำหรับวิธีการตรวจสอบความรู้พื้นฐาน และทักษะ
เบื้องต้น ใช้การตรวจสอบได้หลายวิธี เช่น พิจารณาจากผลการเรียนเดิม การสัมภาษณ์ หรือใช้
ข้อสอบ เป็นต้น

1.2 การประเมินผลระหว่างเรียน เป็นการประเมินผลเพื่อตรวจสอบว่า นักเรียนมี
ความรู้และพฤติกรรมตามที่กำหนดไว้ในจุดประสงค์หรือไม่ หลังจากทีเรียนจบไปตอนหนึ่งหรือ
บทหนึ่งแล้ว ถ้าพบว่านักเรียนมีความรู้และพฤติกรรมตามกำหนดก็เรียนต่อไป แต่ถ้าหากไม่มี
ก็แสดงว่าการสอนมีข้อบกพร่อง จำเป็นจะต้องมีการปรับปรุงทั้งการเรียนของนักเรียนและการสอน
ของครู การประเมินผลระหว่างเรียนนี้ถือว่าเป็นหัวใจของการเรียนการสอน หากครูผู้สอนปฏิบัติ

อย่างจริงจัง จะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น สำหรับวิธีการตรวจสอบความรู้ อาจทำได้โดย การใช้แบบทดสอบ การถามตอบในชั้นเรียน การตรวจผลงานแบบฝึกหัด หรือการสังเกตพฤติกรรม เป็นต้น

1.3 การประเมินผลปลายภาคเรียน เป็นการประเมินผลที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบ ความคงอยู่ของผลการเรียนที่สำคัญๆ หลังจากที่ได้เรียนมาตลอด 1 ภาคเรียน ว่ามีการเปลี่ยนแปลง พฤติกรรมโดยสรุปเป็นอย่างไร สำหรับวิธีการตรวจสอบความรู้ อาจทำได้โดย การใช้แบบทดสอบ การสังเกต เป็นต้น

2. การประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียน (Summative Evaluation)

เป็นการประเมินผลความสามารถของนักเรียน เพื่อให้ระดับคะแนนหรือให้เป็นเกรด ตัดสินว่านักเรียนสอบรายวิชานั้นผ่านหรือไม่ผ่าน และเพื่อพิจารณาตัดสินว่านักเรียนคนนั้น ควรเลื่อนชั้นขึ้นไปหรือไม่ เมื่อสิ้นปีการศึกษาแต่ละปี ซึ่งอาจจะใช้วิธีการประเมินโดยใช้ แบบทดสอบ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด มีลักษณะเป็นนามธรรม มีรูปแบบ มีแบบแผน มีโครงสร้าง และมีเหตุผล การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ควรจัดลำดับเนื้อหาให้มีความต่อเนื่องกันโดยเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ของนักเรียนให้มีความสัมพันธ์กัน ความรู้เดิมเป็นสิ่งที่ ควรคำนึงถึง ซึ่งสอดคล้องกับหลักการเรียนรู้ของ ชูพิน พิพิธกุล (2543, หน้า 25) ที่ว่า “การเรียนรู้ เป็นกระบวนการสร้างความรู้ การเรียนรู้ขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้เดิม ซึ่งเป็นปัจจัยที่สำคัญในการ สร้างความรู้” การจัดเรียงเนื้อหาควรเริ่มจากง่ายไปยาก เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมใน กิจกรรมการเรียนการสอนให้มากที่สุด พยายามให้นักเรียนได้สรุปโน้มนัดด้วยตนเอง นอกจากนี้ ยังควรให้นักเรียนได้ฝึกทักษะที่มีความเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ดังนั้นในการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ครูจำเป็นต้องศึกษาหลักการสอน วิธีการสอนรวมทั้งการวัดผลประเมินผล เพื่อจะได้นำไปจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมในแต่ละเนื้อหา และสอดคล้องกับระดับ ความสามารถและความต้องการของนักเรียน ตลอดจนสามารถแก้ไขปัญหาและอุปสรรคใน การเรียนการสอนได้

การเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

รังรอง หงษ์รัตน์ (2543 , หน้า 16) กล่าวว่า การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง หมายถึง แนวทางการจัดการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนใช้กระบวนการ (Process) สร้างความรู้ (Construct) ด้วยตนเอง เป็นการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียน (Participation)

มีส่วนร่วมในกิจกรรมอย่างกระฉับ กระเจิง เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายเป็นวิธีให้อำนาจแก่ผู้เรียน (Learner Empowerment) ซึ่งจะนำไปสู่การเรียนรู้ตลอดชีวิต (Long Life Learning)

หลักการและแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

Carl R. Rogers คือผู้คิดค้นและใช้คำว่า “เด็กเป็นศูนย์กลาง” (Child-Centered) เป็นครั้งแรกและต่อมามีคำซึ่งแสดงถึงแนวคิดการจัดการเรียนรู้ในลักษณะคล้ายกันอีกหลายคำ เช่น Active Learning, Participatory Learning หรือ Learner Independence แต่คำว่า ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางจะเป็นคำที่แสดงภาพการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ชัดเจนกว่าคำอื่น ๆ เพราะเป็นคำที่สามารถบรรยายถึงสิ่งที่เราหวังจะได้ประสบผลสำเร็จ คือ ระบบการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นหัวใจสำคัญ (วัฒนาพร ระงับทุกข์, 2541, หน้า 6) มีนักการศึกษาไทยที่ให้ความสนใจกับแนวคิดเรื่องนี้และได้ให้ทัศนะไว้ดังนี้

สงบ ลักษณะ (อ้างใน วัฒนาพร ระงับทุกข์, 2541, หน้า 8) กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนที่ควรจะเป็นไว้ว่าควรเป็นการเรียนการสอนที่นักเรียนได้รับการยอมรับนับถือในการเป็นเอกลักษณ์บุคคล ได้เรียนด้วยวิธีที่เหมาะสมกับความสามารถ ได้เรียนสิ่งที่สนใจ ต้องการหรือมีประโยชน์ ได้ปฏิบัติตามกระบวนการเพื่อการเรียนรู้ได้รับการเอาใจใส่ ประเมิน และช่วยเหลือเป็นรายบุคคล และได้รับการพัฒนาเต็มศักยภาพ และสำเร็จตามอัธยาศัย

ทิสนา แคมมณี (อ้างใน รังรอง หงษ์รัตน, 2543, หน้า 18-19) ได้เสนอหลักในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ดังนี้

1. ให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง (Construct)
2. ให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกันและกัน ได้เรียนรู้ แลกเปลี่ยนข้อความรู้ ความคิด และประสบการณ์แก่กันและกันมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ (Interaction)
3. ให้ผู้เรียนมีบทบาท และมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ให้มากที่สุด (Participation)
4. ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ “กระบวนการ” ควบคู่ไปกับ “ผลงาน/ข้อความรู้ที่สรุปได้” (Process/Product)
5. ให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน (Application)

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2541, หน้า 11) ได้เสนอว่า การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ควรยึดหลักดังนี้

1. การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ควรเป็นไปอย่างมีชีวิตชีวา ผู้เรียนจึงควรมีบทบาทรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตน และมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน

2. การเรียนรู้เกิดขึ้นได้จากแหล่งต่าง ๆ กัน มิใช่จากแหล่งใดแหล่งหนึ่งเพียงแหล่งเดียว ประสบการณ์ความรู้สึกรักใคร่ของแต่ละบุคคลถือว่าเป็นแหล่งการเรียนรู้ที่สำคัญ

3. การเรียนรู้ที่ดีจะต้องเป็นการเรียนรู้ที่เกิดจากการสร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเอง จึงจะช่วยให้ผู้เรียนจดจำและสามารถใช้การเรียนรู้นั้นให้เป็นประโยชน์ได้ การเรียนที่ผู้เรียนเป็นผู้ค้นพบด้วยตนเอง มีส่วนช่วยให้เกิดความเข้าใจลึกซึ้งและจดจำได้ดี

4. การเรียนรู้กระบวนการเรียนรู้มีความสำคัญ หากผู้เรียนมีความเข้าใจและมีทักษะในเรื่องกระบวนการเรียนรู้แล้วจะสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการแสวงหาความรู้ และคำตอบต่าง ๆ ที่ตนต้องการ

5. การเรียนรู้ที่มีความหมายกับผู้เรียน คือ การเรียนรู้ที่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้จริง

สมศักดิ์ ภู่วิภาดาพรรณ (2544, หน้า 1) ได้กล่าวถึงหลักสำคัญของการยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางคือ กิจกรรมการเรียนรู้ต้องคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ความต้องการและความสนใจของผู้เรียน
2. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม
3. เน้นให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง
4. เป็นการพึ่งพาตนเอง เพื่อให้เกิดทักษะที่จะนำสิ่งที่เรียนรู้ไปใช้ได้จริงในชีวิตประจำวัน และสามารถเข้าใจวิธีการเรียนรู้ของตนได้

5. เน้นการประเมินตนเอง ซึ่งเดิมครูผู้สอนจะเป็นผู้ประเมินผล การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนประเมินตนเองอย่างสม่ำเสมอและต่อเนื่อง จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองได้ชัดเจนขึ้น

6. เน้นความร่วมมือ ซึ่งเป็นทักษะสำคัญในการดำเนินชีวิตประจำวัน
7. เน้นรูปแบบการเรียนรู้ ซึ่งอาจจัดได้ทั้งในรูปแบบเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล

รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

กรมวิชาการ (อ้างใน อรุณี สันติคุณากร, 2542, หน้า 20-21) ได้เสนอรูปแบบการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง สามารถดำเนินการได้ดังนี้

1. ชัยนำ สร้าง/กระตุ้นความสนใจ หรือเตรียมความพร้อมในการเรียน
2. ชัยกิจกรรมจัดกิจกรรมตามหลักการ
 - ให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง (Construct)
 - ให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ ช่วยกันเรียนรู้ (Interaction)

- ให้ผู้เรียนมีบทบาทและมีส่วนร่วมในการสร้างความรู้ด้วยตนเอง (Participation)
- ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระบวนการควบคู่ไปกับผลงาน/ข้อความรู้ที่สรุปได้ (Process/Product)
- ให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้ (Application)
- 3. ขั้นวิเคราะห์ อภิปรายผลจากกิจกรรม
 - วิเคราะห์อภิปรายผลงาน / ข้อความรู้ที่สรุปได้จากกิจกรรม (Product)
 - วิเคราะห์อภิปรายกระบวนการเรียนรู้ (Process)
- 4. ขั้นสรุปและประเมินผล สรุปและประเมินผลการเรียนรู้ตามจุดประสงค์

วัฒนาพร ระจิบทุกซ์ (2541, หน้า 13) ได้เสนอรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ดังต่อไปนี้

รูปแบบที่ 1 Student –Centered Class ครูเป็นผู้เตรียมเนื้อหา วัสดุอุปกรณ์และสื่อทั้งหมด ขณะที่นักเรียนเป็นผู้ดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ โดยครูคอยดูแลกำกับให้คำปรึกษา กิจกรรมในรูปแบบนี้ส่วนมากเป็นกิจกรรมกลุ่มหรือจับคู่

รูปแบบที่ 2 Learner–Based Teaching รูปแบบนี้ครูจะเป็นผู้กระตุ้นหรือมอบหมายให้ผู้เรียนค้นคว้าเนื้อหาข้อมูลของเรื่องที่จะเรียนเอง หรือจัดทำสื่อการเรียนรู้เองโดยใช้ประสบการณ์ ความรู้ความชำนาญพิเศษของผู้เรียนเป็นฐาน

รูปแบบที่ 3 Learning Independence หรือ Self–Directed Learning เป็นรูปแบบที่ผู้เรียนเป็นอิสระจากชั้นเรียน สามารถศึกษาค้นคว้าจากสื่อที่จัดไว้ในศูนย์การเรียนรู้ด้วยตนเอง แล้วเลือกทำงานหรือฝึกปฏิบัติตามต้องการ ตามความสนใจและศักยภาพของตน โดยอาจศึกษาตามลำพังหรือจับคู่ศึกษากับเพื่อนก็ได้

บทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

ครูผู้สอนมีบทบาทโดยตรงในการจัดการเรียนรู้ เมื่อแนวโน้มของการจัดการเรียนการสอนเปลี่ยนไปบทบาทของผู้เรียนสำคัญเด่นชัดมากขึ้นบทบาทของครูก็ต้องปรับเปลี่ยนไปจากเดิม จากบทบาทที่สำคัญที่สุดในฐานะผู้บอกเล่าข้อความรู้ทั้งหมดแก่ผู้เรียนมาเป็นผู้สนับสนุน จัดสิ่งแวดล้อมที่จะเอื้อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มากที่สุด แคนสเวิร์ค สูดทอน (อ้างใน อรุณิ สันติคุณากร, 2542, หน้า 23) ได้สรุปบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางไว้ 6 ประการดังนี้

1. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีโอกาสศึกษาอย่างอิสระ

2. จัดสภาพแวดล้อมให้เกิดการเรียนรู้มากที่สุด
3. เป็นผู้คอยชี้แนะ ช่วยเหลือเมื่อนักเรียนมีปัญหาในการเรียน และคอยให้กำลังใจนักเรียนตลอดเวลา
4. ไม่เป็นผู้สกัดกั้นความคิดเห็นของนักเรียน รับฟังความคิดเห็นของนักเรียน
5. ให้โอกาสผู้เรียนแสวงหาความรู้
6. จัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้นักเรียน โดยการสร้างบรรยากาศในชั้นเรียน จัดสภาพในห้องสอน จัดป้ายนิเทศส่งเสริมการเรียนรู้ หรือจัดนิทรรศการ

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (อ้างในรังรอง หงษ์รัตน์, 2543, หน้า 19-20) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูว่าประกอบด้วย

1. วางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในรายวิชาที่รับผิดชอบ และจัดทำแผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง
2. ปรับเปลี่ยนพฤติกรรมการสอนจากผู้บอกความรู้เป็นผู้จัดการเรียนรู้ แนะนำช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนแสวงหาความรู้
3. ช่วยพัฒนาผู้เรียน เติมเต็มความรู้ของผู้เรียนให้สมบูรณ์
4. ช่วยให้ผู้เรียนเรียนอย่างมีความสุข ให้ความรัก ความมั่นคง อิสรภาพ ยอมรับให้ข้อมูลป้อนกลับ

5. จัดทรัพยากรการเรียนรู้และสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้
6. รู้จักและเข้าใจผู้เรียน
7. มีความรู้ลึกซึ้งในสิ่งที่สอน
8. มียุทธศาสตร์การสอนที่จะพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณลักษณะที่พึงประสงค์
9. รักการสอน

10. ปลุกฝังให้ผู้เรียนมีความรับผิดชอบต่อการเรียนรู้
11. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้
12. พัฒนาตนเองไปสู่ความเป็นมืออาชีพด้านการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง
13. ปฏิบัติตนเป็นต้นแบบที่ดีทั้งด้านความประพฤติและการเรียนรู้

วิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

เทคนิควิธีการจัดการเรียนการสอนมีอยู่มากมายหลายวิธี ซึ่งครูสามารถนำไปปรับใช้ให้เหมาะกับลักษณะผู้เรียน จุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาข้อความรู้ต่าง ๆ วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2541, หน้า 17-45) ได้เสนอไว้ 6 วิธีดังนี้

1. การจัดการเรียนการสอนทางอ้อม (Indirect Instruction) การจัดการเรียนการสอนทางอ้อมเป็นวิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางวิธีหนึ่งซึ่งมีแนวคิดพื้นฐานว่า “ยิ่งผู้เรียนมีวุฒิภาวะสูงขึ้น ยิ่งต้องมีความรับผิดชอบที่จะต้องค้นหา ค้นพบข้อความรู้และสรุปข้อความรู้จากประสบการณ์การเรียนรู้ของตนมากขึ้น” ตัวอย่างเทคนิควิธีการจัดการเรียนการสอนทางอ้อม เช่น

1.1 การสอนแบบค้นพบ (Discovery) สอนด้วยการฝึกทักษะการสังเกต การสืบค้น การให้เหตุผล การอ้างอิง หรือการสร้างสมมติฐาน ซึ่งพัฒนาไปจากข้อมูลที่มีอยู่เดิม

1.2 การสอนแบบสืบค้น (Inquiry) เป็นการสอนโดยใช้คำถามที่มีความหมายเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสืบค้นในประเด็นที่กำหนด เน้นการให้ผู้เรียนรับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง

1.3 การสอนแบบแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นวิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้คิดแก้ปัญหาอย่างเป็นกระบวนการโดยอาศัยแนวคิดแก้ปัญหาด้วยการนำเอาวิธีการสอนแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการสอนจากกฎเกณฑ์ไปหาความจริงย่อยมาผสมผสานกับวิธีการสอนแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการสอนจากตัวอย่างส่วนย่อยมาหากฎเกณฑ์

2. การศึกษารายบุคคล (Individual Study) การศึกษาเป็นรายบุคคล หรือที่รู้จักกันในชื่อการเรียนรู้แบบอิสระ (Independent Learning) การเรียนรู้แบบกำกับตนเอง (Self-Directed Learning) และการสอนตนเอง (Self-Teaching) เป็นแนวทางหนึ่งของการศึกษาที่ผู้เรียนแต่ละคนปฏิบัติเพื่อพัฒนาตนเอง จุดมุ่งหมายของการศึกษารายบุคคลคือการพัฒนาตนเอง และการฝึกทักษะการเรียนรู้ตลอดชีวิต

3. การจัดการเรียนการสอนที่สัมพันธ์กับเทคโนโลยี (Technology Related Instruction) มีประโยชน์ในบางสถานการณ์การสอน แต่ก็อาจไม่เหมาะที่จะใช้ในบางสถานการณ์ ตัวเทคโนโลยีเองไม่สามารถเพิ่มระดับการเรียนรู้ได้ สิ่งที่เทคโนโลยีทำได้คือ การให้ทางเลือกแก่ครูในการนำเสนอข้อมูล และให้ทางเลือกแก่นักเรียนในการอ่าน ครูมีอาชีพที่แท้จริงจึงใช้เทคโนโลยีในฐานะเครื่องช่วยสอนไม่ได้ใช้แทนการสอน เทคโนโลยีที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคือ สิ่งพิมพ์ แหล่งทรัพยากรในชุมชน ศูนย์การเรียนรู้ ชุดการสอน คอมพิวเตอร์ช่วยสอน บทเรียนสำเร็จรูป ฯลฯ

4. การจัดการเรียนการสอนแบบเน้นการปฏิสัมพันธ์ (Interactive Instruction) การจัดการเรียนการสอนแบบเน้นการปฏิสัมพันธ์ เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางวิธีหนึ่ง ซึ่งเน้นการอภิปราย การแบ่งปันความรู้ การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การถาม-ตอบ และการทำงานกลุ่มย่อยแบบร่วมมือกัน การจัดการเรียนการสอนลักษณะนี้เป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีปฏิริยาและตอบสนองต่อความรู้ ประสบการณ์ การหยั่งรู้ และความคิดเห็น

ของครูและเพื่อน ๆ ผู้เรียนจะได้ฝึกการจัดระบบความคิด การโต้แย้งอย่างมีเหตุผลและการพัฒนาทักษะทางสังคม

5. การจัดการเรียนการสอนแบบเน้นประสบการณ์ (Experiential Instruction) การจัดการเรียนการสอนแบบเน้นประสบการณ์ เป็นวิธีการส่งเสริมการรับความรู้จากประสบการณ์ และการสะท้อนกลับความคิดเห็นที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ เป็นเทคนิควิธีการปฏิบัติของผู้เรียนแต่ละคน เน้นที่กระบวนการเรียนรู้มากกว่าผลการปฏิบัติ ผู้เรียนจะได้กำกับการเรียนรู้ของตนและได้รับประสบการณ์ด้านอารมณ์ความรู้สึกที่จะนำมาปรับความรู้สึก เจตคติ และค่านิยมของตน

6. การเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning) การเรียนแบบร่วมมือเป็นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียนให้แก่ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความรู้ความสามารถแตกต่างกันโดยที่แต่ละคนมีส่วนร่วมอย่างแท้จริง การจัดการเรียนการสอนแบบนี้สามารถนำไปใช้ได้กับทุกวิชาและทุกระดับชั้น และจะมีประสิทธิผลยิ่งกับการเรียนรู้อันมุ่งพัฒนาผู้เรียนในด้าน การแก้ปัญหา การกำหนดเป้าหมายในการเรียนรู้ การคิดแบบหลากหลาย การปฏิบัติภาระกิจที่ซับซ้อน ฯลฯ วัฒนาพร ระงับทุกข์ ได้กล่าวถึงเทคนิคที่ใช้ในการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งสอดคล้องกับวิธีการเรียนแบบร่วมมือที่ สมนักดี ภูวิภาดาบรรณ (2544, หน้า 3-4) กล่าวไว้ดังนี้

6.1 วิธีการติดต่อภาพ (Jigsaw) เป็นวิธีที่พัฒนาขึ้นเพื่อส่งเสริมความร่วมมือและการถ่ายทอดความรู้ระหว่างเพื่อนในกลุ่ม และเป็นวิธีการง่าย ๆ เพื่อให้ผู้เรียนรู้ถึงความรับผิดชอบที่ตนมีต่อกลุ่ม วิธีการนี้ใช้ได้กับเนื้อหาที่เน้นการเข้าใจเกี่ยวกับ โนทัศน์ (Concept) มากกว่าการจำ

6.2 การแข่งขันเป็นทีม (Teams Games-Tournaments) เป็นกิจกรรมที่เหมาะสมกับการเรียนการสอนในจุดประสงค์ที่ต้องการให้กลุ่มศึกษาประเด็นหรือปัญหาที่มีคำตอบถูกต้องเพียงคำตอบเดียว หรือมีคำตอบถูกต้องที่ชัดเจน

6.3 Student Teams and Achievement Divisions เป็นเทคนิคที่พัฒนามาจาก Teams Games-Tournaments แต่จะเน้นการให้ความร่วมมือช่วยเหลือกันในทีมมากกว่าการแข่งขัน

ส่วน อรุณี สันติคุณากร (2542, หน้า 30-49) ได้กล่าวถึงเทคนิควิธีสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางด้วยวิธีสอนแบบผสมผสานว่า เป็นการสอนที่ผู้สอนสามารถเลือกวิธีการสอนหลาย ๆ วิธีผสมกันในการสอนเรื่องใดเรื่องหนึ่ง เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ และวิธีการสอนที่นำมาสอนเหล่านั้นจะต้องเหมาะสมกับเนื้อหา อรุณี สันติคุณากร ยังได้เสนอวิธีการสอน 5 แบบดังนี้

1. วิธีสอนแบบอภิปราย เป็นการนำเอาหัวข้อ ประเด็น หรือปัญหาที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนมาให้ผู้เรียนอภิปราย เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้ มุ่งเน้นให้ผู้เรียนรู้จักการทำงานเป็นกลุ่ม ผู้เรียนจะรวมพลังความคิดเพื่อพิจารณาปัญหา หาเหตุผลร่วมกัน และผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นในสิ่งที่เรียน

2. วิธีสอนแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่แบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มเล็ก ๆ สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถแตกต่างกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการช่วยเหลือสนับสนุนซึ่งกันและกันโดยการอธิบายหรือโต้แย้งแสดงเหตุผล และมีความรับผิดชอบร่วมกัน

3. วิธีสอนแบบใช้คำถาม เป็นการสอนที่มุ่งพัฒนากระบวนการทางความคิดของผู้เรียน เพราะการป้อนคำถามจะทำให้ผู้เรียนได้ฝึกการใช้ความคิดเชิงเหตุผล วิเคราะห์ วิวิจารณ์ รู้จักลำดับขั้นความคิด สามารถสรุปบทเรียนได้ด้วยตนเอง เป็นการขยายทักษะการคิด

4. วิธีสอนแบบวิเคราะห์ เป็นวิธีการสอนที่ผู้สอนพยายามแยกแยะปัญหาออกมาจากสิ่งที่ไม่รู้ไปสู่สิ่งที่รู้ และเป็นการศึกษาค้นหาคำตอบอย่างมีเหตุผล มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับปัจจัยต่างๆ โดยสามารถแยกแยะสิ่งต่าง ๆ ออกมาอย่างชัดเจน มีเหตุผลรองรับและสอดคล้องกับข้อมูลต่าง ๆ

5. วิธีสอนแบบการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ประยุกต์ความรู้ที่ได้มาตอนแรก หรือความรู้เดิมกับสถานการณ์ใหม่ที่ยังไม่คุ้นเคย การแก้ปัญหามักต้องใช้หลายมโนคติหรือหลายทฤษฎีหลายสูตรมาผสมผสานกันจึงจะแก้ปัญหาได้

แนวทางการประเมินที่สอดคล้องกับการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง การวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง มีหลายแนวทาง วัฒนาพร ระเบียบทุกข์ (2541, หน้า 63-78) ได้เสนอแนวทางการประเมินที่สำคัญไว้ 3 แนวทาง พอสรุปได้ดังนี้

1. การประเมินผลจากสภาพจริง (Authentic Assessment) การประเมินจากสภาพจริง เป็นการประเมินที่เน้นการประเมินทักษะการคิดอย่างซับซ้อน ความสามารถในการแก้ปัญหา และการแสดงออก รวมถึงวิธีการปฏิบัติและผลการปฏิบัติตามกิจกรรมการเรียนการสอน การประเมินลักษณะนี้จะมีประสิทธิภาพเมื่อประเมินการปฏิบัติของผู้เรียนในสภาพที่เป็นจริง ซึ่งประเมินได้จากแฟ้มสะสมผลงาน การจัดนิทรรศการ การแสดง การทดลอง การบันทึกของผู้เรียน ผู้สอน ผู้ปกครอง การนำเสนอรายงาน วิธีการที่ใช้ประเมินได้แก่ การสังเกตอย่างเป็นระบบและไม่เป็นระบบ รายบุคคลหรือกลุ่ม การทำงานกลุ่ม การสัมภาษณ์อย่างเป็นทางการและไม่เป็นทางการ ข้อมูลจากการประเมินตนเองของผู้เรียน ผลการทดสอบจากแบบทดสอบวัด

ความสามารถจริงรวมทั้งการประเมินผลผลิต การสรุปการประเมินจะใช้ข้อมูลจากหลายส่วนและใช้เกณฑ์คุณภาพประกอบ ดังนั้นการตัดสินผลการเรียนจะยุติธรรมและสร้างสรรค์มากกว่าการปฏิบัติที่มีผิดกับถูกเท่านั้น ลักษณะที่สำคัญของการประเมินจากสภาพจริง มีดังนี้

1.1 เป็นการประเมินที่กระทำไปพร้อมๆ กับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งสามารถทำได้ตลอดเวลาทุกสถานการณ์ ทั้งที่โรงเรียน บ้านและชุมชน

1.2 เป็นการประเมินที่เน้นพฤติกรรมและการแสดงออกของผู้เรียนที่แสดงออกมาจริงๆ

1.3 เน้นการพัฒนาผู้เรียนอย่างเด่นชัด และให้ความสำคัญกับการพัฒนาจุดเด่นของผู้เรียน

1.4 เน้นการประเมินตนเองของผู้เรียน

1.5 ตั้งอยู่บนพื้นฐานของสถานการณ์ที่เป็นชีวิตจริง

1.6 ใช้ข้อมูลที่หลากหลาย มีการเก็บข้อมูลระหว่างการปฏิบัติในทุกด้านทั้งที่โรงเรียน บ้าน และชุมชนอย่างต่อเนื่อง

1.7 เน้นคุณภาพของผลงานที่นักเรียนสร้างขึ้น ซึ่งเป็นผลจากการบูรณาการความรู้ความสามารถหลายๆ ด้านของผู้เรียน

1.8 เน้นการวัดความสามารถในการคิดระดับสูง (ทักษะการคิดที่ซับซ้อน) เช่น การวิเคราะห์ การสังเคราะห์

1.9 ส่งเสริมการปฏิสัมพันธ์เชิงบวก มีการชื่นชม และอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของผู้เรียน และผู้เรียนได้เรียนอย่างมีความสุข

1.10 เน้นการมีส่วนร่วมระหว่างผู้เรียน ครู ผู้ปกครอง

2. เน้นการประเมินภาคปฏิบัติ (Performance Assessment) เป็นการทดสอบความสามารถในการทำงานของผู้เรียน ภายใต้สถานการณ์และเงื่อนไขที่สอดคล้องกับสภาพจริงมากที่สุด ประเมินได้ 3 ลักษณะ คือ ประเมินกระบวนการ ประเมินทั้งกระบวนการและผลผลิต ในการประเมินนี้ ครูผู้สอนอาจใช้วิธีการต่อไปนี้

2.1 การสืบค้น (Inquiry) โดยการถามผู้เรียนตรงๆ เกี่ยวกับความรู้ลึกที่มีต่อตนเองต่อการปฏิบัติงาน ต่อสิ่งต่างๆ รวมถึงการประเมินความสำเร็จของตน โดยอาจให้ผู้เรียนรายงานผลด้วยการพูดหรือเขียนหรือตอบแบบตรวจสอบรายการหรือบันทึกข้อดีข้อด้อยของตนเองในการทำงาน

2.2 การสังเกต (Observation) โดยการสังเกตผู้เรียนขณะที่เรียนและในกิจกรรมต่างๆ รวมถึงการตอบคำถามและการทำงานที่ได้รับมอบหมายทั้งงานเดี่ยว และงานกลุ่ม ครูควรใช้การสังเกตอย่างสม่ำเสมอโดยผู้เรียนไม่รู้ตัวเพื่อให้ได้ข้อมูลที่แสดงภาพการปฏิบัติที่แท้จริงของผู้เรียน

2.3 การวิเคราะห์ (Analysis) โดยการวิเคราะห์การปฏิบัติของผู้เรียนแต่ละคนขณะที่ปฏิบัติงาน หรือเมื่อทำงานเสร็จแล้วเพื่อค้นหาว่า งานส่วนใดที่ผู้เรียนทำได้ดี และส่วนใดที่ควรปรับปรุง

2.4 การทดสอบ (Testing) โดยการวัดการปฏิบัติของผู้เรียนอย่างเป็นระบบเพื่อตัดสินระดับความสำเร็จในการเรียนรู้ ระดับทักษะที่ได้จากการปฏิบัติ การบรรลุเป้าหมายการจัดการเรียนการสอนหรือเจตคติที่มีต่อสิ่งต่างๆ

3. การประเมินจากแฟ้มสะสมงาน (Portfolio Assessment) เป็นแนวทางหนึ่งของการประเมินผลตามสภาพจริงที่ใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน สามารถสะท้อนให้เห็นผลที่เกิดจากกระบวนการเรียนการสอนและการเรียนรู้ของผู้เรียนอย่างชัดเจน ซึ่งมีหลักการสำคัญในการประเมินจากแฟ้มสะสมผลงานดังนี้

3.1 ด้านเนื้อหาวิชาจะต้องสะท้อนความรู้ความเข้าใจเนื้อหาวิชา ทักษะความสามารถ และคุณลักษณะการเรียนรู้ของผู้เรียน

3.2 ด้านการเรียนการสอน จะต้องเน้นกระบวนการเรียนรู้และผลงานของผู้เรียนโดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้หรืองานและตรวจสอบปรับปรุงด้วยตนเอง รวมทั้งมีการประเมินตนเอง และเน้นบรรยากาศการเรียนรู้อย่างอิสระ โดยมีครูเป็นที่ปรึกษาให้คำชี้แนะ กระตุ้น สร้างขวัญและกำลังใจ

3.3 ด้านความเสมอภาค คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ทั้งด้านความสามารถ วิธีการเรียนและความหลากหลายทางสติปัญญา โดยมุ่งพัฒนาศักยภาพของบุคคลไปสู่เกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดให้สูงสุดตามความสามารถของแต่ละบุคคล

นอกจากนี้กรมวิชาการ (2539, หน้า 11-52) ได้ให้ความหมายของการประเมินตามสภาพจริงว่าเป็นกระบวนการสังเกต การบันทึก และรวบรวมข้อมูลจากงานและวิธีการที่นักเรียนทำเพื่อเป็นพื้นฐานของการตัดสินใจในการศึกษาถึงผลกระทบต่อดังกล่าว การประเมินผลจากสภาพจริงจะไม่เน้นการประเมินเฉพาะทักษะพื้นฐาน แต่จะเน้นการประเมินทักษะการคิดที่ซับซ้อนในการทำงานของผู้เรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา และการแสดงออกที่เกิดจากการปฏิบัติในสภาพจริง นอกจากนี้การประเมินจากสภาพจริงจะมีความต่อเนื่องในการให้ข้อมูลในเชิงคุณภาพที่เป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับแต่ละบุคคลได้ โดยมีวิธีและเครื่องมือที่ใช้ในการประเมินผลตามสภาพจริง ดังต่อไปนี้

1. การประเมินการแสดงผลงานและกระบวนการของผู้เรียน (Performance and Process) มีวิธีการและเครื่องมือที่ใช้หลายประการ ได้แก่ การสังเกต การบันทึกพฤติกรรม แบบสำรวจรายการ มาตรฐานประมาณค่า การสุ่มเวลา การสุ่มเหตุการณ์ และการสัมภาษณ์

2. การประเมินกระบวนการและผลผลิตของผู้เรียน (Processes and Products) ผลผลิตของผู้เรียนมีความสำคัญ เป็นส่วนหนึ่งของผู้เรียนและเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งในการประเมินสภาพจริง สำหรับจุดเน้นของการประเมินสภาพจริงจะไม่สิ้นสุดที่ผลผลิตเท่านั้น แต่เน้นที่กระบวนการที่มีผลต่อผลผลิตที่ได้ด้วย

สรุปได้ว่าการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมให้มากที่สุดและเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางต้องคำนึงถึงความต้องการ และความสนใจของผู้เรียน โดยใช้วิธีการสอนที่สอดคล้องกับหลักในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เช่น การสอนแบบค้นพบ แบบสืบค้น แบบแก้ปัญหา แบบอภิปราย เป็นต้น ส่วนครูนั้นก็ควรปรับเปลี่ยนบทบาทไปจากเดิมที่เป็นผู้บอกข้อความรู้แก่ผู้เรียนมาเป็นผู้สนับสนุน ชี้แนะ ช่วยเหลือ ให้คำแนะนำทางด้านการเรียนแก่นักเรียน และจัดสภาพแวดล้อมให้เกิดการเรียนรู้มากที่สุด ให้โอกาสผู้เรียนแสวงหาความรู้อย่างอิสระ ส่วนบทบาทของนักเรียนจะเป็นผู้ลงมือปฏิบัติ ทำกิจกรรมด้วยตนเอง สามารถเลือกวิธีการเรียนรู้ แหล่งการเรียนรู้ และการประเมินผลด้วยตนเองได้ การประเมินผลก็ต้องสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยประเมินผลจากสภาพจริง ซึ่งเป็นการประเมินผลการเรียนจากการที่ครูอาศัยการสังเกต บันทึก เก็บรวบรวมข้อมูลจากผลงานและ การปฏิบัติของนักเรียนอย่างต่อเนื่องควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อช่วยในการพัฒนาให้ผู้เรียนบรรลุเป้าหมายของหลักสูตรต่อไป

การเรียนการสอนตรรกศาสตร์

ตรรกศาสตร์มาจากภาษาสันสกฤตว่า ตรก (คิดหรือตรึกตรอง) รวมกับศาสตร์ (ความรู้) จึงมีความหมายตรงกับนิยามของตรรกศาสตร์ที่ใช้กันทั่วไปว่า ศาสตร์ของการให้เหตุผล (Science of Reasoning) ภัทรา เศรษฐวิทย์ (2540)

เนื่องจากการให้เหตุผลจำเป็นต้องใช้ภาษาข้อความ และบางครั้งภาษาข้อความก็มีปัญหาในการสื่อสารความหมายได้ไม่ชัดเจนและรัดกุม นักคณิตศาสตร์จึงได้นำเอาสัญลักษณ์มาแทนภาษาข้อความ เพื่อจัดระบบข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ และหาความสัมพันธ์ของข้อความเหล่านั้น ตลอดจนแจกแจงหาข้อเท็จจริงเหล่านั้นด้วย และเรียกระบบดังกล่าวนี้ว่า ตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ (Symbolic Logic) (สมัย ยอดอินทร์, 2525, หน้า 301) หรือที่เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า คณิตตรรกศาสตร์ และ Thomason (1970, p. 5) ได้กล่าวถึง รูปแบบของตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ หมายถึงการจัดให้เข้าใจการทำงานของ ทฤษฎีคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ของเหตุผล

Quine (1965, p. 28) กล่าวว่า ประโยคเปิด คือนิพจน์ซึ่งไม่ใช่ประพจน์ แต่สามารถเป็นประพจน์ได้โดยการเติมตัวบ่งปริมาณ

สุเทพ จันทร์สมศักดิ์ (2518, หน้า 43) กล่าวว่า ประโยคเปิด หมายถึง ประโยคบอกเล่า หรือปฏิเสธซึ่งมีตัวแปร ไม่ใช่ประพจน์ แต่สามารถทำให้เป็นประพจน์ได้ โดยการแทนตัวแปรนั้นด้วยสมาชิกของเอกภพสัมพัทธ์ หรือเติมวลีบอกปริมาณไว้หน้าประโยคนั้น

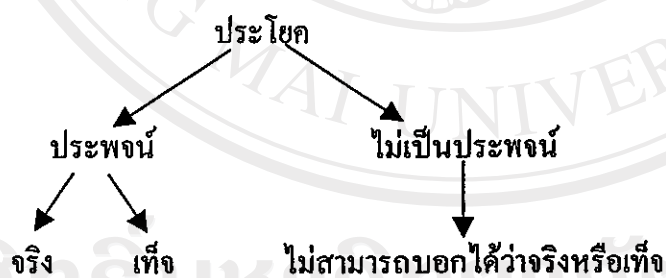
สุวรร กาญจนมบุตร (2523) กล่าวว่าประโยคเปิด คือประโยคบอกเล่าที่มีตัวแปร ซึ่งถ้าแทนค่าตัวแปรในประโยคเหล่านี้แล้วจะกลายเป็นประพจน์

สุเทพ จันทร์สมศักดิ์ (2518, หน้า 2) กล่าวว่า ประพจน์ (Statement หรือ Proposition) คือประโยคที่เป็นจริงหรือเท็จเพียงอย่างเดียวเท่านั้น ประโยคเหล่านี้อาจจะอยู่ในรูปประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธก็ได้

จิราวัลย์ หมื่นประเสริฐ (2524, หน้า 1) กล่าวถึงประพจน์ว่าเป็นข้อความในแบบประโยคบอกเล่า ซึ่งอาจจะเป็นชนิดยืนยัน หรือปฏิเสธ จะเป็นข้อความที่เป็นจริงหรือเท็จอย่างใดอย่างหนึ่งภายใต้เงื่อนไขหนึ่ง

สมัย ยอดอินทร์ (2525, หน้า 301) กล่าวว่า ประพจน์คือ ข้อความที่เป็นประโยคบอกเล่า ซึ่งอาจจะเป็นชนิดยืนยัน หรือปฏิเสธ ซึ่งสามารถระบุได้ว่าจริงหรือเท็จเพียงอย่างเดียว

Quine (1965, pp. 1-4) กล่าวว่า ประพจน์คือประโยค แต่ประโยคทั้งหมดไม่ใช่ประพจน์ และยังสามารถแสดงเป็นแผนภาพดังนี้



Massey (1970, pp. 4-7) กล่าวว่า ประพจน์อาจเป็นจริงหรือเท็จก็ได้ เรียกประพจน์ที่จริงว่ามีค่าความจริงเป็นจริง และเรียกประพจน์ที่เท็จว่ามีค่าความจริงเป็นเท็จ นอกจากนี้ได้กล่าวถึงตัวเชื่อมประพจน์ว่า เป็นเครื่องหมายที่เชื่อม หรือรวมประพจน์แล้วได้ประพจน์อื่น

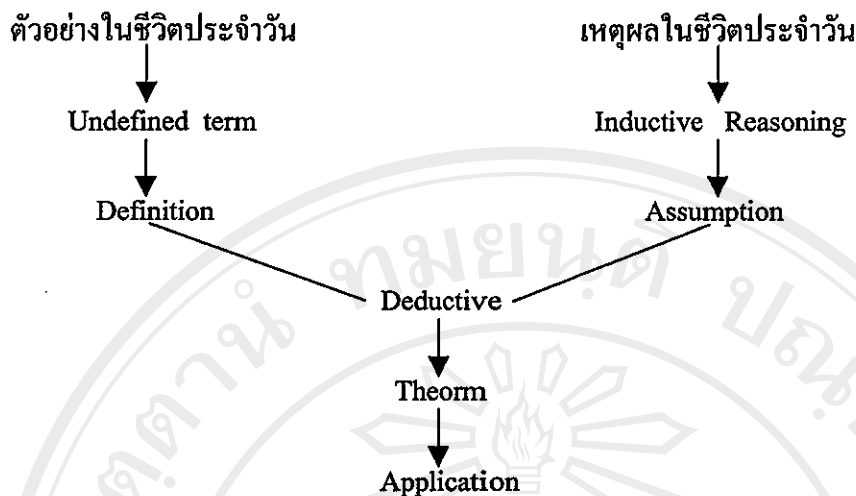
ภัทรา เตชากิวิทย์ (2540, หน้า 1-11) กล่าวว่า ประพจน์ (Sentence , Statement, Proposition) หมายถึง ประโยคบอกเล่าซึ่งแต่ละประพจน์มีค่าความจริงเป็นจริง (True) หรือเท็จ (False) เพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง และได้จำแนกประพจน์โดยพิจารณาค่าความจริงดังนี้

1. ประพจน์ถั่งจะ (Tautology) คือประพจน์ซึ่งเป็นจริงโดยไม่ขึ้นกับค่าความจริงของประพจน์เดี่ยวที่เป็นส่วนประกอบ หรือ ประพจน์ที่เป็นจริงเสมอภายใต้การตีความทุกแบบ
2. ประพจน์คล้อยตาม (Satisfiable) คือประพจน์ที่เป็นจริงภายใต้การตีความอย่างน้อย 1 แบบ
3. ประพจน์ขัดแย้ง (Contradictory) คือประพจน์ที่เป็นเท็จโดยไม่ขึ้นกับประพจน์เดี่ยวที่เป็นส่วนประกอบ หรือเป็นเท็จภายใต้การตีความทุกแบบ

นอกจากนี้ ภัทรา เตชาภิวาทย์ Massey และ Exner ได้กล่าวถึงการเชื่อมประพจน์ (Logical Connectives) และค่าความจริง สอดคล้องกันว่า รูปของประพจน์ผสมซึ่งประกอบด้วยประพจน์ย่อยกับตัวเชื่อม 5 รูป มีดังนี้

1. นิเสธ (Negation หรือ Denial) ใช้สัญลักษณ์ $\sim$ อ่านว่า “ไม่จริงที่ว่า” (Not) ค่าความจริงของ p และ $\sim p$ มีค่าความจริงตรงข้ามกันเสมอ
2. Conjunction เกิดจากการเชื่อมประพจน์ย่อยด้วยตัวเชื่อม $\wedge$ อ่านว่า “และ” (And) ค่าความจริงของ $p \wedge q$ เป็นจริง ก็ต่อเมื่อ p และ q จริงทั้งคู่เท่านั้น
3. Disjunction เกิดจากการเชื่อมประพจน์ย่อยด้วยตัวเชื่อม $\vee$ อ่านว่า “หรือ” (Or) ค่าความจริงของ $p \vee q$ เป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ p และ q เท็จทั้งคู่เท่านั้น
4. Conditional เกิดจากการเชื่อมประพจน์ย่อยด้วยตัวเชื่อม $\rightarrow$ อ่านว่า “ถ้า...แล้ว” (If...then...) ค่าความจริงของ $p \rightarrow q$ เป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ p เป็นจริง และ q เป็นเท็จ เท่านั้น
5. Biconditional เกิดจากการเชื่อมประพจน์ย่อยด้วยตัวเชื่อม $\leftrightarrow$ อ่านว่า “ก็ต่อเมื่อ” (If ...and only if...) ค่าความจริงของ $p \leftrightarrow q$ เป็นจริง ก็ต่อเมื่อ p และ q มีค่าความจริงเหมือนกันเท่านั้น

พูลศักดิ์ เทศนิยม (2522, หน้า 1-5) ได้สร้างคู่มือประกอบการสอน วิชาตรรกศาสตร์ ระดับปีที่ 1, 2 ในมหาวิทยาลัย โดยมีโครงสร้างของเนื้อหาทั้งหมดตามแนวของ Postulation System โดยเน้นเนื้อหาในการวิเคราะห์ข้อความให้สมเหตุสมผล เพื่อที่จะนำไปประยุกต์ในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีเนื้อหาวิชาเรียงลำดับดังนี้ คือ ประพจน์ ประพจน์เชิงประกอบ การหาค่าความจริง โดยใช้ตาราง สัจนิรันดร์ กฎของความสมเหตุสมผลพร้อมการพิสูจน์ ประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ กฎการพิสูจน์ข้อความที่เป็นประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ ซึ่งโครงสร้างของเนื้อหาจะมีความสัมพันธ์ดังแผนภาพต่อไปนี้



จิราวัลย์ หมั่นประเสริฐ (2524, หน้า 147-169) ได้เสนอแนวการสอนตรรกศาสตร์ของ Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study (SSMCIS) ไว้ว่าดำเนินการสอนโดยใช้ตัวอย่างมาพิจารณาแล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์ และสอนในลักษณะเป็นรูปธรรม มีการเชื่อมโยงเนื้อหาตรรกศาสตร์ไปสัมพันธ์กับคณิตศาสตร์สาขาอื่น ๆ พอสรุปได้ดังนี้

1. เริ่มนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการอธิบายว่า ทำไมต้องเรียนตรรกศาสตร์ โดยให้พิจารณาประโยคคำพูดหลาย ๆ ประโยค เช่น “วิลลี่ เมย์ส์ เล่นเบสบอลดีกว่า มิกกี้ แมนเทิล” “ฮีเลียมเบากว่าอากาศ” “จำนวนคู่บวกจำนวนคู่ ผลที่ได้จะเป็นจำนวนคู่”

2. สอนประโยคทางคณิตศาสตร์ เช่น “จำนวนธรรมชาติจะเป็นจำนวนเฉพาะก็ต่อเมื่อจำนวนธรรมชาตินั้นมีตัวประกอบที่แตกต่างกัน 2 ตัว” “ $2 < 5$ ” “ $5 < 2$ ” “ x เป็นจำนวนตรรกยะที่น้อยกว่า $\frac{2}{3}$ ” เพื่อนำไปสู่การสอนเรื่องประพจน์และประโยคเปิด

3. สอนตัวเชื่อม “และ” “หรือ” โดยการยกตัวอย่างประโยคเชิงซ้อน ซึ่งเกิดจากประพจน์เชิงเดี่ยว 2 ประพจน์ แล้วเชื่อมประพจน์ทั้งสองด้วยคำว่า “และ” “หรือ” พิจารณาประโยคที่ได้ใหม่เป็นประพจน์หรือไม่ และถ้าเป็นประพจน์จะมีค่าความจริงเป็นอย่างไร เช่น “5 เป็นจำนวนเฉพาะ และ 5 เป็นพหุคูณของ 3” “ $5 < 3$ และ $2 > 7$ ” “ $2 = 3$ หรือ $4 + 1 = 5$ ” แล้วใช้ปัญญาลำนึกในการสรุปค่าความจริงที่ได้ด้วยการเชื่อมด้วยคำว่า “และ” “หรือ” แล้วแสดงด้วยตารางค่าความจริง

4. สอนประพจน์เงื่อนไขและประพจน์เงื่อนไขไปกลับ โดยการยกตัวอย่างประโยคภาษาและประโยคคณิตศาสตร์ในรูปประพจน์เงื่อนไขและประพจน์เงื่อนไขไปกลับ เช่น “ถ้าสหรัฐอเมริกาส่งมนุษย์อวกาศไปยังดาวอังคาร ในปี 1976 แล้วจะส่งมนุษย์อวกาศไปยังดาวอังคาร ในปี 1980” “ถ้า a และ b เป็นจำนวนคี่แล้ว $a + b$ จะเป็นจำนวนคู่” “ถ้า $2 + 3 = 5$ แล้ว $2 = 5 - 3$ ”

“สี่เหลี่ยม ABCD จะเป็นสี่เหลี่ยมด้านขนานก็ต่อเมื่อ ด้านตรงข้ามของสี่เหลี่ยมขนานกัน”
พร้อมกับพิจารณาค่าความจริงที่ได้แล้วแสดงด้วยตารางค่าความจริง

5. สอนประพจน์บอกปริมาณ โดยกล่าวถึงลักษณะ ชนิด และการหาค่าความจริงของ ประพจน์บอกปริมาณ ตัวอย่างเช่น “ถ้า a และ b เป็น whole numbers (จำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนเต็มลบ) ที่เป็นจำนวนคี่ แล้ว $a + b$ จะเป็น whole numbers ที่เป็นจำนวนคู่” จะเห็นว่าไม่ว่าจะให้ a, b เป็น whole numbers ที่เป็นจำนวนคี่ใด ๆ ก็ตาม เมื่อบวกกันแล้วผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นจำนวน whole numbers ที่เป็นจำนวนคู่เสมอ ดังนั้นถ้าจะเขียนว่า “สำหรับทุก ๆ whole numbers a และ b ถ้า a และ b เป็นจำนวนคี่แล้ว $a + b$ เป็นจำนวนคู่” จะเป็นจริง พร้อมทั้งกล่าวถึงนิเสธของ ประพจน์บอกปริมาณสากลและประพจน์บอกปริมาณบางหน่วย

6. สอนการอนุมาน ด้วยการกล่าวถึงการอ้างเหตุผลโดยรูปแบบของประพจน์ที่จะนำมาหาเหตุผลนั้นอยู่ในรูปของประพจน์เงื่อนไข และกล่าวถึงกฎที่จำเป็น เพื่อจะนำไปใช้ในเรื่องของการพิสูจน์

7. การพิสูจน์คณิตศาสตร์โดยทางตรง ได้นำเรื่องที่สอนไปแล้วเช่น เรื่องประพจน์ ประโยคเปิด ตัวเชื่อม ค่าความจริง และประพจน์บอกปริมาณ มาใช้ประโยชน์ โดยเฉพาะเรื่องของประพจน์เงื่อนไข “ถ้า p แล้ว q ” เพราะทฤษฎีและสิ่งที่เห็นจริงแล้วอยู่ในรูปของประพจน์เงื่อนไขเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งเริ่มการสอนเรื่องนี้โดยการยกตัวอย่างและแบบแผนการพิสูจน์พร้อมทั้งวิเคราะห์ และจิราวัลย์ หมั่นประเสริฐ (2524, หน้า 169- 175) ได้เสนอแนวการสอนตรรกศาสตร์เบื้องต้นของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี พอสรุปได้ดังนี้

1. เริ่มต้นการสอนตรรกศาสตร์ด้วยการชี้ให้เห็นประโยชน์ของการเรียนตรรกศาสตร์ และสอนเรื่องประพจน์ด้วยการให้นิยามของประพจน์ จากนั้นให้พิจารณาประโยคซึ่งเป็นประโยคในชีวิตประจำวัน และประโยคทางคณิตศาสตร์ เช่น “เขานักคณิตศาสตร์” “ $x > 2$ ” เพื่อนำไปสู่ประโยคเปิด

2. สอนการเชื่อมประพจน์ ด้วยการพูดถึงประโยคใหม่ที่เกิดจากการเชื่อมประพจน์อื่น ๆ ด้วยคำว่า “และ” “หรือ” “ถ้า...แล้ว” “ก็ต่อเมื่อ” หรือประโยคซึ่งเปลี่ยนจากประโยคเดิมด้วยคำว่า “ไม่” และหาค่าความจริงของประโยคใหม่ดังกล่าว โดยเริ่มต้นด้วยการยกตัวอย่างประพจน์และพิจารณาประพจน์ กำหนดตารางค่าความจริง พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบความเข้าใจอีกครั้ง เมื่อได้ตารางค่าความจริงทั้ง ของตัวเชื่อมทุกตัวแล้วจึงนำตารางเหล่านั้นไปหาค่าความจริงของประพจน์ดังตัวอย่างเช่น “กำหนดให้ p เป็นจริง q เป็นเท็จ r เป็นเท็จ และ s เป็นจริง จะหาค่าความจริงของ $[(p \wedge q) \vee r] \rightarrow (p \vee s)$ ”

3. สอนเรื่องข้อความที่เทียบเท่ากัน โดยการสร้างตารางค่าความจริงของ $p \wedge q$ และ $q \wedge p$ และพิจารณาค่าความจริงที่ได้ แล้วสรุปว่าวิธีที่จะทราบว่า ประพจน์ 2 ประพจน์เทียบเท่ากันหรือไม่นั้นต้องสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ทั้งสองประพจน์

4. สอนวลีบอกปริมาณ โดยการยกตัวอย่าง แต่ไม่ได้บอกว่สิ่งนั้นคือวลีบอกปริมาณ ดังนี้ ในวิชาคณิตศาสตร์จะพบข้อความ “สำหรับสมาชิกทุกตัว” บ่อยครั้งเช่น “สำหรับ x ทุกตัว $x + 0 = x$ ” โดยให้เอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง จะใช้สัญลักษณ์ $\forall$ แทนข้อความ “สำหรับสมาชิกทุกตัว” $P(x)$ แทนประโยคที่อยู่ในรูปตัวแปร x นั่นคือประโยคข้างต้นเขียนแทนด้วย “ $\forall xP(x)$ ” ในทำนองเดียวกันใช้สัญลักษณ์ $\exists$ แทน “สำหรับสมาชิกบางตัว” เช่น เขียนแทนข้อความ “สำหรับสมาชิก x บางตัว $P(x)$ ” ด้วย “ $\exists xP(x)$ ”

5. สอนประโยคเปิด หลังจากที่ได้กล่าวถึงประโยคเปิดในหัวข้อเรื่องประพจน์มาแล้ว สสวท. ได้พิจารณาประโยคเปิดอีกครั้ง ในการพิจารณาครั้งนี้จะพิจารณาในขอบข่ายของเอกภพสัมพัทธ์ที่กำหนดมาให้ จากนั้นจึงให้นิยามของประโยคเปิด

6. ในการหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีวลีบอกปริมาณว่าเป็นจริงหรือเป็นเท็จ สสวท. ได้คำนึงถึงเอกภพสัมพัทธ์ เช่น “ $\forall x[x^2 = 1]$ เป็นเท็จ ถ้าเอกภพสัมพัทธ์คือเซตของจำนวนเต็มทั้งหมด และจะเป็นจริงถ้าเอกภพสัมพัทธ์คือ $\{-1, 1\}$ ” แล้วสรุปค่าความจริงที่ได้ของ “ $\forall xP(x)$ ” และ “ $\exists xP(x)$ ” ทุกกรณี

นอกจากนี้ จิราวัลย์ หมั่นประเสริฐ (2524, หน้า 184-219) ยังได้เสนอแนวการสอนตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยมีเนื้อหาตามสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และยึดหลักว่าการให้นิยามส่วนใหญ่จะไม่กำหนดในทันทีทันใด แต่จะให้ตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อให้เกิดความเข้าใจจนสามารถสรุปเป็นนิยามได้ เริ่มต้นเนื้อหาด้วยการพิจารณาประโยคที่เป็นประพจน์ จากนั้นจึงพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ที่เปลี่ยนแปลงจากประพจน์เดิม พิจารณาค่าความจริงของประโยคที่มีวลีบอกปริมาณ และสิ้นสุดตรงแบบแผนการพิสูจน์บางแบบที่คาดว่านักเรียนจะพบในการศึกษาคณิตศาสตร์

สุภาวดี วงษ์สกุล (2526, หน้า 9-11) ได้เสนอแนวทางในการสอนตรรกศาสตร์ของวลีบอกปริมาณในระดับมัธยมศึกษา โดยอาศัยประธานของประโยค ตัวอย่างเช่น

แบบประธานหน่วยเดียว

1. แม่ของฉันเป็นผู้เสียสละ
2. สุนัขตัวนี้สีดำ
3. 3 มากกว่า 0

แบบประธานหลายหน่วย

1. แม่เป็นผู้เสียสละ
2. สุนัขบางตัวสีดำ
3. จำนวนเต็มบวกทุกตัว มีค่ามากกว่า 0

จากนั้นจึงพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ว่าเป็นจริงหรือเป็นเท็จภายใต้เรื่องราวที่ประพจน์ดังกล่าวสังกัดอยู่ และสุภาวดี วงษ์สกุล ได้จัดเรียงเนื้อหาที่จะสอนดังนี้

1. เรื่องประโยคเปิด
2. ประพจน์บ่งปริมาณ
3. การเขียนประพจน์บ่งปริมาณให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์
4. ค่าความจริงของประพจน์บ่งปริมาณตัวแปรเดียว
5. นิเสธของประพจน์บ่งปริมาณ

จากการเสนอแนวทางการสอนตรรกศาสตร์ข้างต้นจะเห็นว่าเริ่มต้นการสอนด้วยการชี้ให้เห็นประโยชน์ของการเรียนเรื่องตรรกศาสตร์ก่อนว่าคณิตศาสตร์เป็นระบบที่มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำนิยาม นิยาม และสัจพจน์ จากนั้นใช้ตรรกศาสตร์สรุปเป็นกฎ หรือทฤษฎี ดังนั้นการศึกษาและสร้างสรรค์คณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องอาศัยความสามารถในวิชาตรรกศาสตร์เป็นพื้นฐาน แล้วดำเนินการสอนโดยการใช้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างมาพิจารณา ซึ่งตัวอย่างประโยคที่ใช้มีทั้งประโยคภาษาในชีวิตประจำวันที่นักเรียนคุ้นเคย และประโยคทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว

ความคิดรวบยอด

นักจิตวิทยาถือว่าความคิดรวบยอดเป็นรากฐานของความคิด เพราะความคิดรวบยอดจะช่วยในการสร้างกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญได้ ผู้ที่มีความคิดรวบยอดในเรื่องใดเรื่องหนึ่งย่อมมีความเข้าใจในเรื่องนั้นหรือสิ่งนั้นอย่างสมบูรณ์ ดังนั้นการเรียนรู้ความคิดรวบยอดจึงเป็นจุดหมายสำคัญประการหนึ่งในวงการศึกษ การสอนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในสิ่งที่ได้เรียนรู้จึงเป็นงานสำคัญยิ่งของครูผู้สอน ดังนั้นครูผู้สอนต้องมีความเข้าใจในลักษณะของความคิดรวบยอด ความสำคัญ การสร้างความคิดรวบยอด และวิธีการจัดการเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด

ความสำคัญและความหมายของความคิดรวบยอด

ความคิดรวบยอดมาจากคำภาษาอังกฤษว่า “Concept” มีนักการศึกษาไทยได้ใช้คำศัพท์แทนหลายคำในความหมายเดียวกัน เช่น สังกัป มโนคติ มโนทัศน์ มโนภาพ เป็นต้น ในการเสนอเอกสารที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยยังคงใช้คำศัพท์ตามที่นักการศึกษาแต่ละท่านเสนอไว้

นักจิตวิทยาถือว่าการสอนความคิดรวบยอดเป็นงานสำคัญยิ่งของครูทุกระดับการศึกษา มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีความคิดรวบยอดที่เป็นพื้นฐาน เพราะความคิดรวบยอดเป็นรากฐานของความคิด และช่วยในการตั้งเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้ความคิดรวบยอดเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมายที่จะทำให้คนมีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน (สุรางค์ ไคว์ตระกูล, 2544, หน้า 302)

วีณา วโรตมะวิชัย (อ้างใน สิริทิพย์ พูลศรี, 2542, หน้า 13) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดมีความสำคัญต่อการเรียนการสอนเพราะจะเป็นโครงสร้างพื้นฐานของความรู้สาขาหนึ่ง ๆ ความคิดรวบยอดจะเป็นตัวที่จะไปใช้ในการสร้างทฤษฎี และข้อสรุปในความรู้สาขาต่าง ๆ และยังเป็นกุญแจไปสู่ความเข้าใจในกฎเกณฑ์ และหลักการ

นอกจากนี้ สากร เกษม (2544, หน้า 11) ยังกล่าวว่า ความคิดรวบยอดมีความสำคัญต่อการเรียนการสอน เพราะเป็นรากฐานของความคิด ช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้อย่างมีความหมาย

Ausubel (อ้างใน สุรางค์ ไคว์ตระกูล, 2544, หน้า 303) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดเป็นคำที่เป็นนามธรรม ใช้แทนสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่ได้จัดไว้ในจำพวกเดียวกัน โดยถือลักษณะที่สำคัญหรือวิฤติเป็นเกณฑ์

De Cecco (อ้างใน สุธีรัตน์ อริเดช, 2540, หน้า 18) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่า หมายถึง ชั้น (Class) หรือกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการ หรือหลายประการร่วมกัน สิ่งเร้าเหล่านี้อาจเป็นวัตถุ สิ่งของ สิ่งมีชีวิต ตลอดจนเหตุการณ์ต่าง ๆ เรากำหนดความคิดรวบยอดเหล่านี้ตามลักษณะ คุณสมบัติเฉพาะ การกำหนดชื่อต่าง ๆ เพื่อเรียกอย่างเฉพาะเจาะจง

Gagne (อ้างใน วาริ ชมชื่น, 2538, หน้า 12) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดหมายถึง ความคิดความเข้าใจขั้นสุดท้ายของบุคคลเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหลาย ๆ อย่าง หลาย ๆ แบบ แล้วใช้สัญลักษณ์ของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาจัดเป็นพวกหรือกลุ่มให้เกิดความคิดความเข้าใจโดยสรุป

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (อ้างใน สิริทิพย์ พูลศรี, 2542, หน้า 13) ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่า เป็นการสรุปความคิดของคนเป็นผลจากการรับรู้ของคนที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ หรือเรื่องราวที่เกิดขึ้นกับคนในธรรมชาติและสังคม เป็นความคิดหลายชั้น ตั้งแต่เรื่องง่ายธรรมดาไปสู่ความคิดที่ยุ่ยากสลับซับซ้อน มีลักษณะเป็นนามธรรม

ปรีชาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2534, หน้า 103) กล่าวว่าความคิดรวบยอดเป็นผลสรุปจากการรับรู้ของเราที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามารวมกันเป็นรูปเดียวกัน

สาคร เกษม (2544, หน้า 12) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดเป็นความคิดความเข้าใจที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งอันเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นๆ โดยนำมาเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความของสิ่งนั้น

สำหรับความคิดรวบยอดในวิชาคณิตศาสตร์นั้น มีนักการศึกษาไทยได้ให้ความหมายไว้ เช่น หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา (อ้างใน จริยา เกตุเผือก, 2540 หน้า 7) ได้นำเสนอว่า ความคิดรวบยอดหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ สิ่งที่สรุปออกมาเป็นใจความ เช่น ถ้า a, b, c เป็นจำนวนนับ ซึ่ง $c = a \times b$ แล้วเราเรียก a และ b ว่าเป็นตัวประกอบของ c เป็นต้น ในขณะที่พรรณทิพย์ ม้ามณี และ อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว (อ้างใน จริยา เกตุเผือก, 2540, หน้า 8) ได้กล่าวถึงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ไว้พอสรุปได้ว่า หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ และความสามารถในการสรุปและจำแนกสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถ นำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้

ประเภทของความคิดรวบยอด

ความคิดรวบยอดเป็น ความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ ที่เป็นกลุ่มของสิ่งเร้านักการศึกษาและนักจิตวิทยาจึงได้พยายามแบ่งประเภท พร้อมกับกล่าวถึงลักษณะของความคิดรวบยอดแต่ละประเภทไว้พอสรุปได้ดังนี้

Ausubel (อ้างใน สุรางค์ ไคว์ตระกูล, 2544, หน้า 303) ได้สรุปว่า กระบวนการเรียนรู้ความคิดรวบยอดอาจจะแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. Concept Formation หมายถึงการเรียนรู้ความคิดรวบยอดจากประสบการณ์ของการเรียนรู้ เป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบหรือใช้วิธีอุปมาน (Inductive Process)

2. Concept Assimilation เป็นกระบวนการเรียนรู้ความคิดรวบยอดแบบอนุมาน (Deductive Process) โดยทราบคำจำกัดความของความคิดรวบยอด พร้อมกับตัวอย่างของความคิดรวบยอดและคุณลักษณะวิกฤติของความคิดรวบยอดนั้น

De Cecco (อ้างใน จริยา เกตุเผือก, 2540, หน้า 8-9) ได้แบ่งประเภทของความคิดรวบยอดเป็น 3 ประเภทได้แก่

1. ความคิดรวบยอดร่วมลักษณะ (Conjunctive Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่เกิดจากการมีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป ความคิดรวบยอดประเภทนี้สอนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ง่ายที่สุด เพราะความคิดรวบยอดที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวันมักจะเป็นความคิดรวบยอดประเภทนี้

2. ความคิดรวบยอดแยกลักษณะ (Disjunctive Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่ปรากฏลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 คุณลักษณะขึ้นไป แต่ลักษณะเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องสัมพันธ์กัน เป็นความคิดรวบยอดที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเลือกเอาคุณลักษณะอย่างหนึ่งอย่างใด หรือเอาทั้งสองอย่างมารวมกัน

3. ความคิดรวบยอดสัมพันธ์ลักษณะ (Relation Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่เกิดจากการรวมคุณลักษณะของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไปไว้ด้วยกัน

กฤษณา ศักดิ์ศรี (2530, หน้า 303) จำแนกประเภทของความคิดรวบยอดไว้ 2 ประเภทดังนี้

1. ประเภทแนวนอน หรือความคิดรวบยอดในวงแคบ (Horizontal Grouping of Concept) จัดเป็นความคิดรวบยอดประเภทต่ำสุด เกิดจากการที่บุคคลสามารถมองเห็นความคล้ายคลึงของลักษณะที่เป็นกลาง ๆ ของสิ่งต่าง ๆ ที่จัดอยู่ในประเภทเดียวกันได้ แม้ว่าสิ่งเหล่านั้นจะมีลักษณะปลีกย่อยบางอย่างแตกต่างกันไปบ้างก็ตาม

2. ประเภทแนวตั้ง หรือความคิดรวบยอดในวงกว้าง (Vertical Grouping of Concept) เกิดจากการที่บุคคลเข้าใจความหมายของความคิดรวบยอดในวงแคบก่อน แล้วจึงเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งของที่อยู่ในประเภทต่าง ๆ จนสามารถจัดเข้าหมวดหมู่ใหม่ที่มีความหมายกว้างขวางขึ้นไปอีก

สำหรับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์นั้น ยังไม่มีผู้ใดแยกประเภทไว้อย่างชัดเจน แต่หากพิจารณาโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์จะเห็นว่าส่วนหนึ่งจะประกอบด้วย นิยาม และอนิยาม นั่นคือความคิดรวบยอดที่สามารถให้คำนิยามได้กับความคิดรวบยอดที่ไม่จำเป็นต้องให้คำนิยาม (จริยา เกตุเผือก, 2540, หน้า 9)

การสร้างความคิดรวบยอด

การสร้างความคิดรวบยอดหรือการเรียนรู้ความคิดรวบยอด เป็นกระบวนการที่มีความซับซ้อน เนื่องจากเกี่ยวกับการคิด การสรุป ความเข้าใจและอาศัยประสบการณ์ในเรื่องนั้นๆ

ของผู้เรียนแต่ละคนเป็นส่วนประกอบ นักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้พยายามศึกษารายละเอียดหรือขั้นตอนการสร้างความคิดรวบยอดของมนุษย์ขึ้นดังต่อไปนี้

Joyce and Weil (อ้างใน จริยา เกตุเฟือก, 2540, หน้า 10) ได้สรุปแนวคิดในการสร้างความคิดรวบยอดของบรูเนอร์และคณะไว้ว่า มนุษย์เราสร้างความคิดรวบยอดโดยการจัดสิ่งเร้าออกเป็นหมวดหมู่ โดยใช้คุณสมบัติเฉพาะเป็นเกณฑ์และเรียกกระบวนการนี้ว่า กระบวนการจัดจำแนกประเภท ซึ่งประกอบด้วย 2 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การกระทำเพื่อหารูปแบบความคิดรวบยอด เป็นการจัดแยกสิ่งเร้าที่เป็นความคิดรวบยอดออกจากสิ่งที่ไม่เป็นความคิดรวบยอด

ขั้นตอนที่ 2 การกระทำเพื่อเรียนรู้ความคิดรวบยอด เป็นการกระทำที่ต่อจากการหารูปแบบความคิดรวบยอด คือ เมื่อแยกสิ่งเร้าที่เป็นความคิดรวบยอดออกมาแล้ว ก็จะหาลักษณะเฉพาะที่เหมือนกันของสิ่งเร้าที่เป็นความคิดรวบยอดนั้นเพื่อใช้เป็นตัวแทนของความคิดรวบยอด

Piaget (อ้างใน วารี ชมชื่น, 2538, หน้า 14) ได้อธิบายการสร้างความคิดรวบยอดไว้ว่า เกิดจากกระบวนการที่ผู้เรียนปรับโครงสร้าง (Assimilation) และการปรับขยาย (Accommodation) โดยอธิบายไว้ดังนี้

1. กระบวนการปรับโครงสร้าง (Assimilation) คือความสามารถจัดจำแนกหรือแยกแยะประเภทสิ่งของหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ และความสามารถสรุปครอบคลุม ซึ่งหมายถึงความสามารถที่จะรวมสิ่งของหรือเหตุการณ์เข้าเป็นพวกเดียวกัน

2. กระบวนการปรับขยาย (Accommodation) หมายถึง เมื่อพบสิ่งใหม่ ๆ ที่ไม่สามารถจัดเข้าอยู่ในโครงสร้างเดิมได้ ต้องสร้างโครงสร้างใหม่ ผู้เรียนที่สามารถสร้างโครงสร้างใหม่ได้มากก็เป็นผู้ที่มีความสามารถสูงในการสร้างความคิดรวบยอดใหม่

De Cecco (อ้างใน สุธีรัตน์ อริเดช, 2540, หน้า 22) ได้กล่าวถึงกระบวนการการเกิดความคิดรวบยอดว่ามีขั้นตอนดังนี้

1. การสัมผัส (Sensation) ผู้เรียนอาจเกิดความคิดรวบยอดได้เมื่อได้สัมผัสสิ่งเร้า โดยใช้อวัยวะรับสัมผัสอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่าง

2. การรับรู้ (Perception) เมื่อผู้เรียนได้สัมผัสในสิ่งเร้าแล้วย่อมมีการแปลความหมายในสิ่งที่สัมผัสนั้น เพื่อจะได้เกิดความคิดรวบยอดขึ้น

3. การจำ (Memory) หลังจากที่ได้สัมผัสในสิ่งเร้าแล้วย่อมจะจำสิ่งเร้านั้นได้ว่ามีลักษณะอย่างไร

4. การคิดจากเหตุผล (Discrimination) เมื่อผู้เรียนจำสิ่งเร้าแล้วย่อมจะพินิจพิเคราะห์และคิดหาเหตุผลเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้น ๆ ว่าอะไร ทำไม และอย่างไร

5. การสรุปรวบยอด (Generalization) หลังจากที่เราเรียนพินิจพิเคราะห์ และคิดหาเหตุผลเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นแล้ว ก็จะเกิดเป็นความรู้ความเข้าใจในสิ่งเร้านั้น ๆ เรียกว่าเป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้น ๆ

สำหรับการสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์นั้น จริยา เกตุเผือก (2540, หน้า 11-12) ได้เสนอขั้นตอนของการเกิดความคิดรวบยอดของ สุรัชย์ ขวัญเมือง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ สิริทิพย์ พูลศรี (2540, หน้า 34) ดังนี้

1. สังเกตเห็นแล้วจัดประเภทของเหตุการณ์ ความคิดให้เป็นหมวดหมู่
2. แยกแยะให้เห็นถึงความแตกต่างของสิ่งที่เกี่ยวข้อง
3. เกิดความคิดอันเป็นแนวทางในการมองเห็นโครงสร้าง
4. รวบรวมข้อคิดหรือลักษณะที่เหมือนกันได้
5. นำไปสู่ข้อสรุปด้วยวิธีอนุมานได้

นอกจากนั้นยังกล่าวถึงองค์ประกอบที่ส่งเสริมการสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ความสามารถพื้นฐานที่จะนำไปใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ความสามารถเหล่านี้ ได้แก่ ความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหานั้น ๆ ผู้เรียนต้องมีความสามารถเหล่านี้ดีพอเสียก่อน
2. นักเรียนได้รับแรงจูงใจหรือถูกกระตุ้นให้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ เนื่องจากถือว่าการเรียนจะดำเนินไปด้วยดีจนเกิดการเรียนรู้ได้ เมื่อผู้เรียนให้ความร่วมมือในการเรียนและเมื่อผู้เรียนติดตาม
3. นักเรียนต้องมีความสามารถพื้นฐานในการช่วยให้เกิดความคิดรวบยอดอย่างดีพอเสียก่อน
4. นักเรียนต้องได้รับการแนะแนวเพื่อเป็นแรงจูงใจให้เราเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ การเรียนแบบลองผิดลองถูกอาจทำให้เกิดความท้อถอย แต่ถ้าครูจัดประสบการณ์ให้ การบรรลุจุดหมายก็จะเร็วและเป็นระเบียบขั้นตอน
5. ต้องมีการใช้วัสดุอุปกรณ์ให้ถูกต้อง เหมาะสมกับนักเรียนและเนื้อหา
6. นักเรียนจะต้องมีเวลาเพียงพอสำหรับการร่วมในกิจกรรม เพราะการที่นักเรียนจะเกิดความคิดรวบยอดนั้นต้องใช้เวลา เนื่องจากเป็นกระบวนการที่ค่อย ๆ พัฒนาไปที่ละน้อย

วิธีสอนให้เกิดความคิดรวบยอด

วิธีสอนให้เกิดความคิดรวบยอดเป็นวิธีการสอนที่นักการศึกษาหลายท่านให้ความสนใจและเสนอวิธีการไว้ดังนี้

De Cecco (อ้างใน วารี ชมชื่น, 2538, หน้า 17) ได้เสนอวิธีการสอนความคิดรวบยอดไว้ 7 ขั้นตอนคือ

1. กำหนดพฤติกรรมที่คาดหวังของนักเรียนว่าเขาจะต้องแสดงพฤติกรรมอะไรบ้างหลังจากที่ได้เรียนความคิดรวบยอดนั้นไปแล้ว
2. วิเคราะห์ความคิดรวบยอดที่จะสอน ถ้าความคิดรวบยอดที่จะสอนมีลักษณะเฉพาะหลายลักษณะก็พยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะเด่นและสำคัญแล้วจัดเป็นหมวดหมู่เพื่อให้นักเรียนเข้าใจง่ายขึ้น
3. ใช้ภาษาที่นักเรียนเข้าใจเพื่อเป็นสื่อกลางของความคิดรวบยอด
4. เสนอตัวอย่างความคิดรวบยอดที่เกี่ยวข้อง (Example) และไม่เกี่ยวข้อง (Non-Example) ให้แก่นักเรียนจนเกิดความคิดรวบยอด
5. นำเสนอตัวอย่างในระยะเวลาใกล้เคียงกันหรือต่อเนื่อง
6. นำเสนอตัวอย่างเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตอบสนองและให้การเสริมแรงจากการตอบสนองนั้น
7. ทดสอบการเรียนรู้ความคิดรวบยอดของนักเรียน โดยเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบ แล้วให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างทางบวกและให้นักเรียนให้คำจำกัดความของความคิดรวบยอดนั้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (อ้างใน จริยา เกตุเผือก, 2540, หน้า 18) เสนอแนะไว้ว่า หากความคิดรวบยอดเป็นนามธรรม ควรยกตัวอย่างให้มากและเลือกเฉพาะลักษณะที่ต้องการเน้นเท่านั้น ภาษาที่ใช้ควรเข้าใจง่ายและสิ่งสำคัญก็คือ การสอนต้องให้มีการสรุปความคิด และเป็นไปตามลำดับขั้น

สุธีรัตน์ อริเชษฐ์ (2540, หน้า 36-37) ได้เสนอวิธีการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด สรุปเป็นขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมให้นักเรียนทราบ และเตรียมความคิดรวบยอดขั้นต้น
2. เสนอตัวอย่าง ครูจะเสนอตัวอย่างที่สอดคล้องกับความคิดรวบยอดที่สอนทั้งทางบวกและทางลบโดยใช้ของจริง ใ้ภาพ และใช้สัญลักษณ์

3. สรุปรวบยอด นักเรียนจะต้องพิจารณาสังเกตเปรียบเทียบความเหมือน และความต่าง ของตัวอย่างที่ครูเสนอ เพื่อหาลักษณะร่วมและลักษณะเฉพาะ แล้วสรุปความคิดรวบยอดด้วยตนเอง

4. ทดสอบความคิดรวบยอด โดยให้นักเรียนจำแนกตัวอย่างตามความคิดรวบยอดที่สอน ในแต่ละประเภท

นาคยา ปิณฑนานนท์ (2542, หน้า 100-109) ได้กล่าวถึงการสอนเพื่อพัฒนา ความคิดรวบยอดว่า การตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจในสิ่งที่กำลังศึกษา เป็นอีกวิธีหนึ่ง ที่จะใช้ในการสอนเพื่อพัฒนาความคิดรวบยอดได้ และได้เสนอลักษณะของคำถามที่ดีไว้ดังนี้

1. ถามในลักษณะที่ให้ผู้ตอบได้ใช้ความคิดสติปัญญาชั้นสูง มิใช่ถามเพียงให้ระลึกได้ จำได้ แล้วตอบเท่านั้น

2. ตั้งคำถามที่ชัดเจน ไม่คลุมเครือ กระชับ กระชับรัด ไม่เยิ่นเย้อ ถามเจาะจง เป็นประเด็น ๆ ไม่ถามหลายคำถามในเวลาเดียวกัน ถามคำถามที่เปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็น เต็มที่ หลากหลาย ไม่นำคำตอบ และไม่ใช่ว่าเป็นคำถามที่เพียงตอบว่าใช่หรือไม่ใช่

3. การตั้งคำถามในเรื่องที่จะให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจ ไปจนถึงระดับที่จะพัฒนา ความคิดรวบยอดได้นั้น คำถามที่ตั้งต้องมีเป็นชุด และมีการเรียงลำดับสาระความรู้ ความคิด เป็นอย่างดี การจัดลำดับของคำถามที่ควรถามอะไรก่อน-หลัง จะช่วยผู้เรียนในเวลาตอบให้ได้ ลำดับความรู้ ความคิดไปในตัวด้วย หากผู้ตั้งคำถาม ตั้งคำถามแบบสับสน ปะปนกัน วกไปวนมา การลำดับความรู้ ความคิดให้เป็นความเข้าใจในระดับการเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้น ๆ จะทำให้ยากยิ่ง

ศรัณยู วนวัฒนากุล (อ้างในกาญจนา ถมณา, 2546) กล่าวว่า การเรียนการสอนในแต่ละ คาบเรียน ครูผู้สอนจะมีการใช้คำถามอยู่เสมอ ลักษณะของคำถามมีด้วยกันหลายประเภทแล้วแต่ว่า ครูผู้สอนจะเลือกใช้คำถามประเภทไหนที่จะเหมาะสมกับนักเรียน เนื้อหาและสถานการณ์ของคน และศรัณยูได้อธิบายเกี่ยวกับประเภทของคำถามที่ครูสามารถนำไปใช้ในการเรียนการสอนไว้ดังนี้

1. คำถามวัดความรู้ความจำ เป็นคำถามที่วัดความสามารถที่นักเรียนระลึกออกมาได้ หรือจำได้

2. คำถามวัดความเข้าใจ เป็นคำถามที่วัดความสามารถในการจับใจความสำคัญ จากเรื่องราวหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ

3. คำถามวัดการนำไปใช้ เป็นคำถามที่วัดความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่

4. คำถามวัดการวิเคราะห์ เป็นคำถามที่วัดความสามารถในการแยกแยะส่วนย่อย ๆ เกี่ยวกับเหตุการณ์ว่าประกอบด้วยอะไร ใช้หลักการใดในความสัมพันธ์นั้น โดยเป็นการหาเหตุผลมาเกี่ยวข้อง

5. คำถามวัดการสังเคราะห์ เป็นคำถามที่วัดความสามารถในการผสมผสานส่วนย่อย ๆ เข้าเป็นเรื่องราวเดียวกัน สามารถนำความรู้ในแต่ละหน่วยมารวมกัน จัดเป็นหน่วยใหม่ขึ้น

6. คำถามวัดการประมาณค่า เป็นคำถามที่วัดความสามารถในการวินิจฉัยโดยสรุปอย่างมีหลักเกณฑ์

สรุปได้ว่าความคิดรวบยอดเป็นความคิดความเข้าใจที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหลาย ๆ อย่าง หลาย ๆ แบบ แล้วนำมาเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความของสิ่งนั้น ส่วนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เป็นความเข้าใจในข้อเท็จจริงที่มีอยู่ในเนื้อหาวิชาและเป็นความเข้าใจถึงขั้นอธิบายหรือสรุปลักษณะของข้อเท็จจริงออกมาเป็นข้อความได้หรือเขียนนิยามได้นั่นเอง การสร้างความคิดรวบยอดนั้นเริ่มจากการสังเกตคุณลักษณะเฉพาะของสิ่งเร้าแต่ละอย่าง แล้วจึงแยกสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะเฉพาะต่างกันออกจากกัน หลังจากนั้นจึงหาคุณลักษณะที่เหมือนกันของสิ่งเร้าในกลุ่มเดียวกัน พร้อมกับการสรุปเป็นกรณีทั่วไปด้วยความเข้าใจของตนเอง

การฝึกทักษะ

เป้าหมายสำคัญอย่างหนึ่งที่ต้องการสร้างให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์คือการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ โดยเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหาใหม่ ค้นพบข้อเท็จจริง หลักการหรือทฤษฎีต่าง ๆ แล้วควรมีการนำสิ่งนั้นไปฝึกใช้ให้คล่อง รวดเร็วและถูกต้อง

ความหมายของทักษะ

บันลือ พฤษะวัน (2534, หน้า 139) ได้กล่าวว่า ทักษะ หมายถึงการแสดงออกให้เห็นถึงความคล่องแคล่ว ถูกต้อง ชัดเจนทั้งเนื้อหาและขั้นตอน ตลอดจนมีความแนบเนียนตามลักษณะเนื้อหาและสถานการณ์

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2540, หน้า 66) ได้กล่าวว่า ทักษะ คือความสามารถในการกระทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งได้อย่างถูกต้อง คล่องแคล่ว ชำนาญและมีประสิทธิภาพ

วรศุภา บุญยไวยโรจน์ (อ้างในดวงเดือน อ่อนน่วม, 2543, หน้า 36) ได้กล่าวถึงทักษะทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึงความถูกต้อง แม่นยำและรวดเร็ว ทักษะทางคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญต่อนักเรียนอันจะทำให้การทำงานเป็นไปอย่างคล่องแคล่วและมีประสิทธิภาพ

ความหมายของแบบฝึก

การฝึกทักษะจำเป็นต้องอาศัยแบบฝึกหัดเพื่อทบทวนความเข้าใจและฝึกในเรื่องที่ได้เรียนไปแล้ว เพื่อส่งเสริมให้การเรียนรู้ของนักเรียนมีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งมีผู้ให้ความหมายของแบบฝึก และแบบฝึกหัด ดังนี้

พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (อ้างใน อุษา ควงเพชร, 2544, หน้า 21) ได้ให้ความหมายของแบบฝึกว่า หมายถึง แบบตัวอย่างปัญหาที่ตั้งขึ้นเพื่อให้นักเรียนตอบ

วิวัฒน์ ประสานสุข (2541, หน้า 10) ให้ความหมายของแบบฝึกว่า หมายถึง เอกสารที่เป็นสื่อการสอนสำหรับนักเรียนได้ฝึกปฏิบัติเพื่อจะได้มีความรู้ ความสามารถ จนเกิดทักษะสูงขึ้น

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (อ้างใน สุกัญญา โพธิสุวรรณ, 2541, หน้า 20) ได้กล่าวถึงแบบฝึกหัดว่า แบบฝึกหัดมีไว้ให้ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติเพื่อช่วยเสริมให้เกิดทักษะและความแตกฉานในบทเรียน

ความสำคัญและหลักการของการฝึกทักษะ

ฉวีวรรณ กิรติกร (2537, หน้า 7) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการฝึกทักษะว่าจะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาดีมาก เพราะผู้เรียนสามารถสร้างกระบวนการเรียนของตนเอง ถ้าไม่ได้ฝึกทักษะผู้เรียนจะไม่ประสบผลสำเร็จและไม่สามารถแก้ปัญหาได้ การฝึกทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญ ถูกต้อง แม่นยำและเพิ่มความเข้าใจในเนื้อหาได้แล้วยังเป็นการตรวจสอบความแน่ใจว่านักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนไปแล้ว นอกจากนี้วรสุตา บุญยไวโรจน์ (อ้างในควงเดือน อ่อนน้อม, 2543, หน้า 36) ยังกล่าวว่าในการสอนคณิตศาสตร์เมื่อครูสอนเนื้อหาแนวคิด หรือหลักการใดหลักการหนึ่ง และนักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจแล้วยังไม่เพียงพอ ครูต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะเพื่อให้เกิดความชำนาญ มีความคล่องแคล่ว ถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็ว

เบ็ญจา โสทรโยม (2523, หน้า 82) ได้กล่าวถึงการฝึกฝนว่าเป็นการสอนให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณ การฝึกฝนจะใช้เมื่อต้องการเน้นย้ำความคิดรวบยอด และความหมายต่างๆ ให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น ซึ่งมีหลักในการฝึกฝนดังนี้

1. ต้องมีความเข้าใจก่อนการฝึกฝน สิ่งเร้าที่ดีคือ ให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการฝึกฝน หรืออาจให้นักเรียนแข่งขัน ผู้สอนไม่ควรฝึกฝนหรือทำแบบฝึกหัดเป็นการลงโทษ
2. งานหรือแบบฝึกหัดที่ใช้ ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ทั้งความยากง่าย และปริมาณ

3. งานที่ให้ควรเหมาะสมกับเวลา ซึ่งไม่ควรเกิน 30 นาที หากนานไปนักเรียนจะเบื่อ
4. ต้องเข้มงวดในการทำงานอย่างมีระเบียบ ชัดเจน ประณีต ถูกต้อง

สุนทร ชนะกอก (2524, หน้า 29-30) ได้เสนอว่าการฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่เป็นการทำแบบฝึกหัดในแต่ละเรื่อง แต่ละตอนควรยึดหลักดังนี้

1. ก่อนที่จะฝึกทักษะในเรื่องใดก็ตาม ต้องแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจนิยามของเรื่องที่สอนดีพอสมควรแล้ว
2. การฝึกควรมีจุดมุ่งหมายที่แน่ชัดและเป็นการฝึกเฉพาะเรื่อง การฝึกในระยะแรกควรเน้นความถูกต้องไปก่อน ต่อไปอานเน้นความรวดเร็วและแม่นยำได้
3. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยที่นักเรียนทั้งห้องไม่จำเป็นต้องทำแบบฝึกหัดเท่ากัน

ฐะปะนีย์ นาครทรรพ (อ้างในปรีชา เผ่าเครื่อง, 2541, หน้า 9) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการฝึกทักษะไว้ดังนี้ ควรฝึกทักษะทีละทักษะก่อน ฝึกจากง่ายก่อนแล้วจึงไปสู่ยาก เมื่อมีข้อบกพร่องเกิดขึ้น ครูควรช่วยให้เด็กเกิดความเต็มใจที่จะแก้ไขข้อบกพร่องของตนเอง ควรมีการวัดผลเสมอ เพื่อจะได้ทราบว่า การฝึกทักษะได้ผลเพียงไร และควรมีอุปกรณ์บางอย่างช่วยในการฝึก

ลักษณะของแบบฝึกที่ดี

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับแบบฝึกที่ดีในลักษณะต่าง ๆ กันดังนี้

ประทุมพร สุวรรณตรา (อ้างใน อุษา ดวงเพชร, 2544, หน้า 22) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับลักษณะแบบฝึกที่ดีว่า ควรมีคำสั่งและคำอธิบายอย่างชัดเจน มีตัวอย่างที่ให้ความคิดหลายแนว มีภาพประกอบ เส้นบรรทัดที่เว้นให้เต็มมีขนาดพอเหมาะ และมีการวางฟอร์มเป็นระเบียบสวยงาม

อรุษา บุญปัญญา (2540, หน้า 16) ได้สรุปลักษณะของแบบฝึกที่ดีว่าควรมีลักษณะดังนี้

1. ต้องมีเนื้อหาเหมาะสมกับนักเรียนและตรงกับความสนใจของนักเรียน
2. ต้องใช้เวลาในการทำแบบฝึกที่เหมาะสม ไม่ควรใช้เวลานานเกินไปจนทำให้นักเรียนเบื่อหน่าย
3. ควรมีคำสั่งที่ชัดเจนในแบบฝึก
4. ควรสร้างแบบฝึกจากง่าย ๆ ก่อนแล้วจึงเพิ่มความยากขึ้นเป็นลำดับ
5. ควรให้นักเรียนทราบผลการฝึกและความก้าวหน้าของการทำแบบฝึกทุกครั้ง

6. เนื้อหาในแบบฝึกหัดควรมีความทันสมัย เพื่อจูงใจนักเรียนและเลือกเรื่องที่นักเรียนไม่เคยเรียนมาก่อน

วรสุตา บุญยะไวโรจน์ (อ้างใน เรื่องรอง – ศรีแก้ว, 2539, หน้า 39-40) ได้เสนอแนะลักษณะแบบฝึกหัดที่ดีไว้ดังนี้

1. ควรมีความชัดเจนทั้งคำสั่ง และวิธีทำ คำสั่งหรือตัวอย่างไม่ควรยาวเกินไป ควรปรับให้ง่ายเหมาะสมกับผู้ใช้
2. ควรมีความหมายต่อผู้เรียน และตรงจุดมุ่งหมายของการฝึก ลงทุนน้อย ใช้ได้นาน และทันสมัยอยู่เสมอ
3. ภาษาและภาพที่ใช้ในแบบฝึกหัดควรเหมาะสมกับวัย และพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน
4. ควรแยกเป็นเรื่อง ๆ และแต่ละเรื่องไม่ควรยาวเกินไป แต่ควรมีกิจกรรมหลายรูปแบบ เพื่อสร้างความสนใจ และเพื่อฝึกทักษะใดทักษะหนึ่งจนเกิดความชำนาญ
5. ควรมีทั้งแบบกำหนดคำตอบให้ และแบบตอบโดยเสรี
6. ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ศึกษาด้วยตนเอง ให้รู้จักค้นคว้า รวบรวมสิ่งที่พบเห็นบ่อย ๆ จะทำให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ มากยิ่งขึ้น
7. ควรตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล การจัดทำแบบฝึกหัดแต่ละเรื่อง ควรจัดให้มากพอ และมีทุกระดับตั้งแต่ง่าย ปานกลาง จนถึงระดับค่อนข้างยาก
8. ควรสามารถสร้างความสนใจของนักเรียนได้ ตั้งแต่หน้าปกถึงหน้าสุดท้าย
9. ควรได้รับการปรับปรุงควบคู่ไปกับหนังสือแบบเรียนอยู่เสมอ และควรใช้ได้ทั้งในห้องและนอกห้องเรียน
10. ควรเป็นแบบฝึกหัดที่สามารถประเมินและจำแนกความเจริญงอกงามของเด็กได้ด้วย

สนิท สัตโยภาส (2529, หน้า 15-16) ได้เสนอลักษณะของแบบฝึกหัดที่ดีไว้ดังนี้

1. สามารถตรวจสอบความรู้ ความเข้าใจ และทักษะของการเรียนรู้ได้ตรงกับจุดประสงค์ของบทเรียนมากที่สุด

2. ใช้สำนวนภาษาง่าย ๆ เหมาะสมกับวัย ความสามารถ สติปัญญา และระดับชั้นของนักเรียน
3. มีรูปแบบที่แปลกใหม่ และมีหลายแบบ เพื่อให้นักเรียนจะได้สนใจในการทำแบบฝึกหัดมากขึ้น
4. คำสั่งและคำถามในแบบฝึกหัดจะต้องไม่ซับซ้อน เข้าใจง่าย ปฏิบัติตามได้สะดวก
5. เป็นแบบฝึกหัดที่นักเรียนสามารถปฏิบัติได้ด้วยตนเอง

6. เป็นแบบฝึกที่เรียงลำดับทักษะการเรียนรู้จากง่ายไปหายาก

การสร้างแบบฝึก

สุนทรี ประเสริฐศรี (2526, หน้า 18-19) กล่าวว่า การสร้างแบบฝึกทักษะ เพื่อให้เกิดผลดีต่อผู้เรียนควรจะคำนึงถึงความสอดคล้องกับหลักจิตวิทยา เพราะจะทำให้แบบฝึกมีคุณค่าเหมาะสมกับตัวเด็กมากยิ่งขึ้น

วรณารถ พ่วงสุวรรณ (อ้างใน อุษา ดวงเพชร, 2544, หน้า 22-23) กล่าวถึงหลักในการสร้างและวางแผนการสร้างแบบฝึก ซึ่งพอสรุปได้ว่า ต้องตั้งวัตถุประสงค์ ศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหาและขั้นตอนต่าง ๆ ในการสร้างแบบฝึกโดยการศึกษาปัญหาในการเรียนการสอน ศึกษาจิตวิทยาการศึกษา ศึกษาเนื้อหาวิชา ลักษณะของแบบฝึก วางโครงเรื่อง และกำหนดรูปแบบของแบบฝึกให้สัมพันธ์กับโครงเรื่อง ตลอดจนเลือกเนื้อหาต่าง ๆ ที่เหมาะสมมาบรรจุในแบบฝึกให้ครบตามที่กำหนด

ก่อ สวัสดิพิพาณิชย์ (อ้างในสุกัญญา โพธิ์สุวรรณ, 2541, หน้า 22-23) ได้เสนอการสร้างแบบฝึกไว้ดังนี้

1. ต้องเตรียมแบบฝึกหัดอย่างรอบคอบว่าต้องใช้แบบฝึกทักษะแบบไหน ใช้อย่างไร และต้องพิจารณาด้วยว่าแบบฝึกทักษะนั้นไปช่วยให้เกิดทักษะนั้น ๆ จนนำไปใช้ได้หรือไม่
2. ให้ฝึกหัดแบบฝึกทักษะสั้น ๆ แต่หลายหน เพื่อฝึกหัดทักษะอันเดียวกันจนเกิดความแม่นยำ แบบฝึกทักษะควรมีหลาย ๆ แบบ เด็กจะได้ไม่เบื่อ
3. ใช้แบบฝึกในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน
4. การประเมินผลระหว่างฝึกหัดนั้นต้องประเมินว่าเด็กเกิดความชำนาญในทักษะเพียงใด ถ้าเราไม่ประเมินผลเราจะไม่มีโอกาสฝึกฝนให้เกิดทักษะที่ต้องการได้

อุษา ดวงเพชร (2544, หน้า 24) ได้เสนอแนวทางในการสร้างแบบฝึกไว้ดังนี้

1. สร้างแบบฝึกให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียน คือ ไม่ง่ายและยากจนเกินไป
2. เรียงลำดับแบบฝึกจากง่ายไปหายาก
3. แบบฝึกใช้ภาพประกอบเพื่อดึงดูดความสนใจของเด็ก ซึ่งช่วยให้เด็กประสบผลสำเร็จในการฝึก และจะช่วยย่นอายุให้ติดตามต่อไปตามหลักของการจูงใจ
4. แบบฝึกที่สร้างขึ้นควรเป็นแบบฝึกสั้น ๆ ง่าย ๆ
5. เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดความเบื่อหน่าย แบบฝึกต้องมีลักษณะต่าง ๆ กัน

๑/๓๗

511.3

๐๖๑๑๕ ๐

เลขหมู่.....

สำนักหอสมุด มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

รัชนี้ ศรีไพวรรณ (อ้างใน วราพร จำปา, 2545, หน้า 24) ได้กล่าวถึงหลักในการจัดทำแบบฝึกว่า

1. ให้สอดคล้องกับหลักจิตวิทยาและพัฒนาของเด็กตามลำดับขั้นตอนของการเรียน และให้เป็นไปตามลำดับความยากง่ายเพื่อให้เด็กมีกำลังใจทำ
2. ให้มีจุดหมายว่ามุ่งจะฝึกด้านใด แล้วจัดเนื้อหาให้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่วางไว้ ครูต้องจัดทำล่วงหน้าเสมอ
3. ต้องคำนึงถึงความแตกต่างของเด็ก ถ้าสามารถแยกความสามารถ และจัดทำแบบฝึกเพื่อส่งเสริมเด็กแต่ละกลุ่มได้ก็จะยิ่งดี
4. ในแบบฝึกต้องมีคำชี้แจงง่าย ๆ สั้น ๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ
5. แบบฝึกต้องมีความถูกต้อง ครูต้องตรวจพิจารณาดูให้ถี่ถ้วนอย่าให้มีข้อผิดพลาดได้
6. การให้เด็กทำแบบฝึกแต่ละครั้งต้องเหมาะสมกับเวลา
7. ควรทำแบบฝึกหลาย ๆ แบบเพื่อให้เกิดการเรียนรู้อย่างกว้างขวางและเกิดความคิด
8. กระดาษที่ให้เด็กทำต้องทนทานพอสมควร

นอกจากนี้บรรพต สุวรรณประเสริฐ (2544, หน้า 140-141) ได้กล่าวถึงหลักในการทำแบบฝึกทักษะในวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า

1. การทำแบบฝึกหัดซ้ำ ๆ จะเป็นตัวกระตุ้นที่ดี ผู้เรียนสามารถจำและนำเรื่องต่าง ๆ มาใช้เพื่อเป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้เรื่องใหม่ได้
2. ช่วงระยะเวลาในการฝึกควรสั้นและทำอีกเมื่อจำเป็น
3. การฝึกหัดทำซ้ำควรเน้นที่การตอบได้ถูกต้องมากกว่าการทำอย่างรวดเร็ว
4. งานของผู้เรียนควรตรวจสอบให้ทราบผลทันที
5. ทิศทางการฝึกจะต้องเด่นชัดและแน่นอน
6. การทำแบบฝึกควรให้กระทำตามความจำเป็นของผู้เรียนแต่ละคน นั่นคือปริมาณของแบบฝึกควรกำหนดตามความแตกต่างระหว่างบุคคล
7. จุดประสงค์หลักในข้อนี้คือ ผลผลิตของการทำแบบฝึกเป็นการแสดงออกให้เห็นทักษะของผู้เรียนแต่ละคน

สรุปได้ว่า แบบฝึกหมายถึง เอกสาร หรือแบบฝึกหัดที่ใช้เป็นสื่อประกอบการสอนเพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติ เป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีทักษะสูงขึ้น ส่วนลักษณะแบบฝึกที่ดีและการสร้างแบบฝึกนั้นต้องคำนึงถึงหลักจิตวิทยา มีความเหมาะสมกับวัยและความสามารถของผู้เรียน เรียงลำดับกิจกรรมและเนื้อหาที่จะฝึกจากง่ายไปหายาก มีภาษาง่าย น่าสนใจ มีความหลากหลาย

ใช้ระยะเวลาฝึกสั้น ๆ และให้มีเฉลยพร้อมให้นักเรียนทราบผลการฝึกทันที นอกจากนั้นควรมีจุดประสงค์การฝึกที่ชัดเจนด้วย

การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน

ความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

กิตติพร ปัญญาบุญผล (2541, หน้า 9) กล่าวว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการหมายถึง การศึกษาค้นคว้าเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา ปรับปรุง เปลี่ยนแปลง เพื่อพัฒนาคุณภาพของงาน ที่ตนกำลังปฏิบัติอยู่ และขณะเดียวกันสร้างความเข้าใจถึงสภาพและกระบวนการเปลี่ยนแปลง ที่เกิดขึ้น โดยผ่านกระบวนการของวงจรแบบบันไดเวียน ข้อมูลที่รวบรวมได้ระหว่างดำเนินงาน เป็นฐานของการปรับแก้ไขในขั้นถัดไป

Dick (อ้างใน กิตติพร ปัญญาบุญผล, 2541, หน้า 8) ให้ความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการว่า เป็นวิจัยแบบหนึ่งซึ่งช่วยผู้วิจัยพัฒนาความรู้หรือความเข้าใจในส่วนของการปฏิบัติ กล่าวคือ ผู้วิจัยลงมือกระทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลง (Action : Change) และขณะเดียวกันการวิจัย (Research) ช่วยพัฒนาให้เกิดความเข้าใจ (Research : Understanding) เพิ่มขึ้นจากสิ่งที่ทราบ อยู่แล้ว

Kemmis and McTaggart (อ้างใน ส.วาสนา ประวาลพฤกษ์, 2538, หน้า 12-13) ได้ให้ความเห็นว่า การวิจัยปฏิบัติการ มาจากการเชื่อมโยงคำสองคำ คือคำว่า "การปฏิบัติ" (Action) และ "การวิจัย" (Research) เข้าด้วยกัน เป็นการเน้นความหมายที่จะใช้การวิจัยเพื่อพัฒนาและเป็นแนวทางในการเพิ่มพูนความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร การสอนและการเรียนรู้ ซึ่งจะช่วยจัดหาแนวทาง การทำงานที่เชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีและการปฏิบัติให้เป็นหนึ่งเดียวกันจากแนวคิดไปสู่การปฏิบัติ

ทวีป ศิริระสมิ (2537, หน้า 10) ได้ให้ความหมายการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research)ว่า เป็นการวิจัยที่มุ่งจะนำหลักการของวิธีการทางวิทยาศาสตร์มาใช้เพื่อแก้ไขปัญห ในสภาพการณ์เฉพาะ ไม่ได้มุ่งเพื่อนำผลไปใช้กับสภาพการณ์อื่น ๆ โดยทั่วไปที่นอกเหนือไปจาก สภาพการณ์ที่ศึกษา เป็นการทำการวิจัยที่ง่ายและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในการทำงานจริง

อภิเชษฐ ศิริรัตน์ (2541, หน้า 9) กล่าวว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการเป็นการวิจัยที่เกิดจาก ความต้องการปรับปรุงงานที่มีอยู่ให้ดีขึ้น โดยมุ่งเน้นเอาผลที่ได้มาใช้แก้ปัญหบางประการ ที่เกิดขึ้นขณะที่ได้ปฏิบัติงาน โดยหาสาเหตุเพื่อให้ความเข้าใจในเหตุการณ์ต่าง ๆ ด้วยการ ใช้เครื่องมือวิจัยเก็บรวบรวม และดำเนินการแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้น ในขั้นตอนต่อ ๆ ไปเป็นวงจร ซึ่งผลวิจัยนั้นสามารถนำไปใช้ได้เฉพาะกรณี ในเวลาและสถานการณ์นั้นเท่านั้น จึงจะบังเกิดผลที่ดี ที่สุด

ความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน

กิตติพร ปัญญาภิญโญผล (2541, หน้า 5) ได้กล่าวไว้ว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน หมายถึงการค้นคว้าอย่างมีระบบและเชื่อถือได้ เพื่อหาวิธีแก้ปัญหา ปรับปรุง เปลี่ยนแปลง เพื่อพัฒนาคุณภาพการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน โดยครูผู้สอนเป็นผู้ดำเนินการด้วยตนเอง ในขณะที่มีการเรียนการสอน

กรรณิษฐ์ ภิรมย์รักษ์ (2544, หน้า 4) ได้กล่าวถึงการวิจัยในชั้นเรียนว่า เป็นการแก้ไขปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้นในบริบทของชั้นเรียนโดยจะเข้าไปพร้อมกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ตามปกติ ด้วยกระบวนการที่เรียบง่าย และเชื่อถือได้ เพื่อนำมาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอน ให้มีประสิทธิภาพ และเกิดประโยชน์สูงสุดต่อนักเรียน

กฤษณา พังขรรณ (2544, หน้า 11) กล่าวว่า ความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน หมายถึง การวิจัยเพื่อพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนหรือพฤติกรรมของนักเรียน โดยครูเป็นผู้ใช้กระบวนการวิจัย และดำเนินการอย่างมีขั้นตอน มุ่งเน้นในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น ในขณะที่มีการเรียนการสอนในชั้นเรียน

สุวิมล ว่องวานิช (2544, หน้า 11) ให้ความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนว่า เป็นการวิจัยที่ทำโดยครูผู้สอนในห้องเรียน เพื่อแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในห้องเรียน และนำผลมาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอน เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดกับนักเรียน

ลักษณะของการวิจัยในชั้นเรียน

พ้องพรรณ ตริยมงคลกุล (2544, หน้า 34-36) กล่าวว่า การวิจัยในชั้นเรียน โดยมากควรเป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ซึ่งอาจจะเป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการเต็มรูปหรือเฉพาะส่วนก็ตาม นักวิจัยทางการศึกษามีความเห็นสอดคล้องกันว่า วิธีการวิจัยในชั้นเรียนเป็นการวิจัยที่มีความเฉพาะเจาะจง และต่างจากการวิจัยทางการศึกษาทั่วไปดังนี้

1. จุดเริ่มต้นการวิจัย การวิจัยมีจุดกำเนิดจากสภาพปัญหา หรือข้อขัดข้องใจในการเรียนการสอนที่ครูพบ ครูต้องการปรับปรุงหรือแก้ปัญหานั้น ๆ ด้วยวิธีการวิจัย ปัญหาวิจัยจึงเริ่มจากความคิดของครูมากกว่าความคิดของผู้อื่น หรือ จากหลักการทางทฤษฎีโดยตรง

2. ขอบเขตของการวิจัย จะแคบและเฉพาะเจาะจงในประเด็นต่อไปนี้

2.1 ปัญหาวิจัย เรื่องที่วิจัยอาจจะเป็นประเด็นที่เล็ก แต่สำหรับครูแล้วจะมีความหมายสำหรับการเรียนการสอนโดยตรง

2.2 ประชากร มุ่งเน้นการศึกษาเกี่ยวกับผู้เรียน ผู้สอน กระบวนการเรียนการสอน ตลอดจนสภาพแวดล้อมภายในห้องเรียนหรือสภาวะการเรียนหนึ่ง ๆ ในการศึกษาอาจมุ่งที่นักเรียน

เฉพาะราย นักเรียนห้องหนึ่ง หรือหลายห้องเรียน ที่ครูผู้ทำการวิจัยนั้นมีส่วนรับผิดชอบในการเรียนการสอน

2.3 การนำผลวิจัยไปใช้ การวิจัยมุ่งผลเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนของครูในสภาพแวดล้อมที่ทำการวิจัยนั้น ๆ โดยตรง ไม่มุ่งเพื่อนำไปใช้ในวงกว้าง กล่าวคือ ไม่มุ่งข้อสรุปเชิงนโยบายทั่วไปครูผู้สอนเป็นศูนย์กลางกระบวนการวิจัยทั้งหมด ทั้งนี้อาจเป็นการวิจัยที่ดำเนินการโดยครูคนเดียว หรือโดยคณะครูร่วมกัน อีกทั้งอาจมีนักการศึกษาในระดับปฏิบัติ เช่น ศึกษานิเทศก์ร่วมในการวิจัยด้วย ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขอบเขตของการวิจัย

2.4 การวิจัยจะดำเนินการไปพร้อม ๆ กับการเรียนการสอนปกติ ให้เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน ผู้เรียนไม่รู้สึกรว่าอยู่ภายใต้สภาวะการวิจัย ผลการวิจัยจึงอยู่บนพื้นฐานของประสบการณ์ธรรมชาติของห้องเรียนที่เป็นปกติวิสัย

2.5 กระบวนการวิจัยมีการเชื่อมโยงระหว่างการคิดเชิงสะท้อน และการปฏิบัติ อย่างชัดเจน กล่าวคือมีการพินิจพิเคราะห์ทบทวนทั้งก่อน ระหว่าง และหลังการทดลองปฏิบัติ

2.6 วิธีการวิจัยมีความยืดหยุ่น ปรับให้เหมาะสมกับสภาพการเรียนการสอน เช่น อาจเป็นการวิจัยเชิงทดลองประยุกต์ ซึ่งดำเนินการได้อย่างกลมกลืนกับการสอนของครู และใช้สถิติที่ไม่ซับซ้อนมากนักในการวิเคราะห์ข้อมูล เมื่อเปรียบเทียบกับวิจัยทั่วไปที่อิงทฤษฎี และหลักการที่เข้มงวด ข้อสรุปที่ได้อาจจะขาดน้ำหนัก แต่จะเป็นการวิจัยที่ให้ประโยชน์โดยตรงเท่าที่ครูผู้วิจัยทำวิจัยนั้นต้องการ

รูปแบบของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

Stephen Kemmis and McTaggart (อ้างใน จันจิรา อินตะเสาร์, 2542, หน้า 10) กล่าวว่ารูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการประกอบด้วย 4 ขั้นตอนคือ

1. ขั้นวางแผน (Plan)
2. ขั้นปฏิบัติ (Act)
3. ขั้นเก็บข้อมูลหรือสังเกต (Observe)
4. ขั้นการสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

Kemmis and McTaggart (อ้างใน ผ่องพรรณ ตรียมงคลกุล, 2544, หน้า 33) ได้เสนอรูปแบบกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการ โดยมีกิจกรรมในรูปแบบการวิจัย ดังนี้

1. วางแผน (Plan)
2. ปฏิบัติตามแผน และสังเกตผลการปฏิบัติ (Act and Observe)
3. สะท้อนความคิด คือการทบทวนอย่างพินิจพิเคราะห์ร่วมกัน (Reflect)

ผ่องพรรณ ทรัพย์มงคลกุล (2544, หน้า 29) กล่าวว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการมีองค์ประกอบหลัก 3 ประการคือ

1. การวางแผน
2. การปฏิบัติ
3. การประเมินผลการปฏิบัติ

กิตติพร ปัญญาบุญผล (2541) ได้ปรับปรุงรูปแบบของการวิจัยเชิงปฏิบัติการของ Kemmis and McTaggart มาพัฒนาเป็นรูปแบบของการวิจัยเชิงปฏิบัติการสำหรับครูมัธยมศึกษา ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ (Preplan Stage)
2. ขั้นวางแผน (Plan Stage)
3. ขั้นดำเนินการเรียนการสอนควบคู่กับกระบวนการวิจัย (Act and Observe)
4. ขั้นทบทวนและประเมินผลเพื่อปรับปรุง (Review and Evaluate Cycle)

ส่วนพงษ์เทพ มนัสตรง และไพเราะ เรืองศิริ (อ้างใน สมคิด พุฒามี, 2539) นำเสนอขั้นตอนในการทำวิจัยในชั้นเรียนเป็นขั้นตอนดังนี้

1. ตรวจสอบการจัดการเรียนการสอนของตน เพื่อศึกษาปัญหาในชั้นเรียน
2. นำปัญหาที่พบในชั้นเรียนมาศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง กำหนดปัญหา ตั้งสมมติฐาน กำหนดตัวแปรในคำนิยามศัพท์ และวางแผนการทดลอง
3. ขอคำแนะนำหรือปรึกษาผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งอาจจะเป็นเพื่อนครู นักวิจัยหรืออาจารย์ในมหาวิทยาลัย
4. ดำเนินการทดลอง โดยจะบูรณาการการวิจัยกับการจัดการเรียนการสอนตามปกติ
5. เก็บรวบรวมข้อมูล การจัดเก็บข้อมูลก็จะเก็บข้อมูลเมื่อสอนเสร็จ ซึ่งในชั้นเรียน การเตรียมการสอนครูจะเตรียมเอกสาร หรือแบบฟอร์มในการเก็บข้อมูล เพื่อเก็บข้อมูลในขณะสอนหรือเมื่อสอนเสร็จแล้ว
6. การวิเคราะห์ข้อมูล จะกระทำอย่างเป็นระบบ โดยใช้ค่าทางสถิติ ซึ่งผู้วิจัยไม่ควรจะมีอคติต่อข้อมูลที่ได้
7. การแปลผลข้อมูล การแปลผลจะกระทำเมื่อวิเคราะห์ข้อมูลเสร็จแล้ว การแปลผลข้อมูลจะช่วยให้ครูผู้ทำการวิจัยทราบถึงข้อเท็จจริงจากตัวเลขเป็นภาษาพูดที่เข้าใจตรงกัน ซึ่งจะนำไปสู่แนวคิดใหม่ ๆ ในการทำวิจัยต่อไป

8. การเขียนรายงานการวิจัย เป็นการเขียนผลการวิจัย เพื่อนำผลเสนอผู้อื่นหรือหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง เป็นแนวทางที่จะนำผลการวิจัยไปใช้แก้ปัญหาในการจัดการเรียนการสอน

9. การนำผลการวิจัยไปใช้ ครูผู้ทำวิจัยหรือผู้ที่สนใจ สามารถนำผลการวิจัยในชั้นเรียนไปแก้ปัญหาในชั้นเรียน

หลักการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอน

David Hopkins (อ้างในปริญา อุบลฯ, 2545, หน้า18-20) ได้เสนอหลักการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนไปใช้เพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอน สรุปได้ดังนี้

1. การสอน (Teaching) เป็นหน้าที่หลักของครู ซึ่งวิธีการวิจัยจะต้องไม่ขัดต่อการสอน ข้อนี้ควรคำนึงถึงเป็นอย่างมากและเป็นเรื่องของจรรยาบรรณด้วย ในบางกรณีที่ต้องใช้ยุทธวิธีในการสอนใหม่ แต่ถ้ามีประสิทธิภาพน้อยกว่าวิธีที่เคยสอนมาก่อน ในกรณีเช่นนี้มีคำถามว่า เป็นเรื่องทางจรรยาบรรณหรือไม่ที่จะให้นักเรียนแสดงออกต่ำกว่าความสามารถที่เป็นจริง สำหรับในกรณีเช่นนี้ต้องขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของครูผู้สอน โดยครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึงการปรับปรุงวิธีสอนและประสบการณ์ในการเรียนของนักเรียนเป็นหลักจึงยอมยกเลิกวิธีสอนแบบเดิม และทดลองสอนใช้วิธีสอนใหม่นั้น

2. เวลา (Time) ที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล จะต้องไม่ใช่เวลาของครูผู้สอนมากเกินไป ผู้สอนต้องมีความแน่ใจเกี่ยวกับกลวิธีในการรวบรวมข้อมูลก่อนที่ดำเนินการใช้ กลวิธีนั้น ทั้งนี้เพราะครูผู้สอนมักคิดว่าตนเองทำงานมาก และจะต้องเพิ่มเวลาในการเตรียมตัวและเวลาในการพัฒนาอาชีพอีก ดังนั้นการรับบทบาทนักวิจัยเป็นการใช้เวลาส่วนตัวมากขึ้นอย่างไรก็ตามการใช้เวลาอาจลดลงได้โดยการใช้วิธีการรวบรวมข้อมูลเฉพาะบางอย่าง และใช้วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลอย่างง่าย

3. วิธีการ (Method) ที่นำมาใช้ในการวิจัยนั้นต้องเชื่อถือได้ พอที่จะให้ครูตั้งสมมติฐานได้อย่างมั่นใจและสามารถพัฒนากลวิธีที่เหมาะสมกับสภาพชั้นเรียน ได้กวัดขันเกี่ยวกับวิธีวิจัยเป็นสิ่งจำเป็นถึงแม้ว่าการวิจัยจะถือได้ว่า เป็นการฝึกการปฏิบัติงานวิจัยขนาดเล็กและใช้ประโยชน์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนของแต่ละบุคคลก็ตาม เพราะถ้าจะมีการเปลี่ยนแปลงวิธีการสอน การตัดสินใจก็ควรจะต้องอยู่บนข้อมูลที่เชื่อถือได้

4. ปัญหาที่นำมาวิจัย (Problem) จะต้องเป็นปัญหาที่ผู้สอนยอมรับว่าไม่ใช่เรื่องง่าย ๆ จะต้องทุ่มเทเวลาของผู้สอนและใช้พลังงานในโครงการวิจัยที่ตนเองสนใจอย่างแท้จริง และความสำคัญต่อการจัดกิจกรรมทางวิชาชีพ ดังนั้นปัญหาที่จะนำมาวิจัยต้องเป็นปัญหาที่สามารถจะแก้ปัญหาได้ถ้าผู้สอนเลือกปัญหาที่มีความสลับซับซ้อน อาจทำให้เกิดความวุ่นวายใจได้

5. ชุมชนที่ทำวิจัย (Community) เพื่อปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนนั้นควรทำในสิ่งแวดล้อมของโรงเรียนและมีเป้าหมายร่วมกัน

6. จรรยาบรรณ (Ethics) เป็นสิ่งที่ครูผู้สอนต้องคำนึงถึง ซึ่ง Kemmis & McTaggart ได้ให้แนวคิดไว้ว่า ข้อมูลการสังเกตทั้งหมดจะต้องแน่ใจว่าทุกคนที่เกี่ยวข้องรู้เรื่องและได้รับการอนุญาตให้ทำวิจัย ข้อมูลที่ได้ต้องเก็บเป็นความลับอย่างเคร่งครัด สำหรับการรายงานผลความก้าวหน้าจะต้องรายงานทั้งผลที่เกิดขึ้นตามความคาดหมาย และผลที่อยู่นอกเหนือความคาดหมายต่อผู้ที่สนใจในปัญหานั้น

จะเห็นว่าการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน เป็นกระบวนการศึกษา ค้นคว้าเพื่อหาแนวทางในการแก้ไขปัญหาและปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งมีจุดเริ่มต้นจากปัญหาการเรียนการสอนเกี่ยวกับผู้เรียน ผู้สอน กระบวนการเรียนการสอนโดยรูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเป็นการวิจัยเพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามเป้าหมาย ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 3 ขั้นตอนคือ ขั้นการวางแผน ขั้นปฏิบัติและสังเกต ขั้นสะท้อนผลเพื่อนำไปสู่การปรับแผนต่อไป โดยจะมีลักษณะเป็นวงจรต่อเนื่องไม่สิ้นสุด จนกว่าจะบรรลุผลอย่างแท้จริง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษางานวิจัยในด้านการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบฝึกทักษะ และความคิดรวบยอด เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียน การสอน โดยมีผลสรุปดังนี้

กฤษณา พิงธรรม (2544) ได้ใช้กระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อพัฒนาศักยภาพของนักเรียนตามแนวการปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้ และปรับปรุง คุณภาพการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษารูปได้ว่า นักเรียนมีผลการเรียนอยู่ในระดับดี เกิดการพัฒนาศักยภาพไปในทางที่ดีขึ้น และมีเจตคติที่ดีต่อการจัดประสบการณ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์และต่อครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์

จันจิรา อินตะเสาร์ (2542) ได้ทำวิจัยเรื่อง การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทศบาลวัดศรีสุพรรณ จังหวัดเชียงใหม่ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาและมีทักษะการคิดคำนวณดีขึ้น มีพฤติกรรมการเรียนในห้องเรียนเหมาะสมมากขึ้น มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

อภิเชษฐ ศิริรัตน์ (2541) ได้ใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเทศบาลสันป่าข่างหนอง จังหวัดลำพูน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาและทักษะการคิดคำนวณดีขึ้น มีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ต่อวิชาคณิตศาสตร์ และต่อครูผู้สอนคณิตศาสตร์ และมีพฤติกรรมการเรียนในห้องเรียนเหมาะสมขึ้น

เรืองรอง ศรีแก้ว (2539) ได้ศึกษาการใช้แบบฝึกที่เน้นหลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมทักษะการคิดคำนวณ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ด้านการคิดคำนวณของนักเรียนที่ได้รับการฝึกโดยใช้แบบฝึกสูงกว่านักเรียนที่สอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ด้านการคิดคำนวณของนักเรียนที่ได้รับการฝึกโดยใช้แบบฝึกหลักการฝึกสูงกว่าก่อนได้รับการฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .001

สุกัญญา โพธิ์สุวรรณ (2541) ได้ศึกษาการพัฒนาแบบฝึกทักษะการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา มีการอ่านวิเคราะห์ข้อมูล ส่วนประกอบของโจทย์ปัญหา การเลือกวิธีคำนวณ การเขียนประโยคสัญลักษณ์ การแสดงวิธีทำ และการตรวจคำตอบ ส่วนนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่จะไม่มีกระบวนการวิเคราะห์ข้อมูลแต่คิดแก้ปัญหาโดยแสดงวิธีทำตามตัวอย่างในแบบเรียน

สิรินทิพย์ พูลศรี (2542) ได้ศึกษาผลของการใช้รูปแบบการสร้างความคิดรวบยอดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างความคิดรวบยอดและนักเรียนที่เรียนโดยวิธีปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 วิธีคิดที่นักเรียนใช้จากมากที่สุดไปหาน้อยที่สุดคือ การสังเกตตัวอย่างและตั้งสมมติฐาน การจำแนกตัวอย่างและเปรียบเทียบความแตกต่างของตัวอย่าง การหาลักษณะร่วมของตัวอย่าง

สมนึก ชูเลิศ (2523) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความสามารถในการสร้างความคิดรวบยอดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 วิชาสังคมศึกษา เรื่อง สังคมไทย โดยใช้วิธีสอนแบบอุปมานและอนุมาน พบว่าความสามารถในการสร้างความคิดรวบยอด และผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียน โดยใช้วิธีสอนแบบอุปมานและอนุมานแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชาญวิทย์ จรตระการ (2524) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีสอนแบบอุปมานและอนุมาน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ด้านความคิดรวบยอดและความคงทนของความคิดรวบยอดในวิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง พืช ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ด้านความคิดรวบยอด และความคงทนของความคิดรวบยอดในวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบอนุมาน สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบอุปมานอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศรัน ประกิจเพชร (2525) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องตรรกศาสตร์สัญลักษณ์เบื้องต้น ในหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนปัญญาวรรณ กรุงเทพมหานคร พบว่าโดยเฉลี่ยแล้วนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถเรียนเรื่องตรรกศาสตร์สัญลักษณ์เบื้องต้นในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้

มโน ศรีวัฒนพงศ์ (2524) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์สัญลักษณ์เบื้องต้น โดยใช้วิธีสอนแบบค้นพบ และวิธีสอนแบบบรรยายนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบุญวัฒนา นครราชสีมา พบว่า 1) วิธีสอนแบบบรรยายและวิธีสอนแบบค้นพบให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน 2) ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนเพศหญิง กับเพศชายไม่แตกต่างกัน 3) ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มสูงและนักเรียนกลุ่มต่ำแตกต่างกัน 4) ไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างเพศกับวิธีสอน 5) ไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างระดับความสามารถกับวิธีสอน 6) ไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างเพศ ระดับความสามารถ และวิธีสอน 7) นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้ในการสอนแบบค้นพบและการสอนแบบบรรยายไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนมีทัศนคติต่อวิธีสอนแบบค้นพบในทางบวก

จากงานวิจัยที่ศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่างานวิจัยที่เกี่ยวกับการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน เพื่อพัฒนาหรือปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างนั้น พบว่า ผลการใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาทางด้านความรู้ความเข้าใจเนื้อหา ทักษะ พฤติกรรมการเรียนในชั้นเรียน และเจตคติต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้แบบฝึก หรือรูปแบบความคิดรวบยอดในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ส่งผลให้นักเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น