

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นในการวิจัยเพื่อปรับปรุงวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุนวิทยาคม จังหวัดพะเยา โดยมุ่งให้นักเรียนเข้าใจมโนคติ และสามารถแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับกระบวนการทางตรรกศาสตร์ได้ดีขึ้น ดำเนินการวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 39 คน ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอนดังนี้

ขั้นเตรียมการ

ขั้นเตรียมการเป็นขั้นตอนที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการก่อนที่จะเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งได้แก่ กำหนดรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ และเตรียมเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. กำหนดรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

จากการศึกษาจากเอกสาร และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยได้กำหนดรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้ดังนี้

1.1 ใช้หลักการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางโดยพยายามให้นักเรียนสรุปมโนคติต่างๆด้วยตนเอง จากการใช้วิธีการสอนแบบอุปนัย และการใช้คำถามนำ โดยยกตัวอย่างประโยคที่เป็นประโยคเปิด และประพจน์ เพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะร่วมและลักษณะต่างของประโยคทั้งสองประเภท เช่น ยกตัวอย่าง $x + 3 = 5$, $x + 2 < 7$ เป็นประโยคเปิด $2 + 3 = 5$, $4 + 2 < 7$ เป็นประพจน์ หรือยกตัวอย่างตารางค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นและไม่เป็นนิเสธกัน สมมูลและไม่สมมูลกัน เพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะของค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน หรือสมมูลกัน แล้วสามารถนำไปสู่ข้อสรุปของมโนมติดังกล่าวได้

1.2 จัดลำดับเนื้อหาในลักษณะบันไดเวียนและให้เชื่อมโยงกับความรู้เดิมของนักเรียน เพื่อให้เกิดความต่อเนื่องของเนื้อหาและสามารถสร้างความรู้ใหม่จากความรู้เดิมได้ เช่น สอนเนื้อหาเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ โดยใช้สมการและอสมการอย่างง่ายซึ่งเป็นประโยคคณิตศาสตร์ที่นักเรียนคุ้นเคย เช่น $x + 3 = 5$, $x + 2 < 7$ เป็นตัวอย่างของประโยคเปิด $2 + 3 = 5$, $4 + 2 < 7$ เป็นตัวอย่างของประพจน์ $(2 + 3 = 5) \wedge (4 + 2 < 7)$ เป็นตัวอย่างประพจน์ใหม่ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม “และ” แล้วจึงเปลี่ยนจากประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็น

ประโยคเปิดเป็นสัญลักษณ์ $P(x)$, $Q(x)$ เช่น แทน $x+3=5$ ด้วย $P(x)$ แทน $x+2<7$ ด้วย $Q(x)$ และจากประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประพจน์เป็นสัญลักษณ์ p , q เช่น แทนประพจน์ $1+3=5$ ด้วย p แทนประพจน์ $1+2<7$ ด้วย q และแทนประพจน์ $(2+3=5) \wedge (4+3=7)$ ด้วย $p \wedge q$ แล้วจึงให้เรียนรู้โมติของประโยคเปิด ประพจน์ และการเชื่อมประพจน์จากประโยคภาษาเป็นลำดับหลังสุด

1.3 อธิบายมโนติของตัวบ่งปริมาณ และค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ โดยอาศัยการเชื่อมประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “และ” เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปของ สำหรับ...ทุกตัว ($\forall x$) และอาศัยการเชื่อมประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “หรือ” เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปของ สำหรับ...บางตัว ($\exists x$) เช่น

ใช้ประพจน์ $((-2)^2=4) \wedge (0^2=4) \wedge (2^2=4)$ อธิบายมโนติของ $\forall x \in \{-2,0,2\} [x^2=4]$

ใช้ประพจน์ $((-2)^2=4) \vee (0^2=4) \vee (2^2=4)$ อธิบายมโนติของ $\exists x \in \{-2,0,2\} [x^2=4]$

แล้วจึงพิจารณาค่าความจริงจากการเชื่อมประพจน์ที่ได้ด้วยตัวเชื่อม $\wedge, \vee$ ดังกล่าว ในกรณีที่ U มีสมาชิกมากขึ้นหรือเป็นเซตอนันต์ ให้นักเรียนใช้วิธีจินตนาการหรือคิดในใจ โดยไม่จำเป็นต้องเขียนแสดงการเชื่อมประพจน์ที่ได้จากการแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ แล้วจึงให้เรียนรู้วิธีสรุปค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ โดยการพิจารณาจากเซตคำตอบของประโยคเปิด กล่าวคือ

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดคือ U

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ U

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ $\emptyset$

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดเท่ากับ $\emptyset$

1.4 อธิบายมโนติของนิเสธของประพจน์ ประพจน์ที่สมมูลกัน และสัจนิรันดร์ โดยเน้นให้นักเรียนสรุปมโนติเกี่ยวกับเรื่องดังกล่าวด้วยตนเอง จากตารางค่าความจริงของประพจน์ รวมถึงการใช้คำถามนำ เน้นให้นักเรียนจำรูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันโดยใช้เกม และเน้นฝึกทักษะการนำรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันประยุกต์ใช้กับประพจน์อื่นที่มีรูปแบบแตกต่างออกไป เช่น นำรูปแบบ $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$ ไปประยุกต์ใช้กับประพจน์ $\sim(\sim p \rightarrow \sim q)$ จะได้ $\sim(\sim p \rightarrow \sim q) \equiv \sim p \wedge q$ รวมถึงนำรูปแบบ $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ ไปประยุกต์ใช้กับประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)] \equiv \forall x [\sim P(x) \vee Q(x)]$ และเน้นให้นักเรียนพิจารณาค่าความจริงจากตารางเพื่อนำไปสู่การตรวจสอบประพจน์ในเรื่องดังกล่าวโดยไม่สร้างตารางค่าความจริงทั้งประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ p, q ประโยคภาษา และประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ

1.5 อธิบายโมเดลของการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล โดยเน้นให้สรุปโมเดลด้วยตนเองจากตารางค่าความจริงของประพจน์ที่เกิดจากการนำตัวเชื่อม $\wedge$ เชื่อมเหตุทั้งหมดเข้าด้วยกัน และใช้ตัวเชื่อม $\rightarrow$ เชื่อมส่วนที่เป็นเหตุกับผล หลาย ๆ รูปแบบ เพื่อนำไปสู่การแสดงขั้นตอนตรวจสอบด้วยวิธีพิจารณาข้อขัดแย้ง โดยอาศัยการพิจารณาค่าความจริงจากตารางกรณีที่มีการอ้างเหตุผลไม่สมเหตุสมผล

1.6 ใช้การฝึกทักษะย่อยเป็นส่วนหนึ่งของกิจกรรมการเรียนการสอน โดยให้นักเรียนฝึกทักษะย่อยที่ละทักษะทันทีเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ในแต่ละเนื้อหาแล้ว เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจแต่ละเนื้อหาชัดเจนมากขึ้นก่อนที่จะให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้รูปแบบการฝึกทักษะหลายรูปแบบ เช่น แบบฝึกทักษะ ใบงาน การแสดงวิธีทำและอธิบายหน้าชั้นเรียน และการเล่นเกม เป็นต้น

2. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้

หลังจากที่ได้กำหนดรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน แล้วผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 20 แผน แผนละ 50 นาที โดยแต่ละแผนประกอบด้วย ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สารการเรียนรู้ การจัดการเรียนรู้ และการวัดผลประเมินผล นอกจากนี้ผู้วิจัยได้จัดทำเอกสารประกอบการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และการเรียงลำดับเนื้อหา โดยประกอบด้วยใบความรู้ที่มีทั้งเนื้อหา ตัวอย่างที่ใช้วิธีการหลากหลาย แบบฝึกหัดที่มีลักษณะความยากง่ายหลายระดับโดยเริ่มจากง่ายไปหายาก ให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 123-273)

3. เตรียมเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีทั้งหมด 4 ประเภทดังนี้

3.1 แบบบันทึกการเรียนรู้ เป็นแบบบันทึกการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนบันทึกภายหลังการเรียน โดยจะมีการกำหนดหัวข้อให้นักเรียนบันทึก ซึ่งเป็นข้อคำถามที่เกี่ยวกับความเข้าใจในโมเดลต่างๆ ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน หรือคำถามที่นักเรียนอยากถามในสิ่งที่ตนเองยังสงสัยในเรื่องนั้นๆ ตลอดจนโจทย์น่าคิด ซึ่งเป็นคำถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

3.2 แบบสัมภาษณ์อย่างไม่เป็นทางการ ใช้สัมภาษณ์นักเรียนภายหลังการตรวจแบบฝึกหัด แบบทดสอบ เกี่ยวกับข้อผิดพลาดหรือข้อบกพร่องของนักเรียน หรือสัมภาษณ์ถึงปัญหาที่พบระหว่างดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และในกรณีที่ผู้วิจัยต้องการข้อมูลเพิ่มเติมหรือไม่แน่ใจในสิ่งที่ตนได้สังเกต

3.3 แบบบันทึกประจำวันของครู เป็นการบันทึกภายหลังการสอนเกี่ยวกับพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกในชั้นเรียน เช่น ความตั้งใจเรียน การถามและตอบคำถาม การทำงาน บันทึก

ผลการปฏิบัติในแต่ละแผนว่าปฏิบัติตามแผนครบถ้วนหรือไม่ สิ่งใดทำได้หรือทำไม่ได้ และสิ่งใดที่ทำงานนอกเหนือจากที่กำหนดไว้ ตลอดจนปัญหา - อุปสรรคที่เกิดขึ้น และวิธีการแก้ไข เพื่อพิจารณาคุณภาพการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนว่าเป็นไปตามเป้าหมายหรือไม่ ควรปรับปรุงแก้ไขหรือไม่อย่างไร และเป็นแนวทางในการพัฒนาความก้าวหน้าของนักเรียนต่อไป

3.4 แบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ เป็นแบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบของนักเรียน โดยนับความถี่ของจำนวนนักเรียนที่ทำถูกและทำผิดในแต่ละข้อ แล้วบันทึกลงในตารางแยกเป็นรายข้อและรายบุคคล เพื่อนำมาพิจารณาว่านักเรียนทำถูกหรือผิดข้อใดบ้าง และบันทึกข้อบกพร่องหรือข้อผิดพลาดต่าง ๆ ของนักเรียน ซึ่งผู้วิจัยจะนำข้อมูลดังกล่าวมาพิจารณาแก้ปัญหาเพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่มีความบกพร่องต่อไป

(ดูรายละเอียดในภาคผนวก ข หน้า 274-297)

ขั้นตอนการ

ในการวิจัยผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลตั้งแต่วันที่ 29 ตุลาคม 2546 ถึงวันที่ 20 ธันวาคม 2546 โดยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการของ Kemmis and McTaggart (อ้างใน ผ่องพรรณ ทรัพย์มงคลกุล, 2544, หน้า 33) ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติ ตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ (Act and Observe) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ทั้งข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพที่ได้จากเครื่องมือหลาย ๆ ชนิดในลักษณะพรรณนาความโดยใช้หลักเกณฑ์กว้าง ๆ จากพฤติกรรมที่นักเรียนส่วนใหญ่แสดงออก ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แบ่งการดำเนินการวิจัยออกเป็น 7 วงจร ซึ่งมีลักษณะของการดำเนินการในแต่ละวงจร ดังต่อไปนี้

วงจรที่ 1

ขั้นวางแผน

ในวงจรที่ 1 เป็นการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริง และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ ตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 1-3 โดยมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริง และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยและประพจน์ผสมที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ได้

ขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ

ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 1-3 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 124-146) ซึ่งเน้นให้นักเรียนสรุปมโนคติของประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ด้วยตนเอง จากตัวอย่างสมการและอสมการ อย่างง่าย ซึ่งเป็นประโยคคณิตศาสตร์ที่นักเรียนคุ้นเคยอยู่แล้ว เช่น $x + 3 = 5$, $x + 2 < 7$ เป็นตัวอย่างของประโยคเปิดที่มี x เป็นตัวแปร และใช้การแทนค่าตัวแปรในประโยคเปิดด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์เพื่อสร้างความเข้าใจเรื่อง ประพจน์ และค่าความจริงของประพจน์ เช่น แทนค่า x ด้วยสมาชิกแต่ละตัวของเอกภพสัมพัทธ์ $\{1, 2\}$ ในประโยคเปิด $x + 3 = 5$ จะได้ ประพจน์ $1 + 3 = 5$ ซึ่งมีค่าความจริงเป็นเท็จ และประพจน์ $2 + 3 = 5$ ซึ่งมีค่าความจริงเป็นจริง และเมื่อแทนค่า x ในประโยคเปิด $x + 2 < 7$ ด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ดังกล่าว จะได้ ประพจน์ $1 + 2 < 7$ และประพจน์ $2 + 2 < 7$ ซึ่งมีค่าความจริงเป็นจริงทั้งคู่

ให้นักเรียนเรียนรู้การเชื่อมประพจน์จากประพจน์ที่อยู่ในรูปสมการและอสมการอย่างง่าย เช่น $\sim(2 + 3 = 5)$ แทนประพจน์ใหม่ที่มีค่าความจริงตรงข้ามกับประพจน์ $2 + 3 = 5$ และ $(2 + 3 = 5) \wedge (4 + 3 = 7)$, $(2 + 3 = 5) \vee (4 + 3 = 7)$, $(2 + 3 = 5) \rightarrow (4 + 3 = 7)$, $(2 + 3 = 5) \leftrightarrow (4 + 3 = 7)$ แทนประพจน์ใหม่ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม “และ” “หรือ” “ถ้า...แล้ว” “ก็ต่อเมื่อ” ตามลำดับ ควบคู่กับการยกตัวอย่างสถานการณ์ต่าง ๆ ที่นักเรียนคุ้นเคย เช่น สถานการณ์การฝากเงินของเอกับสาที่มีเงื่อนไขบัญชีเป็น “เอและสาหลงซื้อ” “เอหรือสาหลงซื้อ” เปรียบเทียบกับการเชื่อมด้วยตัวเชื่อม $\wedge$ กับ $\vee$ ตามลำดับ และยกตัวอย่างสัญญาที่แม่ให้กับ โหน่งว่า “ถ้าโหน่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แล้วแม่จะให้รางวัล” “แม่จะให้รางวัลโหน่งก็ต่อเมื่อ โหน่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์” เปรียบเทียบกับการเชื่อมด้วยตัวเชื่อม $\rightarrow$ กับ $\leftrightarrow$ ตามลำดับ

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยใช้การถามนำเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ และสามารถสรุปมโนคติเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ และค่าความจริงด้วยตนเอง เช่น “สมการ $x + 3 = 5$ กับอสมการ $x + 2 < 7$ เป็นประโยคเปิดหรือประพจน์” “ทำไมสมการ $x + 3 = 5$ กับอสมการ $x + 2 < 7$ เป็นประโยคเปิด” “สมการและอสมการที่ไม่มีตัวแปรเรียกว่าอะไร” เป็นต้น โดยให้นักเรียนช่วยกันตอบ และผู้วิจัยได้สร้างแรงจูงใจให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบคำถามโดยสุ่มเลขที่ในการตอบและให้คะแนนสำหรับนักเรียนที่ตอบคำถามถูกต้อง ส่วนการสรุปมโนคติหรือความรู้ที่ได้ ผู้วิจัยให้นักเรียนเขียนสรุปลงในเอกสารประกอบการเรียนที่ผู้วิจัยแจกให้ในแต่ละคาบ

นอกจากนี้ผู้วิจัยยังให้นักเรียนฝึกทักษะการหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยและประพจน์ผสมที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ ด้วยแบบฝึกทักษะที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้น โดยเริ่มจากการ

ฝึกทักษะการหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยแล้วค่อยฝึกทักษะการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม $\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ และ $\leftrightarrow$ ตามลำดับ การฝึกทักษะการหาค่าความจริงของประพจน์นี้ ผู้วิจัยต้องการให้นักเรียนมีความชำนาญในการหาค่าความจริงของประพจน์ต่าง ๆ เพื่อนำทักษะดังกล่าวไปใช้ในการหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ p , q และในรูปประโยคภาษาซึ่งมีความซับซ้อนมากขึ้น ในส่วนของแบบฝึกหัด นักเรียนจะได้ทำแบบฝึกหัดท้ายคาบเรียนของทุกคาบ

ด้วยเหตุที่นักเรียนยังมีข้อผิดพลาดเกี่ยวกับการใช้เครื่องหมายกรณณฑ์ คำสัมบูรณ์ และเลขยกกำลัง ผู้วิจัยได้ทบทวนโดยยกตัวอย่างจากข้อที่นักเรียนทำผิด และใช้คำถามเพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องดังกล่าว เช่น “คำสัมบูรณ์จะมีค่าเป็นบวกหรือลบ” “ a^2 หมายถึง $2 \times a$ หรือ $a \times a$ ” แล้วตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยให้นักเรียนหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปกรณณฑ์ คำสัมบูรณ์ และเลขยกกำลัง บนกระดาน

ในขณะดำเนินการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้สังเกตการตอบคำถามในชั้นเรียน การสรุป การทำแบบฝึกทักษะ ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบในระหว่างดำเนินการสอน รวมทั้งวิธีการแก้ไข แล้วบันทึกลงในแบบบันทึกประจำวันของครู สำหรับการตรวจแบบฝึกหัดได้บันทึกลงในแบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัด และหลังการเรียนการสอนในแต่ละคาบ ผู้วิจัยได้แจกบันทึกการเรียนรู้อให้กับนักเรียนโดยให้บันทึกเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่เข้าใจหรือข้อสงสัยในเรื่องที่เรียน สิ่งที่ขัดขวางการเรียนรู้ของนักเรียน ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งการตอบคำถามโจทย์นำคิดที่เกี่ยวกับประโยคเปิดและประพจน์

ขั้นตอนความคิด

ผู้วิจัยนำผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบในระหว่างการดำเนินการสอน ผลการตรวจแบบฝึกหัด รวมทั้งการตรวจโจทย์นำคิดเกี่ยวกับประโยคเปิดและประพจน์ในแบบบันทึกการเรียนรู้อของนักเรียน มาจัดกลุ่มตามเป้าหมายของการวิจัยที่ระบุไว้ในขั้นวางแผน เพื่อหาข้อสรุปของการดำเนินการวิจัยในวงจรนี้ว่า นักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์เป็นอย่างไร และสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยและประพจน์ผสมที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ อย่างไร ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยในวงจรที่ 1 ได้ดังนี้

จากการพิจารณาการตอบคำถาม การซักถามของนักเรียนในชั้นเรียน การสรุปมโนคติเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ การตอบคำถาม

โจทย์นำคิดในแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด พบว่า นักเรียนประมาณร้อยละ 60 สามารถเขียนสรุปลักษณะของประโยคเปิด ประพจน์ และค่าความจริงได้ถูกต้อง และชัดเจน สามารถบอกได้ว่าประโยคคณิตศาสตร์ใดเป็นประโยคเปิดหรือประพจน์ และสามารถยกตัวอย่างประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคเปิดและประพจน์ได้อย่างถูกต้อง ส่วนนักเรียนที่เหลือประมาณร้อยละ 40 เขียนสรุปลักษณะของประโยคเปิดและประพจน์ยังไม่ครบถ้วนชัดเจน เช่น นักเรียนสรุปลักษณะของประโยคเปิดว่าเป็น “อสมการที่มีตัวแปร” หรือ “สมการที่มีตัวแปร” หรือ “บอกค่าความจริงไม่ได้” ส่วนลักษณะของประพจน์นักเรียนสรุปว่าเป็น “สมการที่มีค่าความจริง” หรือ “ไม่มีตัวแปร” แต่นักเรียนกลุ่มดังกล่าวสามารถยกตัวอย่างประโยคเปิดและประพจน์ได้ถูกต้อง และสามารถจำแนกประโยคเปิดและประพจน์ได้เช่นบอกว่า $x^2 = 4$, $2x + 3 < 0$ เป็นประโยคเปิด และ $2 + 3 = 5$, $5 \times 2 > 5 + 5$ เป็นประพจน์

หลังจากที่ผู้วิจัยได้ใช้คำถามเพิ่มเติมเพื่อช่วยให้นักเรียนสรุปลักษณะของประโยคเปิดและประพจน์ได้ครบถ้วนชัดเจนขึ้น เช่น “ $3 + 2 = 1$, $5 - 1 > 2$ เป็นสมการหรืออสมการ” “ $3 + 2 = 1$, $5 - 1 > 2$ เป็นประโยคเปิดหรือประพจน์” แล้วพบว่า จำนวนนักเรียนที่สามารถสรุปลักษณะของประโยคเปิดและประพจน์ได้ถูกต้องและชัดเจนมีเพิ่มขึ้นประมาณร้อยละ 30 จากการสอบถามนักเรียนบอกว่าไม่เคยชินกับการเขียนสรุปด้วยตนเอง มีความคุ้นเคยกับการจดบันทึกตามที่ครูผู้สอนบอกและคุ้นเคยกับเอกสารประกอบการเรียนที่สรุปเนื้อหาให้

ส่วนในเรื่องการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ นักเรียนประมาณร้อยละ 85 สามารถบอกได้ว่าประพจน์ผสมเกิดจากการเชื่อมประพจน์ย่อยด้วยตัวเชื่อม $\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ และสามารถสรุปกรณีค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ ได้ถูกต้อง แต่ยังมีนักเรียนอีกประมาณร้อยละ 15 ที่ไม่สามารถบอกได้ว่าประพจน์ผสมเกิดจากการเชื่อมประพจน์ย่อยด้วยตัวเชื่อม $\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ และ $\leftrightarrow$

จากข้อมูลข้างต้นอาจกล่าวได้ว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์

ในส่วนของการหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยและประพจน์ผสม จากผลการตอบคำถามของนักเรียน ผลการตรวจแบบฝึกทักษะ และแบบฝึกหัด พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 80 สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยและประพจน์ผสมที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ได้ แต่สังเกตได้ว่า มีนักเรียนประมาณร้อยละ 50 ที่ยังจำกัดการเชื่อมประพจน์ไม่ได้โดยสังเกตได้จากขณะทำแบบฝึกทักษะเรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์นักเรียนยังต้องดูค่าความจริงจากตารางค่าความจริงประกอบ

เมื่อพิจารณาผลการตรวจแบบฝึกหัดของนักเรียน พบข้อผิดพลาดดังต่อไปนี้

1. นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเครื่องหมายกรณฑ์ ค่าสัมบูรณ์ และเลขยกกำลัง เช่น นักเรียนบอกว่า $\sqrt{8}=4$ มีค่าความจริงเป็นจริง, $|2| < |-3|$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ $7^2 = 14$ มีค่าความจริงเป็นจริง เป็นต้น ความเข้าใจคลาดเคลื่อนดังกล่าวส่งผลให้นักเรียนหาค่าความจริงของประพจน์ผสม เช่น $(\sqrt{8}=4) \wedge (9 > \sqrt[3]{27})$, $(\sqrt{8}=4) \vee (9 > \sqrt[3]{27})$ ผิดไปด้วย เมื่อผู้วิจัยได้แก้ไขข้อผิดพลาดนี้ด้วยการทบทวนในเรื่องของกรณฑ์ ค่าสัมบูรณ์ และเลขยกกำลังในต้นคาบเรียนที่ 3 โดยยกตัวอย่างจากข้อที่นักเรียนทำผิดและการถามคำถามเพิ่มเติมดังที่กล่าวไว้ในขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติข้างต้น พบว่า นักเรียนจำนวน 20 คน จากนักเรียนที่มีปัญหา 23 คน สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปกรณฑ์ ค่าสัมบูรณ์ และเลขยกกำลังในแบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัดที่ 3 ได้ถูกต้อง

2. นักเรียนบางส่วนเข้าใจผิดในเรื่องของการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ โดยนำตัวเชื่อมไปเชื่อมระหว่างค่าความจริงของประพจน์ หรือเชื่อมระหว่างค่าความจริงกับประพจน์ เช่น $F \vee F$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ, $T \wedge (-\sqrt{9} = -3)$ มีค่าความจริงเป็นจริง ซึ่งในวงจรนี้ผู้วิจัยยังไม่ได้แก้ไขข้อผิดพลาดดังกล่าวของนักเรียน เพราะผู้วิจัยเห็นว่าเป็นเรื่องของการสะเพร่าของนักเรียนในการอ่านโจทย์

3. นักเรียนบางส่วนมีความสับสนในการสังเกตเครื่องหมาย $=$, $>$, $<$, $\neq$ ในประพจน์ เช่น นักเรียนบอกว่า $2 < 3$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ ซึ่งจากการสอบถามนักเรียนกล่าวว่า แบบฝึกหัดมีจำนวนมากและแต่ละข้อก็มีเครื่องหมายดังกล่าวสลับกันทำให้งงและสับสน

จากการแสดงความคิดเห็นของนักเรียนในแบบบันทึกการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความพึงพอใจในกิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูจัดขึ้น มีนักเรียนบางส่วนไม่ต้องการให้ครูถามเป็นรายบุคคลหรือสุ่มเลขที่ในการตอบคำถาม โดยให้เหตุผลว่าเกิดอาการตื่นเต้น ไม่มั่นใจในคำตอบว่าจะถูกหรือไม่ ในด้านข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่อยากให้ครูผู้สอนสอนแบบสนุก ๆ ไม่เครียด มีสื่อการสอน มีการเล่นเกมสอบหลังจากที่สอนจบในแต่ละเรื่อง และให้ทำแบบฝึกหัดในห้องเรียนหรือให้ทำแบบฝึกหัดเป็นคู่

จากข้อมูลที่รวบรวมได้สะท้อนให้เห็นว่าการใช้ประโยชน์คณิตศาสตร์ที่นักเรียนคุ้นเคยเพื่อสร้างความเข้าใจในเรื่องของประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่มีโมติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยและประพจน์ผสมที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

วงจรที่ 2

ขั้นวางแผน

ในวงจรที่ 2 เป็นการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริง และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ ตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 4-6 โดยมีเป้าหมายเพื่อให้ นักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่กำหนดให้โดยสร้างตารางค่าความจริงและไม่สร้างตารางค่าความจริงได้ รวมทั้งสามารถเปลี่ยนประโยคคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ $P(x)$, $Q(x)$, p , q ได้

ขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ

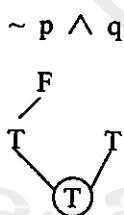
ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 4-6 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 147-169) ซึ่งเน้นให้นักเรียนสรุปมโนคติของประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ด้วยตนเอง จากประโยคเปิดและประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนรู้มาในวงจรที่ 1 เช่น ให้สัญลักษณ์ $P(x)$ แทนประโยคเปิด $x + 3 = 5$ หรือ $Q(x)$ แทนประโยคเปิด $x + 2 < 7$ ซึ่งประโยคเปิดทั้งสองเป็นประโยคเปิดที่มี x เป็นตัวแปร และใช้การแทนค่าตัวแปรในประโยคเปิดด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์เพื่อสร้างความเข้าใจเรื่องประพจน์และค่าความจริงของประพจน์โดยใช้สัญลักษณ์ $P(a)$ หรือ $Q(a)$ แทนประพจน์เมื่อแทนค่า x ด้วย a เช่น แทนค่า x ด้วยสมาชิกแต่ละตัวของเอกภพสัมพัทธ์ $\{1, 2\}$ ในประโยคเปิด $P(x) : x + 3 = 5$ จะได้ประพจน์ $P(1) : 1 + 3 = 5$ ซึ่งมีค่าความจริงเป็นเท็จ และประพจน์ $P(2) : 2 + 3 = 5$ ซึ่งมีค่าความจริงเป็นจริง เมื่อแทนค่า x ในประโยคเปิด $Q(x) : x + 2 < 7$ ด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ดังกล่าว จะได้ประพจน์ $Q(1) : 1 + 2 < 7$ และ ประพจน์ $Q(2) : 2 + 2 < 7$ ซึ่งมีค่าความจริงเป็นจริงทั้งคู่ แล้วให้สัญลักษณ์ p, q แทนประพจน์ที่ได้ดังกล่าว เช่น ให้ p แทนประพจน์ $P(1)$ และ ให้ q แทนประพจน์ $Q(1)$ เพื่อเชื่อมโยงไปสู่การใช้สัญลักษณ์ p, q แทนประพจน์ต่าง ๆ เช่น p แทนประพจน์ $1 + 3 = 5$ และ q แทนประพจน์ $1 + 2 < 7$

ในเรื่องการเชื่อมประพจน์ ผู้วิจัยให้นักเรียนเรียนรู้การเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์โดยอาศัยประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ เช่น แทนประพจน์ $\sim(2 + 3 = 5)$ ด้วยสัญลักษณ์ $\sim p$ ซึ่งมีค่าความจริงตรงข้ามกับค่าความจริงของประพจน์ p แทนประพจน์ $(2 + 3 = 5) \wedge (4 + 3 = 7)$ ด้วยสัญลักษณ์ $p \wedge q$ และในทำนองเดียวกันก็อาศัยการแทนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่สัญลักษณ์ $p \vee q, p \rightarrow q$ และ

$p \leftrightarrow q$ แล้วสรุปเป็นตารางค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow$ และ $\leftrightarrow$ ตามลำดับ

ส่วนเรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์ผสม ผู้วิจัยให้นักเรียนเรียนรู้โดยเริ่มจากการสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ผสมที่เชื่อมประพจน์ย่อย 2 ประพจน์ เช่น $\sim p \rightarrow q, \sim(p \leftrightarrow q), (p \wedge q) \vee p$ แล้วค่อยเพิ่มจำนวนประพจน์ย่อยเป็น 3 ประพจน์ เช่น $(p \vee q) \vee r, p \rightarrow (q \vee r)$ และใช้คำถามนำเกี่ยวกับกรณีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นของประพจน์ เช่น “ถ้ามีประพจน์ย่อยหนึ่งประพจน์จะมีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นกี่กรณี อะไรบ้าง” “ถ้ามีประพจน์ย่อยสองประพจน์จะมีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นกี่กรณี อะไรบ้าง” “ถ้ามีประพจน์ย่อยสามประพจน์จะมีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นกี่กรณี อะไรบ้าง” “ถ้ามีประพจน์ย่อยสี่ประพจน์จะมีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นกี่กรณี” “ถ้ามีประพจน์ย่อย n ประพจน์จะมีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นกี่กรณี” ควบคู่กับการอธิบายกรณีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นของประพจน์จากแผนภาพต้นไม้เพื่อให้นักเรียนสามารถมองเห็นภาพได้ชัดเจนขึ้น

หลังจากที่นักเรียนเรียนรู้การหาค่าความจริงของประพจน์โดยการสร้างตารางค่าความจริงแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนเรียนรู้การหาค่าความจริงของประพจน์โดยไม่สร้างตารางค่าความจริง โดยยกตัวอย่างกรณีค่าความจริง 1 กรณีจากตารางค่าความจริงของประพจน์ที่นักเรียนสร้างขึ้น เช่น จากตารางค่าความจริงของประพจน์ผสม $\sim p \wedge q$ ให้นักเรียนพิจารณาค่าความจริงกรณีที่ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ q มีค่าความจริงเป็นจริง ซึ่ง $\sim p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นจริง เพื่อนำไปสู่การเขียนโยงค่าความจริงของประพจน์ในรูปแผนภาพ เช่น



นอกจากนี้ผู้วิจัยให้นักเรียนฝึกทักษะการใช้ตารางค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม $\wedge, \vee, \rightarrow$ และ $\leftrightarrow$ จากการเล่นเกมแข่งขันกันเติมค่าความจริงของประพจน์ลงในตารางฝึกทักษะการสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ผสมต่าง ๆ จากการให้นักเรียนออกมาทำบนกระดาน ซึ่งเริ่มจากการฝึกแยกประพจน์ย่อยจากประพจน์ผสมที่กำหนดให้ เช่น ประพจน์ผสม $\sim p \vee \sim q$ แยกเป็นประพจน์ย่อยได้ $p, q, \sim p, \sim q$ และ $\sim p \vee \sim q$ จากนั้นจึงให้นักเรียนนำประพจน์ย่อยที่แยกได้ไปสร้างตารางค่าความจริง และฝึกทักษะการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมโดย

ไม่สร้างตารางค่าความจริงจากใบงาน และแบบฝึกทักษะที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้น รวมทั้งการออกมาทำบนกระดาน

ด้วยเหตุที่พบว่านักเรียนใช้เครื่องหมายวงเล็บจัดกลุ่มประพจน์ย่อยในการเขียนประพจน์ผสมในรูปสัญลักษณ์แทนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมมากกว่าหนึ่งตัว ผู้วิจัยได้ทบทวนโดยยกตัวอย่างจากข้อที่นักเรียนทำผิด และอธิบายเกี่ยวกับลำดับความสำคัญของตัวเชื่อมต่าง ๆ เช่น ตัวเชื่อมแต่ละตัวมีลำดับความสำคัญไม่เท่ากันและความสำคัญของตัวเชื่อมเรียงจากมากไปหาน้อย คือ $\leftrightarrow$, $\rightarrow$, $\vee$, $\wedge$ และ $\sim$ ตามลำดับ ควบคู่กับการใช้หลักของตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว” เป็นตัวเชื่อมที่เชื่อมระหว่างเหตุกับผล เช่น ถ้า $2 + 3 = 5$ และ $6 + 7 \neq 13$ แล้ว $(-2)^3 = 8$ นั่นคือ $2 + 3 = 5$ และ $6 + 7 \neq 13$ เป็นเหตุ และ $(-2)^3 = 8$ เป็นผล ดังนั้นจะได้สัญลักษณ์ $(p \wedge q) \rightarrow r$

ผู้วิจัยได้อธิบายเพื่อแก้ปัญหานักเรียนที่ผิดพลาดในเรื่องการสร้างตารางค่าความจริง ในขณะที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดเรื่องดังกล่าวในคาบเรียนเป็นรายบุคคลตามกรณีที่นักเรียนผิด เช่น หาค่าความจริงของประพจน์ผิด หรือเขียนกรณีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นไม่ครบ

ส่วนการเข้าใจผิดเกี่ยวกับเครื่องหมาย $\sim$ ในเรื่องการหาค่าความจริงโดยไม่สร้างตารางค่าความจริง ผู้วิจัยได้นัดหมายนักเรียนจำนวน 13 คน เพื่อสอนซ่อมเสริมในคาบค้นคว้าของนักเรียน วิธีการสอนนั้นยังคงใช้การอธิบายเนื้อหาเกี่ยวกับการหาค่าความจริงโดยไม่สร้างตารางค่าความจริง แล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะเพิ่มเติมในเนื่อหาดังกล่าว ซึ่งการซ่อมเสริมครั้งนี้ ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนด้วยตนเอง

ในขณะดำเนินการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้สังเกตการร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน การตอบคำถามในชั้นเรียน การสรุป การอธิบายหน้าชั้นเรียน การทำใบงาน และแบบฝึกทักษะ ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบในระหว่างดำเนินการสอน รวมทั้งวิธีการแก้ไข แล้วบันทึกลงในแบบบันทึกประจำวันของครู สำหรับการตรวจแบบฝึกหัดได้บันทึกลงในแบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัด และหลังการเรียนการสอนในแต่ละคาบ ผู้วิจัยได้แจกบันทึกการเรียนรู้ให้กับนักเรียนโดยให้บันทึกเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่เข้าใจหรือข้อสงสัยในเรื่องที่เรียน สิ่งที่ยังคงข้องการเรียนรู้อยู่ของนักเรียน ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งการตอบคำถามโจทย์นำคิดที่เกี่ยวกับการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมโดยการสร้างตารางและไม่สร้างตารางค่าความจริง

ขั้นสะท้อนความคิด

ผู้วิจัยนำผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบในระหว่างการดำเนินการสอน ผลการตรวจแบบฝึกหัด รวมทั้งการตรวจโจทย์นำคิดเกี่ยวกับการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมโดยการสร้างตารางและไม่สร้างตารางค่าความจริง ในแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน มาจัดกลุ่มตามเป้าหมายของการวิจัยที่ระบุไว้ในขั้นวางแผน เพื่อหาข้อสรุปของการดำเนินการวิจัยในวงจรนี้ว่า นักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์เป็นอย่างไร สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์โดยสร้างตารางค่าความจริง และไม่สร้างตารางค่าความจริงที่กำหนดให้ได้หรือไม่ อย่างไร รวมทั้งสามารถเปลี่ยนประโยคคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ $P(x)$, $Q(x)$, p , q ได้หรือไม่ อย่างไร ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยในวงจรที่ 2 ได้ดังนี้

จากการตอบคำถาม การอธิบายหน้าชั้นเรียน การสรุป พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 80 สามารถใช้สัญลักษณ์แทนประโยคเปิดและประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง เช่น นักเรียนบอกว่า $Q(2)$ แทน $2 + 2 < 7$ ซึ่งเป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง สามารถเขียนสรุปในเอกสารประกอบการเรียนว่า “เราสามารถเขียน $P(x)$ หรือ $Q(x)$ แทนประโยคเปิดที่มี x เป็นตัวแปร และสามารถใช้สัญลักษณ์ p , q แทนประพจน์ใด ๆ” รวมทั้งสามารถสรุปค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ ได้ เช่นนักเรียนสรุปว่า “ $\sim p$ มีค่าความจริงตรงข้ามกับ p เสมอ” “ $p \wedge q$ จะมีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ p และ q มีค่าความจริงเป็นจริงทั้งคู่” “ $p \vee q$ จะมีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ p และ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ ทั้งคู่” “ $p \rightarrow q$ จะมีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ p มีค่าความจริงเป็นจริงและ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ” และ “ $p \leftrightarrow q$ จะมีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ p และ q มีค่าความจริงเหมือนกัน”

จากผลการตรวจแบบฝึกหัดเรื่องการใช้สัญลักษณ์แทนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ 15 ข้อ พบว่า มีนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดถูกต้องกว่า 12 ข้อ จำนวน 12 คน และมีนักเรียนเกือบทั้งห้องทำผิดในการใช้เครื่องหมายวงเล็บจัดกลุ่มประพจน์ย่อยในกรณีที่เชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ด้วยตัวเชื่อมมากกว่าหนึ่งตัว เมื่อผู้วิจัยได้ทบทวนเรื่องดังกล่าวโดยยกตัวอย่างข้อที่นักเรียนทำผิดและอธิบายเกี่ยวกับลำดับความสำคัญของตัวเชื่อมดังที่อธิบายไว้ในขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติข้างต้นแล้ว นักเรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมมากกว่าหนึ่งตัวได้ถูกต้องมากขึ้น แต่ยังมีนักเรียนอีก 2 คนที่ไม่สามารถทำได้ด้วยตนเอง ต้องให้ครูและเพื่อนแนะนำจึงจะทำได้

จากข้อมูลข้างต้นแสดงว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ รวมทั้งสามารถเปลี่ยนประโยคคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ $P(x)$, $Q(x)$, p , q ได้อย่างถูกต้อง

ในเรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ จากการแสดงวิธีทำ หน้าชั้นเรียนของนักเรียน การทำใบงาน และผลการตรวจแบบฝึกทักษะ พบว่านักเรียนประมาณ ร้อยละ 87 และ 65 สามารถหาค่าความจริงของประพจน์โดยสร้างตารางและไม่สร้างตาราง ค่าความจริงได้อย่างถูกต้อง ตามลำดับ และผลจากการตรวจโจทย์นำคิดเกี่ยวกับการหาค่าความจริงของประพจน์โดยสร้างตาราง และไม่สร้างตารางค่าความจริงนั้น พบว่ามีนักเรียนประมาณร้อยละ 90 สามารถตอบโจทย์นำคิดได้ว่า วิธีการสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ $(\sim p \wedge q) \rightarrow p$ กับ $\sim(p \wedge q) \rightarrow p$ ต่างกัน เพราะประพจน์ $(\sim p \wedge q) \rightarrow p$ จะต้องหาค่าความจริงของประพจน์ $\sim p$ แล้วจึงหาค่าความจริงของประพจน์ $\sim p \wedge q$ ส่วนประพจน์ $\sim(p \wedge q) \rightarrow p$ จะต้องหาค่าความจริงของประพจน์ $p \wedge q$ แล้วจึงหาค่าความจริงของประพจน์ $\sim(p \wedge q)$ และพบว่ามึนักเรียนประมาณ ร้อยละ 85 สามารถตอบโจทย์ “กำหนด p แทนประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงและ q, r, s เป็น ประพจน์ใด ๆ จงหาค่าความจริงของ 1) $p \vee r$ 2) $(q \vee r) \vee (s \vee p)$ ” ได้อย่างถูกต้อง แต่จากการสังเกตวิธีทำของนักเรียน ส่วนมากใช้การแทนค่าความจริงในกรณีที่เกิดขึ้น เช่น จากประพจน์ $p \vee r$ กรณีที่ p มีค่าความจริงเป็นจริง จะได้ $p \vee r$ มีค่าความจริงเป็นจริง และ กรณีที่ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ จะได้ $p \vee r$ มีค่าความจริงเป็นจริง ดังนั้น $p \vee r$ มีค่าความจริง เป็นจริง แต่มีนักเรียนจำนวน 2 คน ที่ให้เหตุผลว่า p มีค่าความจริงเป็นจริง เชื่อมด้วยตัวเชื่อม $\vee$ กับอะไรก็ตามจะเป็นจริงเสมอ

ภายหลังจากการตรวจแบบฝึกหัดของนักเรียน ปรากฏว่ายังมีข้อผิดพลาด ซึ่งสามารถสรุป ได้ดังนี้

1. นักเรียนบางส่วนเข้าใจผิดเกี่ยวกับการสร้างตารางค่าความจริง เช่น นักเรียนเขียน ค่าความจริงของประพจน์ q ลงในตารางค่าความจริงตามแนวตั้งเป็น F, F, T และ T ตามลำดับ เมื่อผู้วิจัยได้แก้ไขโดยอธิบายให้นักเรียนเป็นรายบุคคลในขณะที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดเรื่อง การสร้างตารางค่าความจริง จนนักเรียนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์โดยสร้างตาราง ค่าความจริงได้ถูกต้อง

2. นักเรียนจำนวน 13 คน เข้าใจผิดเกี่ยวกับการใช้เครื่องหมาย $\sim$ เช่น นักเรียน หาค่าความจริงของประพจน์ $p \rightarrow \sim(q \wedge r)$ โดยหาค่าความจริงของ $\sim q$ ก่อนแล้วค่อยเชื่อมกับ r หรือนักเรียนจะเขียน $p \rightarrow \sim(q \wedge r)$ ในรูป $p \rightarrow (\sim q \wedge \sim r)$ แล้วจึงหาค่าความจริง จากการ สอบถามนักเรียนเหล่านี้ นักเรียนบอกว่าเป็นการกระจายเครื่องหมาย $\sim$ เข้าไปในวงเล็บ เมื่อผู้วิจัย

ได้แก้ไขโดยการสอนซ่อมเสริมในคาบค้นคว้าของนักเรียน แล้วนักเรียนมีทักษะการหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีเครื่องหมาย $\sim$ ได้ดีขึ้น สามารถทำแบบฝึกทักษะเพิ่มเติมได้ถูกต้อง และนักเรียนสามารถทำโจทย์รวมทั้งสามารถอธิบายการหาค่าความจริงของประพจน์ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

3. นักเรียนบางส่วนไม่มีความแม่นยำในเรื่องค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่างๆ หาค่าความจริงผิด หรือต้องดูตารางค่าความจริงเกือบทุกครั้งที่ทำ

อย่างไรก็ตามจากข้อมูลข้างต้นแสดงว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์โดยสร้างตารางค่าความจริงและไม่สร้างตารางค่าความจริงได้

จากการแสดงความคิดเห็นของนักเรียน ในแบบบันทึกการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความพึงพอใจในกิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูจัดขึ้น มีนักเรียนบางส่วนชอบให้ครูถามเป็นรายบุคคลหรือสุ่มเลขที่ในการตอบคำถาม โดยให้เหตุผลว่าตื่นเต้นดีทำให้ไม่ง่วง และทำให้นักเรียนกล้าแสดงออก และสนุกเมื่อครูให้เล่นเกม ในด้านข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่า นักเรียนอยากให้ครูผู้สอนมีสื่อการสอนที่น่าสนใจ พุคตลกบ้าง

จากข้อมูลที่รวบรวมได้สะท้อนให้เห็นว่าการใช้ประโยคเปิดและประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความเข้าใจในเรื่องของประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์นั้น พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์โดยสร้างตารางค่าความจริงและไม่สร้างตารางค่าความจริงที่กำหนดให้ได้ รวมทั้งสามารถเปลี่ยนประโยคคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ $P(x), Q(x), p, q$ ได้อย่างถูกต้อง

วงจรที่ 3

ขั้นวางแผน

ในวงจรที่ 3 เป็นการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ ที่อยู่ในรูปประโยคภาษา ตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 7-8 โดยมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษา สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษา รวมทั้งสามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้อง

ขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ

ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 7-8 ในคาบที่ 7 เป็นเรื่อง ประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริง และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยค ภาษา ส่วนในคาบที่ 8 เป็นการทดสอบข้อครั้งที่ 1 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 170-187) ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเน้นให้นักเรียนสรุปนิมิตของประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ด้วยตนเอง จากความรู้เรื่องประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ในวงจรที่ผ่านมา และใช้ตัวอย่างประโยคภาษาที่ไม่ซับซ้อน เช่น x เป็นจำนวนคู่, ดาวเคราะห์ดวงหนึ่งอยู่ในระบบสุริยะจักรวาล แทนประโยคเปิดที่มี x และดาวเคราะห์ดวงหนึ่ง เป็นตัวแปรใช้การแทนค่าตัวแปรในประโยคเปิด เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับประพจน์และค่าความจริง เช่น แทนดาวเคราะห์ดวงหนึ่งด้วย ดาวเสาร์ จะได้ประพจน์ ดาวเสาร์อยู่ในระบบสุริยะจักรวาล ซึ่งมีค่าความจริงเป็นจริง และเมื่อแทนดาวเคราะห์ดวงหนึ่งด้วยดาวหางจะได้ประพจน์ ดาวหางอยู่ในระบบสุริยะจักรวาล ซึ่งมีค่าความจริงเป็นเท็จ และนำประพจน์เดิมที่ได้ข้างต้นเชื่อมด้วยตัวเชื่อม $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow$ และ $\leftrightarrow$ ตามลำดับ และให้นักเรียนจัดกลุ่มประโยคที่ผู้วิจัยกำหนดให้ ซึ่งมีทั้งประโยคที่เป็นประโยคเปิด ประพจน์ และประโยคที่ไม่เป็นทั้งประโยคเปิด และประพจน์ โดยใช้ค่าความจริงของประพจน์เป็นตัวกำหนดกลุ่มควบคู่กับการใช้คำถามนำ เช่น ถามว่า “จากกลุ่มของประโยคทั้ง 3 กลุ่ม ประโยคกลุ่มใดเป็นประพจน์เพราะอะไร” “ลักษณะที่เหมือนกันของประโยคที่เป็นประพจน์กับประโยคเปิด คืออะไร” “ลักษณะที่แตกต่างกันของประโยคที่เป็นประพจน์กับประโยคเปิด คืออะไร” เป็นต้น

ส่วนการเรียนรู้เรื่องการเขียนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ ผู้วิจัยได้จัดการเรียนการสอนควบคู่ไปกับการหาค่าความจริงและการเชื่อมประพจน์ โดยใช้คำถามนำ เช่น ถามว่า “3 หาร 4 ไม่ลงตัว” มีค่าความจริงเป็นอะไร เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้อะไร “3 หาร 4 ไม่ลงตัว และ 4 เป็นจำนวนคู่” มีค่าความจริงเป็นอะไร เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้อะไร และฝึกทักษะดังกล่าวโดยให้นักเรียนทำใบงานเป็นกลุ่ม ออกมาทำบนกระดาน รวมทั้งทำแบบฝึกทักษะที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้น

ในขณะดำเนินการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้สังเกตการร่วมกิจกรรมการเรียน การสอน การตอบคำถามในชั้นเรียน การสรุป การอธิบายหน้าชั้นเรียน การทำใบงาน และแบบฝึกทักษะ ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบในระหว่างดำเนินการสอน รวมทั้งวิธีการแก้ไข แล้วบันทึกลงในแบบบันทึกประจำวันของครู สำหรับการตรวจแบบฝึกหัด และแบบทดสอบ ได้บันทึกลงในแบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัดและแบบบันทึกการตรวจแบบทดสอบ และหลังการเรียนการสอนในคาบที่ 7 ผู้วิจัยได้แจกบันทึกการเรียนรู้ให้กับนักเรียน

โดยให้บันทึกเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่เข้าใจหรือข้อสงสัยในเรื่องที่เรียน สิ่งที่ขัดขวางการเรียนรู้ของนักเรียน ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งการตอบคำถามโจทย์นำคิดเกี่ยวกับการเชื่อมประพจน์และค่าความจริงของประพจน์

ขั้นสะท้อนความคิด

ผู้วิจัยนำผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบในระหว่างการค้าเนินการสอน ผลการตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ รวมทั้งการตรวจโจทย์นำคิดเกี่ยวกับการเชื่อมประพจน์และค่าความจริงของประพจน์ สิ่งที่นักเรียนไม่เข้าใจ ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของนักเรียนในแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน มาจัดกลุ่มตามเป้าหมายของการวิจัยที่ระบุไว้ในขั้นวางแผน เพื่อหาข้อสรุปของการค้าเนินการวิจัยในวงจรนี้ว่า นักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริง และการเชื่อมประพจน์อยู่ในรูปประโยคภาษา เป็นอย่างไร สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาได้หรือไม่ อย่างไร รวมทั้งสามารถเปลี่ยนประโยคภาษา ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้หรือไม่ อย่างไร ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยในวงจรที่ 3 ได้ดังนี้

จากการพิจารณาการตอบคำถาม การสรุป การทำใบงาน และผลการตรวจแบบฝึกหัดพบว่า นักเรียนประมาณร้อยละ 90 สามารถสรุปลักษณะของประโยคเปิด ประพจน์ และค่าความจริงที่อยู่ในรูปประโยคภาษาได้อย่างถูกต้องและชัดเจน สามารถจำแนกได้ว่าประโยคใดเป็นประโยคเปิดหรือประพจน์ หรือไม่เป็นทั้งประโยคเปิดและประพจน์ สามารถยกตัวอย่างประโยคเปิดและประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาได้ถูกต้อง มีนักเรียนจำนวน 5 คนเข้าใจผิดว่า ประโยค " $(x + 3)$ และ $(x - 3)$ เป็นตัวประกอบของ $x^2 - 9$ " เป็นประโยคเปิด ทั้งที่นักเรียนกลุ่มดังกล่าวสามารถสรุปลักษณะของประโยคเปิดและประพจน์ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งจากการสอบถามนักเรียนบอกว่าประโยคดังกล่าวมีตัวแปรคือ x บางคนบอกว่าไม่เข้าใจความหมายของประโยค โดยเฉพาะคำว่า ตัวประกอบ

อย่างไรก็ตาม จากข้อมูลข้างต้นอาจกล่าวได้ว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประโยคเปิดและประพจน์ ที่อยู่ในรูปประโยคภาษา

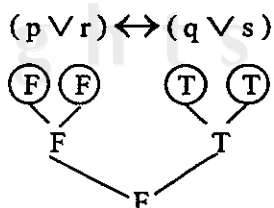
ในส่วนการเชื่อมประพจน์ การหาค่าความจริง และการเปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ ผลจากการทำใบงาน การนำเสนอหน้าห้อง ผลจากการตรวจแบบฝึกทักษะ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์และสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง

จากการตรวจโจทย์น่าคิดในแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน เกี่ยวกับการพิจารณาความน่าเชื่อถือในคำพูดของแต่ละบุคคลที่กำหนดให้โดยอาศัยความรู้เรื่องการเชื่อมประพจน์ และค่าความจริงของประพจน์ พบว่า นักเรียนประมาณร้อยละ 80 ใช้ความรู้ในเรื่องดังกล่าวมาเป็นเหตุผลประกอบคำตอบของตนเอง มีนักเรียนเพียงจำนวน 12 คนที่สามารถตอบโจทย์ดังกล่าวได้อย่างถูกต้อง เช่น นักเรียนบอกว่าเชื่อคำพูดของ กำซุงที่บอกว่า “ผมแต่งงานกับคุณหรือผมเป็นเศรษฐี” โดยนักเรียนให้เหตุผลว่าเมื่อแทนค่าแล้วกำซุงพูดจริงที่สุด หรือสามารถเป็นจริงได้มากกว่าคนอื่น เป็นต้น

เมื่อพิจารณาผลการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน พบว่ายังมีข้อผิดพลาด ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

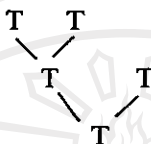
1. นักเรียนบางส่วนมีการเข้าใจผิดในเรื่องประโยคเปิดและประพจน์เช่น นักเรียนบอกว่าประโยค “จงหาคำตอบของสมการ $x + 5 = 0$ ” เป็นประโยคเปิดโดยให้เหตุผลว่ามีตัวแปร
2. นักเรียนเข้าใจมโนคติเฉพาะเรื่องของประโยคที่เป็นประพจน์ย่อยในประพจน์ผสมผิดพลาดทำให้นักเรียนหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยบางประพจน์ผิด เช่น นักเรียนบอกว่าประพจน์ “ $\sqrt{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ” มีค่าความจริงเป็นจริง “0 เป็นจำนวนเต็ม” มีค่าความจริงเป็นเท็จ “แมงมุมไม่เป็นแมลง” มีค่าความจริงเป็นเท็จ เป็นต้น ส่งผลให้นักเรียนหาค่าความจริงของประพจน์ผสมในแบบฝึกหัด เช่น “ $\sqrt{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ ก็ต่อเมื่อ $\sqrt{2} = 1.414$ ” “แมงมุมไม่เป็นแมลงแต่เป็นสัตว์มีชีวิตชนิดหนึ่ง” ผิดไปด้วย

ผลการทดสอบนักเรียนเรื่อง ประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ในคาบที่ 8 โดยข้อสอบเป็นแบบเติมคำตอบและแสดงวิธีทำ จำนวน 6 ตอน 22 ข้อ 30 คะแนน ได้คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งห้องเป็น 20 คะแนน เมื่อพิจารณาให้เกณฑ์ผ่าน 50 % แล้วมีนักเรียนผ่านเกณฑ์ 29 คน ไม่ผ่านเกณฑ์ 10 คน เมื่อพิจารณาเป็นรายข้อพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ผิดพลาดเกี่ยวกับ การหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยเมื่อกำหนดประพจน์ผสมมาให้ เช่น ให้นักเรียนหาค่าความจริงของ p, q, r และ s เมื่อ $(p \vee r) \leftrightarrow (q \vee s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ เนื่องจากนักเรียนไม่พิจารณาค่าความจริงของ $p \rightarrow q$ จะพิจารณาเฉพาะ $(p \vee r) \leftrightarrow (q \vee s)$ เป็น



ทำให้นักเรียนตอบค่าความจริงผิดเป็น p , r มีค่าความจริงเป็นเท็จ q , s มีค่าความจริงเป็นจริง จากการหาค่าความจริงในตารางค่าความจริง และสังเกตการแสดงวิธีทำของนักเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สรุปคำตอบที่ได้ เช่น โจทย์ให้หาค่าความจริงของ p , q และ r เมื่อ $(p \wedge q) \wedge r$ มีค่าความจริงเป็นจริง นักเรียนจะเขียนในรูป

$$(p \wedge q) \wedge r$$



โดยไม่มีการสรุปคำตอบว่า p , q และ r มีค่าความจริงเป็นจริง และมีนักเรียนจำนวนเกือบครึ่งห้องทำข้อสอบตอนที่ 6 เรื่องการหาค่าความจริงโดยการสร้างตารางค่าความจริงไม่ทัน นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนจำนวน 4 คน เข้าใจผิดในเรื่องการเขียนสัญลักษณ์แทนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษา และเรื่องการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ โดยนำตัวเชื่อมไปเชื่อมระหว่างค่าความจริงของประพจน์เขียนประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษา เช่น นักเรียนเขียน $T \wedge T$ แทน 8 เป็นจำนวนคู่ และ 5 เป็นจำนวนคี่ แต่นักเรียนดังกล่าวสามารถเขียนสัญลักษณ์ $p \wedge q$ แทนประโยค “สุชาติกับสุชลไปแข่งขันทักษะวิชาชีพ” ได้ถูกต้อง

จากข้อมูลที่รวบรวมได้สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริง และการเชื่อมประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษา สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษา รวมทั้งสามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้อง

วงจรที่ 4

ชั้นวางแผน

ในวงจรที่ 4 เป็นการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ตัวบ่งปริมาณ การหาค่าความจริงและการเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณ ตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 9-12 โดยมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับตัวบ่งปริมาณและค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง รวมทั้งสามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้

ขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ

ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 9-11 เรื่อง ตัวบ่งปริมาณ การหาค่าความจริงและการเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณ และในคาบที่ 12 เป็นการทดสอบย่อยครั้งที่ 2 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 188-211) ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเน้นให้นักเรียนสรุปมโนมติของตัวบ่งปริมาณ และค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวด้วยตนเอง โดยอาศัยการเชื่อมประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “และ” เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปของตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...ทุกตัว” ($\forall$) และอาศัยการเชื่อมประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “หรือ” เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปของตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...บางตัว” ($\exists$) เช่น

ใช้ประพจน์ $(-2)^2 = 4) \wedge (0^2 = 4) \wedge (2^2 = 4)$ อธิบายมโนมติของ $\forall x \in \{-2, 0, 2\} [x^2 = 4]$

ใช้ประพจน์ $(-2)^2 = 4) \vee (0^2 = 4) \vee (2^2 = 4)$ อธิบายมโนมติของ $\exists x \in \{-2, 0, 2\} [x^2 = 4]$

นำไปสู่การสรุปค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ โดยพิจารณาจากเซตคำตอบของประโยคเปิดกล่าวคือ $\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดคือ U

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ U

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ $\emptyset$

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดเท่ากับ $\emptyset$

เช่น เซตคำตอบของประโยคเปิด $x^2 = 4$ คือ $\{-2, 2\}$

ซึ่ง $\{-2, 2\} \neq U$ ดังนั้น $\forall x \in \{-2, 0, 2\} [x^2 = 4]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

และ $\{-2, 2\} \neq \emptyset$ ดังนั้น $\exists x \in \{-2, 0, 2\} [x^2 = 4]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

จาก $\forall x \in \{1\} [x + 1 = 2]$ เซตคำตอบของประโยคเปิด $x + 1 = 2$ คือ $\{1\}$

ซึ่ง $\{1\} = U$ ดังนั้น $\forall x \in \{1\} [x + 1 = 2]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

จาก $\exists x \in \{-2, -1, 0\} [x + 1 = 2]$ เซตคำตอบของประโยคเปิด $x + 1 = 2$ คือ $\emptyset$

ซึ่ง เซตคำตอบเท่ากับ $\emptyset$ ดังนั้น $\exists x \in \{-2, -1, 0\} [x + 1 = 2]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยใช้การถามนำ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ และสามารถสรุปมโนมติของตัวบ่งปริมาณ และค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวด้วยตัวเอง เช่น “ค่าของ x คืออะไร” “ประโยคเปิดคืออะไร” “เซตคำตอบคือเซตใด” “เมื่อนำประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “หรือ” จะได้อะไร และมีค่าความจริงเป็นอะไร” “เมื่อนำประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “และ” จะได้อะไร และมีค่าความจริงเป็นอะไร” จากปัญหาที่เกิดในวงจรผ่าน ๆ มาเกี่ยวกับ

การใช้คำถามนำเพื่อช่วยในการสรุปมโนคติของนักเรียน ที่ผู้วิจัยต้องใช้คำถามเพิ่มเติมและคำถามซ้ำเดิมหลาย ๆ รอบ นักเรียนจึงจะสามารถสรุปมโนคติได้ด้วยตนเอง ทำให้เสียเวลาในการสรุปมโนคติในแต่ละเรื่อง และใช้เวลาในการจัดกิจกรรมค่อนข้างมาก ในวงจรนี้ผู้วิจัยจึงใช้การเขียนคำตอบบนกระดานควบคู่กับการใช้คำถามข้างต้นเพื่อให้นักเรียนเห็นภาพได้ชัดเจนขึ้น แล้วให้นักเรียนเขียนสรุปมโนคติลงในเอกสารประกอบการเรียนที่ครูแจกให้ต้นชั่วโมง

ส่วนในเรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว ผู้วิจัยได้เน้นการยกตัวอย่างบนกระดาน และให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการยกตัวอย่าง โดยแสดงวิธีทำร่วมกับครู แล้วจึงให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมอธิบายหน้าชั้นเรียนด้วยตัวเอง ซึ่งตัวอย่างที่ใช้เป็นประพจน์ผสม 2 กรณีที่มีตัวเชื่อมตัวเดียวกัน เพื่อให้นักเรียนมองเห็นความแตกต่างของวิธีการหาค่าความจริงของประพจน์ดังกล่าว เช่น ให้ตัวอย่าง $\forall x [x < 5] \rightarrow \forall x [x < 0]$ ควบคู่กับ $\forall x [x < 5 \rightarrow x < 0]$ เมื่อ $U = \{-1, 0, 1\}$ โดยเริ่มจากตัวอย่างที่ U เป็นเซตจำกัดที่มีจำนวนสมาชิกน้อยแล้วเพิ่มจำนวนสมาชิกของ U มากขึ้นจนไปสู่ U ที่เป็นเซตอนันต์

ส่วนในเรื่องการเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณ ผู้วิจัยให้นักเรียนอ่านประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณ แล้วใช้การอภิปรายร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน เพื่อหาข้อสรุปในการเขียนประโยคภาษาแทนประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณนั้น เช่น ให้นักเรียนอ่านสัญลักษณ์ $\exists x [x + 1 = 5]$, $U = R$ แล้วอภิปรายร่วมกันเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคภาษาว่า “สำหรับจำนวนจริง x บางตัวที่ $x + 1 = 5$ ” จากนั้นให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณ โดยใช้คำถามชี้ให้นักเรียนเห็นส่วนประกอบของประโยคภาษาที่กำหนดให้ว่ามีอะไรบ้าง เพื่อนำมาเขียนประพจน์ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณ เช่น “ตัวบ่งปริมาณคืออะไร” “ประโยคเปิดคืออะไร” “เอกภพสัมพัทธ์คืออะไร” แล้วนำส่วนประกอบที่ได้ไปเขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

นอกจากนี้ผู้วิจัยยังให้นักเรียนฝึกทักษะการหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย และประพจน์ผสมที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว ด้วยแบบฝึกทักษะที่ผู้วิจัยได้จัดทำขึ้นและการออกมาแสดงวิธีทำหน้าชั้นเรียน โดยเริ่มฝึกจากการฝึกทักษะการหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย แล้วฝึกการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ

ด้วยเหตุที่นักเรียนจำนวน 12 คนมีข้อผิดพลาดในเรื่อง การหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวเกี่ยวกับ การหาเซตคำตอบ เซตที่เท่ากัน และวิธีการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว ผู้วิจัยจึงได้นัดหมายนักเรียนทั้ง 12 คน เพื่อทำการซ่อมเสริมในคาบค้นคว้าของนักเรียน ผู้วิจัยสอนซ่อมเสริม โดยเริ่มจากการอธิบายเนื้อหา ชักถาม

นักเรียนเป็นรายบุคคลเกี่ยวกับเรื่องการหาเซตคำตอบของประโยคเปิด เซตที่เท่ากัน และค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว และให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะในเรื่องดังกล่าว แล้วอธิบายวิธีการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว โดยใช้การสอนแบบเดิมกับการสอนปกติ จากนั้นจึงให้นักเรียนแก้ไขข้อผิดพลาดในแบบฝึกหัดชุดเดิมของตนเอง

ในขณะดำเนินการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้สังเกตการตอบคำถามในชั้นเรียน การสรุป การอภิปราย การทำกิจกรรมกลุ่ม การทำแบบฝึกทักษะ ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบในระหว่างดำเนินการสอน รวมทั้งวิธีการแก้ไข แล้วบันทึกลงในแบบบันทึกประจำวันของครู สำหรับการตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ได้บันทึกลงในแบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัดและแบบบันทึกการตรวจแบบทดสอบ และหลังการเรียนการสอนในคาบที่ 10 ผู้วิจัยได้แจกบันทึกการเรียนรู้ให้กับนักเรียนโดยให้บันทึกเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่เข้าใจหรือข้อสงสัยในเรื่องที่เรียน สิ่งที่ยังขาดการเรียนรู้ของนักเรียน ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งการตอบคำถามโจทย์น่าคิดที่เกี่ยวกับค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ

ขั้นสะท้อนความคิด

ผู้วิจัยนำผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบในระหว่างการดำเนินการสอนในแบบบันทึกประจำวันของครู ผลการตรวจแบบฝึกหัด รวมทั้งการตรวจโจทย์น่าคิดเกี่ยวกับค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณในแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน มาจัดกลุ่มตามเป้าหมายของการวิจัยที่ระบุไว้ในขั้นวางแผน เพื่อหาข้อสรุปของการดำเนินการวิจัยในวงจรนี้ว่านักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับตัวบ่งปริมาณและค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณเป็นอย่างไร สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้หรือไม่ อย่างไร รวมทั้งสามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้หรือไม่ อย่างไร ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยในวงจรที่ 4 ได้ดังนี้

จากการพิจารณาการตอบคำถาม การซักถามของนักเรียนในชั้นเรียน การสรุปมโนคติเกี่ยวกับตัวบ่งปริมาณและค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ การทำแบบฝึกทักษะพบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 80 สามารถเขียนสรุปลักษณะของตัวบ่งปริมาณและค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณได้ถูกต้อง สามารถบอกได้ว่าประพจน์ใดมีตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ... ทุกตัว” หรือ “สำหรับ... บางตัว” พร้อมทั้งสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนตัวบ่งปริมาณดังกล่าวได้ถูกต้อง จากการตอบคำถามโจทย์น่าคิดในแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน 3 ข้อ นักเรียนทุกคนสามารถทำถูกอย่างน้อย 2 ข้อ และจากการตรวจแบบฝึกหัดเรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยที่มีตัวบ่งปริมาณ นักเรียนเกือบทั้งห้องสามารถทำถูกต้องทุกข้อ และสังเกตได้ว่าเมื่อ

ผู้วิจัยใช้การเขียนคำตอบบนกระดานควบคู่กับการใช้การถามน่านักเรียนสามารถสรุปได้เร็วขึ้น โดยที่ครูไม่ต้องถามคำถามซ้ำอีก และในการหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยที่มีตัวบ่งปริมาณนักเรียนส่วนมากใช้วิธีการหาเซตคำตอบ เพื่อหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว จากข้อมูลข้างต้นอาจกล่าวได้ว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับตัวบ่งปริมาณ และค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว

จากผลการตอบคำถามของนักเรียน การแสดงวิธีทำหน้าชั้นเรียน ผลการตรวจแบบฝึกทักษะ และแบบฝึกหัด พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 70 สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง ส่วนนักเรียนที่เหลือมีความผิดพลาดเกี่ยวกับการหาเซตคำตอบ เซตที่เท่ากัน และการหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว เมื่อผู้วิจัยสอนซ่อมเสริมในคาบคั่นว่าของนักเรียน พบว่านักเรียนสามารถหาเซตคำตอบได้ และเข้าใจถูกต้องเกี่ยวกับเซตที่เท่ากัน สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้อย่างถูกต้อง นักเรียนสามารถบอกได้ว่าตัวเองผิดพลาดตรงไหนและสามารถแก้ไขข้อผิดพลาดของตัวเองได้ถูกต้องเกือบทุกคน แต่ยังมีนักเรียนจำนวน 4 คนที่ต้องอาศัยคำแนะนำจากครู

ในเรื่องการเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว ผลจากการอภิปราย การตอบคำถาม ผลจากการตรวจแบบฝึกหัด พบว่า นักเรียนประมาณร้อยละ 95 สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้อย่างถูกต้อง นักเรียนสามารถบอกได้ว่า ตัวบ่งปริมาณคืออะไร ประโยคเปิดคืออะไร และเอกภพสัมพัทธ์คืออะไร จากประโยคภาษาที่กำหนดให้ และสามารถยกตัวอย่างประโยคภาษาที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวและประโยคสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้

จากการทดสอบเรื่องตัวบ่งปริมาณในคาบที่ 12 ได้คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งห้องเป็น 14.51 คะแนน เมื่อใช้เกณฑ์ผ่าน 50 % แล้ว มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ 36 คน ไม่ผ่านเกณฑ์ 3 คน เมื่อพิจารณาเป็นรายข้อ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ผิดพลาดเกี่ยวกับการหาเซตคำตอบกรณีที่เป็นเซตอนันต์ เช่น $\forall x [1 = x + 1]$, $U = I$ นักเรียนบอกว่าเซตคำตอบคือ $\emptyset$ ซึ่งสาเหตุจริง ๆ น่าจะมาจากนักเรียนขาดความรอบคอบในการพิจารณาสมาชิกของเซตกรณีเขียนในรูปการบอกเงื่อนไข และสังเกตการแสดงวิธีทำของนักเรียน พบว่านักเรียนบางส่วนหาค่าความจริงโดยใช้การเชื่อมประพจน์ด้วย “และ” กับ “หรือ” บางส่วนใช้การหาเซตคำตอบ และนักเรียนบางส่วนไม่แสดงวิธีทำเพียงแต่ตอบว่าเป็นจริงหรือเท็จเท่านั้น ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนอธิบายในข้อที่ไม่แสดงวิธีทำนักเรียนก็สามารถอธิบายได้ถูกต้อง ส่วนข้อที่นักเรียนทำผิดมากที่สุดคือ หาค่าความจริงของ “จำนวนเต็ม x ทุกจำนวนซึ่ง $|x-1| \geq 0$ ” นักเรียนสามารถเขียนอยู่ในรูป “ $\forall x [|x-1| \geq 0]$,”

$U = I$ ได้ แต่ไม่สามารถตอบค่าความจริงของประพจน์ได้ เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจความหมายของค่าสัมบูรณ์ จึงไม่สามารถแก้สมการเพื่อหาเซตคำตอบได้ ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ดังกล่าวโดยอาศัยเซตคำตอบของประโยคเปิดได้

จากข้อมูลที่รวบรวมได้สะท้อนให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเน้นให้นักเรียนสรุปมโนคติของตัวบ่งปริมาณและค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวด้วยตนเอง โดยอาศัยการเชื่อมประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “และ” “หรือ” เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปของตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...ทุกตัว” ($\forall$) “สำหรับ...บางตัว” ($\exists$) ดังกล่าว และการใช้เซตคำตอบของประโยคเปิดในการสรุปค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ รวมทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามที่วางแผนข้างต้น ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับตัวบ่งปริมาณและค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง รวมทั้งสามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้อย่างถูกต้อง

วงจรที่ 5

ขั้นวางแผน

ในวงจรที่ 5 เป็นการจัดการเรียนการสอนเรื่อง นิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน ตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 13-16 โดยมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับเรื่อง นิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน รวมทั้งสามารถนำรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันไปใช้กับประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ สัญลักษณ์ p, q ประโยคภาษา ตลอดจนประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ

ขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ

ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 13-15 เรื่อง นิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน และการนำรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันไปใช้ ส่วนในคาบที่ 16 เป็นการทดสอบย่อยครั้งที่ 3 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 212-240) ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเน้นให้นักเรียนสรุปมโนคติเกี่ยวกับนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกันด้วยตนเอง โดยเริ่มจากมโนคติเกี่ยวกับนิเสธของประพจน์ ให้นักเรียนสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ที่กำหนดให้แล้วสังเกตค่าความจริงในตารางค่าความจริงนั้น และครูบอกนักเรียนว่าประพจน์คู่ใดเป็นประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน ประพจน์คู่ใดไม่เป็นนิเสธกัน ควบคู่กับการใช้คำถามนำเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถสรุปมโนคติของเรื่องดังกล่าวได้ถูกต้อง

และชัดเจน เช่น “ค่าความจริงของประพจน์คู่ที่ 1 เป็นอย่างไร” “ค่าความจริงของประพจน์คู่ที่ 2 เป็นอย่างไร” แล้วให้นักเรียนสรุปลงในเอกสารประกอบการเรียนที่ผู้วิจัยแจกให้ และใช้วิธีเดียวกันในการให้นักเรียนเรียนรู้เรื่องประพจน์ที่สมมูลกัน ผู้วิจัยตรวจสอบความเข้าใจเรื่องมโนคติเกี่ยวกับนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน โดยให้นักเรียนทำโจทย์น่าคิดในแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียนท้ายคาบที่ 13 เช่น นิเสธของ $p \wedge q$ คือ $\sim p \vee \sim q$ เราสามารถสรุป $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ให้นักเรียนเรียนรู้การใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันในการตรวจสอบประพจน์ว่าสมมูลกันหรือเป็นนิเสธกัน โดยยกตัวอย่างประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ ประโยคคณิตศาสตร์ และประโยคภาษา ส่วนในเรื่องสมมูลและนิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ ผู้วิจัยให้นักเรียนเปรียบเทียบกับรูปแบบนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน เช่น

$$\text{จาก } p \wedge q \equiv q \wedge p \text{ จะได้ } \forall x [P(x) \wedge Q(x)] \equiv \forall x [Q(x) \wedge P(x)]$$

$$\text{หรือ } \exists x [P(x) \wedge Q(x)] \equiv \exists x [Q(x) \wedge P(x)]$$

จากนิเสธของ $p \rightarrow q$ คือ $p \wedge \sim q$

จะได้นิเสธของ $\forall x [P(x)] \rightarrow \exists x [Q(x)]$ คือ $\forall x [P(x)] \wedge \sim \exists x [Q(x)]$

ผู้วิจัยให้นักเรียนฝึกทักษะการใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันด้วยการเล่นเกมต่อจิ๊กซอว์ การแสดงวิธีทำบนกระดาน และการอธิบายโจทย์ที่ครูกำหนดให้หน้าชั้นเรียนทั้งแบบเป็นกลุ่มและรายบุคคล ส่วนในเรื่องสมมูลและนิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ ผู้วิจัยฝึกทักษะด้วยใบงาน และแบบฝึกทักษะ แล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายคาบของทุกคาบ

ด้วยเหตุที่นักเรียนเกือบทั้งห้องยังมีข้อผิดพลาดเกี่ยวกับการประยุกต์รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันเพื่อนำไปใช้เปรียบเทียบกับประพจน์อื่น ผู้วิจัยนัดสอนซ่อมเสริมให้นักเรียนทั้งห้องในคาบค้นคว้าของนักเรียน โดยเน้นให้นักเรียนฝึกทักษะการประยุกต์รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันเพื่อนำไปใช้เปรียบเทียบกับประพจน์อื่น ด้วยแบบฝึกทักษะที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้น เช่น

$$\text{จาก } p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \text{ ดังนั้น } \sim p \rightarrow q \equiv \dots\dots\dots$$

$$\text{จาก } \sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q \text{ ดังนั้น } \sim(\sim p \rightarrow \sim q) \equiv \dots\dots\dots$$

$$\text{จาก } \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \text{ ดังนั้น } \sim(p \wedge \sim q) \equiv \dots\dots\dots$$

และให้ตัวอย่างมากขึ้น ทั้งตัวอย่างที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ p, q และที่อยู่ในรูปประโยคภาษา

ในขณะดำเนินการสอน ผู้วิจัยได้สังเกตการตอบคำถามในชั้นเรียน การสรุปมโนคติ การทำใบงานและแบบฝึกทักษะ ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบในระหว่างดำเนินการสอน รวมทั้งวิธีการแก้ไข แล้วบันทึกลงในแบบบันทึกประจำวันของครู สำหรับการตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ได้บันทึกลงในแบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัดและแบบบันทึกการตรวจ

แบบทดสอบ และหลังการเรียนการสอนในคาบที่ 13 ผู้วิจัยได้แจกบันทึกการเรียนรู้ให้กับนักเรียน โดยให้บันทึกเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่เข้าใจหรือข้อสงสัยในเรื่องที่เรียน สิ่งที่ขัดขวางการเรียนรู้ของนักเรียน ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งการตอบคำถามใจพญ่นาคิด ที่เกี่ยวกับเกี่ยวกับนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน

ขั้นสะท้อนความคิด

ผู้วิจัยนำผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบ ในระหว่างการดำเนินการสอนในแบบบันทึกประจำวันของครู ผลการตรวจแบบฝึกทักษะ และแบบฝึกหัด รวมทั้งการตรวจใจพญ่นาคิดเกี่ยวกับนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน ในแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน มาจัดกลุ่มตามเป้าหมายของการวิจัยที่ระบุไว้ในขั้นวางแผน เพื่อหาข้อสรุปของการดำเนินการวิจัยในวงจรนี้ว่านักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับเรื่อง นิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน เป็นอย่างไร รวมทั้งสามารถนำรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันไปใช้กับประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ สัญลักษณ์ p, q ประโยคภาษา ตลอดจนประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณได้หรือไม่ อย่างไร ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยในวงจรที่ 5 ได้ดังนี้

จากการพิจารณาการตอบคำถาม การทำใบงาน การนำเสนอผลงานกลุ่ม การสรุปมโนคติเกี่ยวกับนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกันในเอกสารประกอบการเรียน การตอบคำถามใจพญ่นาคิดในแบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน และการทำแบบฝึกหัด พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 90 สามารถเขียนสรุปลักษณะของนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน ได้ถูกต้องและชัดเจน สามารถบอกได้ว่าประพจน์คู่ใดเป็นนิเสธกัน ประพจน์คู่ใดสมมูลกัน รวมทั้งสามารถยกตัวอย่างประพจน์ที่เป็นนิเสธกันและประพจน์ที่สมมูลกันได้อย่างถูกต้อง

ส่วนการใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันในการตรวจสอบประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ ประโยคคณิตศาสตร์ และประโยคภาษาว่าสมมูลกันหรือเป็นนิเสธกัน การแสดงวิธีทำบนกระดานและการนำเสนอผลงานกลุ่มของนักเรียน การเล่นเกมต่อจิ๊กซอว์ พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 65 สามารถนำรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันไปใช้กับประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ สัญลักษณ์ p, q ประโยคภาษาได้อย่างถูกต้อง แต่นักเรียนที่เหลือประมาณร้อยละ 35 สามารถทำได้ ในกรณีที่รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันโดยตรง แต่ถ้าต้องประยุกต์รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันไปใช้กับประพจน์อื่นที่มีรูปแบบต่างออกไปนักเรียนจะทำได้

จากการตอบคำถาม การทำใบงาน แบบฝึกทักษะ และผลการทำแบบฝึกหัดเรื่องประพจน์ที่สมมูลกันและนิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ พบว่า นักเรียนประมาณร้อยละ 70

สามารถหานิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ และประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ โดยเปรียบเทียบกับรูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันได้อยู่แล้ว

อย่างไรก็ตามจากข้อมูลดังกล่าวข้างต้นอาจกล่าวได้ว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันไปใช้กับประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ สัญลักษณ์ p, q ประโยคภาษา ตลอดจนประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ ได้อย่างถูกต้อง

เมื่อพิจารณาผลการตรวจแบบฝึกหัดของนักเรียน พบข้อผิดพลาดดังต่อไปนี้

1. นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการดัดแปลงรูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันเพื่อนำไปใช้เปรียบเทียบกับประพจน์อื่น เช่น นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่า $\sim(\sim q \rightarrow \sim p)$ สมมูลกับประพจน์อะไร ซึ่งทำให้นักเรียนไม่สามารถตรวจสอบได้ว่าประพจน์ $\sim q \rightarrow \sim p$ กับประพจน์ $p \wedge \sim q$ เป็นนิเสธกัน หลังจากที่ถูกผู้วิจัยนัดสอนซ่อมเสริมในคาบค้นคว้าของนักเรียน พบว่านักเรียนส่วนมากสามารถประยุกต์ใช้รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันกับประพจน์อื่น และสามารถทำแบบฝึกทักษะเพิ่มเติมได้ถูกต้อง

2. นักเรียนเข้าใจผิดในเรื่องใช้เครื่องหมาย $\sim$ ในตัวบ่งปริมาณ เช่น นักเรียนเขียนนิเสธของ $\forall x [2x + 5 = 0]$ เป็น $\sim \forall x [\sim 2x + 5 = 0]$ หรือ $\exists x [\sim 2x + 5 = 0]$ ซึ่งแสดงว่านักเรียนนำรูปแบบนิเสธของประพจน์ เช่น นิเสธของ $\forall x [P(x)]$ คือ $\exists x [\sim P(x)]$ ไปใช้โดยไม่เข้าใจความหมายของ $\sim P(x)$

3. นักเรียนบางส่วนเขียนแสดงวิธีทำไม่สมบูรณ์โดยเฉพาะเมื่อโจทย์เป็นประโยคภาษา เช่น เวล่านักเรียนแปลงจากประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์เพื่อหานิเสธของประพจน์หรือประพจน์ที่สมมูลกัน นักเรียนไม่เขียนบอกว่า p หรือ q แทนประพจน์อะไร และไม่เขียนสรุปตอนท้ายกลับมาเป็นประโยคภาษา

จากการทดสอบนักเรียนในเรื่อง นิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกันในคาบที่ 16 จำนวน 2 ตอน 16 ข้อ 20 คะแนน ได้คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งห้องเป็น 15.21 คะแนน เมื่อพิจารณาให้เกณฑ์ผ่าน 50 % แล้ว มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ 31 คน ไม่ผ่านเกณฑ์ 2 คน (มีนักเรียนจำนวน 6 คน ไปทัศนศึกษาที่กรุงเทพมหานคร) เมื่อพิจารณาเป็นรายข้อ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ผิดพลาดเกี่ยวกับการใช้รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันในการหาประพจน์ที่เป็นนิเสธและประพจน์ที่สมมูลในรูปประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

จากการแสดงความคิดเห็นของนักเรียนในแบบบันทึกการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความพึงพอใจในกิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูจัดขึ้น สนุกที่ได้เล่นเกม ในด้านความรู้สึกลหลังจากที่ได้เรียนในเรื่องนี้ นักเรียนส่วนใหญ่บอกว่า เป็นเรื่องที่ยาก สับสน และงง ไม่ค่อยเข้าใจ อยากให้ครูสอนใหม่อีกครั้งหนึ่ง

จากข้อมูลที่รวบรวมได้สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับเรื่อง นิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน รวมทั้งสามารถนำรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันไปใช้กับประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ สัญลักษณ์ ประโยคภาษา ตลอดจนประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ

วงจรที่ 6

ขั้นวางแผน

ในวงจรที่ 6 เป็นการจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 17 เรื่อง สัจนิรันดร์ โดยมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์และสามารถตรวจสอบประพจน์ที่กำหนดให้ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

ขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ

ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 17 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 241-247) ซึ่งเน้นให้นักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ด้วยการให้นักเรียนสรุปลักษณะของประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ด้วยตนเองจากการสังเกตค่าความจริงในตารางค่าความจริงของตัวอย่างประพจน์หลาย ๆ ตัวอย่าง ซึ่งตัวอย่างประพจน์ดังกล่าวมีทั้งประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ และไม่เป็นสัจนิรันดร์ เช่น $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$, $p \vee \sim q$, $p \rightarrow (p \vee q)$ เป็นต้น

ให้นักเรียนนำความรู้เกี่ยวกับมโนคติของประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ไปใช้ในการตรวจสอบประพจน์ต่าง ๆ ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ ด้วยวิธีการสร้างและไม่สร้างตารางค่าความจริง โดยเริ่มจากให้นักเรียนตรวจสอบประพจน์ด้วยการสร้างตารางค่าความจริงก่อน แล้วใช้คำถามนำเกี่ยวกับค่าความจริงของประพจน์ดังกล่าว เช่น “ประพจน์ $p \vee (p \vee q)$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์เมื่อใด” “ $p \vee (p \vee q)$ จะมีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อใด” ประกอบการอธิบายการตรวจสอบประพจน์ด้วยวิธีหาข้อขัดแย้งโดยพิจารณาจากตัวเชื่อม $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ เช่น ประพจน์ $p \vee (p \vee q)$ เป็นเท็จ เมื่อ p และ $(p \vee q)$ เป็นเท็จทั้งคู่ ดังนั้นถ้า p เป็นเท็จ และ $(p \vee q)$ มีโอกาสเป็นเท็จ แล้ว $p \vee (p \vee q)$ จะไม่เป็นสัจนิรันดร์

ให้นักเรียนตรวจสอบประพจน์ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ ด้วยการใช้ความรู้เรื่องสมมูลกับตัวเชื่อม $\leftrightarrow$ โดยสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม $\leftrightarrow$ เช่น ประพจน์ $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$, $\sim(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$, $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$ แล้วใช้คำถามนำประกอบการอธิบายวิธีการตรวจสอบดังกล่าว เช่น “จากตารางค่าความจริงของประพจน์ $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$

เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่” “ $(p \wedge q)$ กับ $(q \wedge p)$ สมมูลกันหรือไม่” “จากตารางค่าความจริงของประพจน์ $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่” “ $(p \rightarrow q)$ กับ $(q \rightarrow p)$ สมมูลกันหรือไม่”

นอกจากนี้ผู้วิจัยให้นักเรียนฝึกทักษะการตรวจสอบประพจน์ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ โดยวิธีการสร้างตารางค่าความจริง วิธีหาข้อขัดแย้งโดยพิจารณาจากตัวเชื่อม และวิธีการใช้ความรู้เรื่องสมมูล ซึ่งผู้วิจัยให้นักเรียนแยกฝึกแต่ละวิธีด้วยการตอบคำถาม และการแสดงวิธีทำพร้อมอธิบายหน้าชั้นเรียน ในส่วนของแบบฝึกหัดผู้วิจัยให้นักเรียนทำท้ายคาบเรียน

ในขณะดำเนินการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้สังเกตการตอบคำถาม การสรุปการร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และปัญหาหรืออุปสรรคที่พบในระหว่างดำเนินการกิจกรรม รวมทั้งวิธีการแก้ไข แล้วบันทึกลงในแบบบันทึกประจำวันของครู สำหรับการตรวจแบบฝึกหัดได้บันทึกลงในแบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัด และท้ายคาบเรียนผู้วิจัยได้แจกบันทึกการเรียนรู้ให้กับนักเรียนโดยให้บันทึกเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่เข้าใจหรือข้อสงสัยในเรื่องที่เรียน สิ่งที่ยึดขวางการเรียนรู้ของนักเรียน ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นตอนความคิด

ผู้วิจัยนำผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบในระหว่างดำเนินการสอน ผลการตรวจแบบฝึกหัด มาจัดกลุ่มตามเป้าหมายของการวิจัยที่ระบุไว้ในขั้นวางแผน เพื่อหาข้อสรุปของการดำเนินการวิจัยในวงจรนี้ว่า นักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์เป็นอย่างไร และสามารถตรวจสอบประพจน์ที่กำหนดให้ว่าเป็นสัจนิรันดร์ได้หรือไม่ อย่างไร ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยในวงจรที่ 6 ได้ดังนี้

จากการพิจารณาการตอบคำถาม การซักถามของนักเรียนในชั้นเรียน การสรุปมโนคติเกี่ยวกับประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 95 สามารถเขียนสรุปลักษณะของประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ได้ถูกต้องและชัดเจน ว่าสัจนิรันดร์คือประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี สามารถบอกได้ว่าประพจน์ใดเป็นสัจนิรันดร์หรือประพจน์ใดไม่เป็นสัจนิรันดร์เพราะเหตุใด

ในการตรวจสอบประพจน์ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ จากการร่วมกิจกรรมในห้อง การแสดงวิธีทำและอธิบายหน้าชั้นเรียน การทำแบบฝึกหัดของนักเรียน พบว่า นักเรียนประมาณร้อยละ 84 สามารถใช้วิธีการสร้างตารางค่าความจริงในการตรวจสอบประพจน์ว่าเป็นหรือไม่เป็นสัจนิรันดร์ได้ถูกต้อง นักเรียนประมาณร้อยละ 69 สามารถใช้วิธีหาข้อขัดแย้งโดยพิจารณาจากตัวเชื่อม $\vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ ในการตรวจสอบประพจน์ แต่ยังมีนักเรียนประมาณร้อยละ 31 ที่สับสน

เกี่ยวกับกรณีค่าความจริงที่เป็นเท็จของประพจน์ที่เชื่อมด้วย $\vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ เช่น นักเรียนบอกว่า ประพจน์ $p \rightarrow (p \vee q)$ จะเป็นเท็จเมื่อ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ $(p \vee q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง โดยเฉพาะในกรณีที่เชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม $\leftrightarrow$ นักเรียนคิดเพียงกรณีเดียวที่เป็นเท็จ เช่น $(p \wedge q) \leftrightarrow p$ นักเรียนจะคิดแต่กรณีที่ $(p \wedge q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง และ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้วสรุปทันทีว่าประพจน์ $(p \wedge q) \leftrightarrow p$ เป็นสัจนิรันดร์ โดยไม่คำนึงถึงกรณีที่ $(p \wedge q)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ q มีค่าความจริงเป็นจริง ซึ่งทำให้ $(p \wedge q) \leftrightarrow p$ เป็นเท็จได้เช่นกัน เมื่อพิจารณากรณีหลังแล้วทำให้ $(p \wedge q) \leftrightarrow p$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์ ทั้งที่ผู้วิจัยได้นั้นกรณีค่าความจริงที่เป็นเท็จของประพจน์ที่เชื่อมด้วย $\vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ แล้วในชั้นเรียน โดยถามนักเรียนทุกครั้งที่ทำด้วยวิธีนี้ว่า “ถ้าเชื่อมประพจน์ด้วย $\vee$ จะมีค่าความจริงเป็นเท็จกรณีใด” “ถ้าเชื่อมประพจน์ด้วย $\rightarrow$ จะมีค่าความจริงเป็นเท็จกรณีใด” “ถ้าเชื่อมประพจน์ด้วย $\leftrightarrow$ จะมีค่าความจริงเป็นเท็จกรณีใด” แต่ก็ยังพบปัญหาดังกล่าวในการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนประมาณ 6 คน

ส่วนการใช้ความรู้เรื่องสมมูลเพื่อตรวจสอบประพจน์ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่นั้น นักเรียนประมาณร้อยละ 81 สามารถทำได้ถูกต้อง แต่ผู้วิจัยสังเกตได้ว่านักเรียนยังต้องอาศัยการดูรูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันประกอบ และประพจน์ที่ไม่อยู่ในตัวอย่างของรูปแบบประพจน์ที่สมมูลกัน นักเรียนจะตอบว่าไม่สมมูลและไม่เป็นสัจนิรันดร์ เช่น นักเรียนบอกว่า $\sim(\sim p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์ โดยให้เหตุผลว่า $\sim(\sim p \vee q)$ ไม่สมมูลกับ $(p \wedge \sim q)$ ซึ่งแสดงว่านักเรียนดังกล่าวไม่สามารถประยุกต์ใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันกับประพจน์อื่นได้

จากการแสดงความคิดเห็นของนักเรียนในแบบบันทึกการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความพึงพอใจในกิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูจัดขึ้น เรื่องนี้ไม่ยากอย่างเรื่องที่ผ่านมา เข้าใจง่าย ไม่เครียดมาก สามารถทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้อง ในด้านข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยากให้ครูผู้สอนยกตัวอย่างให้มาก ๆ มีการเล่นเกมแข่งขันอีก และควรให้คะแนนกับนักเรียนที่ร่วมทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียนด้วย

จากข้อมูลที่รวบรวมได้สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถตรวจสอบประพจน์ที่กำหนดให้ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่เป็นสัจนิรันดร์ด้วยวิธีการสร้างตารางค่าความจริงและไม่สร้างตารางค่าความจริงได้ถูกต้อง

วงจรที่ 7

ขั้นวางแผน

ในวงจรที่ 7 เป็นการจัดการเรียนการสอนเรื่องการอ้างเหตุผล และรูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล ตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 18-20 โดยมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนมีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับการอ้างเหตุผล การอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล การอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล และสามารถตรวจสอบการสมเหตุสมผลของการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้ได้

ขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ

ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้คาบที่ 18-20 ในคาบที่ 18-19 เป็นเรื่องเกี่ยวกับการอ้างเหตุผลและรูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล ส่วนในคาบที่ 20 เป็นการทดสอบท้ายบท (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 248-273) ซึ่งเน้นให้นักเรียนสรุปมโนคติของการอ้างเหตุผล การอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล และการอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผลด้วยตนเอง จากประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว” ($\rightarrow$) เช่น “ถ้าโหน่งสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แล้วแม่จะให้รางวัล” “ถ้าแดงทานข้าวแล้วแดงจะแข็งแรง” ประกอบกับการใช้คำถามนำเช่น “ประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม $\rightarrow$ เป็นการเชื่อมประพจน์ที่เป็นอะไรเข้าด้วยกัน” “ประพจน์ที่ตามหลังคำว่า ถ้า เราเรียกว่าอะไร” “ประพจน์ที่ตามหลังคำว่า แล้ว เราเรียกว่าอะไร” “จากประพจน์ผสมข้างต้นประพจน์ย่อยใดเป็นเหตุ และประพจน์ย่อยใดเป็นผล” และให้นักเรียนแยกเหตุและผลจากตัวอย่างประพจน์ต่าง ๆ ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ เช่น $(p \wedge q) \rightarrow r$, $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$, $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$, $p \rightarrow (p \vee q)$ เป็นต้น

ให้นักเรียนนำความรู้เรื่องประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์มาใช้ในการเรียนรู้เกี่ยวกับการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล และการอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล โดยให้นักเรียนสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูป $(\text{เหตุ}_1 \wedge \text{เหตุ}_2 \wedge \text{เหตุ}_3 \wedge \dots \wedge \text{เหตุ}_n) \rightarrow \text{ผล}$ เช่น $(p \wedge q) \rightarrow r$, $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$, $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$, $p \rightarrow (p \vee q)$ เพื่อตรวจสอบดูว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ ถ้าเป็นสัจนิรันดร์แสดงว่าเป็นการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล

ในเรื่องของการตรวจสอบการอ้างเหตุผล ผู้วิจัยเน้นให้นักเรียนเรียนรู้วิธีการสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ผสมที่ได้จากการนำตัวเชื่อม $\wedge$ เชื่อมเหตุทั้งหมดเข้าด้วยกัน และใช้ตัวเชื่อม $\rightarrow$ เชื่อมส่วนที่เป็นเหตุกับผล ซึ่งตัวอย่างที่ให้เริ่มจากประพจน์ผสมที่มีประพจน์ย่อยสองประพจน์ เช่น

เหตุ 1. $p \rightarrow q$

เหตุ 2. p

ผล q

แล้วค่อยเพิ่มจำนวนประพจน์ย่อยให้มีมากขึ้น เช่น

เหตุ 1. $p \rightarrow q$

เหตุ 2. $q \rightarrow r$

ผล $p \rightarrow r$

เพื่อให้นักเรียนเห็นข้อจำกัดของการสร้างตารางและเพื่อนำไปสู่วิธีตรวจสอบการอ้างเหตุผลโดยวิธีพิจารณาค่าความจริง และวิธีการใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล

ผู้วิจัยให้นักเรียนเรียนรู้การตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยวิธีพิจารณาค่าความจริง โดยใช้คำถามนำประกอบการพิจารณาค่าความจริงจากตารางค่าความจริงของประพจน์ เช่น “ $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$ เป็นเท็จ เมื่อเหตุมีค่าความจริงเป็นอะไร และผลมีค่าความจริงเป็นอะไร” “ $(p \rightarrow q) \wedge \sim q$ เป็นจริง เมื่อ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นอะไร และ $\sim q$ มีค่าความจริงเป็นอะไร” จนได้ค่าความจริงของประพจน์ย่อย p, q แล้วจึงพิจารณาค่าความจริงของผล ส่วนการตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยการใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล ผู้วิจัยได้ยกตัวอย่างการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล และไม่สมเหตุสมผล พร้อมอธิบายบนกระดาน

นอกจากนี้ผู้วิจัยยังให้นักเรียนฝึกทักษะการตรวจสอบการอ้างเหตุผล โดยเริ่มจากการฝึกทักษะการตรวจสอบด้วยวิธีสร้างตารางค่าความจริง วิธีพิจารณาค่าความจริง และวิธีใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล ตามลำดับ ด้วยแบบฝึกทักษะ การแสดงวิธีทำและอธิบายหน้าชั้นเรียนทั้งเป็นกลุ่มและรายบุคคล ในส่วนแบบฝึกหัดนักเรียนได้ทำแบบฝึกหัดท้ายคาบของทุกคาบ

เนื่องจากที่นักเรียนยังมีข้อผิดพลาดในการตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยวิธีใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล จากการแสดงวิธีทำ การอธิบายหน้าชั้นเรียนของนักเรียน การทำแบบฝึกหัดจำนวน 3 ข้อ มีนักเรียนจำนวน 14 คน ทำถูก 1 ข้อ และนักเรียนอีก 8 คนทำไม่ถูกเลยจากการสอบถามเพิ่มเติม นักเรียนบอกว่าไม่รู้จะใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลใดมาอ้าง ผู้วิจัยจึงได้นัดสอนซ่อมเสริมในคาบคั่นคั่วของนักเรียน โดยเน้นให้นักเรียนพิจารณาการใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลในการอธิบายตัวอย่างมากขึ้น ประกอบกับการถามนักเรียนเป็นรายบุคคล

ในขณะดำเนินการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้สังเกตการตอบคำถามในชั้นเรียน การสรุป การนำเสนอผลงาน การทำแบบฝึกทักษะ ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบ

ในระหว่างดำเนินการสอน รวมทั้งวิธีการแก้ไข แล้วบันทึกลงในแบบบันทึกประจำวันของครู สำหรับการตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ได้บันทึกลงในแบบบันทึกการตรวจแบบฝึกหัดและแบบบันทึกการตรวจแบบทดสอบ

ขั้นสะท้อนความคิด

ผู้วิจัยนำผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการปฏิบัติการสอนและปัญหาที่พบในระหว่างการดำเนินการสอนในแบบบันทึกประจำวันของครู และผลการตรวจแบบฝึกหัดมาจัดกลุ่มตามเป้าหมายของการวิจัยที่ระบุไว้ในขั้นวางแผน เพื่อหาข้อสรุปของการดำเนินการวิจัย ในวงจรนี้ว่านักเรียนมีมีโนมัติที่ถูกต้องเกี่ยวกับการอ้างเหตุผล การอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล การอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผลอย่างไร และสามารถตรวจสอบการสมเหตุสมผลของการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้ได้หรือไม่ อย่างไร ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยในวงจรที่ 7 ได้ดังนี้

จากการพิจารณาการตอบคำถาม การสรุปมโนคติเกี่ยวกับการอ้างเหตุผล การอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลและการอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล ในเอกสารประกอบการเรียนของนักเรียนพบว่า นักเรียนประมาณร้อยละ 80 สามารถเขียนสรุปลักษณะของการอ้างเหตุผล การอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลและการอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผลได้ถูกต้องและชัดเจน สามารถบอกได้ว่าการอ้างเหตุผลจะสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลเมื่อใด สามารถยกตัวอย่างการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล และไม่สมเหตุสมผลได้ ส่วนนักเรียนที่เหลือประมาณร้อยละ 20 เขียนลักษณะการอ้างเหตุผลไม่ครบถ้วนชัดเจน เช่น นักเรียนเขียนสรุปลักษณะการอ้างเหตุผลว่าคือ “การเขียนเหตุผลในรูป เหตุ→ผล” หรือ “ประพจน์ที่เป็นเหตุและผลกัน” เนื่องจากคำถามนำที่ใช้เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมโนคติของการอ้างเหตุผลด้วยตนเอง เป็นคำถามที่เน้นเกี่ยวกับตัวเชื่อม → และการแยกเหตุกับผลจากตัวเชื่อมดังกล่าว และนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการใช้ภาษาสื่อความเข้าใจในรูปการเขียนอธิบายได้ถูกต้อง แต่นักเรียนดังกล่าวก็สามารถบอกส่วนประกอบของการอ้างเหตุผลได้ว่าประกอบด้วย ส่วนที่เป็นเหตุ กับส่วนที่เป็นผล สามารถยกตัวอย่างการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล และไม่สมเหตุสมผลได้ถูกต้อง เช่น

จาก เหตุ 1. $p \rightarrow q$

เหตุ 2. $q \rightarrow r$

ผล $p \rightarrow r$

เป็นการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล

และ เหตุ $p \rightarrow q$

ผล $p \vee q$

เป็นการอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล

ในเรื่องการตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยการสร้างตารางค่าความจริง ผลการตอบคำถาม การแสดงวิธีทำและอธิบายหน้าชั้นเรียนของนักเรียน ผลการตรวจแบบฝึกหัด พบว่านักเรียน ประมาณร้อยละ 91 สามารถตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยการสร้างตารางค่าความจริงได้อย่างถูกต้อง และนักเรียนประมาณร้อยละ 75 สามารถตรวจสอบด้วยการพิจารณาค่าความจริงได้ถูกต้อง แต่ผู้วิจัยสังเกตพบว่านักเรียนจะเขียนอยู่ในรูปการโยงค่าความจริงแทนการเขียนเป็นข้อความ ส่วนการตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยวิธีใช้รูปแบบการอ้างเหตุผล จากการตอบคำถามในชั้นเรียน และการแสดงวิธีทำหน้าชั้นเรียน พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 45 สามารถตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยวิธีใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลได้ถูกต้อง ส่วนจากผลการตรวจแบบฝึกหัด พบว่า นักเรียนประมาณร้อยละ 34 สามารถตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยวิธีใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลได้ถูกต้อง แต่นักเรียนที่เหลือทำแบบฝึกหัดถูกต้องน้อยกว่า 2 ใน 3 ข้อ

เมื่อพิจารณาผลการตรวจแบบฝึกหัดของนักเรียนพบข้อผิดพลาดดังต่อไปนี้

1. นักเรียนประมาณร้อยละ 25 พิจารณาค่าความจริงไม่ครบในกรณีที่ตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยการพิจารณาค่าความจริง เช่น

จากการอ้างเหตุผล เหตุ 1. $p \rightarrow \sim q$

เหตุ 2. $\sim q$

ผล p

นักเรียนกำหนด $p \rightarrow \sim q$ และ $\sim q$ เป็นจริง จะได้ q เป็นเท็จ ดังนั้นจาก $p \rightarrow \sim q$ เป็นจริง เมื่อ q เป็นเท็จ ก็จะได้ p เป็นจริง ดังนั้นผลเป็นจริงด้วย สรุปว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผล ซึ่งเป็นการสรุปที่ผิดเพราะ p สามารถเป็นเท็จได้ เมื่อผู้วิจัยคอยแนะนำในขณะที่นักเรียนทำแบบฝึกหัด นักเรียนสามารถแก้ไขสิ่งที่ตัวเองทำผิดได้ถูกต้อง

2. นักเรียนประมาณร้อยละ 66 ไม่สามารถนำรูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลมาใช้ในการตรวจสอบการอ้างเหตุผลได้ถูกต้อง หรือนักเรียนไม่รู้จะจับคู่เหตุใดมาพิจารณา เช่น นักเรียนบางส่วนก็ทำเรียงลำดับเหตุที่โจทย์กำหนดให้คือจับคู่เหตุ 1 กับเหตุ 2 หรือใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่มีประพจน์เหมือนกับประพจน์ที่มีอยู่ในโจทย์ เช่น โจทย์มีเหตุ $p \rightarrow q$ นักเรียนก็จะนำรูปแบบที่มีประพจน์ $p \rightarrow q$ มาใช้เลยโดยไม่สนใจเหตุอื่น ๆ หลังจากที่ถูกผู้วิจัยแก้ไขข้อผิดพลาดดังกล่าวด้วยการสอนซ่อมเสริมในคาบค้นคว้าของนักเรียน โดยเน้นให้นักเรียนพิจารณาการใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลในการอธิบายตัวอย่างมากขึ้น ประกอบกับการถามนักเรียนเป็นรายบุคคล นักเรียนสามารถนำรูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลมาใช้ในการตรวจสอบการอ้างเหตุผลได้ถูกต้องมากขึ้น และสามารถแก้ไขสิ่งที่ทำผิดในแบบฝึกหัดเดิม

ได้ถูกต้อง แต่ยังมีนักเรียนจำนวน 10 คนที่ไม่สามารถทำได้ด้วยตัวเอง ต้องคอยให้ครูหรือเพื่อน
แนะนำเสมอ

จากข้อมูลที่รวบรวมได้สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับการ
การอ้างเหตุผล การอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล การอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล และสามารถ
ตรวจสอบการสมเหตุสมผลของการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved