

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ตรรกศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุนวิทยาคม จังหวัดพะเยา โดยมุ่งให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนคติที่ถูกต้องของตรรกศาสตร์ และสามารถแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกระบวนการทางตรรกศาสตร์ได้

ผลการวิจัยในแต่ละด้านปรากฏผลดังนี้

ความเข้าใจในมโนคติของตรรกศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนเรื่องตรรกศาสตร์นี้ มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนคติที่ถูกต้องของแต่ละเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับตรรกศาสตร์ ได้แก่ มโนคติของประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ การเชื่อมประพจน์ ตัวบ่งปริมาณ ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ นิเสธของประพจน์ ประพจน์ที่สมมูลกัน สัจนิรันดร์ และการอ้างเหตุผล ซึ่งข้อมูลที่ได้จากบันทึกประจำวันของครู การอ่านบันทึกการเรียนรู้และเอกสารประกอบการเรียนของนักเรียน การตรวจแบบฝึกทักษะ แบบฝึกหัดและแบบทดสอบ รวมทั้งการสัมภาษณ์นักเรียนสามารถสรุปได้ดังนี้

มโนคติของประโยคเปิดและประพจน์

จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ประโยคเปิดและประพจน์ตามรูปแบบเดิมที่อธิบายมโนคติของประโยคเปิดและประพจน์โดยใช้ประโยคภาษา ซึ่งบางครั้งสามารถตีความหมายได้หลายลักษณะ ทำให้นักเรียนเกิดปัญหาในการพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ เช่น นักเรียนบางคนบอกว่าประโยค “เดือนกุมภาพันธ์มี 28 วัน” มีค่าความจริงเป็นจริง และในขณะที่เดียวกันบางคนก็บอกว่ามีค่าความจริงเป็นเท็จ นักเรียนเข้าใจผิดว่าประโยค “เรียนสายวิทยุดีกว่าสายศิลป์” เป็นประพจน์โดยให้เหตุผลว่าสามารถบอกค่าความจริงได้ และนักเรียนบอกว่า “3 เป็นเซตคำตอบของ สมการ $x^2 + 2x - 3 = 0$ ” เป็นประโยคเปิดเพราะมีตัวแปร และนักเรียนยังเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับมโนคติของค่าความจริงของประพจน์ โดยนักเรียนเข้าใจคำว่าค่าความจริงของประพจน์ต้องเป็นจริงเท่านั้นจึงใช้คำว่าประพจน์ที่เป็นเท็จแทนคำว่าประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ผู้วิจัยจึงเปลี่ยนแปลงรูปแบบการนำเสนอโมเดลส่วนนี้ใหม่ โดยใช้ประโยคคณิตศาสตร์เป็นจุดเริ่มต้นของการอธิบายโมเดลของประโยคเปิดและประพจน์ กล่าวคือให้นักเรียนสรุปโมเดลด้วยตนเองจากสมการและอสมการอย่างง่ายซึ่งเป็นประโยคคณิตศาสตร์ที่นักเรียนคุ้นเคย เช่น $x + 3 = 5$, $x + 2 < 7$ เป็นตัวอย่างของประโยคเปิด $2 + 3 = 5$, $4 + 2 < 7$ เป็นตัวอย่างของประพจน์ แล้วจึงเปลี่ยนจากประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคเปิดเป็นสัญลักษณ์ $P(x)$, $Q(x)$ เช่น แทน $x + 3 = 5$ ด้วย $P(x)$ แทน $x + 2 < 7$ ด้วย $Q(x)$ และจากประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประพจน์เป็นสัญลักษณ์ p , q เช่น แทนประพจน์ $1 + 3 = 5$ ด้วย p แทนประพจน์ $1 + 2 < 7$ ด้วย q แล้วจึงให้เรียนรู้โมเดลของประโยคเปิดและประพจน์จากประโยคภาษาเป็นลำดับสุดท้ายจากการจัดลำดับเนื้อหาดังกล่าวนี้นักเรียนมีความเข้าใจโมเดลของประโยคเปิดและประพจน์มากขึ้นอยู่ในระดับดีมาก โดยนักเรียนประมาณร้อยละ 90 สามารถเขียนสรุปโมเดลและสาระสำคัญของประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ได้ถูกต้อง นักเรียนเกือบทั้งห้องสามารถจำแนกความเหมือนและความต่างของประโยคเปิดและประพจน์ได้ พร้อมทั้งยกตัวอย่างประโยคเปิดและประพจน์ในชั้นเรียนและในแบบฝึกหัดได้ถูกต้อง

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบเดิมที่ใช้ประโยคภาษาเป็นจุดเริ่มต้นของการอธิบายโมเดลการเชื่อมประพจน์ ทำให้นักเรียนเกิดปัญหาในการพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ เช่น นักเรียนบางคนบอกว่าประพจน์ “เดือนกุมภาพันธ์มี 28 วัน และ 29 วัน” มีค่าความจริงเป็นจริง และในขณะเดียวกันบางคนก็บอกว่ามีค่าความจริงเป็นเท็จ และนักเรียนไม่สามารถจำค่าความจริงในตารางค่าความจริงของการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ ผู้วิจัยจึงเปลี่ยนแปลงรูปแบบการนำเสนอโมเดลของการเชื่อมประพจน์เช่นเดียวกับการนำเสนอโมเดลของประโยคเปิดและประพจน์ โดยให้นักเรียนสรุปโมเดลด้วยตนเองจากสมการ และอสมการอย่างง่ายซึ่งเป็นประโยคคณิตศาสตร์ เช่น $(2 + 3 = 5) \wedge (4 + 3 = 7)$ แทนประพจน์ใหม่ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม “และ” แล้วจึงเปลี่ยนจากประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประพจน์เป็นสัญลักษณ์ p , q เช่น แทนประพจน์ $(2 + 3 = 5) \wedge (4 + 3 = 7)$ ด้วย $p \wedge q$ แล้วจึงให้เรียนรู้โมเดลการเชื่อมประพจน์จากประโยคภาษาเป็นลำดับสุดท้ายจากการจัดลำดับเนื้อหาดังกล่าวนี้นักเรียนประมาณร้อยละ 85 สามารถเขียนสรุปโมเดลและสาระสำคัญของการเชื่อมประพจน์ และตารางค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ ลงในเอกสารประกอบการเรียนได้อย่างถูกต้อง ส่วนนักเรียนที่เหลือไม่สามารถสรุปได้ว่าประพจน์ผสมนั้นเกิดจากการเชื่อมประพจน์ย่อยด้วยตัวเชื่อม $\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ และ $\leftrightarrow$ แต่นักเรียนดังกล่าวสามารถจำแนกประพจน์ย่อยและประพจน์ผสมได้ นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถ

ตอบ โจทย์นำคิดในแบบบันทึกการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับเนื้อหาดังกล่าว ซึ่งเป็นการเขียนอธิบายวิธีคิด และการให้เหตุผลประกอบได้ถูกต้องเช่นเดียวกัน

มโนคติของตัวบ่งปริมาณ

การสรุปค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวของนักเรียนที่ผ่าน ๆ มา นักเรียนมักเข้าใจผิดในการแทนค่าตัวแปรในประโยคเปิด $P(x)$ โดยเฉพาะตัวบ่งปริมาณ สำหรับ...บางตัว ($\exists$) ที่นักเรียนเข้าใจว่าแทนค่าตัวแปรเพียงค่าเดียวก็พอ ทำให้นักเรียนเกิดความสับสนและพิจารณาค่าความจริงไม่ออกเมื่อนำวิธีดังกล่าวมาใช้กับบางประพจน์ เช่น $\exists x [x < 0]$, $U = \mathbb{R}^+$ นักเรียนไม่รู้ว่าจะต้องแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ตัวใดถึงจะหาข้อสรุป ค่าความจริงของประพจน์ได้ ซึ่งสาเหตุมาจากความยุ่งยากในการตีความสัญลักษณ์ $\forall x$, $\exists x$ และการอธิบายหัวข้อใหม่นี้ขาดการเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐาน ผู้วิจัยให้นักเรียนเรียนรู้มโนคติของตัวบ่งปริมาณ และค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณโดยการแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกทุกตัวในเอกภพสัมพัทธ์ก่อน แล้วจึงพิจารณาค่าความจริงจากการเชื่อมประพจน์ที่ได้ด้วยตัวเชื่อม $\wedge$, $\vee$ โดย

ถ้าตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...ทุกตัว” ($\forall$) จะอาศัยการเชื่อมประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “ $\wedge$ ” เช่น

ใช้ประพจน์ $(-2)^2 = 4 \wedge (0^2 = 4) \wedge (2^2 = 4)$ อธิบายมโนคติของ $\forall x \in \{-2, 0, 2\} [x^2 = 4]$

ซึ่ง $(-2)^2 = 4 \wedge (0^2 = 4) \wedge (2^2 = 4)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ดังนั้น $\forall x \in \{-2, 0, 2\} [x^2 = 4]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ถ้าตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...บางตัว” ($\exists$) จะอาศัยการเชื่อมประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “ $\vee$ ” เช่น

ใช้ประพจน์ $(-2)^2 = 4 \vee (0^2 = 4) \vee (2^2 = 4)$ อธิบายมโนคติของ $\exists x \in \{-2, 0, 2\} [x^2 = 4]$

ซึ่ง $(-2)^2 = 4 \vee (0^2 = 4) \vee (2^2 = 4)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ดังนั้น $\exists x \in \{-2, 0, 2\} [x^2 = 4]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ผนวกกับการใช้การถามนำเพื่อช่วยในการเขียนสรุปมโนคติของตัวบ่งปริมาณ

จากการเปลี่ยนแปลงรูปแบบในการอธิบายมโนคติของตัวบ่งปริมาณและค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวดังกล่าวมีส่วนทำให้นักเรียนประมาณร้อยละ 80 มีความเข้าใจในมโนคติที่ถูกต้องของตัวบ่งปริมาณและค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว โดยนักเรียนสามารถบอกได้ว่าประพจน์ใดมีตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...ทุกตัว” หรือ “สำหรับ...บางตัว” พร้อมทั้งสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนตัวบ่งปริมาณดังกล่าวได้ถูกต้อง

นักเรียนสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้ในระดับดี โดยนักเรียนเกือบทั้งห้องสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว โดยอาศัยการเชื่อมประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “และ” “หรือ” ได้ถูกต้องทุกข้อ

นอกจากนี้ผู้วิจัยยังให้นักเรียนสรุปค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ โดยพิจารณาจากเซตคำตอบของประโยคเปิดกล่าวคือ

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดคือ U

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ U

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ $\emptyset$

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดเท่ากับ $\emptyset$

ซึ่งทำให้นักเรียนประมาณร้อยละ 75 สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว ส่วนนักเรียนที่เหลือประมาณร้อยละ 25 มีข้อผิดพลาดในการหาเซตคำตอบ จึงทำให้หาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวไม่ถูกต้อง

มโนคติของนิเสธของประพจน์ และประพจน์ที่สมมูลกัน

จากการอธิบายมโนคติเรื่องนิเสธของประพจน์ และประพจน์ที่สมมูลกันตามรูปแบบเดิม ที่ให้เรียนรู้นิเสธของประพจน์ และประพจน์ที่สมมูลกันควบคู่กันไป และบอกนิยามก่อนแล้วนำนิยามไปใช้ในการตรวจสอบประพจน์โดยการสร้างตารางค่าความจริง ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจ สืบสานเกี่ยวกับนิเสธของประพจน์ และประพจน์ที่สมมูลกัน โดยเข้าใจว่า หากประพจน์ใดไม่สมมูลกันแล้วประพจน์ดังกล่าวจะเป็นนิเสธกัน เช่น $\sim p \wedge q$ ไม่สมมูลกับ $p \rightarrow q$ นักเรียนจะถือว่าประพจน์ $\sim p \wedge q$ กับ $p \rightarrow q$ เป็นนิเสธกัน ผู้วิจัยจึงเน้นให้นักเรียนสรุปมโนคติเกี่ยวกับนิเสธของประพจน์ และประพจน์ที่สมมูลกันด้วยตนเอง จากตารางค่าความจริงของประพจน์หลาย ๆ ประพจน์ โดยเริ่มจากมโนคติเรื่องนิเสธของประพจน์ซึ่งตารางค่าความจริงของประพจน์มีทั้งประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน และไม่เป็นนิเสธกัน รวมถึงการใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนมองเห็นความแตกต่างระหว่างประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน กับประพจน์ที่ไม่เป็นนิเสธกัน จากการอธิบายมโนคติเกี่ยวกับนิเสธของประพจน์ด้วยวิธีการดังกล่าว พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 90 มีความเข้าใจมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับนิเสธของประพจน์ โดยนักเรียนสามารถเขียนสรุปลักษณะนิเสธของประพจน์ลงในเอกสารประกอบการเรียนได้อย่างถูกต้องและชัดเจนในระดับดี รวมทั้งสามารถยกตัวอย่างประพจน์ที่เป็นนิเสธกันในชั้นเรียน หรือในเอกสารประกอบการเรียนของนักเรียนได้ถูกต้อง จากนั้นจึงอธิบายมโนคติเกี่ยวกับประพจน์ที่สมมูลกันโดยใช้วิธีการเช่นเดียวกันกับเรื่อง

นิเสธของประพจน์ ซึ่งวิธีการดังกล่าวมีส่วนทำให้นักเรียนประมาณร้อยละ 90 มีความเข้าใจมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับประพจน์ที่สมมูลกัน นักเรียนสามารถจำแนกพร้อมให้เหตุผลประกอบได้ว่าประพจน์คู่ใดเป็นนิเสธกัน ประพจน์คู่ใด สมมูลกัน และประพจน์ คู่ใดไม่เป็นทั้งสองอย่าง และนักเรียนสามารถตอบโจทย์นำคิดในแบบบันทึกการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลได้ถูกต้อง

มโนคติของการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล

จากปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถสรุปการอ้างเหตุผลที่อยู่ในรูป (เหตุ 1 $\wedge$ เหตุ 2 $\wedge$ เหตุ 3 $\wedge \dots \wedge$ เหตุ n) $\rightarrow$ ผล โดยการพิจารณาจากค่าความจริงของประพจน์ โดยนักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่า $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ จะเป็นเท็จ ในกรณีที่ $(p \rightarrow q) \wedge p$ เป็นจริง แล้ว q เป็นเท็จ รวมทั้งในกรณีที่การอ้างเหตุผลมีหลายเหตุ นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่าเหตุย่อยคือประพจน์ใดบ้าง เช่น นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่าเหตุย่อยจากการอ้างเหตุผลที่อยู่ในรูป $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ คือประพจน์ $p \rightarrow q$ กับ p ซึ่งปัญหาดังกล่าวมาจากการอธิบายมโนคติการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลรูปแบบเดิม โดยบอกนิยามแล้วนำไปใช้ในการตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยการสร้างตารางผู้วิจัยจึงให้นักเรียนเรียนรู้การอ้างเหตุผลโดยเริ่มจากการทบทวนการเชื่อมประพจน์ด้วย ($\rightarrow$) ที่ใช้เชื่อมประพจน์ที่เป็นเหตุกับผลเข้าด้วยกัน เน้นการฝึกทักษะการหาค่าความจริงของประพจน์การแยกเหตุย่อยและผลจากตัวอย่างประพจน์ผสมต่างๆ ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ p, q ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม ($\rightarrow$) ซึ่งประพจน์ผสมดังกล่าวประกอบด้วยเหตุตั้งแต่ 1 เหตุขึ้นไป เช่น $p \rightarrow \sim q$, $[(p \vee q) \wedge p] \rightarrow q$, $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge \sim r] \rightarrow p$ เป็นต้น เน้นให้นักเรียนสรุปมโนคติเกี่ยวกับการอ้างเหตุผลด้วยตนเอง จากตัวอย่างตารางค่าความจริงของการอ้างเหตุผลหลาย ๆ รูปแบบซึ่งมีทั้งการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล และไม่สมเหตุสมผล จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวมีส่วนทำให้นักเรียนประมาณร้อยละ 80 มีความเข้าใจมโนคติที่ถูกต้องเกี่ยวกับการอ้างเหตุผล การอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล และการอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล โดยนักเรียนสามารถเขียนสรุปลักษณะของการอ้างเหตุผล การอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล และการอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผลในเอกสารประกอบการเรียนของนักเรียนได้ถูกต้องและชัดเจน พร้อมทั้งยกตัวอย่างการอ้างเหตุผลในชั้นเรียนและในเอกสารประกอบการเรียนได้ถูกต้อง นักเรียนสามารถบอกได้ว่าการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้สมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบได้ถูกต้อง

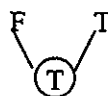
การแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับกระบวนการทางตรรกศาสตร์

เป้าหมายอีกประการหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ตรรกศาสตร์ คือ ต้องการให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับกระบวนการทางตรรกศาสตร์ เช่น การหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย ประพจน์ผสม ประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ การเปลี่ยนนิเสธของประพจน์ผสมให้อยู่ในรูปประพจน์ย่อย การประยุกต์ใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน การพิจารณาประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน สมมูลกัน และเป็นสัจนิรันดร์ การแสดงขั้นตอนการตรวจสอบการอ้างเหตุผล และการแปลงประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคภาษาให้เป็นประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ เมื่อพิจารณาข้อมูลที่ได้จากบันทึกประจำวันของครู การอ่านบันทึกการเรียนรู้และเอกสารประกอบการเรียนของนักเรียน การตรวจแบบฝึกทักษะ แบบฝึกหัดและแบบทดสอบ รวมทั้งการสัมภาษณ์นักเรียนสามารถสรุปได้ดังนี้

การหาค่าความจริงของประพจน์

จากปัญหาที่นักเรียนสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ไม่ถูกต้อง กล่าวคือ นักเรียนกำหนดค่าความจริงของประพจน์ย่อยไม่ถูกต้อง นักเรียนกำหนดค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีประพจน์ย่อย 3 ประพจน์เป็น 4 กรณี และนักเรียนไม่สามารถกำหนดประพจน์ในการสร้างตารางค่าความจริงได้ ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนการหาค่าความจริงของประพจน์โดยเน้นการฝึกทักษะย่อยทั้งการกำหนดกรณีค่าความจริงที่อาจเกิดขึ้นของประพจน์ในตารางค่าความจริง โดยเริ่มจากประพจน์ที่เชื่อมด้วยประพจน์ย่อย 1 ประพจน์แล้วจึงเพิ่มจำนวนประพจน์ย่อยให้มากขึ้น ฝึกทักษะการแยกประพจน์ย่อยจากประพจน์ผสม เช่น แยกประพจน์ $\sim p \vee \sim q$ เป็นประพจน์ย่อยได้ $p, q, \sim p, \sim q$ และ $\sim p \vee \sim q$ จากนั้นจึงฝึกทักษะการสร้างตารางหาค่าความจริงของประพจน์ จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวทำให้นักเรียนประมาณร้อยละ 87 สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ p, q โดยการสร้างตารางค่าความจริงได้ถูกต้อง

จากปัญหาที่นักเรียนหาค่าความจริงของประพจน์โดยไม่สร้างตารางค่าความจริงไม่ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการหาค่าความจริงของประพจน์ โดยเฉพาะประพจน์ที่มีเครื่องหมายนิเสธ เช่น ประพจน์ $\sim(p \rightarrow q)$ เมื่อ p และ q มีค่าความจริงเป็นจริง โดยนักเรียนจะหาค่าความจริงของ $\sim p$ ก่อน เป็น $\sim(p \rightarrow q)$



ผู้วิจัยใช้ความรู้เรื่องการสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์เพื่อนำไปสู่การหาค่าความจริงโดยวิธีไม่สร้างตารางค่าความจริง ประกอบกับการใช้คำถามนำ และเน้นการฝึกทักษะการหาค่าความจริงของประพจน์โดยไม่สร้างตารางค่าความจริง โดยเริ่มจากประพจน์ที่ไม่มีเครื่องหมายนิเสธก่อน พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 65 สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ p, q โดยไม่สร้างตารางค่าความจริงได้ถูกต้อง ส่วนนักเรียนที่เหลือยังไม่มี ความมั่นใจในการหาค่าความจริงของประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่าง ๆ นักเรียนจำนวน 29 คนสามารถทำแบบทดสอบเรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้

การหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ

เนื่องจากนักเรียนสับสนในวิธีการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีตัวบ่งปริมาณ เช่น นักเรียนหาค่าความจริงของประพจน์ $\forall x [x < 5 \vee x > 4]$ ไม่ถูกต้องโดยใช้วิธีการหาค่าความจริงเช่นเดียวกับประพจน์ $\forall x [x < 5] \vee \forall x [x > 4]$ ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนเน้นให้นักเรียนดูว่า $\forall x [x < 5 \vee x > 4]$ เป็นประพจน์เดียวที่มีค่าความจริงค่าเดียว ส่วน $\forall x [x < 5] \vee \forall x [x > 4]$ เป็นประพจน์ 2 ประพจน์ที่เชื่อมกัน ดังนั้นต้องหาค่าความจริงของประพจน์ทั้งสองก่อนแล้วค่อยเชื่อมกัน โดยยกตัวอย่างประพจน์ผสมที่มีตัวบ่งปริมาณ 2 กรณี ดังกล่าวควบคู่กัน เช่นยกตัวอย่างการหาค่าความจริงของ $\forall x [x < 5 \vee x > 4]$ ควบคู่กับประพจน์ $\forall x [x < 5] \vee \forall x [x > 4]$ เมื่อ $U = \{3, 4, 5\}$ ดังนี้

$$\blacklozenge \forall x [x < 5 \vee x > 4]$$

แทนค่า x จะได้ $[(3 < 5) \vee (3 > 4)] \wedge [(4 < 5) \vee (4 > 4)] \wedge [(5 < 5) \vee (5 > 4)]$ เป็นจริง
ดังนั้น $\forall x [x < 5 \vee x > 4]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

$$\blacklozenge \forall x [x < 5] \vee \forall x [x > 4]$$

พิจารณา $\forall x [x < 5]$

แทนค่า x จะได้

$(3 < 5) \wedge (4 < 5) \wedge (5 < 5)$ เป็นเท็จ

นั่นคือ $\forall x [x < 5]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

พิจารณา $\forall x [x > 4]$

แทนค่า x จะได้

$(3 > 4) \wedge (4 > 4) \wedge (5 > 4)$ เป็นเท็จ

นั่นคือ $\forall x [x > 4]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ดังนั้น $\forall x [x < 5] \vee \forall x [x > 4]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

เพื่อให้ นักเรียนมองเห็นความแตกต่างของวิธีการหาค่าความจริงของประพจน์ดังกล่าว และการเริ่มจากตัวอย่างที่ U เป็นเซตจำกัดที่มีจำนวนสมาชิกน้อยแล้วเพิ่มจำนวนสมาชิกของ U มากขึ้นจนไปสู่ U ที่เป็นเซตอนันต์ รวมทั้งเน้นให้นักเรียนฝึกทักษะย่อยเกี่ยวกับการหาค่าความจริงของประพจน์

ที่ B เป็นเซตจำกัด และการหาค่าความจริงของประพจน์ที่ B เป็นเซตอนันต์ จากการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวทำให้นักเรียนประมาณร้อยละ 70 สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ผสมที่มีตัวบ่งปริมาณได้ถูกต้อง ส่วนนักเรียนที่เหลือยังมีข้อผิดพลาดเกี่ยวกับการหาเซตคำตอบ และการหาค่าความจริงของประพจน์ที่ B เป็นเซตอนันต์ ซึ่งนักเรียนขาดความรอบคอบในการพิจารณาสมาชิกของเซตกรณีเขียนอยู่ในรูปการบอกเงื่อนไข และมีนักเรียนจำนวน 36 คนสามารถทำแบบทดสอบเรื่องประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้

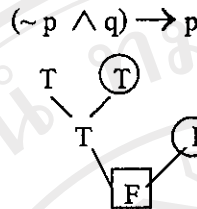
การประยุกต์ใช้รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน

จากปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่า ประพจน์ $p \rightarrow q$ สมมูลกับประพจน์ใด และนักเรียนไม่สามารถประยุกต์รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันไปใช้กับประพจน์อื่นที่มีรูปแบบต่างออกไป เช่น นักเรียนจะเขียนนิเสธของประพจน์ $p \rightarrow \sim q$ ด้วย $\sim p \rightarrow q$ หรือ $\sim p \rightarrow \sim q$ ผู้วิจัยเน้นให้นักเรียนจำรูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันโดยใช้เกม และเน้นฝึกทักษะการนำรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันประยุกต์ใช้กับประพจน์อื่น เช่น นำรูปแบบ $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$ ไปประยุกต์ใช้กับประพจน์ $\sim(\sim p \rightarrow \sim q)$ จะได้ $\sim(\sim p \rightarrow \sim q) \equiv \sim p \wedge q$ ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวทำให้นักเรียนส่วนมากสามารถนำรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันไปประยุกต์ใช้กับประพจน์อื่นที่มีรูปแบบแตกต่างออกไปได้มากขึ้นในระดับพอใช้ โดยนักเรียนประมาณร้อยละ 65 สามารถนำรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันไปใช้กับประพจน์อื่นได้ถูกต้อง

ส่วนปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถบอกได้นิเสธของ $\forall x[P(x)] \vee \exists x[Q(x)]$ คือประพจน์ใด ผู้วิจัยให้นักเรียนเปรียบเทียบกับรูปแบบนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกัน และเน้นฝึกทักษะการนำรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันประยุกต์ใช้กับประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ เช่น นำรูปแบบ $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ ไปประยุกต์ใช้กับประพจน์ $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)] \equiv \forall x [\sim P(x) \vee Q(x)]$ จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวมีส่วนทำให้นักเรียนประมาณร้อยละ 70 สามารถหานิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้อย่างถูกต้อง นักเรียนบางส่วนนำรูปแบบนิเสธของประพจน์ เช่น นิเสธของ $\forall x [P(x)]$ คือ $\exists x [\sim P(x)]$ ไปใช้โดยไม่เข้าใจความหมายของ $\sim P(x)$ เช่น นักเรียนเขียน นิเสธของ $\forall x [2x + 5 = 0]$ เป็น $\sim \forall x [\sim 2x + 5 = 0]$ หรือ $\exists x [\sim 2x + 5 = 0]$ และนักเรียนจำนวน 31 คนจากนักเรียนทั้งหมด 33 คน สามารถทำแบบทดสอบเรื่องนิเสธของประพจน์และประพจน์ที่สมมูลกันผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้

การตรวจสอบประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์

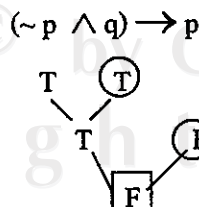
จากการเรียนการสอนเรื่องการตรวจสอบประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ที่ผ่านมา มักจะใช้วิธีหาข้อขัดแย้งด้วยการพิจารณาจากตัวเชื่อม โดยเขียนสรุปเป็นแผนภาพการโยงค่าความจริง เช่น



แล้วสรุปว่าประพจน์ $(\sim p \wedge q) \rightarrow p$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์ เพราะสามารถเป็นเท็จได้ในกรณีที่ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ q มีค่าความจริงเป็นจริง ซึ่งทำให้นักเรียนสับสนในการเขียนสรุปเป็นแผนภาพการโยงค่าความจริงดังกล่าว ส่งผลให้นักเรียนผิดพลาดในการตรวจสอบประพจน์ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่โดยวิธีไม่สร้างตารางค่าความจริง ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนเริ่มจากการตรวจสอบประพจน์ด้วยวิธีสร้างตารางค่าความจริง พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 84 สามารถตรวจสอบประพจน์ที่กำหนดให้ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่เป็นสัจนิรันดร์โดยวิธีการสร้างตารางค่าความจริงถูกต้อง เน้นให้นักเรียนพิจารณาค่าความจริงในกรณีที่ทำให้ประพจน์มีค่าความจริงเป็นเท็จจากตารางค่าความจริง เพื่อนำไปสู่การตรวจสอบประพจน์ด้วยวิธีหาข้อขัดแย้ง เช่น

1. ประพจน์ $(\sim p \wedge q) \rightarrow p$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์เมื่อ $(\sim p \wedge q) \rightarrow p$ อย่างน้อย 1 กรณีที่เป็นเท็จ
2. $(\sim p \wedge q) \rightarrow p$ จะเป็นเท็จเมื่อ $(\sim p \wedge q)$ เป็นจริง และ p เป็นเท็จ ซึ่งทำให้ q เป็นจริง
3. ดังนั้น $(\sim p \wedge q) \rightarrow p$ เป็นเท็จในกรณีที่ p เป็นเท็จ และ q เป็นจริง

แล้วนำมาเขียนสรุปเป็นแผนภาพการโยงค่าความจริงได้ดังนี้



จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าว พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 75 สามารถตรวจสอบประพจน์ที่กำหนดให้ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่เป็นสัจนิรันดร์โดยวิธีหาข้อขัดแย้งโดยพิจารณาจากตัวเชื่อมได้ถูกต้อง

หลังจากที่นักเรียนเรียนรู้การตรวจสอบประพจน์ด้วยวิธีใช้ความรู้เรื่องประพจน์ที่สมมูลกันจากการยกตัวอย่าง และเน้นให้นักเรียนฝึกทักษะการตรวจสอบประพจน์ด้วยวิธีใช้ความรู้เรื่องประพจน์ที่สมมูลกันแล้ว พบว่า นักเรียนประมาณร้อยละ 81 สามารถตรวจสอบประพจน์ที่กำหนดให้ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่เป็นสัจนิรันดร์โดยวิธีใช้ความรู้เรื่องประพจน์ที่สมมูลกันได้ถูกต้อง

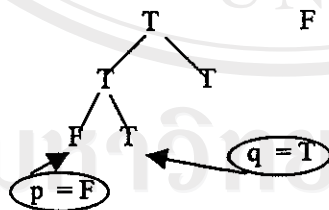
การแสดงขั้นตอนการอ้างเหตุผล

เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถแสดงขั้นตอนการอ้างเหตุผลโดยไม่สร้างตารางค่าความจริง เช่น นักเรียนไม่สามารถแสดงขั้นตอนว่าถ้าค่าความจริงของเหตุเป็นจริงแล้วค่าความจริงของผลเป็นเท็จ แสดงว่าการอ้างเหตุไม่น่าสมเหตุสมผล ผู้วิจัยทบทวนการอ้างเหตุผลจากการสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ผลสมที่ได้จากการนำตัวเชื่อม ($\wedge$) เชื่อมเหตุทั้งหมดเข้าด้วยกัน และใช้ตัวเชื่อม ($\rightarrow$) เชื่อมส่วนที่เป็นเหตุกับผล แล้วจึงเน้นให้นักเรียนพิจารณาค่าความจริงจากตารางของประพจน์ที่ไม่สมเหตุสมผล เพื่อนำไปสู่วิธีพิจารณาค่าความจริงด้วยตัวอย่างเดียวกัน เช่น

1. จากประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$ ไม่สมเหตุสมผลเมื่อไม่เป็นสัจนิรันดร์
2. $[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์ เมื่อ $(p \rightarrow q) \wedge \sim p$ เป็นจริง และ $\sim q$ เป็นเท็จ จะได้ $p \rightarrow q$ เป็นจริง และ $\sim p$ เป็นจริง
3. จาก $\sim p$ เป็นจริง ดังนั้น p เป็นเท็จ และจาก $p \rightarrow q$ เป็นจริง ดังนั้น q เป็นจริง
4. ถ้า q เป็นจริง จะได้ผล $\sim q$ เป็นเท็จ
5. ดังนั้นการอ้างเหตุผล $[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$ ไม่สมเหตุสมผล

แล้วนำมาเขียนสรุปเป็นแผนภาพการโยงค่าความจริงได้ดังนี้

$$[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$$



จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวทำให้นักเรียนประมาณร้อยละ 90 สามารถตรวจสอบการสมเหตุสมผลของการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้ด้วยวิธีสร้างตารางค่าความจริง และนักเรียนประมาณร้อยละ 75 สามารถตรวจสอบการสมเหตุสมผลของการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้ด้วยวิธีพิจารณาค่าความจริง ส่วนนักเรียนที่เหลือยังไม่มีความมั่นใจในการหาค่าความจริงของประพจน์

จากปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถนำรูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลไปอ้างอิงหรือประยุกต์ใช้กับการอ้างเหตุผลอื่นที่มีรูปแบบต่างออกไปได้ ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยวิธีการใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล โดยยกตัวอย่างและเน้นให้นักเรียนฝึกทักษะการตรวจสอบการอ้างเหตุผลด้วยวิธีการดังกล่าวจากรูปแบบที่ง่ายไปหารูปแบบที่ซับซ้อน จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวทำให้นักเรียนประมาณร้อยละ 70 สามารถตรวจสอบการสมเหตุสมผลของการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้ด้วยการใช้รูปแบบการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผลได้อย่างถูกต้อง

การเขียนประพจน์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

จากกรณีที่นักเรียนไม่สามารถแปลงประโยคภาษาเป็นประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้ เช่น นักเรียนแปลงประโยค “23 จะหาร 9319 ลงตัวก็ต่อเมื่อมีจำนวนเต็มคูณกับ 23 แล้วได้ 9319” เป็น $(23 \mid 9319 \leftrightarrow 23x) \rightarrow 9319$ หรือ $23 \mid 9319 \leftrightarrow (23x \rightarrow 9319)$ ซึ่งไม่ถูกต้อง เมื่อผู้วิจัยได้เปลี่ยนแปลงรูปแบบการนำเสนอโมดิกของประโยคเปิดและประพจน์ รวมถึงการเชื่อมประพจน์ใหม่ โดยใช้ประโยคคณิตศาสตร์เป็นจุดเริ่มต้น และให้นักเรียนสรุปโมดิกด้วยตนเอง จากสมการและอสมการอย่างง่ายซึ่งเป็นประโยคคณิตศาสตร์ เช่น $(2 + 3 = 5) \wedge (4 + 3 = 7)$ แทนประพจน์ใหม่ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม “และ” แล้วจึงเปลี่ยนจากประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประพจน์เป็นสัญลักษณ์ p, q เช่น แทนประพจน์ $(2 + 3 = 5) \wedge (4 + 3 = 7)$ ด้วย $p \wedge q$ แล้วจึงให้เรียนรู้โมดิกการเชื่อมประพจน์จากประโยคภาษาเป็นลำดับหลังสุด รวมถึงให้นักเรียนฝึกทักษะการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ จากการเปลี่ยนแปลงรูปแบบดังกล่าวมีส่วนทำให้นักเรียนประมาณร้อยละ 90 สามารถแปลงประโยคภาษาเป็นประพจน์ที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์ p, q ได้อย่างถูกต้อง

กรณีปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยค “มีจำนวนจริง x ซึ่ง $x^3 = 4$ ” ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณได้ เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนสรุปโมดิกของตัวบ่งปริมาณด้วยตนเอง จากตัวอย่างการเปลี่ยนประพจน์ให้อยู่ในสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณ ประกอบการใช้คำถามนำและการอภิปรายร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน ทำให้นักเรียนประมาณร้อยละ 95 สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้อย่างถูกต้อง นักเรียนสามารถระบุตัวบ่งปริมาณ ประโยคเปิด และเอกภพสัมพัทธ์ จากประโยคภาษาที่กำหนดให้ได้และสามารถยกตัวอย่างประโยคภาษาที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียว ควบคู่กับประโยคสัญลักษณ์ที่มีตัวบ่งปริมาณตัวแปรเดียวได้

จากการดำเนินการวิจัยในชั้นเรียนครั้งนี้สามารถสรุปได้ว่าวิธีการจัดการเรียนการสอน เรื่อง ตรรกศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุนวิทยาคม อำเภอจุน จังหวัดพะเยา ตามรูปแบบดังกล่าวมีผลทำให้นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจแนวคิดที่ถูกต้องของตรรกศาสตร์ และสามารถแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับกระบวนการทางตรรกศาสตร์ได้ รูปแบบกิจกรรมการเรียน การสอนตรรกศาสตร์ ดังกล่าวได้แก่

1. ใช้หลักการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยพยายามให้นักเรียนสรุปมโนคติของประโยคเปิด ประพจน์ ตัวบ่งปริมาณ นิเสธของประพจน์ ประพจน์ที่สมมูลกัน สัจนิรันดร์ และการอ้างเหตุผลด้วยตนเอง จากการใช้วิธีการสอนแบบอุปนัย และการใช้คำถามนำ กล่าวคือใช้การยกตัวอย่างประโยคที่เป็นประโยคเปิด และประพจน์ เพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะร่วมและลักษณะต่างของประโยคทั้งสองประเภท และยกตัวอย่างตารางค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นและไม่เป็นนิเสธกัน สมมูลและไม่สมมูลกัน เพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะของค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน หรือสมมูลกัน แล้วสามารถนำไปสู่ข้อสรุปของมโนมติดังกล่าวได้

2. จัดลำดับเนื้อหาในลักษณะบันไดเวียนและให้เชื่อมโยงกับความรู้เดิมของนักเรียนให้เกิดความต่อเนื่องของเนื้อหาและสามารถสร้างความรู้ใหม่จากความรู้เดิมได้ เช่น สอนเนื้อหาเกี่ยวกับประโยคเปิด ประพจน์ ค่าความจริงของประพจน์ และการเชื่อมประพจน์ โดยใช้สมการและอสมการอย่างง่ายซึ่งเป็นประโยคคณิตศาสตร์ที่นักเรียนคุ้นเคย แล้วจึงเปลี่ยนจากประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยคเปิดเป็นสัญลักษณ์ $P(x)$, $Q(x)$ และเปลี่ยนจากประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นประพจน์เป็นสัญลักษณ์ p , q จากนั้นจึงให้นักเรียนเรียนรู้มโนมติดังกล่าวจากประโยคภาษาเป็นลำดับหลังสุด

3. อธิบายมโนมติของตัวบ่งปริมาณ และค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ โดยการแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกทุกตัวในเอกภพสัมพัทธ์ก่อน แล้วจึงพิจารณาค่าความจริงจากการเชื่อมประพจน์ที่ได้ด้วยตัวเชื่อม $\wedge$, $\vee$ โดย

ถ้าตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...ทุกตัว” ($\forall$) จะอาศัยการเชื่อมประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “ $\wedge$ ”

ถ้าตัวบ่งปริมาณ “สำหรับ...บางตัว” ($\exists$) จะอาศัยการเชื่อมประพจน์ย่อยที่เกิดจากการแทนค่าตัวแปรในเอกภพสัมพัทธ์ด้วย “ $\vee$ ”

ในกรณีที่ U มีสมาชิกมากขึ้นหรือเป็นเซตอนันต์ ให้นักเรียนใช้วิธีจินตนาการหรือคิดในใจ โดยไม่จำเป็นต้องเขียนแสดงการเชื่อมประพจน์ที่ได้จากการแทนค่าตัวแปรด้วยสมาชิกใน

เอกภพสัมพัทธ์ ก่อนที่จะเรียนรู้วิธีสรุปค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณโดยการพิจารณาจากเซตคำตอบของประโยคเปิด กล่าวคือ

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดคือ U

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ U

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดไม่เท่ากับ $\emptyset$

$\exists x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จเมื่อ เซตคำตอบของประโยคเปิดเท่ากับ $\emptyset$

4. อธิบายมโนคติของนิเสธของประพจน์ ประพจน์ที่สมมูลกัน และสัจนิรันดร์ โดยเน้นให้นักเรียนสรุปมโนคติเกี่ยวกับเรื่องดังกล่าวด้วยตนเอง จากตารางค่าความจริงของประพจน์ รวมถึงการใช้คำถามนำ เน้นให้นักเรียนจำรูปแบบประพจน์ที่สมมูลกันโดยใช้เกมเพื่อประยุกต์ใช้กับประพจน์อื่นที่มีรูปแบบแตกต่างออกไป รวมทั้งเน้นให้นักเรียนพิจารณาค่าความจริงจากตารางเพื่อนำไปสู่การตรวจสอบประพจน์ในเรื่องดังกล่าว โดยไม่สร้างตารางค่าความจริงทั้งประพจน์ที่อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ ในรูปสัญลักษณ์ p, q ประโยคภาษา และประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ

5. อธิบายมโนคติของการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล โดยเน้นให้สรุปมโนคติด้วยตนเอง จากตารางค่าความจริงของประพจน์ที่เกิดจากการนำตัวเชื่อม $\wedge$ เชื่อมเหตุทั้งหมดเข้าด้วยกัน และใช้ตัวเชื่อม $\rightarrow$ เชื่อมส่วนที่เป็นเหตุกับผล หลาย ๆ รูปแบบ เพื่อนำไปสู่การแสดงขั้นตอนตรวจสอบด้วยวิธีพิจารณาข้อขัดแย้ง โดยอาศัยการพิจารณาค่าความจริงจากตารางกรณีการอ้างเหตุผลไม่สมเหตุสมผล

6. ใช้การฝึกทักษะย่อยเป็นส่วนหนึ่งของกิจกรรมการเรียนการสอน โดยให้นักเรียนฝึกทักษะย่อยที่ละทักษะทันทีเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ในแต่ละเนื้อหาแล้ว เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจแต่ละเนื้อหาชัดเจนมากขึ้นก่อนที่จะให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้รูปแบบการฝึกทักษะหลายรูปแบบ เช่น แบบฝึกทักษะ ใบงาน การแสดงวิธีทำและอธิบายหน้าชั้นเรียน และการเล่นเกม เป็นต้น