

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่องการประเมินผลกลวิธีอภิปัญญาในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แบ่งลักษณะของการศึกษาออกเป็น 5 ส่วน โดยเสนอตามลำดับหัวข้อดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4
 - 1.1 จุดประสงค์ของการเรียนคณิตศาสตร์
 - 1.2 โครงสร้างของหลักสูตรคณิตศาสตร์
 - 1.3 สารและมาตรฐานการเรียนรู้ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม. 6)
2. แนวคิดเกี่ยวกับกลวิธีอภิปัญญา
 - 2.1 ความหมายของอภิปัญญา
 - 2.2 องค์ประกอบของอภิปัญญา
 - 2.3 การฝึกกลวิธีอภิปัญญา
 - 2.4 การวัดและประเมินผลอภิปัญญา
 - 2.5 ความสัมพันธ์ของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และอภิปัญญา
3. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.2 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.3 ลักษณะของนักแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี
 - 3.4 ลักษณะของปัญหาที่ดี
4. การสร้างเครื่องมือวัดและประเมินผลทางการศึกษา
 - 4.1 คุณสมบัติที่ดีของเครื่องมือวัดผลการศึกษา
 - 4.2 การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัย
 - 4.3 การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 5.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 5.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

จุดประสงค์ของการเรียนคณิตศาสตร์

จุดประสงค์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ต้องการปลูกฝังให้นักเรียนมีคุณลักษณะดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544, หน้า 36)

1. มีความรู้ ความเข้าใจ ในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคิดคำนวณ
2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบ ชัดเจน และรัดกุม
3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
4. สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิด และทักษะที่ได้จากการเรียน

คณิตศาสตร์ ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน

โครงสร้างของหลักสูตรคณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2544, หน้า 45) ได้กำหนด มาตรฐานการเรียนรู้สำหรับผู้เรียนทุกคน ระบุไว้ในคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนีกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆได้

มาตรฐาน 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆได้

มาตรฐาน ค 6.5 มีความคิดสร้างสรรค์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม. 6)

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-ม.6) ได้แก่ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546, หน้า35)

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

1. เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
2. เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆและสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

3. ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

4. เข้าใจระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 การวัด

1. เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

2. วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้
3. แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 เรขาคณิต

1. อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้
2. ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 พีชคณิต

1. อธิบายและวิเคราะห์รูปแบบ (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่างๆได้
2. ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆแทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

1. เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้
2. ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้
3. ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. มีความสามารถในการแก้ปัญหา
2. มีความสามารถในการให้เหตุผล
3. มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4. มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆได้
5. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม. 6)

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง และสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้
2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด
3. มีความเข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย และนิรนัยได้

4. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซตและการดำเนินการของเซต สามารถบอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้แบบภาพแทนเซต มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้

5. สามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์ของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้

6. สามารถสำรวจรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้

7. นำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ไปใช้ได้

8. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

แนวคิดเกี่ยวกับกลวิธีอภิปัญญา (Metacognition)

เนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดกลวิธีอภิปัญญา ประกอบด้วยเนื้อหา 5 ส่วนดังนี้

1. ความหมายของอภิปัญญา
2. องค์ประกอบของอภิปัญญา
3. การฝึกกลวิธีอภิปัญญา
4. การวัดและประเมินผลด้านอภิปัญญา
5. ความสัมพันธ์ของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และอภิปัญญา

ความหมายของอภิปัญญา

Slavin (2003, หน้า 203) ได้กล่าวถึง อภิปัญญาไว้ว่า นักเรียนจะคิดถึงกลวิธีสำหรับประเมินความเข้าใจของตนเองไตร่ตรองถึงเวลาที่จะต้องใช้ในการเรียนเรื่องหนึ่งๆ และคัดเลือกแผนที่มีประสิทธิภาพเพื่อการเรียนและการแก้ไขปัญหา ตัวอย่างเช่น การอ่านหนังสือเล่มหนึ่ง คุณอาจติดขัดกับย่อหน้าหนึ่งที่อ่านไม่เข้าใจในการอ่านครั้งแรก จากนั้นคุณทำอย่างไร อาจอ่านอีกครั้งให้ช้าลง มองหาความหมายที่อื่น เช่น ภาพ กราฟ อภิธานศัพท์ เหล่านี้คือ ทักษะทางอภิปัญญา (Metacognitive Skill) จะมีการเรียนรู้ว่า จะรู้ได้อย่างไร ว่าอ่านไม่เข้าใจ หรือแก้ไขได้อย่างไรด้วยตัว

เอง กลวิธีหรือปัญญาอื่นๆ ก็คือ ความสามารถในการพยากรณ์สิ่งที่จะเกิดขึ้น หรือบอกว่าสิ่งนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่

Berk (2003, หน้า 272, 294-297, 305, 505) ได้สรุปผลงานวิจัยว่า ในการจัดการกิจกรรมที่ซับซ้อน ส่วนพิเศษของการทำงานของความคิด ซึ่งถูกเรียกว่า การจัดการส่วนกลาง (Central Executive) จะเข้าถึงละติดตามข้อมูลต่างๆ นอกจากนั้นจะประสานข้อมูลที่เข้ามากับข้อมูลที่มีอยู่เดิมในระบบความคิด จัดเรียงความสนใจของการทำงานของความคิด คัดเลือก ประยุกต์ และติดตามผลของวิธีการ การจัดการส่วนกลางนี้อยู่ในระดับจิตสำนึกเป็นส่วนที่สะท้อนถึงระบบความคิด จะถูกเรียกว่า Metacognition ซึ่งหมายถึงการตระหนักรู้และการเข้าใจความคิดของตนเอง

Flavell (1985, หน้า 345-360) ได้กล่าวว่า อภิปัญญา (Metacognition) เป็นความรู้หรือกิจกรรมทางปัญญาที่มีต่อวัตถุประสงค์บางอย่าง หรือหมายถึงการควบคุมกิจกรรมทางความคิด สาเหตุที่เรียกว่า อภิปัญญา เนื่องจาก อภิปัญญาอาจหมายถึง “การรับรู้เกี่ยวกับการรับรู้” (Metacognition : Cognition about Cognition) นอกจากนั้น อภิปัญญา (Metacognition) หมายถึงความรู้เกี่ยวกับกระบวนการทางความคิด และผลที่ได้รับจากการใช้กระบวนการทางความคิดของตน (Flavell , 1976 อ้างใน สุเทียบ ละอองทอง, 2545, หน้า 14) ทักษะทางอภิปัญญาได้ถูกเชื่อว่ามีบทบาทสำคัญในกิจกรรมทางปัญญาหลายด้าน รวมไปถึงการสื่อสารข้อมูลข่าวสารทางการพูด การพูดชักจูง การพูดเพื่อความเข้าใจ การอ่านเพื่อความเข้าใจ การเขียน การเข้าใจภาษา การรับรู้ การให้ความสนใจ การให้ความสนใจ ความจำ การแก้ปัญหา การรับรู้ทางสังคม รวมทั้งรูปแบบต่างๆของการควบคุมตนเอง นอกจากนั้นอภิปัญญาและความคิดรวบยอดต่างๆที่เกี่ยวข้องก็มีการกล่าวถึงในสาขาต่างๆของจิตวิทยาการรับรู้ (Cognitive Psychology) ปัญญาประดิษฐ์ (Artificial Intelligence) ความสามารถของมนุษย์ (Human Abilities) ทฤษฎีการเรียนรู้ทางสังคม (Social-Learning Theory) การปรับเปลี่ยนพฤติกรรมกรรับรู้ (Cognitive Behavior Modification) การพัฒนานิสัยภาพ (Personality Development) ความคิดเกี่ยวกับอภิปัญญา และความคิดรวบยอดต่างๆที่เกี่ยวข้องเป็นสิ่งที่กำลังเกิดขึ้นในสมัยปัจจุบันในทางจิตวิทยาและการศึกษา ดังนั้นการเรียกชื่อ การตั้งชื่อ จึงเพิ่งถูกสร้างขึ้นเมื่อไม่นานมานี้ ผู้เชี่ยวชาญหลายๆท่านได้ให้คำจำกัดความ และแบ่งชั้นของรูปแบบของอภิปัญญาไว้ต่างกัน เช่น Brown (1975), Flavell (1976), Paris(1990), Wellman (1992) แต่สำหรับงานวิจัยนี้จะอ้างอิงกับคำจำกัดความของ Flavell ที่ว่า อภิปัญญา คือความรู้ในอภิปัญญา และประสบการณ์ในอภิปัญญา นอกจากนั้น Flavell (1985, หน้า 303) ยังได้ให้ความหมายของอภิปัญญาไว้ว่าความรู้ในอภิปัญญา หมายถึง ส่วนหนึ่งของความรู้ที่ได้รับจากโลกภายนอก ซึ่งเกิดขึ้นจากองค์ประกอบของการรับรู้ (ฟัง อ่าน ดู เป็นต้น) และเป็นความรู้ ความเชื่อ ซึ่งรวบรวมโดยตรงจากประสบการณ์ และเก็บรวบรวมขึ้นใน ความจำระยะยาว (Long-Term memory)

ไม่ใช่ความรู้เกี่ยวกับ การเมือง ฟุตบอล อิเลคทรอนิกส์ การเขียนป๊อกร้อย หรือองค์ความรู้อื่นใด หากแต่เป็นความรู้เกี่ยวกับ ความคิดจิตใจของมนุษย์ และการทำงานของมัน ความรู้ที่ถูกเก็บไว้เหล่านี้ คล้ายกับว่าจะเป็นความรู้เกี่ยวกับการที่ “อธิบายได้ว่า...” มากกว่าจะเป็นความรู้ที่ว่า “ขั้นตอนนั้นเป็นอย่างไร” ตัวอย่างเช่น เมื่อคุณมีสิ่งของมากมายที่จะต้องซื้อจากห้างสรรพสินค้า คุณรู้ตัวเองว่าความสามารถในการจำของตนเองมีมาน้อยเพียงใด เมื่อรู้ดังนั้นแล้ว คุณจึงรู้ว่าควรจะใช้กระดาษและปากกาจดสิ่งต่างๆ ไว้ จะทำให้คุณสามารถแก้ปัญหาที่นั่นได้ ความรู้ในตนเองว่าจะจำได้เท่าใด ความรู้เกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหาเหล่านี้เองที่เป็นความรู้ในอภิปัญญา ซึ่งความรู้ในอภิปัญญาสามารถแบ่งอย่างหยาบๆ ได้เป็น ความรู้ในตนเอง ความรู้ในงาน และความรู้เกี่ยวกับวิธีการ ส่วนของความรู้ในตนเอง รวมไปถึง ความรู้ ความเชื่อ หรือความเข้าใจใดๆ ซึ่งแต่ละคนได้รับมาจากการดำรงชีวิต เมื่อมีกระบวนการรับรู้เกิดขึ้น เช่น ความรู้ว่าตนเองมีความรู้ด้านการทำอาหารมากน้อยเพียงใด และโยงไปถึง ความรู้เกี่ยวกับบุคคลอื่นด้วยว่าบุคคลอื่นนั้นมีความรู้ด้านการทำอาหารมากหรือน้อยกว่าตนเอง รู้เท่าทันตนเองได้ว่า องค์ความรู้ต่างๆ ที่มีอยู่ในตนเองนั้น สามารถเรียกใช้ได้เมื่อใด และจะรู้ตัวว่า ถึงเวลาหนึ่งอาจไม่สามารถดึงองค์ความรู้เหล่านั้นมาใช้ได้ ในส่วนของความรู้ด้านงาน สามารถแยกย่อยได้เป็นสองส่วน ส่วนแรก คือข้อมูลโดยตรงของงานที่เข้ามากระทบและต้องทำความเข้าใจกับงาน

Wilson (2001, หน้า 11) ได้กำหนดความหมายของอภิปัญญาไว้ว่า หมายถึง การตระหนักรู้ส่วนตัวในความคิดของตัวเอง และความสามารถที่จะประเมินและควบคุมความคิดของตนเอง เช่นเดียวกับ ที่ Mattin (1994, หน้า 121) กล่าวว่า อภิปัญญาคือ ความรู้ของเราที่มี ความตระหนักรู้ตัว และการควบคุมกระบวนการทางปัญญา นอกจากนั้นยังเป็นความสามารถที่จะจัดการภาวะที่เรียกว่า “Tip of the Tongue Phenomenon” อีกด้วย ส่วน Lin (2001, หน้า 12) ได้กำหนดนิยามอภิปัญญาว่า หมายถึง ความเข้าใจและการควบคุม ความคิดของตนเอง และสมมุติฐานรวมทั้งข้อสรุปเกี่ยวกับกิจกรรมที่ต้องทำ ทั้งนี้ยังรวมไปถึง การรู้ตนเองของเด็กในความรู้ในความสามารถส่วนตัว ความชำนาญ และความสนใจ ที่ Hebery (2001, หน้า 16) เรียกว่า “knowing what we know” อีกด้วย ส่วน Garner (1991 อ้างในสุเทียบ ละอองทอง, 2527, หน้า 23) ได้ให้ความหมายอภิปัญญาเป็นการรับรู้เกี่ยวกับกระบวนการทางสมองของบุคคลและการควบคุมความรู้ในขณะทีบุคคลนั้นกำลังเรียนรู้ทางวิชาการ

ส่วน Ommrod (2000, หน้า 18) ระบุว่า อภิปัญญา หมายถึงความรู้และความเชื่อของบุคคลที่เกี่ยวกับกระบวนการทางความคิดของตนและผลจากความพยายามของตนในอันที่จะจัดระเบียบกระบวนการทางความคิดเหล่านั้นให้เกิดการเรียนรู้และจดจำให้ได้มากที่สุด

O'Neil. & Abedi (1996 อ้างใน สุกัลักษณ์ สิ้นธนา ,2545 ,หน้า 21) สรุปว่าอภิปัญญาคือความรู้สึกรู้ตัวเองและการตรวจสอบตนเองได้เป็นระยะ ว่าการทำงานของตนเองได้สัมฤทธิ์ผลดังเป้าหมายหรือไม่ และก็สามารเลือกหรือใช้ยุทธวิธีที่แตกต่างกันได้เมื่อถึงคราวจำเป็น และได้แบ่งองค์ประกอบของอภิปัญญาเป็นสี่ด้าน คือ การวางแผน การกำกับติดตามหรือการตรวจสอบตนเอง ยุทธวิธีที่ใช้ และการตระหนักรู้

Cavanaugh (1982,หน้า 19) กล่าวว่า สติปัญญาด้านอภิปัญญา หรือ ความรู้ด้านอภิปัญญานั้น เกี่ยวข้อง กับพื้นฐานของความรู้ความเชื่อ เกี่ยวกับ องค์ประกอบ หรือตัวแปรใดๆที่กระทบหรือได้รับผลกระทบต่อวิธีการ และผลผลิตของกระบวนการคิดทั้งหลาย อภิปัญญานั้นมีผลกระทบอย่างเห็นได้ชัดต่อกระบวนการคิด โดยจะมีบทบาทสำคัญ ในการพูดเพื่อความเข้าใจ การอ่านเพื่อความเข้าใจ การแก้ปัญหา การเอาใจใส่ ความจำ การเรียนรู้ทางสังคม และการควบคุมตนเองในลักษณะต่างๆ โดยอภิปัญญาจะทำให้คนเกิดการคัดเลือก ประเมินผล ปรับปรุง ละทิ้งกระบวนการคิด เป้าหมาย วิธีการในบางครั้ง เมื่อพบปัญหาที่มีความซับซ้อน นักเรียนก็จะทำการแก้ปัญหาด้วยโครงสร้างที่ไม่เหมาะสม และต้องการที่จะพัฒนาความคิดเชิงวิเคราะห์ จักรรวมความคิดรวบยอดเข้าด้วยกัน และนี่ก็ถึงสถานการณ์ปัญหาที่เคยพบเพื่อแก้ปัญหา

ส่วน สุกัลักษณ์ สิ้นธนา (2545, หน้า 11) ได้ให้ความหมายของอภิปัญญาไว้ว่า หมายถึง ความสามารถในการรู้ความคิดของตนเองเกี่ยวกับกระบวนการคิดที่เกิดขึ้นภายในสมอง ในขณะที่ทำงานที่ต้องใช้ความคิด มีหน้าที่กำกับควบคุมการทำงานเพื่อให้เกิดความมั่นใจว่างานที่ทำนั้นสัมฤทธิ์ผล มีองค์ประกอบที่สำคัญสองกลุ่มใหญ่ๆ คือ ความรู้เกี่ยวกับอภิปัญญา และประสบการณ์ในอภิปัญญา

จากความหมายของอภิปัญญาดังกล่าว สรุปแล้ว อภิปัญญา หมายถึง การตระหนักรู้ส่วนตัวในความคิดของตัวเอง และความสามารถที่จะประเมินและควบคุมความคิดของตนเอง ความสามารถของบุคคลในการสร้างกระบวนการรับความรู้ เก็บความรู้ คัดเลือกความรู้มาใช้แก้ปัญหา คาดคะเนผลการแก้ปัญหาที่อาจเป็นไปได้ และหาวิธีการแก้ปัญหาในทางอื่น นอกจากนั้น ยังหมายถึง ความรวมถึง วันเวลาที่เหมาะสมในการรับความรู้ แรงจูงใจ ชนิดของปัจจัยสำคัญในสังคม พฤติการณ์ สภาพแวดล้อม ที่มีผลต่อการควบคุมกระบวนการคิดทั้งหมด

องค์ประกอบของอภิปัญญา

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาการเรียนรู้หลายท่าน ได้ศึกษาเกี่ยวกับอภิปัญญาและได้แบ่งองค์ประกอบของอภิปัญญาไว้ ดังนี้

Wilson (2001 ,หน้า 17) ได้กำหนดองค์ประกอบสำหรับการวิจัยไว้ 3 ด้าน คือ

1. การตระหนักรู้ในอภิปัญญา (Metacognitive Awareness)
2. การประเมินผลในอภิปัญญา (Metacognitive Evaluation)
3. การควบคุมอภิปัญญา (Metacognitive Regulation)

Flavell (1985, หน้า 231- 236) ได้แบ่ง อภิปัญญา ออกได้เป็น 2 องค์ประกอบ โดยสรุปได้ดังนี้

1. ความรู้ในอภิปัญญา (Metacognition Knowledge)
 - 1.1 องค์ประกอบส่วนตัว (Person Variable) คือความรู้ความเข้าใจในความสามารถของผู้เรียนว่าตนเองมีคุณสมบัติและมีความสามารถอยู่ในระดับใด
 - 1.2 องค์ประกอบด้านงาน (Task Variable) คือ ความเข้าใจลักษณะของงานที่จะต้องเรียนรู้
 - 1.3 องค์ประกอบด้านวิธีการ (Strategy Variable) คือ เทคนิคหรือวิธีการที่ผู้เรียนเลือกใช้ในการเรียนรู้งาน
2. ประสบการณ์ในอภิปัญญา (Metacognition Experience)
 - 2.1 การวางแผน (Planning)
 - 2.1.1 การกำหนดเป้าหมาย
 - 2.1.2 การเลือกวิธีปฏิบัติ
 - 2.1.3 การเรียงลำดับขั้นตอนการปฏิบัติงาน
 - 2.1.4 การรวบรวมจัดหมวดหมู่อุปสรรคที่สามารถจะเกิดขึ้นได้
 - 2.1.5 การรวบรวมแนวทางเพื่อที่จะให้บรรลุปุประสงค์ที่เกิดขึ้น
 - 2.1.6 การคาดคะเนหรือทำนายผลลัพธ์ไว้ล่วงหน้า
 - 2.2 การตรวจสอบ (Monitoring)
 - 2.2.1 การกำกับจุดประสงค์ไว้ในใจ
 - 2.2.2 การกำกับหน้าที่
 - 2.2.3 การรู้จุดประสงค์ย่อย
 - 2.2.4 การเลือกวิธีปฏิบัติอย่างเหมาะสม
 - 2.2.5 การรู้ถึงข้อผิดพลาด
 - 2.2.6 การแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น
 - 2.3 การประเมินผล (Evaluation)
 - 2.3.1 การประเมินความสำเร็จที่เกิดขึ้นตามจุดมุ่งหมาย
 - 2.3.2 การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้้อย่างละเอียด

2.3.3 การประเมินปัญหาที่พบ

2.3.4 ประเมินประสิทธิภาพของแผนการที่แก้ปัญหาได้

Baker และ Brown. (1984 ,หน้า 21-24) ได้แบ่ง อภิปัญญาออกเป็น 2 องค์ประกอบ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. การตระหนักรู้ตนเอง (Awareness) เป็นการตระหนักรู้ถึง ทักษะ กลวิธี และ แหล่งข้อมูลที่เป็นต่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ และรู้ว่าจะต้องทำอะไร เป็นเรื่องของการ ที่บุคคลรู้ถึงสิ่งที่ตนเองคิด และความสอดคล้องกับสถานการณ์การเรียนรู้ รวมไปถึงการแสดงออก ในสิ่งที่รู้ออกมาโดยการอธิบายให้ผู้ฟังได้ สามารถสรุปใจความสำคัญของสิ่งที่เรียนรู้นั้น มีวิธีจำ สิ่งนั้นได้ง่าย ตลอดจนการทำแบบทดสอบ การวางขอบข่าย และการจดบันทึก ความสามารถ ในการสะท้อนกระบวนการคิดของตนเองออกมาในขณะที่อ่านเรื่องราว หรือการคิดแก้ปัญหา เป็น ทักษะที่จะทำให้บุคคลทำงานอย่างมีแผน เพราะจะทำให้รู้ว่าในงานนั้นๆ ไม่ว่าจะเป็นด้านการอ่าน การแก้ปัญหา หรืองานอื่นใดที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ว่า จะต้องประกอบด้วยสิ่งใดบ้าง ที่จะทำให้การ ทำงานนั้นมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2. การกำกับ ควบคุมตนเอง (Self-regulation) เป็นการเรียนรู้ว่าจะทำงานนั้นอย่างไร และเมื่อไร เพื่อให้สามารถปฏิบัติงานได้สำเร็จ เป็นกลวิธีในการกำกับตนเองในขณะที่กำลังคิด แก้ปัญหา ซึ่งรวมไปถึงการพิจารณาว่ามีความเข้าใจในสิ่งนั้นหรือไม่ การประเมินความพยายามใน การทำงาน การวางแผน และขั้นตอนในการทำงาน การทดสอบวิธีการที่ใช้ การตัดสินใจในการใช้ เวลา และการใช้ความสามารถ ที่มีอยู่ และการเปลี่ยนไปใช้กลวิธีอื่น เพื่อให้แก้ปัญหาได้

Simon (1989 อ้างใน สมจิตร ทรัพย์อัประโมย, 2540, หน้า 23) ได้กำหนดรายละเอียดการกำกับควบคุมอภิปัญญา (Metacognitive Regulation) นี้ออกเป็น 9 ลักษณะคือ

1. การเตรียมตัว (Orientation)
2. การวางแผน (Planning)
3. การควบคุมตนเองให้ดำเนินตามแผน (Monitoring)
4. การทดสอบผลการดำเนินตามแผน (Testing)
5. การตรวจสอบข้อมูลที่เป็นอีกครั้ง (Reorientation)
6. การวางแผนต่อเนื่อง (On-line Planning)
7. การวินิจฉัย (Diagnosing)
8. การไตร่ตรอง (Reflection)
9. การประเมินผล (Rvaluation)

Brown (1982 อ้างใน จินดา อุจเรญ, 2545, หน้า 14) กล่าวว่า กลวิธีอภิปัญญาเปรียบเสมือนศูนย์บัญชาการในการกลั่นกรองข้อมูลเพื่อให้เกิดความรู้ ซึ่งระบบปฏิบัติการเช่นนี้ ประกอบด้วย

1. การคาดคะเน การใช้กลวิธีนี้ผู้เรียนต้องสามารถตัดสินใจตัดสินใจของตนเองล่วงหน้า เพื่อลงมือปฏิบัติการงานได้ องค์ประกอบของการคาดคะเน ได้แก่ผู้เรียนต้องสามารถกำหนดได้ว่า ตนเองมีความสามารถเพียงพอในการลงมือปฏิบัติการงานหรือไม่ หรือสามารถกำหนดได้ว่าตนเองสามารถปฏิบัติการงานให้สมบูรณ์ได้มากน้อยเพียงใด อีกทั้งต้องสามารถบอกได้ว่าส่วนใดของงานง่ายหรือยากที่สุด เพราะเหตุใด
2. การวางแผน ผู้เรียนต้องมีความสามารถในการวางแผนล่วงหน้า โดยคำนึงถึงแหล่งข้อมูล และเทคนิคต่างๆ ที่ใช้ในการเรียนรู้ซึ่งประกอบด้วย ผู้เรียนต้องสามารถกำหนดได้ว่า มีความจำเป็นหรือไม่ที่ต้องศึกษาเรื่องหนึ่งๆ อย่างละเอียดถี่ถ้วน และมากน้อยเพียงใด เพื่อนำความรู้ที่ได้ไปปฏิบัติการงานที่ได้รับมอบหมาย อีกทั้งต้องสามารถกำหนดได้ว่ากลวิธีใดมีประสิทธิภาพสูงสุดเพื่อนำไปปฏิบัติการงานให้ลุล่วงลงได้อย่างประสบผลสำเร็จ
3. การตรวจสอบ กลวิธีในการตรวจสอบนี้ช่วยทำให้ผู้เรียนสามารถตระหนักถึงสถานการณ์ของการไม่รู้ หรือรู้แจ้งของตนเองต่อเรื่องหนึ่งๆ
4. การประเมิน เป็นการตรวจสอบผลการปฏิบัติการงาน และเป็นการประเมินผลของกิจกรรมที่ได้เสร็จสิ้นลง ซึ่งได้แก่ ผู้เรียนสามารถประเมินได้ว่าสิ่งที่เป็นความรู้ใหม่มีลักษณะขัดแย้งหรือสอดคล้องกับข้อมูลอื่นในลักษณะใดบ้าง อีกทั้งต้องประเมินได้ว่า ความรู้ใหม่สอดคล้องกับความจริงหรือไม่ และตนเองสามารถประยุกต์ใช้กฎเกณฑ์หรือข้อมูลที่เรียนรู้ใหม่ได้หรือไม่และดีเพียงใด

จากการกำหนดองค์ประกอบของอภิปัญญาดังกล่าว สรุปได้ว่า องค์ประกอบของอภิปัญญา ได้แก่ การตระหนักรู้ในตนเองและงาน (Person and Task Metacognitive Knowledge) การวางแผน (Planning) การควบคุมการดำเนินการแก้ปัญหา (Monitoring) และการประเมินผล (Evaluation)

การฝึกกลวิธีอภิปัญญา

ในการฝึกกลวิธีอภิปัญญาแก่นักเรียนนั้น Call (2003, หน้า 14) ได้ใช้การถามเพื่อสะท้อนความคิด โดยมีส่วนประกอบของวิธีการ 3 ส่วนคือ การตั้งคำถามด้วยตนเอง การคิดสามระดับ (คิดตามความเป็นจริง การคิดอ้างอิง การคิดวิเคราะห์) และการใช้การสื่อสารสี่วิธี (อ่าน เขียน พูด และการฟัง) ในการตั้งคำถามด้วยตนเองนั้นเกี่ยวข้องกับคำถาม 3 ระดับคือ ระดับที่หนึ่ง

คำถามที่เกี่ยวข้องกับความเป็นจริง เช่น คำถามที่เริ่มต้นด้วยคำว่า ใคร ที่ไหน อะไร เมื่อใด (4W : Who When Where What) ระดับที่สองคำถามเพื่อการคิดอ้างอิง และการแปลความหมาย เช่นคำถามที่เริ่มต้นด้วยคำว่า ทำไม และอย่างไร (Why How) ระดับที่สามเป็นคำถามเกี่ยวกับการประเมินผล และการวิเคราะห์ คำถามในระดับนี้จะเริ่มต้นด้วยคำว่า เห็นด้วย หรือ ไม่เห็นด้วย (Agree or Disagree) เพื่อให้ผู้ตอบตอบว่าทำไมจึงเป็นอย่างนั้นหรือทำไมจึงไม่เป็นอย่างนั้น หรือคำถามว่า ถ้าเป็นอย่างนั้นแล้วจะ... เป็นต้น

Chamot (2003, หน้า 36-41) ได้กล่าวถึงการวิจัยการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนประถมและมัธยม ที่ใช้ภาษาอังกฤษเป็นภาษาที่สอง โดยใช้กระบวนการประเมินด้วยวิธีการคิดดัง (Think-Aloud) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูง จะสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องอย่างมีนัยสำคัญกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำ นอกจากนั้นยังได้กล่าวถึงการฝึกกลวิธีแก้ปัญหาไว้อีกว่า การฝึกแบบเป็นกลุ่ม (Cooperation) หรือการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย เป็นวิธีการที่ช่วยให้นักเรียนพัฒนาการตระหนักรู้ในอภิปัญญาในการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของตนเอง

Slavin (2003, หน้า 203) ได้กล่าวถึงการฝึกกลวิธีแก้ปัญหาว่า ในขณะที่นักเรียนบางคนมีการพัฒนาทักษะทางอภิปัญญาอย่างค่อยเป็นค่อยไป แต่ในบางคนก็ไม่ ดังนั้นการสอนวิธีแก้ปัญหาให้กับนักเรียนจะนำไปสู่การพัฒนาเพื่อความสำเร็จ (Alexander, Graham & Harris, 1988, อ้างใน Slavin, 2003, หน้า 203) นักเรียนจะสามารถเรียนรู้เกี่ยวกับความคิดของตนเองและปรับปรุงวิธีการเรียนรู้เฉพาะอย่างเพื่อทำให้งานที่มีความยากลำบากได้ผ่านพ้นไป กลวิธีที่ตั้งคำถามกับตัวเอง (Self Questioning Strategies) ก็เป็นวิธีหนึ่งที่มีประสิทธิภาพ (Zimmerman, 1988 อ้างใน Slavin, 2003, หน้า 203) ในการตั้งคำถามกับตนเองนั้น นักเรียนจะมองหาส่วนประกอบพื้นฐานที่เกิดขึ้นจากงานแต่ละส่วนแล้วถามตัวเองเกี่ยวกับส่วนประกอบย่อยๆเหล่านั้น มีงานวิจัยหลายชิ้นที่ทำเกี่ยวกับเรื่องนี้ (Dimino, Gersten, Carmine, & Blake, 1990, Steven, Madden, Slaven, & Farnish, 1987) ได้สอนนักเรียนถึงการพิจารณาลักษณะเฉพาะตัว เบื้องหลัง ปัญหา การแก้ปัญหาในเรื่องราวต่างๆ โดยผู้สอนจะเริ่มต้นด้วยคำถามใดคำถามหนึ่งเฉพาะเจาะจงลงไปแล้วให้นักเรียนค้นหาส่วนประกอบย่อยเพื่อวิเคราะห์ด้วยตนเอง และพบว่า นักเรียนจะมีความเข้าใจดีกว่า ถ้าถูกสอนให้ถามตัวเองว่า ใคร อะไร ที่ไหน อย่างไร ในการแก้ปัญหา

ส่วน Simon (1994 อ้างใน จินดา คู่เจริญ, 2545, หน้า 24) ได้เสนอแนะว่าหลักการสำหรับการฝึกกลวิธีปัญหาที่สำคัญได้แก่

1. กิจกรรมและกระบวนการ ควรได้รับการเน้นมากกว่าผลการเรียน (Process Principle)

2. ผู้เรียนต้องได้รับการช่วยเหลือให้ตระหนักรู้ในกลวิธีการเรียนรู้ของตนเอง ทักษะการกำกับตนเอง และความสัมพันธ์ของกลวิธีและทักษะเหล่านี้ กับเป้าหมายการเรียนรู้ (Reflectivity Principle)

3. ปฏิสัมพันธ์ระหว่างพุทธิปัญญา อภิปัญญา และองค์ประกอบของการเรียนรู้ในด้านจิตพิสัย นับเป็นเรื่องสำคัญ (Affective Principle)

4. ผู้เรียนต้องได้รับการสอนให้ตระหนักในการใช้และหน้า ที่ของความรู้และทักษะ (Functionality Principle)

5. ผู้สอนและผู้เรียนควรมุ่งไปสู่การถ่ายโอนการเรียนรู้ และการแผ่ขยาย (Transfer Principle)

6. ผู้เรียนควรได้รับการสอนให้รู้จักวิธีการกำกับ การวินิจฉัย และการทบทวนหรือ การประเมินการเรียนรู้ของตนเอง (Self-Diagnosis Principle)

7. ควรออกแบบการสอนในแบบที่จะมีความสมดุลระหว่างคุณภาพและปริมาณของกิจกรรมการเรียนรู้ (Activity Principle)

8. ความรับผิดชอบในการเรียนควรค่อยๆเปลี่ยนมาเป็นของผู้เรียน (Scaffolding Principle)

9. สำหรับเด็กเล็ก ควรมีการเน้นความสัมพันธ์กับผู้ปกครองเพื่อจะได้มีการเริ่มฝึกการกำกับตนเองตั้งแต่เด็ก (Supervision Principle)

10. การร่วมมือกันและอภิปรายร่วมกันในระหว่างผู้เรียนนับเป็นสิ่งจำเป็น (Cooperation Principle)

Polya (1957, หน้า 144-150) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการแก้ปัญหาว่า “งานที่สำคัญที่สุดของครู คือ การช่วยเหลือนักเรียนในขณะที่แก้ปัญหาและต้องการความช่วยเหลือ ในการแก้ปัญหานักเรียนต้องการเวลาในการคิด พิจารณา วิเคราะห์คำถาม หาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบ” บทบาทของครูในการแก้ปัญหาก็เป็นเรื่องสำคัญ และมีข้อควรคำนึงในการสอนด้วย

1. ในการเตรียมสอนการแก้ปัญหา มีข้อควรคำนึงดังนี้

1.1 ก่อนการแก้ปัญหา

1.1.1 ควรอธิบายให้มองเห็นความสำคัญของการอ่านโจทย์ปัญหา อ่านโจทย์อย่างระมัดระวัง คัดขณะที่อ่าน และให้ความสนใจกับคำหรือข้อความที่สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

1.1.2 ควรกระตุ้นให้นักเรียนสนใจกับข้อมูลต่างๆ ในโจทย์ปัญหา และพยายามทำความเข้าใจในแต่ละประโยคของโจทย์

1.1.3 เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่าจะใช้วิธีการใดๆในการแก้ปัญหา ในกรณีที่นักเรียนตอบผิด ครูควรให้กำลังใจและให้เวลานักเรียนคิด

1.1.4 ควรทดลองแก้โจทย์ปัญหานั้นก่อน เตรียมคำถาม และวิธีการที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น

1.2 ระหว่างการแก้ปัญหา

1.2.1 ควรตระหนักในจุดอ่อนของนักเรียนในการแก้ปัญหา

1.2.2 ช่วยเสนอแนะวิธีแก้ปัญหาในกรณีที่นักเรียนมีปัญหาคำไม่ได้

1.2.3 ช่วยกระตุ้นให้ใช้วิธีการคิดที่แตกต่างจากวิธีที่ใช้

1.2.4 ให้ตรวจทานงานที่ทำหลังจากทำเสร็จแล้ว

1.3 หลังการแก้ปัญหา

1.3.1 ควรเปิดโอกาสให้แสดงวิธีทำ อธิบายแนวคิดตลอดจนบอกคำตอบ

1.3.2 ควรถามว่านักเรียนใช้ความรู้อะไรบ้างในการแก้ปัญหาข้อนี้

2. ปฏิบัติตามขั้นตอนการแก้ปัญหา 5 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 การทำความเข้าใจปัญหา ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหา แล้วถามคำถามว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาเพียงใด โจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์

ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับบทบาทของครูที่มีผลต่ออภิปัญญา นั้น Perkins (2002, หน้า 14) ได้กล่าวว่า บทบาทของครูนั้นเป็นสิ่งสำคัญในการทำให้เด็กเกิดอภิปัญญา บทบาทนั้นรวมถึงการเลือกปัญหามาใช้ ซึ่งเชื่อมโยงกับความคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับหัวข้อและเนื้อหาในหลักสูตร และจะรวมถึงการช่วยเหลือ นักเรียนให้สร้างแนวคิดคณิตศาสตร์ที่มีในขณะนั้น เพื่อพัฒนาสู่แนวคิดใหม่

Blakey (1990 ,หน้า 21-23) ได้กล่าวถึง การสร้างสภาพแวดล้อมทางอภิปัญญา (Establishing the Metacognitive Environment) ไว้ว่า สภาพแวดล้อมทางอภิปัญญาจะเป็นสิ่งที่ช่วยสนับสนุนการตระหนักรู้ในความคิด การวางแผน และการสร้างสภาพแวดล้อมทางอภิปัญญานั้นจะต้องทำร่วมกันระหว่าง ครู ผู้รับผิดชอบในเรื่องแหล่งค้นคว้าในโรงเรียน กลวิธีเกี่ยวกับการคิดต้องมีการปรึกษาหารือ พร้อมกันกับการประเมินผลที่ควบคู่กันไป ในการสร้างสรรค์สภาพแวดล้อมทางอภิปัญญา ครูผู้สอนต้องเผ้าค้นคว้าและสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ของตนเอง ต้องกำหนดรูปแบบพฤติกรรมเกี่ยวกับอภิปัญญาด้วยความรอบคอบและถี่ถ้วน เพื่อช่วยเหลือนักเรียนให้เกิดความตระหนักรู้ในความคิดของตนเอง กลวิธีอภิปัญญา (Metacognitive Strategies) นั้นจะมีอยู่แล้วในคลังความรู้ของครู ดังนั้นครูจึงควรหันมาให้ความสนใจกับกลวิธีเหล่านี้ และกำหนดรูปแบบขึ้นมา

ด้วยความตั้งใจและให้ความสำคัญเพื่อเกิดประโยชน์แก่นักเรียน ในโลกที่เปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็ว นั้น มีการเรียกร้องให้การสอนต้องทำเพื่อช่วยเหลือให้นักเรียนพัฒนาทักษะซึ่งต้องไม่กลายเป็นสิ่งล้าสมัย กลวิธีหรือปัญหาต่างๆมีความสำคัญสำหรับยุคศตวรรษที่ 21 นี้ เพราะจะทำให้นักเรียนสามารถที่จะรับมือกับปัญหาความยากลำบากรวมทั้งสถานการณ์ใหม่ๆได้อย่างประสบความสำเร็จ ครูและผู้เชี่ยวชาญด้านแหล่งค้นคว้าในโรงเรียนต้องใช้ความสามารถให้นักเรียนสามารถเข้าถึงคุณค่าของแหล่งค้นคว้า ซึ่งจะช่วยสร้างสภาพแวดล้อมทางอภิปัญญา อันจะทำให้มีการพัฒนานักคิดที่ดี ผู้จะเป็นคนที่สามารถแก้ไขปัญหามากมายได้อย่างประสบผลสำเร็จ รวมทั้งเป็นผู้ที่จะเรียนรู้สิ่งต่างๆตลอดชีวิต (Lifelong Learner) ต่อไปอีกด้วย

จินดา คู่เจริญ (2545, หน้า 24) ได้สรุปถึงหลักการฝึกกลวิธีหรือปัญหาไว้ว่า หลักการฝึกกลวิธีหรือปัญหาให้กับผู้เรียนนอกจากจะเน้นในด้านกระบวนการเรียนรู้แล้ว ยังต้องคำนึงถึงปัจจัยด้านจิตพิสัย การถ่ายโอนการเรียนรู้ วยของผู้เรียน และการอภิปรายร่วมกัน เพื่อให้การฝึกบรรลุผลตามเป้าหมาย

โดยสรุปแล้ว การฝึกกลวิธีหรือปัญหานั้น เป็นกระบวนการแก้ปัญหาและกิจกรรมการค้นคว้าความรู้ อันจะสร้างโอกาสเพื่อพัฒนากลวิธีหรือปัญหา ดังนั้นครูต้องพึงความสนใจไปที่ความตั้งใจของนักเรียนในการที่จะทำให้บรรลุผลสำเร็จกับงานที่ทำ ขั้นตอนการปฏิบัติเพื่อจูงม่งหมายเพื่อให้เกิดความพึงพอใจ จะต้องได้รับการสร้างขึ้น และมีการประเมินผลโดยนักเรียนเมื่อนักเรียนได้ค้นพบแล้วว่า ความเข้าใจและการถ่ายโอนกระบวนการการคิดสามารถนำไปปรับปรุงการเรียนรู้ของนักเรียน

การวัดและประเมินผลด้านอภิปัญญา

ศุภลักษณ์ สีนธนา(2545, หน้า 3)ได้กล่าวไว้ว่า ในการวัดทางจิตวิทยา เช่นการวัดกระบวนการคิดนั้น มีรูปแบบการวัดที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย เช่น การสัมภาษณ์ การสังเกต การรายงานตนเองด้วยคำพูดหรือการเขียน การวัดการคิดออกเสียง การบันทึกภาพหรือเสียง การรายงานตนเอง (Self-Report) ประกอบด้วย 1) การรายงานตนเองด้วยคำพูดขณะปฏิบัติงาน 2) การรายงานตนเองด้วยคำพูดหลังปฏิบัติงาน 3) การรายงานตนเองด้วยการเขียน 4) การรายงานตนเองโดยการประเมินค่า

Wilson (2001,หน้า 7)ได้เสนอวิธีการวัดที่หลากหลาย (Multi Method) เพื่อการวัดอภิปัญญาในงานวิจัย เช่น การรายงานตนเองด้วยคำพูด การสัมภาษณ์ การสังเกต การวัดโดยการคิดออกเสียง รวมถึงการบันทึกภาพวิดีโอ และบันทึกเสียงด้วย เพื่อค้นหารูปแบบการวัดและประเมินผลอภิปัญญาที่มีประสิทธิภาพ รูปแบบการวัดโดย “การเรียงลำดับบัตรการทำงาน” นั้นจะสามารถ

สะท้อนความคิดที่มีในช่วงการทำงานขณะนั้น และเป็นตัวแทนกระบวนการคิดในช่วงเวลานั้นได้ และสามารถช่วยนักเรียนที่มีข้อจำกัดด้านการสื่อสารด้วยคำพูดหรือการเขียน

ในการศึกษาอภิปัญญาของ King (1992 อ้างใน Lin, 2001, หน้า 5) นั้นมีตัวอย่างคำถามที่ใช้ในบัตรคำถามสำเร็จเพื่อกระตุ้นการจัดระเบียบกระบวนการอภิปัญญา เช่น “ตัวอย่างอื่นๆ ในกรณีนี้มีอะไรบ้าง”, “ทำไมเรื่องนี้จึงมีความสำคัญ”, “เหตุใดเรื่องนี้จึงมีผลกระทบต่อเรื่อง...” เป็นต้น ซึ่งพบว่าการศึกษาผู้เรียนด้วยคำถามเหล่านี้จะส่งผลให้นักเรียนได้ฝึกการจัดระเบียบคำถามเชิงวิเคราะห์อภิปัญญาในกระบวนการเรียนรู้ และนำไปสู่การสร้างความเข้าใจในองค์ความรู้เฉพาะด้านลึกอีกด้วย

Perkins (2002, หน้า 21) กล่าวว่า ในช่วงวัยรุ่น นักเรียนจะไม่เต็มใจที่จะทำอะไรก็ตามอันเป็นเหตุให้ตนเอง เด่นออกมาห่างจากกลุ่ม และนักเรียนระดับมัธยม ก็จะมีการรู้ตัวเองและตั้งใจที่จะแสดงความคิดของตนเองต่อผู้อื่น แรงกดดันจากเพื่อนจะมีพลังต่อนักเรียนมาก จึงทำให้ความต้องการที่จะให้ตัวเองอยู่ในกลุ่มได้อย่างกลมกลืนจึงมีความสำคัญต่อนักเรียนมาก ดังนั้นครูจึงจำเป็นที่จะต้องสร้างสำนึกของการอยู่ร่วมกันในชั้นเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนรู้สึกสบายใจ ในการที่จะแสดงออกซึ่งความคิดของตนเองอย่างตรงไปตรงมาและเปิดเผย โดยไม่ต้องกลัวที่จะถูกหัวเราะเยาะ

ในด้านการรายงานพฤติกรรมของตนเองนั้น ศุภลักษณ์ สีนธนา (2545, หน้า 145) พบว่า นักเรียนระดับประถมศึกษาอาจไม่สามารถรายงานพฤติกรรมของตนเอง ออกมาได้ชัดเจน เหมือนอย่างนักเรียนระดับสูงขึ้นไป ซึ่ง O'Neil. & Abedi (1996, อ้างใน ศุภลักษณ์, 2545, หน้า 14) ได้ยืนยันว่า คำสัมภาษณ์สหสัมพันธ์ที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างที่มีอายุมากกว่า (นักเรียนเกรด 12) จะมีค่าสูงกว่าอีกกลุ่มที่มีอายุน้อยกว่า (นักเรียนเกรด 8)

Biryukov (2003, หน้า 8-9) ได้นำเสนอคำถามเกี่ยวกับขั้นตอนในการดำเนินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนตอบทันทีหลังจากเสร็จสิ้นการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยรายการคำถามสร้างจากองค์ประกอบอภิปัญญาของ John H. Flavell ประกอบด้วยข้อคำถามดังนี้

1. นักเรียนอ่านคำถามมากกว่าหนึ่งครั้งใช่หรือไม่
2. นักเรียนได้ตรวจสอบตนเองว่ามีความเข้าใจว่าปัญหานี้ถามสิ่งใดกับนักเรียนใช่หรือไม่
3. นักเรียนประเมินว่าต้องใช้เวลาเท่าใดในการแก้ปัญหานี้ใช่หรือไม่
4. นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนใช่หรือไม่
5. นักเรียนจำได้ถึงการแก้ปัญหาลักษณะนี้ที่เคยผ่านมาก่อนใช่หรือไม่
6. นักเรียนสร้างวิธีการขึ้นเพื่อใช้แก้ปัญหานี้ใช่หรือไม่
7. นักเรียนรู้ว่าจะเริ่มต้นอย่างไรใช่หรือไม่

8. ในระหว่างการแก้ปัญหา นักเรียนพบความยากของการแก้ปัญหานั้นใช่หรือไม่
9. ในระหว่างการแก้ปัญหา นักเรียนพบจุดผิดพลาดและได้แก้ไขแล้ว
10. นักเรียนมีความคิดว่า จะดำเนินการแก้ปัญหานั้นต่อไปอย่างไรใช่หรือไม่
11. นักเรียนทดลองวิธีการใหม่ หลากหลายในการแก้ปัญหานั้นใช่หรือไม่
12. นักเรียนถามตัวเองว่าคำตอบที่ได้นั้นสมเหตุสมผลหรือไม่
13. นักเรียนตรวจสอบการคำนวณของนักเรียนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องใช่หรือไม่
14. นักเรียนคิดว่ามีข้อมูลบางอย่างในการแก้ปัญหานั้นที่ต้องให้ความสนใจเป็นพิเศษใช่หรือไม่

การประเมินผลด้านอภิปัญญา นั้น ในปัจจุบันยังไม่มีเกณฑ์การให้คะแนนใดที่เป็นที่ยอมรับว่าเป็นเกณฑ์ที่สามารถจัดลำดับขั้นให้กับกลวิธีด้านอภิปัญญาโดยตรง แต่ก็มีกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนกลวิธีอภิปัญญาที่อ้างอิงอยู่กับเนื้อหาความรู้เฉพาะด้าน เช่น การอ่านภาษาอังกฤษ ดังเช่นในการวิจัยของ สุเทียบ ละอองทอง (2545, หน้า 12) เกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการสอนอ่านภาษาอังกฤษเพื่อความเข้าใจ โดยใช้ยุทธศาสตร์อภิปัญญา สำหรับนักศึกษาปริญญาตรี สถาบันราชภัฏบุรีรัมย์

จากการวัดและประเมินผลด้านอภินิพัญญาดังกล่าว สรุปได้ว่า การประเมินกลวิธีอภิปัญญา ถือเป็นการประเมินกระบวนการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับแนวคิดที่เน้นความสำคัญในกระบวนการเรียนรู้ มากกว่าการสอบวัดความรู้ในขั้นตอนสุดท้าย เมื่อกระบวนการเรียนรู้ได้สิ้นสุดไปแล้ว ซึ่งทำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของกระบวนการเรียนรู้เพื่อบรรลุ จุดประสงค์หลักขององค์ความรู้ นั้น นอกจากนั้น วิธีการวัดและประเมินผลกลวิธีอภิปัญญานั้นต้องมีการวัดด้วยวิธีการที่หลากหลาย เช่น การรายงานตนเองด้วยคำพูด การสัมภาษณ์ การสังเกต การวัดโดยการคิดออกเสียง รวมถึงการบันทึกภาพวิดีโอ และบันทึกเสียง และการให้ระดับคะแนนของการวัดควรมีการจัดทำเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เพื่อความแน่นอน ในการให้คะแนนในแต่ละครั้ง และเพื่อให้ระดับคะแนนในการวัดมีความน่าเชื่อถือด้วย

ความสัมพันธ์ของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และอภิปัญญา

ความสัมพันธ์กันระหว่างการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Mathematics Problem Solving) กับกลวิธีอภิปัญญา (Metacognitive Strategies) นั้น Blakey and Spence (Blakey and Spence, 1990, หน้า 2-3) กล่าวว่ากลวิธีทางอภิปัญญาเบื้องต้น (Basic Metacognitive Strategies) ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นคือ การเชื่อมข้อมูลใหม่ของปัญหากับข้อมูลที่มีอยู่เดิม, การคัดเลือกกระบวนการ, การวางแผน, การติดตาม และการประเมินผล

ส่วน Schoenfeld (1987, หน้า 45) ก็ได้กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และอภิปัญญานั้นสามารถแยกศึกษาได้เป็น 3 ประเด็นคือ ความเชื่อ (รวมถึง การหยั่งรู้โดยสัญชาตญาณ การรู้โดยความรู้สึกที่เกิดขึ้นเองในใจ) ความรู้ และการตระหนักรู้ในตนเอง (หรือเรียกว่า การควบคุมตนเอง)

Owens (1989 อ้างใน ทองหล่อ, 2537, หน้า 322-328) ได้ทดสอบรูปแบบองค์ประกอบต่างๆ ที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า ตัวแปรที่มีผลโดยตรงต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการแก้ปัญหา และอภิปัญญา และพบว่าความรู้เฉพาะด้าน มีผลโดยตรงต่อกระบวนการในการคิดของเด็ก และทักษะด้านอภิปัญญา นอกจากนี้ยังพบว่า อภิปัญญา และกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กัน

ณัฐฐิ เจริญเกียรติบวร (2539, หน้า 30-31) ได้กล่าวถึงการนำอภิปัญญามาใช้เพื่อช่วยให้เป็นนักแก้ปัญหาที่ดี สรุปได้ว่า

1. ช่วยทำให้รู้จักอ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์ช้า เพื่อให้แน่ใจว่าเข้าใจในปัญหานั้นอย่างแน่นอน
2. ช่วยในการวางแผนและเลือกกลวิธีที่เหมาะสมสำหรับการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. ช่วยทำให้รู้จักแยกแยะข้อมูลที่สำคัญออกจากข้อมูลที่ไม่สำคัญในปัญหานั้นๆ
4. ช่วยทำให้รู้จักการแตกปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็นปัญหาย่อย
5. ช่วยทำให้รู้จักเชื่อมโยงข้อมูลที่รู้แล้วเข้าด้วยกัน
6. ช่วยในการจัดระบบให้กับข้อมูลที่อยู่ในปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น
7. ช่วยทำให้รู้จักค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไปและประยุกต์ข้อมูลที่มีอยู่
8. ช่วยทำให้รู้จักควบคุมเวลาในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ภายในเวลาที่จำกัด

9. ช่วยทำให้รู้จักควบคุมเวลาในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นๆ ทบทวนการคิดคำนวณ การหาผลลัพธ์ การตรวจสอบเกี่ยวกับแนวคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นๆ

Chamot (2003, หน้า 24) กล่าวถึงผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่ารวมทั้งนักเรียนที่ได้รับการฝึก กลวิธีอภิปราย (เช่น การวางแผน, การติดตามประเมินตนเอง) นั้นมีการควบคุมการเรียนรู้ของตนเอง ได้ดีกว่านักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ อย่างมีนัยสำคัญ และ นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงจะใช้กลวิธีอภิปรายเกือบทุกประเภท และนักเรียนระดับทั่วไปจะใช้กลวิธีอภิปรายน้อยกว่า และนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำจะใช้กลวิธีอภิปรายน้อยที่สุด

จากความสัมพันธ์ของกลวิธีอภิปรายและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ดังกล่าว สรุปว่า อภิปรายและกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นมีความสัมพันธ์กัน เนื่องจากองค์ประกอบของทั้งสองส่วนมีความเกี่ยวข้องกันในการใช้ประโยชน์และการนำไปปฏิบัติ เช่น การวางแผน การคัดเลือกวิธีการแก้ปัญหา การควบคุมตนเองในระหว่างกระบวนการ รวมทั้งการประเมินผลด้วยตนเองอีกด้วย

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ในส่วนของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยข้อมูล 3 ด้าน ดังนี้

ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์

Gagne (1985 อ้างใน ทองหล่อ, 2537, หน้า 229 – 261) อธิบายว่าความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ทักษะในการคิดคำนวณ และ ความเข้าใจในความคิดรวบยอด โดย ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2537, หน้า 25-26) ได้สรุปความหมายของทั้ง 2 องค์ประกอบไว้ดังนี้

1. ทักษะในการคิดคำนวณ (Computational Skill)

ความรู้ในนิยาม สูตร และหลักเกณฑ์ ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการระบุค่าหรือข้อความในโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และความสามารถในการจำแนกประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ ตามลักษณะ โครงสร้างความรู้ ซึ่งแบ่งเป็น โครงสร้างความรู้แบบลึก และ โครงสร้างความรู้แบบผิวเผิน

2. ความเข้าใจในความคิดรวบยอด (Conceptual Understanding)

เป็นความรู้ในการประมาณค่าคำตอบของปัญหา เหตุผล หรือวิธีการในการประมาณค่าคำตอบ การระบุหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา และความรู้ในลำดับขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ส่วน สมบัติ โพธิ์ทอง (2539, หน้า 32) ได้สรุปความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ที่ผู้แก้ปัญหาไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที แต่ต้องใช้ความรู้ประสบการณ์และกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ในอันที่จะตัดสินใจเลือกกลวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

Rusell (1961, อ้างใน อัคริภรณ์ จิวสกุล, 2541, หน้า 255) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท

1. ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในหนังสือเรียนและหนังสือทั่วไป
2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ปัญหาที่พบทั่วไปในชีวิตประจำวัน

Baroody (1987, อ้างใน อัคริภรณ์ จิวสกุล, 2541, หน้า 260-261) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท

1. ปัญหาปกติ (Routine Problem) เป็นปัญหาที่นักเรียนพบในแบบเรียน
2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (Non Routine Problem) เป็นปัญหาที่แสดงกระบวนการและปัญหาที่เป็นปริศนา (Puzzle Problem)

ศิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 38-40) ได้จำแนกปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็น 6 ลักษณะ ดังนี้

1. ปัญหาแบบฝึกทักษะ
2. ปัญหาขั้นตอนเดียว
3. ปัญหาที่ซับซ้อน
4. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ
5. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์
6. ปัญหาในรูปปริศนา

ศิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 42) ยังได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี ไว้ว่า

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจได้ง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ทำทนายความสามารถของนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียน
5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้

7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน
8. ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

จากความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปแล้ว ปัญหาคณิตศาสตร์ก็หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ ที่ต้องการคำตอบที่เกี่ยวกับตัวเลขหรือปริมาณ หรืออาจเป็นปัญหาที่กระบวนการในการแก้ปัญหานั้นต้องนำความรู้ หรือความเข้าใจ ประสบการณ์ ทางคณิตศาสตร์ด้านต่าง ๆ มาใช้

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

รูปแบบกลวิธีทั่วไปที่ได้รับการแนะนำในการใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีพื้นฐานมาจากแบบจำลองของ Polya (1971 อ้างใน Charnot, 2003, หน้า 15) ซึ่งประกอบด้วย การทำความเข้าใจปัญหา คัดเลือกแผนการแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผน ตรวจสอบ

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2537, หน้า 23) ได้สรุปกระบวนการเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาจากโจทย์ ประกอบด้วย การบอกได้ในสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ การบอกเป้าหมายของการแก้ปัญหา แยกแยะข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา รวมทั้งการระบุค่าที่ยากที่ปรากฏในโจทย์ที่ยากแก่การทำความเข้าใจ
2. การสร้างตัวแทนปัญหา มีวิธีการเช่น การวาดรูป การสร้างแผนภูมิ หรือแผนภูมิ หรือแผนภาพ สัญลักษณ์ต่างๆ แทนข้อความใน โจทย์ การแปลงโจทย์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ และการจัดระบบข้อมูลใหม่
3. การวางแผนในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย การระบุเงื่อนไขจากโจทย์ การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา เลือกขั้นตอนในการทำงาน จัดลำดับขั้นตอน ประมาณค่าคำตอบ ระบุว่าปัญหาเกี่ยวข้องกับการใช้สูตร กฎ หรือหลักเกณฑ์เรื่องใด
4. การลงมือแก้ปัญหา มีขั้นตอนย่อยดังนี้คือ ดำเนินการตามแผนด้วยทักษะทางด้านพีชคณิต เรขาคณิต ระบุเหตุผลในการคำนวณ ระบุความถูกต้องในการคำนวณ ใช้กฎเกณฑ์ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ

5. การตรวจสอบการแก้ปัญหา ได้แก่ การตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา ทบทวนคำตอบโดยพิจารณาจากการคำนวณ ตรวจสอบคำตอบว่าตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือไม่ รวมถึงความถูกต้องของคำตอบ

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามหลักของ Polya (1971 อ้างใน ทองหล่อ วงศ์อินทร์, 2537, หน้า 191 – 223) มี 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. การเข้าใจปัญหา ต้องทำความเข้าใจว่า สิ่งใดที่เราต้องค้นหา สิ่งใดคือข้อมูล สิ่งใดคือเงื่อนไข และเงื่อนไขนั้นจะเป็นตัวนำไปสู่สิ่งใดที่เราต้องการค้นหาหรือไม่ จากนั้นเป็นการวางแผนผังเพื่อแสดงให้เห็นถึงจุดที่สำคัญได้ และแยกเงื่อนไขออกเป็นตอนๆ

2. การคิดวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล กับสิ่งที่ต้องการค้นหา แต่หากไม่สามารถหาพบได้อย่างทันทีทันใด ต้องรู้จักพิจารณาปัญหาข้างเคียงมาประกอบการวางแผน ในการคิดวางแผนนี้ ต้องพิจารณาว่า เคยเห็นปัญหานั้นหรือปัญหาแบบเดียวกันนั้นมาก่อนหรือไม่ ทราบข้อมูลที่เกี่ยวข้องหรือทฤษฎีที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ ถ้าไม่สามารถแก้ปัญหานั้นทั้งหมดได้ ก็พยายามแก้ปัญหานั้นบางส่วนก่อน และพิจารณาว่า ปัญหานั้นเป็นปัญหาทั่วไปไป หรือเป็นปัญหาที่เฉพาะเจาะจง

3. การดำเนินการตามแผน ในการลงมือแก้ปัญหานั้น ต้องมีการทบทวนขั้นตอนแต่ละขั้นตอน ดูว่าเป็นขั้นตอนที่ถูกต้องหรือไม่ สามารถทดสอบได้หรือไม่ว่า ถูกต้อง

4. การตรวจสอบการดำเนินการ เป็นการทบทวนผลลัพธ์ จากการดำเนินการแก้ปัญหา และพิจารณาว่าสามารถใช้วิธีการนี้ในการแก้ปัญหานั้นๆ ได้หรือไม่

ส่วนกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ Krulik (1987 อ้างใน ทองหล่อ วงศ์อินทร์, 2537, หน้า 223) ได้เสนอวิธีการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และยังสามารถนำไปแก้ปัญหานั้นโดยทั่วไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยวิธีแก้ปัญหานั้นแบบตรงจุด (Heuristic) โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ

1. การอ่านโจทย์ (Read) ประกอบด้วย การบันทึกคำสำคัญจากโจทย์ การอธิบายปัญหา การทวนปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง บอกว่า โจทย์ถามอะไร และบอกว่า โจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้บ้าง

2. การสำรวจรายละเอียดของปัญหา (Explore) ประกอบด้วย การจัดระบบข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ การวาดรูป หรือไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิ หรือตาราง

3. การเลือกวิธี (Select a Strategy) ประกอบด้วย การระลึกรูปแบบการทำงานย้อนกลับ การคาดคะเน และการตรวจสอบ การสร้างสถานการณ์ หรือการทดลอง การเขียนโครงสร้าง

ในการจัดระบบหรือรายการที่จะช่วยในการแก้ปัญหา การอนุมานทางตรรกศาสตร์ และการแบ่งปัญหาออกเป็นตอนๆ เพื่อเตรียมการแก้

4. การลงมือแก้ปัญหา (Solve) ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผน การใช้ทักษะการคำนวณ การใช้ทักษะทางเรขาคณิต การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

5. การพิจารณาคำตอบ และการขยายผล (Review and Extend) ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ การใช้คำถาม ถ้า....แล้ว (If...Then) และการอภิปรายการแก้ปัญหา

ส่วนกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ Garafalo และ Lester (1985, อ้างใน สมจิตร ทรัพย์อัประโมย, 2540, หน้า 44) ประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญดังนี้คือ

1. การกำหนดทิศทางการแก้ปัญหา (Orientation) คือ การแยกแยะปัญหา แบ่งการแก้ปัญหออกเป็นขั้นตอน ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนย่อย คือ

- 1.1 การทำความเข้าใจ
- 1.2 การวิเคราะห์ข่าวสารข้อมูลและเงื่อนไข
- 1.3 ประเมินความคุ้นเคยกับงาน
- 1.4 การสร้างตัวแทนปัญหา
- 1.5 ประเมินความยากและโอกาสที่จะสำเร็จ

2. การวางแผนการแก้ปัญหา (Organization)

- 2.1 ระบุเป้าหมายย่อยและเป้าหมายสุดท้าย
- 2.2 วางแผนรวม
- 2.3 วางแผนย่อย

3. ดำเนินการแก้ปัญหา หรือการดำเนินการตามแผน (Execution)

- 3.1 ดำเนินการตามแผนย่อย
- 3.2 กำกับ ประเมินความก้าวหน้า ของการดำเนินการตามแผนย่อยและแผนรวม
- 3.3 กำกับตนเองในด้านความถูกต้องของงาน การใช้เวลา

4. ประเมินความถูกต้อง (Verification)

- 4.1 ความถูกต้องของการดำเนินการ
- 4.2 ความสอดคล้องของแผนและการดำเนินการ
- 4.3 ความสอดคล้องของผลแต่ละขั้นตอนกับแผนและเงื่อนไขของปัญหา
- 4.4 ความสอดคล้องของผลขั้นสุดท้ายกับแผนและเงื่อนไขของปัญหา

นี้

สมบัติ โพธิ์ทอง (2539, หน้า 39) ได้สรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา
2. วางแผนในการแก้ปัญหา
3. ดำเนินการตามแผนที่วางไว้
4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา

Chamot (2003 ,หน้า 8) กล่าวถึงทักษะที่จำเป็นในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า ในการฝึกกลวิธีแก้ปัญหา นั้น นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจทักษะในทางภาษาเป็นอย่างดี (ทั้งการพูด และการเขียน) เพื่อจะสามารถทำความเข้าใจปัญหา และยังต้องมีทักษะการพูดในการอธิบายปัญหาและอธิบายวิธีการหาคำตอบ

สิริพร ทิพย์คง (2544 ,หน้า 50) ได้กล่าวถึง ลักษณะของนักแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีไว้ว่า ควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. มีความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
2. มีความสามารถในการเปรียบเทียบ แยกความแตกต่างหรือความคล้ายคลึงกัน
3. มีความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูล และวิธีการที่ถูกต้อง
4. สามารถประมาณค่าของคำตอบได้ใกล้เคียง
5. มองเห็นคุณค่าและความเกี่ยวข้องของข้อมูล
6. ยอมรับการเปลี่ยนแปลง และแก้ไขปรับปรุงให้ดีขึ้นเสมอ
7. สามารถเปลี่ยนวิธีการคิดได้อย่างรวดเร็ว
8. มีความมั่นใจในตนเองสูง
9. มีความสัมพันธ์อันดีกับผู้อื่น
10. มีความสามารถทางสติปัญญาสูง

จากการวิเคราะห์ความรู้เกี่ยวกับ กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่ากระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญๆ ได้แก่ การศึกษาปัญหา การสำรวจข้อมูลที่เป็น การวางแผนเพื่อแก้ปัญหา การคัดเลือกวิธีการเพื่อนำมาแก้ปัญหา การแก้ปัญหตามวิธีการ และการตรวจสอบผลลัพธ์ ในงานวิจัยนี้กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้เป็นแนวทางในการวิจัยประกอบด้วย 4 กระบวนการดังนี้

1. กำหนดเป้าหมายของการแก้ปัญหา
2. เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา

3. กระบวนการแก้ปัญหา
4. การประเมินผล / คาดเดาอุปสรรค

การสร้างเครื่องมือวัดและประเมินผลทางการศึกษา

เนื้อหาที่เกี่ยวกับการสร้างเครื่องมือวัดและประเมินผลทางการศึกษา มีดังนี้

1. คุณสมบัติที่ดีของเครื่องมือวัดผลการศึกษา
2. การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัย
3. การหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย

คุณสมบัติที่ดีของเครื่องมือวัดผลการศึกษา

เกียรติสุตา ศรีสุข (2545, หน้า 2) ได้ให้คุณสมบัติที่ดีของเครื่องมือวัดผลไว้ 10 ด้าน

คือ

1. ความเที่ยงตรง (Validity)

1.1 ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content Validity)

ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาในการวิจัยครั้งนี้ ใช้วิธีให้ผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาของเครื่องมือที่ต้องการวัดตรวจสอบ โดยพิจารณาจากค่าความสอดคล้องของความเห็นผู้เชี่ยวชาญจากสูตรการพิจารณา

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ คำนวณความสอดคล้องของความเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

R หมายถึง คะแนนของการตอบข้อหนึ่งๆ

N หมายถึง จำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ตอบในข้อนั้น

1.2 ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง (Construct Validity)

1.3 ความเที่ยงตรงตามสภาพ (Concurrent Validity)

1.4 ความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive Validity)

1.1 ความเชื่อมั่น (Reliability) พิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของ Cronbach

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่น

k แทน จำนวนข้อ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

2. ความเป็นปรนัย (Objectivity)
3. ความยากง่ายพอเหมาะ (Difficulty)
4. อำนาจจำแนกสูง (Discrimination)
5. ยุติธรรม (Fair)
6. ต้องมุ่งถามเฉพาะเจาะจง (Definite)
7. ต้องถามลึก (Searching)
8. ต้องยั่ว (Exemplary)
9. มีประสิทธิภาพและสะดวกต่อการใช้ (Efficiency Usability)

การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัย

ในการให้คะแนนสำหรับการวิจัยครั้งนี้ไม่เป็นระบบ 1-0 จึงใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัย ดังนี้

1. ตรวจสอบให้คะแนนและจัดเรียงลำดับคะแนนจากสูงไปหาต่ำ
2. เนื่องจากทดลองกับนักเรียน มากกว่า 30 คน จึงใช้เทคนิคแบ่งกลุ่มผู้สอบออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มสูง 25% กลุ่มต่ำ 25%
3. นำคะแนนและความถี่ของคะแนนกลุ่มสูงกลุ่มต่ำมาเขียนลงตาราง
4. นำมาหาค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนกรายข้อ โดยใช้สูตร (นิโบล นิมกัรตัน, 2523, หน้า 106 และ 115)

$$p = (\text{คะแนนที่นักเรียนกลุ่มสูงทำได้ทั้งหมด} + \text{คะแนนที่นักเรียนกลุ่มต่ำทำได้ทั้งหมด}) \div (\text{คะแนนเต็ม} \times \text{จำนวนนักเรียนทั้งหมด})$$

$$r = (\text{คะแนนที่นักเรียนกลุ่มสูงทำได้ทั้งหมด} - \text{คะแนนที่นักเรียนกลุ่มต่ำทำได้ทั้งหมด}) \div (\text{คะแนนเต็ม} \times (\text{จำนวนนักเรียนทั้งหมด} \div 2))$$

การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย

ในการหาค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบชนิดอัตนัยนั้น พิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของ Cronbach

$$\text{สูตร} \quad \alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน ค่าความเชื่อมั่น
	k	แทน จำนวนข้อ
	s_i^2	แทน ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ
	s_t^2	แทน ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

กระทรวงศึกษาธิการ (2544, หน้า 36-37) ได้กำหนดแนวทางการวัดและประเมินผล การเรียนรู้อัตนศาสตร์ ว่าควรใช้วิธีการที่หลากหลายที่สอดคล้องและเหมาะสมกับวัตถุ ประสงค์ของการวัด เช่น การวัดผลเพื่อวินิจฉัยจุดบกพร่องของผู้เรียน (Diagnosis Test) การวัดผล ตามสภาพจริง (Authentic Test) การสังเกต การสัมภาษณ์ ฯลฯ และผู้สอนต้องถือว่าการวัดผลและ ประเมินผลเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการจัดการเรียนรู้ อย่างไรก็ตามสำหรับการเรียนรู้อ ตนศาสตร์นั้น หัวใจของการวัดผลและการประเมินผล ไม่ใช่อยู่ที่การวัดผลเพื่อประเมินตัดสินได้ หรือตกของผู้เรียนเพียงอย่างเดียวแต่อยู่ที่การวัดผลเพื่อวินิจฉัยหาจุดบกพร่องตลอดจนการวัดผล เพื่อนำข้อมูลมาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอน

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2537, หน้า 271) ได้สรุปการประเมินการตรวจสอบความคิด ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ 3 ด้านคือ

1. ประเมินกระบวนการต่างๆที่นักเรียนแสดงออกมาเพื่อจะให้ได้คำตอบ โดยดูจาก การที่เด็กตรวจสอบกระบวนการต่างๆในการคิดคำนวณของเขา
2. ประเมินการเลือกใช้กระบวนการของนักเรียน ว่าใช้ได้ถูกต้องหรือไม่ โดยการ พิจารณาจากการตัดสินใจเลือกวิธีการของเขา
3. ประเมินความไวต่อปัญหา โดยสำรวจว่า นักเรียนตัดสินใจว่าปัญหานั้นมีความไว ต่อความรู้สึกรู้สึกของเขาเพียงใด

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

สมบัติ โพธิ์ทอง (2539, หน้า 345-350) ได้ศึกษา การพัฒนาความสามารถในการแก้ ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โดยใช้อภิปัญญา ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์สูง ผลการศึกษาพบว่าหลังการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้อภิปัญญา ค่าเฉลี่ยของ คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีค่าสูงกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนกลวิธีในการแก้ ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญ

สุเทียบ ละอองทอง (2527, หน้า 274-290) ศึกษาพัฒนารูปแบบการสอนอ่านภาษาอังกฤษเพื่อความเข้าใจ โดยใช้ยุทธศาสตร์อภิปัญญา สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี พบว่า รูปแบบการสอนอ่านภาษาอังกฤษเพื่อความเข้าใจ โดยใช้ยุทธศาสตร์อภิปัญญาที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาด้านการใช้ยุทธศาสตร์เมตาคอนนิชันและด้านความเข้าใจในการอ่านภาษาอังกฤษสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2537, หน้า 229-235) ทำการวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้านกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาและอภิปัญญา ของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีคะแนนในตัวแปรของอภิปัญญาซึ่งได้แก่ ความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการแก้ปัญหา และความรู้ในอภิปัญญาสูงกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญ และพบว่านักเรียนในระดับชั้นที่สูงกว่าจะมีคะแนนสูงกว่านักเรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า

สิริมาศ สิทธิหล่อ (2535, หน้า 111-115) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาวิธีการวัดกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการคิดออกเสียง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร จำนวน 72 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย อุปกรณ์ที่ใช้ในการเก็บข้อมูล แบบสอบถาม แบบบันทึกกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า วิธีการวัดกระบวนการแก้ปัญหาโดยวิธีการคิดออกเสียงมีความตรงเชิงเกณฑ์ และพบว่านักเรียนกลุ่มเก่งแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหาเกือบทุกขั้นตอน แต่ในขณะที่กลุ่มปานกลางและกลุ่มอ่อนนักเรียนแสดงพฤติกรรม ไม่ครบทุกขั้นตอน และกลุ่มเก่งแสดงพฤติกรรมคิดด้วยการออกเสียงที่ให้ข้อมูลมากกว่า

โดยสรุปแล้วงานวิจัยพบว่า กลวิธีอภิปัญญานั้น มีผลอย่างเห็นได้ชัดต่อกระบวนการคิด โดยจะมีบทบาทสำคัญในการพูดเพื่อความเข้าใจ การอ่านเพื่อความเข้าใจ การแก้ปัญหา การเอาใจใส่ ความจำ การเรียนรู้ทางสังคม และการควบคุมตนเองในลักษณะต่างๆ โดยกลวิธีอภิปัญญานั้นจะทำให้คนเกิดการคัดเลื้อย ประเมินผล ปรับปรุง ละทิ้งกระบวนการคิด เป้าหมาย วิธีการ ในบางครั้งเมื่อพบปัญหาที่มีความซับซ้อน นักเรียนก็จะทำการแก้ปัญหาด้วยโครงสร้างที่ไม่เหมาะสม และต้องการที่จะพัฒนาความคิดเชิงวิเคราะห์ จบรวบความคิดรวบยอดต่างๆ เข้าด้วยกัน และนี่ถึงสถานการณ์ปัญหาที่เคยพบเพื่อแก้ปัญหา ในเด็กวัยเรียนนั้นมีความเข้าใจในกระบวนการคิดที่สมบูรณ์ ตัวอย่างเช่น เขาจะรู้ว่า การที่จะทำงานให้ออกมาได้ดั่งนั้น ขึ้นอยู่กับการให้ความสนใจ เอาใจใส่ ความพยายาม และเมื่อเด็กเริ่มตระหนักถึงองค์ประกอบทั้งหลายที่มีอิทธิพลต่อ กิจกรรมทางความคิดเด็กก็จะรวมองค์ประกอบทั้งหลายเข้าเป็นความคิดแบบบูรณาการ

งานวิจัยในต่างประเทศ

Chamot (2003, หน้า 24) กล่าวถึงผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่ารวมทั้งนักเรียนที่ได้รับการฝึก กลวิธีอภิปัญญา (เช่น การวางแผน, การติดตามประเมินตนเอง) นั้นมีการควบคุมการเรียนรู้ของตนเอง ได้ดีกว่านักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ อย่างมีนัยสำคัญ และ นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงจะใช้กลวิธีอภิปัญญาเกือบทุกประเภท และนักเรียน ระดับทั่วไปจะใช้กลวิธีอภิปัญญาน้อยกว่า และนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำจะใช้กลวิธีอภิปัญญาน้อยที่สุด

Blakey (1990 , หน้า 21-23) ได้กล่าวถึง การสร้างสภาพแวดล้อมทางอภิปัญญา (Establishing the Metacognitive Environment) ไว้ว่า สภาพแวดล้อมทางอภิปัญญาจะเป็นสิ่งที่ช่วยสนับสนุนการตระหนักรู้ในความคิด การวางแผน และการสร้างสภาพแวดล้อมทางอภิปัญญานั้นจะต้องทำร่วมกันระหว่าง ครู ผู้รับผิดชอบในเรื่องแหล่งค้นคว้าในโรงเรียน กลวิธีเกี่ยวกับการคิดต้องมีการปรึกษาหารือ พร้อมกันกับการประเมินผลที่ควบคู่กันไป ในการสร้างสรรค์สภาพแวดล้อมทางอภิปัญญา ครูผู้สอนต้องเผ้าค้นคว้าและสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ของตนเอง ต้องกำหนดรูปแบบพฤติกรรมเกี่ยวกับอภิปัญญาด้วยความรอบคอบและถี่ถ้วน เพื่อช่วยเหลือนักเรียนให้เกิดความตระหนักรู้ในความคิดของตนเอง กลวิธีอภิปัญญา (Metacognitive Strategies) นั้นจะมีอยู่แล้วในคลังความรู้ของครู ดังนั้นครูจึงควรหันมาให้ความสนใจกับกลวิธีเหล่านี้ และกำหนดรูปแบบขึ้นมาด้วยความตั้งใจและให้ความสำคัญเพื่อเกิดประโยชน์แก่นักเรียน ในโลกที่เปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็ว นั้น มีการเรียกร้องให้การสอนต้องทำเพื่อช่วยเหลือให้นักเรียนพัฒนาทักษะซึ่งต้องไม่กลายเป็นสิ่งล้าสมัย กลวิธีอภิปัญญาต่างๆมีความสำคัญสำหรับยุคศตวรรษที่ 21 นี้ เพราะจะทำให้ นักเรียนสามารถที่จะรับมือกับปัญหาความยากลำบากรวมทั้งสถานการณ์ใหม่ๆ ได้อย่างประสบความสำเร็จ ครูและผู้เชี่ยวชาญด้านแหล่งค้นคว้าในโรงเรียนต้องใช้ความสามารถให้นักเรียนสามารถเข้าถึง คุณค่าของแหล่งค้นคว้า ซึ่งจะช่วยสร้างสภาพแวดล้อมทางอภิปัญญา อันจะทำให้มีการพัฒนานักคิดที่ดี ผู้จะเป็นคนที่สามารถแก้ไขปัญหาต่างๆ ได้อย่างประสบผลสำเร็จ รวมทั้งเป็นผู้ที่จะเรียนรู้สิ่งต่างๆ ตลอดชีวิต (Lifelong Learner) ต่อไปอีกด้วย

Eyler (1990, หน้า 18-25) ได้ศึกษาผลของอภิปัญญาที่มีต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์เปรียบเทียบการตัดสินใจในเชิงอภิปัญญา (Metacognition Decisions) ระหว่างผู้ที่ประสบผลสำเร็จสูงในด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผู้ที่ประสบผลสำเร็จต่ำในเรื่องเดียวกันกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับอุดมศึกษาปีแรก ผลการวิเคราะห์พบว่า ผู้ที่ประสบผลสำเร็จสูงในทางคณิตศาสตร์มีการใช้ขั้นตอนทางอภิปัญญา มากกว่าผู้ที่ประสบผลสำเร็จต่ำ และความสัมพันธ์ระหว่างการใช้ขั้นตอนทางอภิปัญญาและผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เป็นความสัมพันธ์ที่มีค่ามากกว่าศูนย์อย่างมีนัยสำคัญ นอกนั้น จากการวิเคราะห์เชิงคุณลักษณะ ยังพบความแตกต่างในลักษณะขั้นตอนที่ใช้ ระหว่างผู้ประสบผลสำเร็จสูงและต่ำด้วย

Jeni Wilson (2001, หน้า 5-10) เสนอแนวทางการวัดและประเมินอภิปัญญาในรูปแบบใหม่โดยทำการศึกษาดัชนีที่ผู้ทำการวิจัยก่อนหน้านี้ นั้นได้ทำการกำหนดไว้ แล้ววิเคราะห์กระบวนการวัดและประเมินต่างๆว่ามีความเหมาะสม และมีประสิทธิภาพเพียงใด เช่น การรายงานตนเองด้วยคำพูด การสัมภาษณ์ การสังเกต โดยประชากรในการศึกษาเป็นนักเรียนสามกลุ่ม ในชั้นปีที่ 6 ของโรงเรียน Victorian

โดยสรุปแล้วงานวิจัยเกี่ยวกับอภิปัญญา นั้น พบว่า การพัฒนาของอภิปัญญาในช่วงต้นและกลางของวัยเด็กนั้นจะช่วยเพิ่มพูน การสร้างทฤษฎีทางความคิด ซึ่งเด็กทำการเรียบเรียงขึ้นเมื่อประสบกับเหตุการณ์ใหม่ๆ การค้นคว้าส่วนใหญ่เกี่ยวกับทฤษฎีทางความคิดระดับ การอ่าน ความคิด (Mind Reading) ความสามารถในการค้นพบการรับรู้ของตนเองและบุคคลอื่น ความรู้สึกความต้องการ ความเชื่อ แรงจูงหนึ่งของการวิจัยด้านอภิปัญญานั้น เกี่ยวข้องกับความรู้ในการทำงานของความคิดของตนเองในเด็ก หรือเรียกว่า ความคิดมีแนวทางอย่างไร เพื่อให้การทำงานประสบความสำเร็จ ระบบการประมวลผลข้อมูลจะต้องได้รับการตระหนักถึง ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อมีการเข้าใจอย่างแท้จริงในเรื่อง นอกจากนี้งานวิจัยยังพบว่า กลวิธีอภิปัญญานั้นมีประโยชน์มาก เด็กๆจะต้องประยุกต์ใช้ทีละขั้นทีละขั้น เขาจะต้องใส่ใจกับสิ่งที่ทำ ตามตัวเองว่ารู้อะไรบ้างจากสิ่งที่กำลังคิด เพื่อเอาชนะความยากลำบาก