บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาถึงกระบวนการคิดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงสุดและต่ำสุด โรงเรียนสันติสุขพิทยาคม จังหวัดน่าน ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยจำแนกตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ความหมาย ประเภทของการคิด และกระบวนการคิด
2. ขั้นตอนของกระบวนการคิด
3. ความสำคัญและประโยชน์ของการคิด
4. ประเภทความรู้ทางคณิตศาสตร์และการสอน
5. ความหมายของโจทย์ปัญหาและการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
6. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
7. กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
   - ตามแนวคิดของ Garafalo และ Lester
   - ตามแนวคิดของ สมบัติ โพธิ์ทอง
   - ตามแนวคิดของ ทองหล่อ วงษ์อินทร์
   - ตามแนวคิดของ Polya
   - ตามแนวคิดของ Krulik
8. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
9. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ความหมาย ประเภทของการคิด และกระบวนการคิด

ความหมายของการคิด

การคิดเป็นพฤติกรรมที่มีลักษณะเป็นเอกลักษณ์เฉพาะของมนุษย์ และมีรูปแบบที่ซับซ้อนกัน เป็นผลมาจากกระบวนการทางสมอง Vinacke (1967) ให้คำจำกัดความของการคิดว่า "เป็นการจัดระบบและรูปแบบใหม่ของประสบการณ์ที่ผ่านมาแล้วให้เข้ากับสภาพการณ์ปัจจุบัน"

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

การคิดมีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับกิจกรรมภายในอย่างอื่นโดยเฉพาะ การจำ การรับรู้ และเชาวน์ปัญญา นักจิตวิทยาได้กล่าวถึงลักษณะเหล่านี้โดยรวม ๆ ว่า การรู้คิด (Cognition) เมื่อการรับรู้ (Perception) ซึ่งเน้นความสัมพันธ์ของการตอบสนองต่อสิ่งเร้าในขณะนั้น การคิดจะเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ในอดีต การคิดและการรับรู้ก็ไม่สามารถแยกออกจากกัน การคิดจึงเป็นการปรุงแต่งขั้นสูงต่อจากการรับรู้

นอกจากนี้แล้ว Humphrey (อ้างใน ศรีสุรางค์ ทีนะกุล, 2542, หน้า 8) ได้สรุปสาระสำคัญจากงานวิจัยเกี่ยวกับความคิดดังนี้

1. การคิดเกิดขึ้นเมื่อมนุษย์ประสบ จำได้ และต้องการแก้ปัญหาอย่างใดอย่างหนึ่ง
2. ปัญหาเป็นสภาพการณ์ที่มนุษย์ถูกสกัดกั้นไม่ให้ไปถึงเป้าหมายที่ต้องการ
3. การคิดเป็นกระบวนการของการผสมผสานลักษณะต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเข้าด้วยกัน
4. การคิดเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ในอดีต แต่นักจิตวิทยายังไม่อาจสรุปได้อย่างชัดเจนว่าประสบการณ์เหล่านี้นำมาใช้ในการคิดอย่างไร
5. กิจกรรมการคิดทุกอย่างเกี่ยวข้องกับ "การลองผิดลองถูก" ไม่ว่าจะเป็นมนุษย์หรือสัตว์
6. แรงจูงใจเป็นสิ่งสำคัญในการคิด
7. ภาษาไม่สามารถเทียบได้กับความคิด แต่ภาษามีส่วนสำคัญอย่างมากในการคิด
8. ส่วนประกอบต่างชนิดกันจำนวนมากมีส่วนเกี่ยวข้องกับการตอบสนองต่อสถานการณ์ที่เป็นปัญหา ซึ่งได้แก่ ภาพในใจ กิจกรรมทางกล้ามเนื้อ การพูด และความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ

ดังนั้นการคิด คือ กระบวนการที่เกิดขึ้นอย่างซับซ้อนภายในสมองและจะเปลี่ยนไปตามสถานการณ์หรือสภาพการณ์ต่าง ๆ ที่เปลี่ยนแปลงไป

ประเภทของการคิด

การคิดแบ่งออกเป็น 2 ประเภท (ศรีสุรางค์ ทีนะกุล, 2542, หน้า 9) ดังนี้

1. การคิดโดยไม่มีจุดมุ่งหมาย (Undirected Thinking) หรือเรียกว่าความคิดแบบเชื่อมโยง (Associated Thinking) เป็นการคิดที่ไม่มีจุดมุ่งหมาย เป็นอิสระจากการถูกกำหนดด้วยเงื่อนไขภายนอก แบ่งเป็น

1.1 การคิดเชื่อมโยงเสรี (Free Associative Thinking) เมื่อได้รับสิ่งกระตุ้นสิ่งหนึ่งเราอาจจะคิดสิ่งต่าง ๆ อีกมากมายสิ่งที่มาเชื่อมโยงกับสิ่งเร้านั้นไม่จำกัดขอบเขต Freud

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

นักจิตวิทยาวิเคราะห์เชื่อว่าการคิดแบบเสรีเป็นการระบายความต้องการที่อยู่ภายใต้จิตไร้สำนึก (Unconscious) การวิเคราะห์ผลการคิดแบบเชื่อมโยงเสรี จะช่วยให้เข้าใจปัญหาที่ฝังลึกอยู่ในจิตใจของคนได้

1.2 การคิดเชื่อมโยงควบคุม (Controlled Association) การคิดจะถูกจำกัดตามที่กำหนดเงื่อนไข เช่น ผู้คิดอาจได้รับคำสั่งให้บอกคำที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันกับคำที่ได้ยิน เช่น คำว่า ดินสอ จะต้องต่อด้วยคำว่า "ปากกา" เพราะอยู่ในกลุ่มเครื่องเขียน

1.3 การฝันเฟื่อง (Fantasy) เป็นการฝันกลางวัน (Day Dreaming) การฝันเฟื่องเป็นเป็นการสะท้อนความปรารถนาของมนุษย์ โดยเหตุที่ความปรารถนานั้นในสภาพความเป็นจริงไม่ได้รับการตอบสนอง หรือเป็นความปรารถนาที่ไม่มีทางเป็นจริงได้ เช่น ผู้ที่อยากเป็นดารา บาสเกตบอลระดับโลก ก็จะนึกถึงภาพตนเอง เล่นบาสเกตบอล เล่นลูกบาสเกตบอล และทำแต้มในท่าต่าง ๆ ที่ผาดโผน ผู้ที่อยู่ในที่คุมขังก็มักจะนึกภาพตนเองเป็นนกบินออกไปได้ หรือเป็นซูเปอร์แมนสามารถเหาะได้ แหกกรงขังออกไปได้

นักจิตวิทยาได้ใช้ความนึกฝันของคนเป็นสื่อในการศึกษาลักษณะบุคลิกภาพ โดยเฉพาะความปรารถนาที่ซ่อนเร้นอยู่ภายใน เทคนิคที่ใช้เรียกว่าเทคนิคการฉายภาพ (Projective Technique) ซึ่งมีการเสนอภาพที่มีลักษณะคลุมเครือให้ผู้ได้รับการทดลองตอบสนองโดยการตีความหมายภาพที่เห็น หรือบอกเล่าเรื่องราวจากภาพที่เห็น

1.4 การฝัน (Dream) หรือการฝันกลางคืน (Night dreaming) การฝันเป็นการคิดเชื่อมโยงในขณะหลับ มีความสมจริงมากบางครั้งฝันเป็นเรื่องราวติดต่อกันในขณะฝัน ผู้ฝันจะไม่ทราบว่าเป็นความฝัน มนุษย์มีความเชื่อในเรื่องความฝันมาแต่โบราณ ทุกชาติทุกภาษาต่างมีคำอธิบายเกี่ยวกับความฝัน และการฝัน เช่น ชาวอียิปต์เชื่อว่าการฝันเป็นการติดต่อกับเทพเจ้า และเรื่องราวที่ฝันคือสิ่งที่เทพเจ้าต้องการบอกกับผู้ฝัน ในส่วนชาวจีนเชื่อว่าการฝันคือการท่องเที่ยวของวิญญาณซึ่งแยกออกจากร่างของผู้ฝันและความฝันก็เป็นประสบการณ์ของวิญญาณ ส่วนชาวไทยเชื่อว่าการฝันเป็นการรับรู้เหตุการณ์ในอนาคตที่แฝงมาในรูปของความฝัน จึงต้องมีการทำนายฝัน

2. การคิดที่นำโดยเป้าหมาย (Goal – directed Thinking) เป็นการคิดที่เกิดขึ้นเมื่อเราต้องการคำตอบหรือวิถีทางที่สมเหตุสมผลในการแก้ปัญหา การคิดชนิดนี้ถือว่ามีเป้าหมายที่ชัดเจน Dewey นักจิตวิทยาและนักการศึกษาชาวอเมริกันเรียกความคิดชนิดนี้ว่า การคิดเชิงสะท้อน การคิดชนิดนี้ ได้แก่ การคิดวิจารณญาณ (Critical Thinking) และการคิดสร้างสรรค์ (Creative Thinking) การคิดวิเคราะห์วิจารณ์เป็นการคิดหาเหตุผลในเรื่องต่าง ๆ ซึ่งการคิดชนิดนี้ก็คือ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

การ คิดแก้ปัญหา (Problem Solving) ส่วนการคิดสร้างสรรค์เป็นการคิดเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่าง ๆ นำไปสู่การประดิษฐ์สิ่งแปลกใหม่รวมถึงการค้นพบวิธีแก้ปัญหาได้สำเร็จ หรือแม้แต่ทฤษฎีหรือวิธีการใหม่ ๆ ที่ก่อให้เกิดประโยชน์อย่างมหาศาลต่อมนุษยชาติ

ความหมายของกระบวนการคิด

ทิศนา แขมมณี และคณะ (2544) ได้ให้ความหมายของกระบวนการคิดไว้ว่า เป็นการคิดที่มีความสลับซับซ้อนสูง ซึ่งจะต้องมีพื้นฐานด้านทักษะความคิดหลาย ๆ ด้านเข้ามาผสมผสานกัน กระบวนการคิดจึงต้องมีขั้นตอนและมีความแยบยล จึงจะทำให้พบแนวทางในการแก้ปัญหาและหาคำตอบหรือข้อสรุปของความคิดแต่ละครั้ง ซึ่งอาจจะกล่าวได้ว่า กระบวนการคิดเป็นเรื่องของการใช้ทักษะความคิดระดับสูงนั่นเอง ทักษะการคิดระดับสูง เช่น การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดอย่างมีเหตุผล การคิดแก้ปัญหา การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การคิดรวบยอด การคิดตัดสินใจ

ขั้นตอนของกระบวนการคิด

ขั้นตอนของกระบวนการคิดมีดังนี้ (ศรีสุรางค์ ทีนะกุล, 2542, หน้า 9)

1. การเตรียมตัวแก้ปัญหา (Preparation) เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาทำความเข้าใจกับลักษณะของปัญหา รวบรวมข้อมูล ประสบการณ์ในอดีตเพื่อเชื่อมโยงกับปัญหาเป็นการระบุปัญหาให้แจ่มชัด

2. การฟักตัวของความคิด (Incubation) เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาหยุดพักความคิดไว้โดยที่กระบวนการคิดอาจจะดำเนินต่อไปซึ่งผู้คิดอาจไม่รู้ตัว ระยะฟักตัวของความคิดจะกินเวลาเท่าใดก็แล้วแต่ลักษณะของปัญหาและผู้แก้ปัญหา

3. การพบทางออกของปัญหา (Illumination) เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาค้นพบวิธีแก้ปัญหาอาจเป็นความคิดที่ผุดขึ้นมาทันทีทันใดที่เรียกว่าเป็น การรู้แจ้ง (Insight) ดังเช่น Archimedes นักปราชญ์ชาวกรีก แก้ปัญหาว่าช่างทองโกงในการทำมงกุฎให้พระราชาหรือไม่ ในขณะที่เขาลงแช่น้ำในอ่างที่มีน้ำเต็มและน้ำล้นออกมา เขาตะโกนว่า “ยูเรกา ยูเรกา” หมายความว่า ฉันพบแล้ว

4. การตรวจสอบวิธีแก้ปัญหา (Verification) เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาทำการตรวจสอบวิธีแก้ปัญหาซึ่งอาจมีรายละเอียดอย่างอื่นเพิ่มเติม แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหาที่ดีที่สุดไว้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ความสำคัญและประโยชน์ของการคิด

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2545) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดไว้ว่า การใช้ทักษะการคิดจะช่วยเพิ่มมโนทัศน์ในเรื่องต่าง ๆ มากยิ่งขึ้นในความทรงจำของเรา ซึ่งจะช่วยให้มีข้อสมมติที่สมเหตุสมผลสามารถนำไปใช้ทำความเข้าใจโลกรอบตัวได้อย่างรวดเร็วและช่วยให้ตีความวินิจฉัยสิ่งที่รับรู้ได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้น ซึ่งยังได้กล่าวอีกว่า ประเทศชาติจะเจริญก้าวหน้าไปได้เพียงใดขึ้นอยู่กับการ "คิดเป็น" ของคนเป็นสำคัญ การคิด คือ การที่คน ๆ หนึ่งพยายามใช้พลังทางสมองของตนในการนำเอาข้อมูลความรู้ ประสบการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มาจัดวางอย่างเหมาะสมเพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ เช่น การตัดสินใจเลือกในสิ่งที่ดีที่สุด คนที่ "คิดเป็น" จะสามารถจัดข้อมูลให้เรียงกันอย่างเป็นระเบียบเรียบร้อย เพื่อให้ได้ความคิดที่ดีที่สุด

สมศักดิ์ ภู่วิภาดาวรรธน์ (2541) ได้กล่าวไว้ว่า การดำรงชีวิตอยู่ในโลกอนาคตนั้น บุคคลจำเป็นต้องมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เพราะจากการศึกษาแนวโน้มต่าง ๆ ในปัจจุบันนักอนาคตนิยมเชื่อว่า สังคมในอนาคตจะเต็มไปด้วยความหลากหลาย การคิดแก้ปัญหาจะเปลี่ยนแนวจากการคิดเชิงจำแนก ไปสู่การคิดโดยอาศัยบริบทของสังคม กล่าวคือ จะใช้สภาพแวดล้อมต่าง ๆ ในสังคมเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหาที่สลับซับซ้อนมากขึ้น และต้องใช้ความรู้ทักษะ เจตคติ และข้อมูลต่าง ๆ ในสังคมเข้ามาร่วมกันในการแก้ปัญหา

วิทย์ วิศทเวทย์ (2546) ได้กล่าวว่า พระพุทธเจ้าตรัสสอนว่า การศึกษาที่แท้จริงจะเกิดก็ต่อเมื่อมนุษย์รู้จักคิด การรู้จักคิดวิเคราะห์ วิจารณ์รอบคอบรอบด้าน ทำให้เกิดปัญญาแตกฉานเรียกว่า โยนิโสมนสิการ

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2545) ได้กล่าวแสดงความสำคัญของการคิดไว้ว่า การแก้ปัญหาใด ๆ ไม่ว่าจะเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ปัญหาการเมือง ปัญหาเศรษฐกิจ ล้วนต้องใช้ความคิดทั้งนั้น และต้องคิดให้เป็น คิดให้ได้ คิดเป็นกระบวนการ และคิดอย่างมียุทธวิธี

ทิศนา แขมมณี และคณะ (2544) ได้กล่าวว่ากระบวนการคิดมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับ ผู้เรียนทุกระดับก็คือ กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เนื่องจากกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณนี้มีเป้าหมายเพื่อให้ได้ความคิดที่ผ่านการพิจารณาถึงข้อมูล หลักฐาน และเหตุผลมาอย่างรอบคอบแล้ว ซึ่งความคิดที่ได้นี้จะสามารถนำไปใช้ได้อย่างกว้างขวางในทุก ๆ สถานการณ์เพราะการกระทำใด ๆ ก็ตามควรต้องผ่านการคิดที่รอบคอบก่อน ดังนั้นการคิดอย่างมีวิจารณญาณ จึงเป็นพื้นฐานของการคิดทั้งปวง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

Paul (1993) ได้กล่าวความสำคัญของกระบวนการคิดว่า เป็นกระบวนการที่ทำให้ผู้คิดสามารถตัดสินใจได้ดีขึ้นอย่างสมเหตุสมผลและมีประสิทธิภาพ และยังส่งผลให้ผู้คิดมีความสามารถคิดกว้าง คิดลึก คิดถูกทาง คิดชัดเจน คิดถูกต้อง และคิดเหตุผลได้

จากที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้นก็จะเห็นได้ว่าการคิดนั้นมีความสำคัญและมีประโยชน์ต่อมนุษย์เป็นอย่างมากในทุก ๆ ด้าน

ประเภทความรู้ทางคณิตศาสตร์และการสอน

Gagne D., Yekovich W., Yekovich R. (1993) ได้กล่าวถึง ประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าประกอบไปด้วย 3 ส่วนใหญ่ ๆ ดังนี้

1. ทักษะพื้นฐาน (Basic Skills)
2. ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ (Conceptual Understanding)
3. ยุทธศาสตร์ (Strategies)

โดยความรู้ทั้ง 3 แบบนี้ทำหน้าที่เกื้อหนุนซึ่งกันและกันตลอดเวลา

ทักษะขั้นพื้นฐาน

ทักษะขั้นพื้นฐานจะเน้นไปที่ความรู้พื้นฐานที่สำคัญ 2 อย่าง คือ

1. ความจริงด้านจำนวน (Number facts) กล่าวถึงการบวก การลบและผลลัพธ์ของการคูณต่างๆ ที่ไม่อยู่ในความทรงจำ ทักษะในเรื่องความจริงด้านจำนวนนี้มีประโยชน์มากเมื่อสามารถเรียกกลับมาใช้ใหม่ได้อย่างรวดเร็วอัตโนมัติ ซึ่งต้องอาศัยการฝึกฝนอยู่เป็นเวลานานกว่าจะเกิดความชำนาญและทักษะนี้มีบทบาทอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา ในการศึกษาถึงการพัฒนาของทักษะพื้นฐานแบบนี้นั้นจะพบว่าเด็ก ๆ สามารถสร้าง Facts ทั้งหลายเหล่านี้ขึ้นมามากกว่าการจำและการเรียกขึ้นมาใช้ แต่เมื่อเด็กโตขึ้นจะหันมาใช้วิธีการหาคำตอบจากความจำมากขึ้น

2. ระเบียบวิธีในการแก้ปัญหา (Algorithms) หมายถึง ลำดับขั้นตอนที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องแม่นยำ หากปฏิบัติตามอย่างเคร่งครัด Algorithms เหล่านี้ ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ การหาร ทั้งในรูปของจำนวนเต็มและเศษส่วน การแปลงรูปผสมกันเพื่อคำตอบใน Algebra เป็นต้น ระเบียบวิธีในการแก้ปัญหานี้ถือเป็นกระบวนการอันหนึ่งที่ถูกบันทึกไว้ในความทรงจำ เป็นความรู้เชิงกรรมวิธีหนึ่ง การได้ซึ่งกรรมวิธี (Procedural Knowledge) นั้นแบ่งออกเป็น 3 ระดับคือ

- ขั้นการเรียนรู้ (The Cognitive stage)
- ขั้นการนำมาปฏิบัติ (The Associative)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

- ขั้นความเคยชินและกลายเป็นทักษะเฉพาะตัว (The Autonomous stage)

ระเบียบวิธีการแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับของการเรียนรู้และขั้นตอนการนำมาปฏิบัติทักษะพื้นฐาน โดยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น จำเป็นต้องอาศัยพื้นฐานที่ถูกต้อง เพื่อที่จะแก้ปัญหาได้รวดเร็วและถูกต้อง โดยในเรื่องของทักษะพื้นฐานนี้เราได้เห็นทักษะสำคัญ 3 ประการ คือ ความจริงด้านจำนวน ในส่วนของการลบเลข โดยใช้กฎการยืมและการแก้สมการเชิงเส้น ซึ่งนักวิจัยได้ทราบว่านักเรียนที่แก้โจทย์ได้ดีกว่านั้นสามารถเรียกเอาความรู้ด้านจำนวนนี้มาใช้ได้รวดเร็วกว่าและสามารถแก้ปัญหาได้ระดับที่ยากกว่าขึ้นไปได้ ยังได้กล่าวถึงวิธีการตรวจสอบในข้อผิดพลาดที่ให้แก่นักเรียนอีกด้วย ท้ายที่สุดเราได้เห็นว่าทักษะพื้นฐานของผู้เชี่ยวชาญนั้นจะรวมกันเป็นตอนที่ใหญ่และซับซ้อนกว่าผู้ที่ขาดความชำนาญโดยระเบียบวิธีย่อยเล็ก ๆ น้อย ๆ สามารถรวมกับขั้นตอนวิธีใหญ่ ๆ ได้ทำให้การแก้ปัญหารวดเร็วขึ้น

ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์

มีวิธีการหลากหลายในการที่จะวัดระดับความรู้ทางหลักการ Conceptual Understanding รวมทั้งวิเคราะห์รูปแบบการเรียกข้อมูลจากความทรงจำ และการวิเคราะห์วิธีการที่บุคคลจัดกลุ่มของปัญหาเข้าด้วยกันและในที่นี้เราจะกล่าวถึงเทคนิคหนึ่งการวัดระดับความรู้เชิงหลักการ คือ การนึกถึงสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่กำหนดให้

ขอบข่ายความสำคัญของความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์

ในโครงความรู้ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ก็จัดเป็นความรู้เชิงหลักการและแนวคิด ได้มีการศึกษาขอบเขตของแนวคิด 2 ลักษณะด้วยกัน ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกันกับรูปแบบของปัญหา อันได้แก่ สามัญสำนึกทางจำนวนและแนวคิดเชิงปริมาณ

1. สามัญสำนึกทางจำนวน (Number Sense) หมายถึง แนวคิดในการที่จะทำให้ระบบจำนวนนั้นมีความหมาย สามัญสำนึกทางจำนวนนี้ต้องใช้เวลาในการเรียนรู้และอาศัยประสบการณ์จึงสามารถพัฒนาขึ้นมาได้และมีความสำคัญอย่างยิ่ง เพราะสิ่งนี้ก่อให้เกิดพื้นฐานทางความคิดการศึกษาเกี่ยวกับปริมาณ

2. แนวคิดเชิงปริมาณ (Quantitative Concepts) เป็นการทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและความสำคัญระหว่างจำนวนความคิดในเชิงปริมาณเป็นความสัมพันธ์เชิงปริมาณที่ใช้ในทางเลขคณิต

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

บทบาทของความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ต่อกระบวนการเรียนการสอน

นักวิจัยพบว่าความเข้าใจเชิงหลักการมีผลกระทบอย่างมากต่อการสร้างกระบวนการเรียนรู้ความเข้าใจในหลักการมีบทบาทสำคัญต่อการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ที่พบและมีบทบาทต่อการเรียนรู้ความเข้าใจในหลักการและแนวคิดมีอิทธิพลต่อการวิเคราะห์สิ่งที่เกี่ยวข้อง สิ่งที่เก็บไว้ในความทรงจำและเรียกคืนมาใช้มีเหตุผลต่อรูปแบบความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเมื่อเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ด้วย จากเหตุผลข้างต้นนี้ จึงมีความจำเป็นที่นักเรียนจะต้องมีพื้นฐานทางแนวคิดที่ดีพอที่จะใช้ในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ในโอกาสต่อไปข้างหน้า โดยมีบทบาทต่าง ๆ ดังนี้ คือ

- บทบาทของความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในการเอาใจใส่
- บทบาทของความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในการย้อนรำลึก
- บทบาทของความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในการเรียนรู้

ความรู้ความเข้าใจ เป็นหลักการสำคัญในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ และสถานการณ์ในการเรียนรู้มันส่งผลกระทบว่าอะไรควรเอาใจใส่ อะไรควรเรียกออกมาใช้ อะไรเป็นแบบอย่างที่คลาดเคลื่อนในขณะที่เรียนรู้ในเนื้อหาใหม่ เด็กจะได้มาซึ่งความคิดรวบยอดพื้นฐานทางกิจกรรมทางคณิตศาสตร์

เทคนิคหนึ่งที่นักจิตวิทยาการรู้คิดใช้ก็คือเทคนิคการคิดดัง ๆ (Think Aloud) ในหลายสถานการณ์ของการเรียนรู้รวมทั้งการเขียน วิธีการก็คือการให้ผู้วิจัยบอกว่ามีอะไรอยู่ในใจแต่ละช่วงเวลา เช่น ทุก 30 วินาที หลังจากจบกระบวนการเขียนแล้ว ผู้วิจัยจะนำเอาสิ่งที่มีอยู่ในใจเหล่านั้นมาเรียบเรียงอนุมานถึงกระบวนการคิดในการเรียนของนักเรียน แต่งานทดลองนี้ผู้วิจัยจะต้องฝึกให้นักเรียนสามารถบอกผู้วิจัยได้ว่ามีอะไรในสมองขณะนั้นโดยไม่กระทบกระเทือนกระบวนการคิดของตนก่อน วิธีการนี้อาจจะนำมาใช้กับเรื่องอื่น เช่น การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ นักจิตวิทยากลุ่มนี้เชื่อว่าในกระบวนการคิดจะประกอบไปด้วย การแทนปัญหา (การตีโจทย์และการเรียบเรียงปัญหาในคำพูดของนักเรียนเอง) การเสาะแสวงเข้าไปในพื้นที่ของปัญหา และการประเมินการแก้ปัญหาที่เลือกใช้ ในการแก้ปัญหาเด็กจะต้องมีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ มีทักษะพื้นฐานที่เป็นอัตโนมัติ และการใช้ยุทธศาสตร์เฉพาะเรื่อง ยุทธศาสตร์ในการแก้ปัญหารวมถึง การวิเคราะห์ทางไปสู่เป้าหมายและเป้าหมายการทำงานไปข้างหน้า การให้เหตุผลโดยเทียบเคียง และการระดมสมอง เป็นต้น ยุทธศาสตร์เหล่านี้ผู้วิจัยสามารถจะอนุมานได้จากเทคนิคการคิดดัง ๆ

ในเรื่องที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ นักจิตวิทยาการรู้คิดเชื่อว่าผู้ที่เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์จะมีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ ทักษะพื้นฐาน และยุทธศาสตร์ดีกว่ามือใหม่ พวกเขา

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

มีสามัญสำนึกทางจำนวน และแนวคิดเชิงปริมาณดีกว่ามือใหม่ ยุทธศาสตร์ที่ใช้ เช่น Reformation , Translation และ Compensation โดยเฉพาะอย่างยิ่งในส่วนที่เกี่ยวกับการคิดคำนวณ นักเรียนที่มีทักษะทางด้านคณิตศาสตร์จะใช้ยุทธศาสตร์ Distribution , Factoring , Direct Retrieval มากกว่า

การศึกษา Algorithms ของการคำนวณเลขเป็นอีกเรื่องที่สามารถจะนำมาใช้ในการทำวิจัยในชั้นเรียนได้ เช่น J.S. Brown & Burton (1978) ทำการศึกษากับนักเรียนชั้น ป.4 – 6 จำนวน 1,325 คน พบว่าเด็ก 54 คน (หรือประมาณ 4%) ใช้ขั้นตอนที่ผิดตลอด เด็กอีก 4% ใช้กฎผิดตอน ยืมจากศูนย์ ตัวอย่างเช่น

$$\begin{array}{r} 205 \\ -32 \\ \hline 263 \end{array}$$

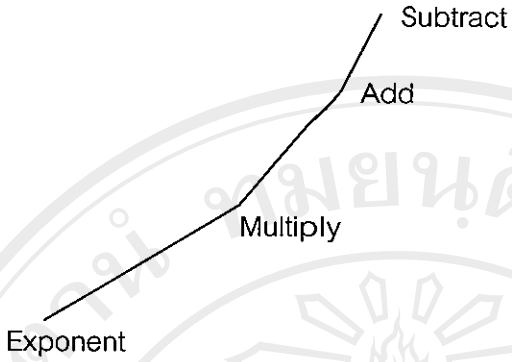
ทั้งสองมองว่าความผิดพลาดนี้คล้ายกับ Bugs ในคอมโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ทำให้ผลของการประมวลผลผิดพลาด จึงมีความจำเป็นที่จะต้อง Debug โดยครู เด็กควรจะได้รับการช่วยให้มองเห็น Bugs นี้ด้วยตัวเขาเองเพื่อที่จะสามารถแก้ไขการใช้กฎให้ถูกต้องให้ได้ ในขณะที่นักเรียนสามารถค้น Bugs ได้ด้วยตัวเองครูสามารถจะช่วยเสริมความเข้าใจด้านมโนทัศน์เข้าไปจะทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจคณิตศาสตร์ยิ่งขึ้นไป

งานศึกษาง่าย ๆ อีกชิ้นเกี่ยวกับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ก็เช่นที่ทำโดยให้นักเรียนเขียนคำที่เกี่ยวข้องกับคำว่า "บวก" "ลบ" "ยกกำลัง" ที่เข้าใจในขณะนั้น 5 คำแรกในแต่ละตัว เด็กคนหนึ่งชื่อ Ellen เขียนมาให้ดังนี้

Add	Subtract	Exponent
Subtract	Add	Multiply
Plus	Take away	Exponential
Multiply	Minus	Square
Commutative	Less	Cube
Merge	Remove	Two

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ในพื้นที่สมองของเด็กหญิง Ellen อาจจะแทนได้ดังนี้



จะเห็นว่าในห้วงสมองของ Ellen การบวกและการลบอยู่ใกล้กันกว่าระหว่างการบวกและการยกกำลัง ซึ่งในการจำรำลึกต่างก็เป็น Cue ของกันและกัน ในขณะที่การบวกและการยกกำลังโยงสัมพันธ์กันโดยผ่านการคูณ วิธีการที่เรียกว่า Free Recall นี้สามารถจะใช้อนุมานสิ่งที่อยู่ในหัวเด็กได้ระดับหนึ่ง ทำให้ครูสามารถเข้าใจการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของเด็กคนนั้น ๆ ได้

จากตัวอย่างของยุทธศาสตร์ทั้งสี่ที่กล่าวแล้วมีการศึกษาว่าระหว่างผู้ที่มีทักษะและไม่มีทักษะทางคณิตศาสตร์มีความแตกต่างกันอย่างไร แต่ละยุทธศาสตร์มีรายละเอียดคร่าว ๆ ดังนี้

Pencell-and-Paper Mental Analog (กระดาษทดในใจ)

นักเรียนต้องคำนวณ 25 X 48 โดยการคิดว่า "...5 คูณ 48 ก็คือ...5 คูณ 8 เท่ากับ 40 ทด 4 , 24 , 240 และ 2 คูณ 48 เท่ากับ 96...เอา 96 มาบวกเลื่อนไปหนึ่งตัวจะได้ 1,200..."

Distribution (การกระจาย)

นักเรียนแปรแฟคเตอร์ตัวหนึ่งหรือมากกว่าให้เป็นอนุกรมบวกหรือลบ เช่น ต้องคำนวณ 8 X 4211 เด็กจะคิดดังนี้ "...8 คูณ 4,000 เท่ากับ 32,000 8 คูณ 200 เท่ากับ 1,600 จะเป็น 33,600...8 คูณ 11 เท่ากับ 88 รวมเป็น 33,688..."

Factoring (การแยกตัวแปร)

นักเรียนแปรแฟคเตอร์ตัวหนึ่งหรือมากกว่าให้เป็นอนุกรมคูณหรือหนึ่งในสี่ ตัวอย่างเช่น นักเรียนจะคำนวณ 25 X 48 โดยมีวิธีคิดดังนี้ "...5 คูณ 48 เท่ากับ 240 และ 5 คูณ 240 เท่ากับ 1,200 หรือมองอีกแง่ เด็กกำลังคิดถึง 25 X 48 = (5 X 5) X 48

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

การย้อนรำลึกตัวเลขตามสูตร (เช่น สูตรคูณ)

นักเรียนต้องคำนวณ 25 X 25

"...625...ฉันจำได้แม่น..."

ผู้วิจัยคู่หนึ่ง (Hope & Sherrill, 1987) ได้ศึกษาผู้ที่มีทักษะในการคิดคำนวณและผู้ไม่มีทักษะพบว่า

ตาราง 1 ยุทธศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้ที่มีทักษะและไม่มีทักษะทางคณิตศาสตร์

วิธีการ	ขาดทักษะ n=15		มีทักษะ n=15	
	ความถี่	%	ความถี่	%
กระดาษทดสมอง	387	86.0	101	22.4
การกระจาย	53	11.8	244	54.2
การแยกแฟคเตอร์	7	1.6	61	13.6
การจำ (โดยไม่ต้องคำนวณ)	2	0.4	44	9.8
การเดา	1	0.2	0	0.0

จากผลการวิจัยคงเห็นได้ว่าผู้ที่มีทักษะจะใช้ "กระดาษทดในสมอง" น้อยกว่ามาก แต่จะไปเน้นยุทธศาสตร์ต่าง ๆ มากขึ้น รวมทั้งการจำจากสูตรคูณมากกว่าด้วย ที่สำคัญคือนักเรียนในกลุ่มนี้ไม่มีการเดาเลย

ยุทธศาสตร์

ยุทธศาสตร์ที่สร้างความชำนาญในทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย 3 รูปแบบเบื้องต้น ได้แก่

1. ยุทธศาสตร์การประเมิน นักเรียนที่ได้รับการประเมินแล้วจะสามารถตรวจสอบความถูกต้องของตนเองได้ การใช้ยุทธศาสตร์ของการประเมิน เช่น Formulation (การใช้สูตร) Translation (การแปลหรือการตีความ) Compensation (การทดแทน การชดเชย การเปรียบเทียบ)

2. ยุทธศาสตร์การคิดในใจ เป็นความสามารถในการกระทำในหัวมากกว่าทำในกระดาษเป็นการคิดคำนวณในใจ ตัวอย่างของการคิดคำนวณของ Hope and Sherrill คือ

- Pencil and Paper Mental Analog การคิดคำนวณด้วยดินสอและกระดาษ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

- Distribution การคิดโดยใช้หลักการกระจาย โดยใช้ผลรวมและผลต่าง
- Factoring การจัดองค์ประกอบของตัวเลข โดยใช้ผลคูณและผลหาร
- Retriebval of a Numberical การเรียกคืนของความรู้เกี่ยวกับตัวเลขสมการ

3. ยุทธศาสตร์การแก้ปัญหาทั่วไป เมื่อเราเจอปัญหาใหม่ ๆ เราจะใช้ทักษะต่าง ๆ ร่วมกันในการแก้ปัญหา อาจใช้การถ่ายโยงจากปัญหาเดิมหรือความรู้เดิม การวิเคราะห์ความหมาย การตรวจสอบ ความเข้าใจของปัญหา เป็นการใช้ทักษะต่าง ๆ ประสานกันเพื่อให้แก้ไขปัญหาได้ ในด้านเนื้อหาอธิบายความรู้ด้านคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา การประเมิน ที่ช่วยเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคล การใช้สูตร การตีความ การทดแทน การคิดในใจ การกระจาย องค์ประกอบ การกู้คืนความรู้ เหล่านี้เป็นยุทธศาสตร์ที่เรานำกลับมาใช้ในการแก้ปัญหา

การสอน (Instruction)

ทักษะต่าง ๆ มีผลช่วยให้การสอนคณิตศาสตร์ประสบผลสำเร็จ ทั้งทางด้านทักษะพื้นฐาน มโนทัศน์ความรู้ความเข้าใจ และยุทธศาสตร์ ทักษะพื้นฐานในการเรียนรู้เป็นทักษะที่ดีในการฝึกหัดและให้ผลย้อนกลับ เป็นส่วนสำคัญของการสอน สนับสนุนและพัฒนา รวมทั้งความรู้ที่เป็นข้อคิดเห็น การสอน ความรู้เชิงหลักการนี้ควรเน้นไปที่การขยายความการจัดระบบ ในขณะเดียวกันที่ควรสอนให้นักเรียนรู้จักตัวอย่างของแบบแผนนั้นก็เพื่อนักเรียนจะได้เกิดแนวคิดในการพัฒนาโครงความรู้ขึ้นมาเอง ความรู้เชิงยุทธศาสตร์มักจะประสบอุปสรรค คือ ความล้มเหลวในการถ่ายทอดยุทธศาสตร์จากครูผู้สอนไปสู่เด็กนักเรียน การสอนแบบสะท้อนเป็นการสอนที่ช่วยให้ครูสามารถถ่ายทอดยุทธศาสตร์ไปสู่นักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ตัวอย่างการสอนที่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจ เช่น

- การสอนที่สนับสนุนทักษะพื้นฐาน : เป็นการเพิ่มความเร็วในการกู้คืนความจริงด้านจำนวน (Instruction to Promote Automaticity of Basic skill : Increasing the Speed of Number Fact Retrieval) เป็นการฝึกฝนให้เด็กใช้ทักษะพื้นฐาน เช่น ทักษะการนับ ทักษะการกู้คืนของความรู้ การเรียนรู้ความจริงทางตัวเลข ฯลฯ เมื่อเด็กได้ฝึกฝนหรือได้ใช้บ่อย ๆ จะช่วยให้เด็กสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เร็วขึ้น

- การสอนที่สนับสนุนความเข้าใจเชิงหลักการและแนวคิด (Instruction to Promote Conceptual Understanding) การสอนความเข้าใจเชิงหลักการและแนวคิดในทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยการสอนตัวอย่าง ทำให้เด็กเกิดโครงความรู้ การถ่ายโยง การสอนกลุ่มย่อย วิธีการค้นพบทางคณิตศาสตร์ในการพัฒนาความเข้าใจจะช่วยให้เด็กเกิดความรู้ความเข้าใจมากยิ่งขึ้น

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

- ยุทธศาสตร์การสอน (Strategy Instruction) การใช้ยุทธศาสตร์ในการสอนเป็นขั้นตอนที่ง่าย เราจะใช้ยุทธศาสตร์ในการคิดจะบรรลุจุดมุ่งหมายมากกว่าเด็กที่ใช้เวลาในการคิด

ความหมายของโจทย์ปัญหาและการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2526, หน้า 427) ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาของคณิตศาสตร์ว่าเป็นสถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยภาษาและตัวเลขที่ต้องการคำตอบ โดยผู้ที่แก้ปัญหาจะต้องคิดและตัดสินใจใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมมาแก้ปัญหา ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยทักษะความสามารถต่าง ๆ ประกอบกันเป็นทักษะการอ่านและวิเคราะห์ปัญหา การคำนวณ การมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ เป็นต้น

Kantowski (1981, pp.111-115) ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาได้ว่า เป็นปัญหาที่มีข้อความที่สามารถจะแก้ปัญหาได้โดยใช้ประโยคสัญลักษณ์ (Verbal or Word Problems) ซึ่งจะพบได้ในแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนและรวมไปถึงปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่ต้องใช้ประโยคสัญลักษณ์เพื่อแก้ปัญหา (Nonroutine Problems) และประเภทสุดท้ายคือปัญหาในชีวิตจริง (Applications or Real Problems) ซึ่งเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนของสถานการณ์ในชีวิตจริง ปัญหาชนิดนี้มักจะไม่มีคำตอบที่แน่นอนตายตัวทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสถานการณ์

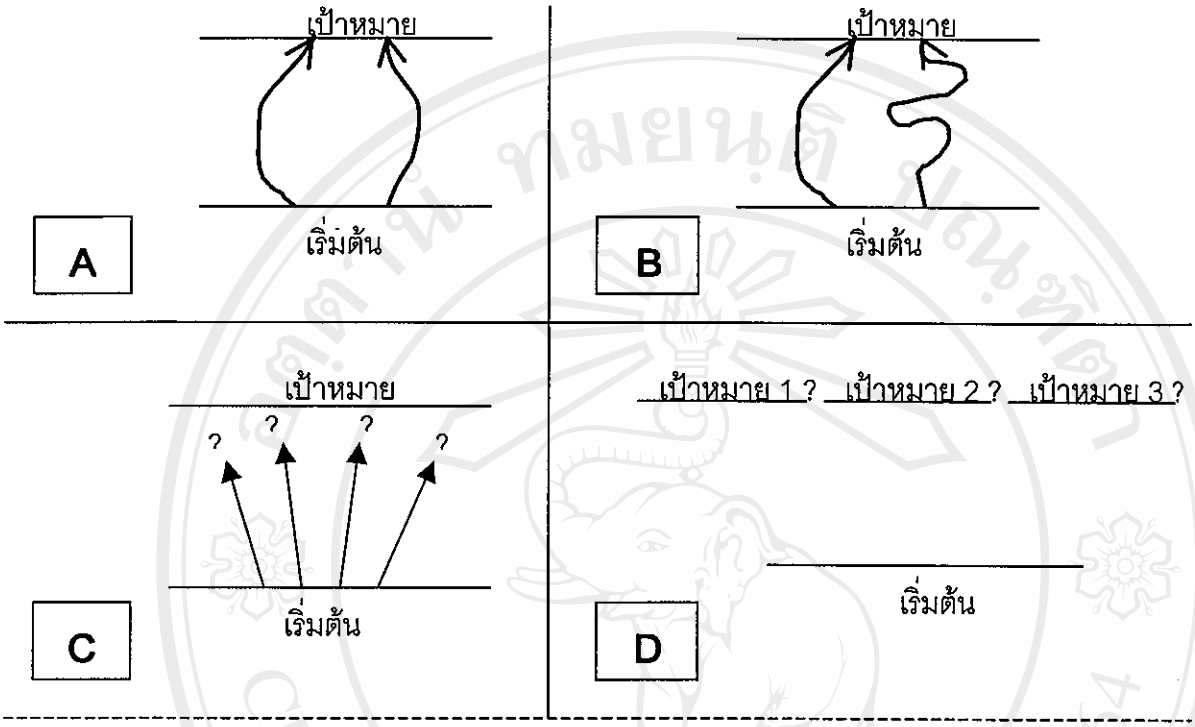
Sovchik (1989, p.256) ได้กล่าวถึงการแก้โจทย์ปัญหาไว้ว่า เป็นกิจกรรมที่พยายามจะแก้ไขสถานการณ์ที่อาจจะไม่ได้คำตอบทันที ในขณะที่ NCSM (Cited in Sovchik , p.256) อธิบายว่า เป็นกระบวนการในการประยุกต์เอาความรู้ที่มีอยู่ไปใช้กับสถานการณ์ใหม่หรือสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย

Gagne D., Yekovich W. and Yekovich R. (1993, pp.211-212) ได้กล่าวถึงคำจำกัดความของการแก้ปัญหาไว้ว่า การที่ปัญหาจะเกิดขึ้นนั้นก็ต่อเมื่อบุคคลใดบุคคลหนึ่งมีเป้าหมายและยังไม่ทราบว่าจะไปถึงเป้าหมายได้อย่างไร ในปัญหาเดียวกันอาจจะยากหรือง่ายขึ้นอยู่กับปัจเจกบุคคล เช่น ถ้าต้องการหาผลบวกของ 25 และ 36 อาจจะเป็นเรื่องง่ายของเด็ก ป.2 ในขณะที่ยากสำหรับเด็กอนุบาล

กรอบความคิดเกี่ยวกับกระบวนการที่เป็นมาตรฐานในการที่จะพิจารณาปัญหาประกอบด้วย 1) เป้าหมายหรือสภาวะสุดท้าย 2) การเริ่มหรือสภาวะเริ่มต้น และ 3) จำนวนของสภาวะของวิธีการ ซึ่งจะแสดงถึงเส้นทางที่เป็นคำตอบที่จะไปหาเป้าหมาย เส้นทางที่เป็นคำตอบแต่ละเส้นจะประกอบไปด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ที่เคลื่อนจากสภาวะเริ่มต้นไปหาสภาวะของเป้าหมาย สภาวะของ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

การเริ่มต้น เส้นทางไปหาคำตอบ และเป้าหมายปลายทางรวมกันแล้วเรียกว่า สภาพปัญหา (Problem Space) ดังแผนภาพ



ภาพ 1 ภาพแสดงรูปแบบหลาย ๆ รูปแบบของสภาพปัญหา (Problem Space)

ในภาพแสดงสภาพของปัญหาหลาย ๆ แบบ ในช่อง A มีเป้าหมายและมีเส้นทางที่มีประสิทธิผลพอ ๆ กัน ในการที่จะไปถึงเป้าหมาย ช่อง B แสดงให้เห็นว่ามีเส้นทางที่มีประสิทธิผลต่างกัน ช่อง C แสดงให้เห็นว่ามีเป้าหมาย มีการเริ่มต้นแต่ยังไม่ทราบเส้นทางที่จะไปได้ ส่วนช่อง D เป็นสถานการณ์ที่มีปัญหา แต่มีความไม่ชัดเจนของปัญหาจึงยังไม่สามารถเริ่มต้นหาทางได้ เมื่อทำปัญหาให้คิดได้เมื่อไรก็จะเข้าสู่เส้นทางในช่อง A , B หรือ C ได้

ประเภทของโจทย์ปัญหา

Charles & Lester (อ้างใน กรมวิชาการ, 2537, หน้า 1-2) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 6 ประเภท คือ

1. แบบฝึกหัดสำหรับการคิดคำนวณ เป็นแบบฝึกหัดสำหรับการคิดคำนวณที่ต้องอาศัยความรวดเร็วและแม่นยำในการหาคำตอบ เช่น 3 + 7 , 40 –15 , 29 x 17 , 25%ของ 100 เป็นต้น

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

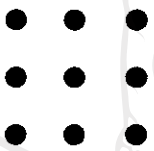
2. โจทย์ปัญหาอย่างง่ายหรือโจทย์ปัญหาชั้นเดียว เป็นโจทย์ปัญหาที่ใช้กันทั่ว ๆ ไปในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์เช่น มีส้มอยู่ 410 ผล ขายไป ¼ ขายส้มไปจำนวนกี่ผล หรือปลาทู 20 เข่ง เข่งละ 3 ตัว รวมเป็นปลาทูกี่ตัว

3. โจทย์ปัญหาเชิงซ้อนหรือโจทย์ปัญหาหลาย ๆ ขั้น เช่น ไข่ไก่ 40 ถาด ๆ ละ 30 ฟอง นำมาจัดใส่ถุง ๆ ละ 10 ฟอง จะได้กี่ถุง

4. ปัญหาประยุกต์ เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการฝึกหรือส่งเสริมให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาในชีวิตจริง เช่น ถ้านักเรียนจะจัดงานเลี้ยงสังสรรค์ในห้องเรียนของเรา จะต้องเตรียมเครื่องดื่มปริมาณเท่าใดจึงจะเพียงพอ

5. ปัญหาเชิงกระบวนการ เป็นปัญหาที่ฝึกให้นักเรียนคิดค้นหรือสร้างวิธีการคิดที่จะนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้เร็วขึ้น เช่น การบวกจำนวน 1 ถึง 100 หรือการนับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในกระดานหมากรุก

6. ปัญหาเชิงปริศนา เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปริศนาต่าง ๆ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาด้วยตนเอง ไม่จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เสมอไป เช่น ให้ลากเส้น 4 เส้น ให้ผ่านจุดทุกจุด โดยไม่ต้องยกปากกาหรือดินสอ



Russell & Blance (อ้างใน กมล ชื่นทองคำ, หน้า 24) ได้แบ่งลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. โจทย์ที่มีรูปแบบ เป็นโจทย์ที่ต้องการคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว ได้แก่ โจทย์ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในหนังสือแบบเรียนทั่ว ๆ ไป การหาคำตอบของโจทย์สัญลักษณ์นั้นจะใช้วิธีคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยตรง

2. โจทย์ที่ไม่มีรูปแบบ เป็นโจทย์ที่ต้องการให้นักเรียนแสดงกระบวนการหรือขั้นตอนในการหาคำตอบ ซึ่งอาจจะต้องใช้แผนภาพหรือรูปภาพประกอบ โจทย์ปัญหานี้จะเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

Baroody (อ้างใน สิริพร ทิพย์คง, 2544, หน้า 26) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. โจทย์ปัญหาปกติ (Routine Problems) เป็นโจทย์ปัญหาในหนังสือแบบเรียนทั่วไปที่มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ซึ่งมีเฉพาะข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา และมีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว

2. โจทย์ปัญหาไม่ปกติ (Nonroutine Problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่สอดคล้องกับสภาพชีวิตจริงมากกว่าโจทย์ปัญหาปกติ คือ มีข้อมูลในโจทย์มากเกินไปทั้งข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็น

Kantowski (1981, p.113-115) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. โจทย์ปัญหาปกติ (Verbal Problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่มีข้อความบรรยายสถานการณ์แล้วใช้ประโยคสัญลักษณ์แก้ปัญหา เช่น มาลีซื้อขนมและน้ำราคา 20 บาท ให้เงินไป 50 บาท จะได้เงินทอนกี่บาท

2. โจทย์ปัญหาไม่ปกติ (Nonroutine Problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนอาจจะไม่ต้องใช้ประโยคสัญลักษณ์หรือมีแนวทางแก้ไขจำนวนหลายวิธี การให้นักเรียนได้แก้ปัญหาโจทย์ปัญหาลักษณะนี้นักเรียนต้องใช้กระบวนการจัดการข้อมูล หรืออาจจะต้องใช้ทักษะการคิดคำนวณ การวางแผนโจทย์ลักษณะนี้จะช่วยให้นักเรียนถ่ายโยงวิธีแก้ปัญหาไปยังสถานการณ์ใหม่ได้ เช่น มาลีมีเงินอยู่ 30 บาท และต้องการจะใช้ซื้ออาหารเที่ยงให้หมด ในโรงอาหารมีอาหารราคาดังนี้ ข้าวหมูแดง 20 บาท ขนมจีน 15 บาท ขนม 5 บาท น้ำแก้วละ 3 บาท และ 5 บาท ผลไม้ถุงละ 7 บาท มาลีจะเลือกรับประทานอย่างไร

3. โจทย์ปัญหาชีวิตจริง (Real Problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่มีความสลับซับซ้อนในสถานการณ์ ไม่มีคำตอบที่แน่นอนตายตัว อาจจะมีลักษณะเป็นโครงการเป็นโจทย์ที่เน้นการนำไปใช้ (Applications)

องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับองค์ประกอบที่สำคัญ 3 อย่าง ได้แก่ ตัวแปรด้านบุคคล (Subject Variables) ตัวแปรด้านภารกิจ (Task Variables) และตัวแปรด้านกระบวนการ(Process Variables)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตัวแปรด้านบุคคล (Subject Variables)

วีณา วโรตมะวิชญ (2542,หน้า 3) และประยูร อาษานาม (2528,หน้า 42-45) ได้กล่าวสอดคล้องกันว่า ตัวแปรที่ส่งผลต่อนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาประกอบด้วย ประสบการณ์พื้นฐาน ความสามารถในการอ่าน ระดับสติปัญญา ความสามารถในการคิดคำนวณ ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับทักษะพื้นฐานบวก ลบ คูณ หาร ในขณะที่ Fleischer, Nuzum and Marzola (1987, p.214) ได้กล่าวว่า ผู้ที่สามารถแก้ปัญหาได้ดีต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถในการอ่าน มีเหตุผล มีทักษะการคิดและสติปัญญาที่ดี

นอกจากในส่วนของนักเรียนแล้ว ครูผู้สอนก็เป็นอีกตัวแปรหนึ่งที่มีส่วนสำคัญในการที่จะทำให้นักเรียนเป็นผู้แก้ปัญหาได้ดี โดยเฉพาะในเรื่องของความเชื่อหรือทัศนคติของครูต่อการแก้ปัญหาของเด็ก Ford (1994, p.314 - 321) ได้ทำวิจัยพบว่าครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เชื่อว่า 1) การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวณ 2) การที่นักเรียนจะประสบความสำเร็จหรือล้มเหลวนั้นอยู่ที่ความสามารถของนักเรียน และ 3) กิจกรรมในการแก้ปัญหาควรเป็นไปที่การส่งเสริมทักษะการคิดคำนวณ ครูยังให้ความสำคัญกับการให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกและสุดท้ายครูมีความหวังอย่างมากกับความสามารถในการทำปัญหาเกี่ยวกับการคิดคำนวณและไม่คาดหวังเกี่ยวกับความสามารถในการทำปัญหาเกี่ยวกับเหตุผล

ตัวแปรด้านภารกิจ (Task Variables)

Sovchik และ Clyde (อ้างใน วีณา วโรตมะวิชญ, 2545, หน้า 12) ได้กล่าวสอดคล้องกันถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจเอาไว้ว่า ควรมีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวันและสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุด และสถานการณ์ที่สร้างขึ้นควรเป็นปัญหาที่ใช้ภาษาหรือบรรยากาศในลักษณะที่ผู้เรียนมีประสบการณ์และไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่วไป นอกจากนี้แล้ว Fleischer, Nuzum and Marzola (1987, p.214) ยังได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาที่เหมาะสมว่าควรมีลักษณะที่สอดคล้องกับผู้เรียนในด้านต่าง ๆ ดังนี้ 1) ภาษาที่ใช้ 2) ความยาวของโจทย์ 3) ความยากของการคิดคำนวณ และ 4) ลักษณะของโจทย์

ตัวแปรด้านกระบวนการ (Process Variables)

Fleischer, Nuzum and Marzola (1987, p.214 - 215) ได้กล่าวว่า การพัฒนาการสอนการแก้โจทย์ปัญหาโดยมุ่งสอนทักษะใดทักษะหนึ่งเพียงอย่างเดียวเช่น สอนให้จำคำสำคัญ (Key-word) ปรับปรุงความเข้าใจในการอ่าน ปรับปรุงสมรรถภาพการของคิดคำนวณ มักจะไม่ทำให้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เด็กประสบความสำเร็จ กลวิธีการเรียนการสอนควรมุ่งเน้นไปที่กระบวนการทั้งหมดให้มากกว่าองค์ประกอบใดองค์ประกอบหนึ่ง วีณา วโรตมะวิชญ (2542, หน้า 4) ได้กล่าวว่าครูควรจัดบรรยากาศการเรียนการสอนที่มีการกระตุ้นให้นักเรียนคิด พยายามจูงใจให้นักเรียนมีความพยายามในการที่จะแก้โจทย์ปัญหา ใช้วิธีการเรียนการสอนที่หลากหลาย ซึ่งสอดคล้องกับ Wilson (1996, p.564 – 565) ซึ่งกล่าวว่าการที่ครูจะพัฒนาให้ผู้เรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีนั้นจะต้องกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหา ช่วยนักเรียนในการแก้ปัญหาและให้นักเรียนได้ใช้ความคิดอย่างอิสระด้วยการจัดการเรียนการสอนในลักษณะเป็นการเรียนรู้แบบร่วมมือ(Cooperative Learning) ด้วยการเรียนการสอนแบบกลุ่มใหญ่ (Whole – group instruction) โดยครูจะมีบทบาทในฐานะเป็นผู้ที่แก้ปัญหาที่เหมาะสมให้กับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จ

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ Garafalo และ Lester

Garafalo และ Lester (Garafalo & Lester 1985 อ้างใน สมจิตร์ ทรัพย์อัประไมย 2540) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญดังนี้คือ

1. การกำหนดทิศทางการแก้ปัญหา (Orientation) คือ การแยกแยะปัญหา แบ่งการแก้ปัญหาออกเป็นขั้นตอน ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนย่อย คือ
   - 1.1 การทำความเข้าใจ
   - 1.2 การวิเคราะห์ข่าวสารข้อมูลและเงื่อนไข
   - 1.3 การประเมินความคุ้นเคยกับงาน
   - 1.4 การสร้างตัวแทนปัญหา
   - 1.5 การประเมินความยากและโอกาสที่จะสำเร็จ
2. การวางแผนการแก้ปัญหา (Organization)
   - 2.1 ระบุเป้าหมายย่อยและเป้าหมายสุดท้าย
   - 2.2 วางแผนรวม
   - 2.3 วางแผนย่อย
3. การดำเนินการแก้ปัญหา หรือการดำเนินการตามแผน (Execution)
   - 3.1 ดำเนินการตามแผนย่อย
   - 3.2 กำกับ ประเมินความก้าวหน้าของการดำเนินการตามแผนย่อยและแผนรวม
   - 3.3 กำกับ ประเมินความก้าวหน้าของการดำเนินการตามแผนย่อยและแผนรวม

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

4. การประเมินความถูกต้อง (Verification)

4.1 ความถูกต้องของการดำเนินการ

4.2 ความสอดคล้องของแผนและการดำเนินการ

4.3 ความสอดคล้องของผลแต่ละขั้นตอนกับแผนและเงื่อนไขของปัญหา

4.4 ความสอดคล้องของผลขั้นสุดท้ายกับแผนและเงื่อนไขของปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ สมบัติ โพธิ์ทอง

สมบัติ โพธิ์ทอง (2539) ได้สรุปขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา
2. วางแผนในการแก้ปัญหา
3. ดำเนินการตามแผนที่วางไว้
4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ ทองหล่อ วงษ์อินทร์

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2537) ได้สรุปกระบวนการเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาจากโจทย์ ประกอบด้วย การบอกได้ในสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ การบอกเป้าหมายของการแก้ปัญหา แยกแยะข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา รวมทั้งการระบุคำที่ยากที่ปรากฏในโจทย์ที่ยากแก่การทำความเข้าใจ

2. การสร้างตัวแทนปัญหา มีวิธีการเช่น การวาดรูป การสร้างแผน หรือแผนภูมิหรือภาพ สัญลักษณ์ต่าง ๆ แทนข้อความในโจทย์ การแปลงโจทย์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ และจัดระบบข้อมูลใหม่

3. การวางแผนในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย การระบุเงื่อนไขจากโจทย์ การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา เลือกขั้นตอนในการทำงาน จัดลำดับขั้นตอน ประมาณค่าคำตอบ ระบุว่าปัญหาเกี่ยวข้องกับการใช้สูตร กฎ หรือหลักเกณฑ์เรื่องใด

4. การลงมือแก้ปัญหา มีขั้นตอนย่อยดังนี้คือ ดำเนินการตามแผนด้วยทักษะทางด้านพีชคณิต เรขาคณิต ระบุเหตุผลในการคำนวณ ระบุความถูกต้องในการคำนวณ ใช้กฎเกณฑ์ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ

5. การตรวจสอบการแก้ปัญหา ได้แก่ การตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา ทบทวนคำตอบโดยพิจารณาจากการคำนวณ ตรวจสอบคำตอบว่าตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือไม่ รวมถึงความถูกต้องของค่าคำตอบ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ Polya

Polya (Polya ,1971 : 191 – 223 อ้างใน ทองหล่อ วงษ์อินทร์ 2537) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่ามี 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การเข้าใจปัญหา ต้องทำความเข้าใจว่า สิ่งใดที่เราต้องค้นหา สิ่งใดคือข้อมูล สิ่งใดคือเงื่อนไข และเงื่อนไขนั้นจะเป็นตัวที่นำไปสู่สิ่งที่เราต้องการค้นหาหรือไม่ จากนั้นเป็นการวาดแผนผังเพื่อแสดงให้เห็นถึงจุดที่สำคัญได้ และแยกเงื่อนไขออกเป็นตอน ๆ

ขั้นที่ 2 การคิดวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล กับสิ่งที่ต้องการค้นหา แต่หากไม่สามารถหาพบได้อย่างทันทีทันใด ต้องรู้จักพิจารณาปัญหาข้างเคียงมาประกอบการวางแผน ในการคิดวางแผนการแก้ปัญหานั้น ต้องพิจารณาว่า เคยเห็นปัญหานั้นหรือปัญหาแบบเดียวกันนั้นมาก่อนหรือไม่ ทราบข้อมูลที่เกี่ยวข้องหรือทฤษฎีที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่สามารถแก้ปัญหาทั้งหมดได้ ก็พยายามแก้ปัญหาบางส่วนก่อน และพิจารณาว่า ปัญหานั้นเป็นปัญหาทั่วไป หรือเป็นปัญหาที่เฉพาะเจาะจง

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน ในการลงมือแก้ปัญหานั้น ต้องมีการทบทวนขั้นตอนแต่ละขั้นตอน ดูว่าเป็นขั้นตอนที่ถูกต้องหรือไม่ สามารถทดสอบได้หรือไม่ว่า ถูกต้อง

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบการดำเนินการ เป็นการทบทวนผลลัพธ์ จากการดำเนินการแก้ปัญหา และพิจารณาว่าสามารถใช้วิธีการนี้ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ได้หรือไม่

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ Krulik

Krulik (1987 : 45-46) ได้เสนอวิธีการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และยังสามารถนำไปแก้ปัญหาโดยทั่วไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยวิธีแก้ปัญหาแบบตรงจุด (heuristic) โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การอ่านโจทย์ (Read) ประกอบด้วย การบันทึกคำสำคัญจากโจทย์ การอธิบายปัญหา การทวนปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง บอกว่าโจทย์ถามอะไร และบอกว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้บ้าง

ขั้นที่ 2 การสำรวจรายละเอียดของปัญหา (Explore) ประกอบด้วย การจัดระบบข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ การวาดรูป หรือไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิ หรือตาราง

ขั้นที่ 3 การเลือกวิธี (Select a Strategy) ประกอบด้วย การระลึกรูปแบบการทำงานย้อนกลับ การคาดคะเน และการตรวจสอบ การสร้างสถานการณ์ หรือการทดลอง การเขียนโครง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

สร้างในการจัดระบบหรือรายการที่จะช่วยในการแก้ปัญหา การอนุมานทางตรรกศาสตร์ และการแบ่งปัญหาออกเป็นตอน ๆ เพื่อเตรียมการแก้

ขั้นที่ 4 การลงมือแก้ปัญหา (Solve) ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผน การใช้ทักษะการคำนวณ การใช้ทักษะทางเรขาคณิต การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

ขั้นที่ 5 การพิจารณาคำตอบ และการขยายผล (Review and Extend) ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ การใช้คำถาม ถ้า....แล้ว (If....Then) และการอภิปรายการแก้ปัญหา

จากการสังเคราะห์แนวคิดของทั้ง 5 ท่าน ผู้วิจัยได้พิจารณาเห็นว่า ในงานวิจัยครั้งนี้ กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้เป็นแนวทางในการวิจัยประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ

1. การกำหนดทิศทางในการคิดแก้ปัญหา ศึกษาได้จากสิ่งต่อไปนี้
   1.1 การอ่านโจทย์
   1.2 การเริ่มต้นคิด
   1.3 การวางเป้าหมายในการแก้ปัญหา
   1.4 การกำหนดประเด็นสำคัญที่ใช้ในการคิดโจทย์
2. การวางแผนการในการคิดแก้ปัญหา ศึกษาได้จากสิ่งต่อไปนี้
   2.1 ขั้นตอนที่ใช้ในการคิดแก้โจทย์ปัญหา
   2.2 เหตุผลที่เลือกขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหา
   2.3 ตัวชี้วัดการประเมินคำตอบ
   2.4 แผนการอื่นที่ได้วางไว้
   2.5 การอธิบายขั้นตอนในแต่ละขั้น
3. การดำเนินการแก้ปัญหา ศึกษาได้จากสิ่งต่อไปนี้
   3.1 การลงมือแก้โจทย์ปัญหา
   3.2 การตรวจสอบ ประเมินการแก้โจทย์ปัญหา
   3.3 คำตอบที่คาดว่าจะได้รับ
4. การประเมินความถูกต้อง ศึกษาได้จากสิ่งต่อไปนี้
   4.1 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาหลังจากทำโจทย์เสร็จ
   4.2 ความสอดคล้องระหว่างคำตอบกับสิ่งที่ต้องการ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

จรูญ มิลินทร์ และคณะ (2505, หน้า 6) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า คือ ความรู้ที่ได้รับและทักษะที่พัฒนาขึ้นมาในตัวนักเรียนจากการเรียนตามปกติ แสดงออกมาให้เห็นได้โดยคะแนนที่สอบได้ในวิชานั้น ๆ

ชวาล แพรัตกุล (2514,หน้า 15 – 17) ได้ให้ความหมายของคำว่า "สัมฤทธิผลทางการเรียน"ว่าเป็นความสำเร็จในด้านความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ของสมอง นั่นคือ สัมฤทธิผลทางการเรียนควรจะประกอบด้วยสิ่งสำคัญอย่างน้อยสามสิ่ง คือ ความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ

บุญส่ง นิลแก้ว (2519, หน้า 136) กล่าวว่า ความสัมฤทธิผลหรือ ประสิทธิภาพทางการศึกษา หมายถึง ความสามารถของบุคคลที่ได้เรียนรู้ในสิ่งที่ได้รับการฝึกอบรม สั่งสอน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เป็นความสามารถในการเรียนในโรงเรียนหรือสถานศึกษา

Mauritz & Nitko (อ้างใน สุนันท์ อนุตรปัญญา,2533,หน้า 7-8) ได้กล่าวไว้ว่า การสัมฤทธิ์ผลการเรียนนั้นถือว่าเป็นตัวแปรที่สำคัญตัวหนึ่งในการทดสอบต่อขบวนการเรียนรู้และการประเมินผล ซึ่งจากตารางแสดงการประเมินผลทางการศึกษา ได้ชี้ให้เห็นว่าจำเป็นที่จะต้องจัดหรือประเมินผู้เรียนใน 4 ประเด็นหลักคือ 1) การสัมฤทธิ์ผลทางการเรียน (Achievement) 2) การพิจารณาความถนัดของผู้เรียน (Aptitude) 3) การค้นหาความสนใจในตัวผู้เรียน (Interest) และ 4) การพัฒนาบุคลิกภาพที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน (Personality)

แต่ปรากฏว่าในความจริงแล้ว ในสถาบันโรงเรียนนั้นไม่สามารถประเมินเด็กได้ครบทั้ง 4 ประการ การประเมินจะพบเห็นชัดในด้านการสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนมากที่สุด การประเมินด้านอื่น ๆ นั้น ดูเหมือนเป็นการพิจารณาที่ปรากฏในภายหลังหรือปรากฏน้อย

อัจฉรา สุขารมณ์ และอรพินทร์ ชูชม (2530, หน้า 3) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง ระดับความสำเร็จที่ได้รับจากการเรียน ซึ่งได้ประเมินผลจากสองวิธี ดังต่อไปนี้

1. กระบวนการที่ได้จากแบบทดสอบ โดยใช้แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยทั่วไป

2. กระบวนการที่ได้จากเกรดเฉลี่ยของสถาบันการศึกษา ซึ่งต้องอาศัยกรรมวิธีที่ซับซ้อนและช่วงเวลาที่ยาวนาน

สรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ ระดับของความสำเร็จที่ได้รับจากการเรียนในด้านความรู้ ความเข้าใจ และความสามารถทางด้านวิชาการ รวมทั้งสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ เช่น การคิด การแก้ปัญหา ซึ่งประเมินจากเกรดเฉลี่ยที่ได้จากสถาบันการศึกษาและโรงเรียน จึงถือ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ได้ว่าผลสัมฤทธิ์เป็นตัวแสดงให้เห็นถึงความสำเร็จ หรือล้มเหลวทางการศึกษา จากการศึกษาของพรทิพย์ ถาวรจักร์ (2525 หน้า 1) ที่ศึกษาจากแนวคิดของอแนสตาซี่ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความสัมพันธ์กับองค์ประกอบใหญ่ 2 ประการ คือ องค์ประกอบทางด้านสติปัญญากับองค์ประกอบที่ไม่ใช่สติปัญญา องค์ประกอบทางด้านสติปัญญาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญส่วนหนึ่งที่มีผลต่อสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเป็นความสามารถด้านการคิดของบุคคลอันเป็นผลมาจากการสะสมของประสบการณ์ต่าง ๆ ได้แก่ สมรรถภาพทางสมอง ความคิดสร้างสรรค์ ความถนัดทางการเรียน ส่วนองค์ประกอบที่ไม่ใช่สติปัญญา ได้แก่ องค์ประกอบทางด้านเศรษฐกิจ แรงจูงใจในการเรียน การปรับตัวในสังคม สภาพครอบครัว ทัศนคติต่อวิชา เป็นต้น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Jitendra. K.A.et.al. (1998) ได้ทำการวิจัยผลของการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความเสี่ยงหรือความสามารถค่อนข้างต่ำ โดยดูผลที่เกิดขึ้นจากการสอนที่ใช้ 2 กลวิธี คือ กลวิธีโครงสร้าง (Schema – based strategy) และกลวิธีสอนปกติ (Traditional basal strategy) เกี่ยวกับความเข้าใจ การคงอยู่ และการสรุปการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของเด็กประถมศึกษาที่มีความสามารถค่อนข้างต่ำหรืออยู่ในภาวะเสี่ยงต่อความล้มเหลวทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถของนักเรียนที่เรียนด้วย 2 วิธีเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนนักเรียนทุกคนสามารถใช้ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาและการสรุปได้ อย่างไรก็ตาม คะแนนหลังเรียน คะแนนความคงทน และคะแนนการสรุปของทั้งสองกลุ่มมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และมีความชอบในยุทธศาสตร์ที่ใช้โครงความรู้

วาสนา ยิสุ (2535) ได้ศึกษาสมรรถภาพพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลสัมฤทธิ์สูง พบว่า สมรรถภาพพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานั้นแบ่งเป็น 3 องค์ประกอบคือ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ทักษะการอ่าน การตีความโจทย์ปัญหาและการคิดคำนวณ

วราลักษณ์ อินต๊ะวงศ์ (2539) ได้ศึกษาผลการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนตามวิธีของนุชุม พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามวิธีนุชุมสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

สุกัญญา โพธิสุวรรณ (2541) ได้พัฒนาแบบฝึกทักษะการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้นมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากแบบฝึกในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์และนักเรียนมีกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาจากการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาส่วนใหญ่นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่จะไม่มีกระบวนการวิเคราะห์ข้อมูล แต่คิดแก้ปัญหาโดยแสดงวิธีทำตามตัวอย่างในแบบเรียน

อำนวย เลิศชยันตี (2523) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางสมองกับความสามารถทางด้านการคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนรัฐบาล ในเขตกรุงเทพมหานคร และพบว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันสูงมาก

จากงานวิจัยต่าง ๆ ดังกล่าวข้างต้น จะเห็นได้ว่า ในกระบวนการคิดที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะมีตัวแปรหรือประเด็นสำคัญที่สามารถจะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างเป็นผลสำเร็จ เช่น วิธีการในการสอนของครู สมรรถภาพพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและระดับสติปัญญาของนักเรียนเอง ดังนั้นเมื่อสอนในเรื่องของการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนต้องคำนึงถึงสิ่งที่ได้กล่าวมานี้ด้วยก็จะเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนทั้งที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและต่ำ ในการพัฒนาและปรับปรุงประสิทธิภาพในการเรียนต่อไป

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved