

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัย เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสันหนองควาย จังหวัดเชียงราย เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องโดย นำเสนอตามลำดับดังนี้

1. ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา
 - 1.1 ทักษะกระบวนการ
 - 1.2 ความหมายของการแก้ปัญหา
 - 1.3 ลักษณะของปัญหาที่ดี
 - 1.4 กระบวนการแก้ปัญหา
 - 1.5 วิธีการสอนแก้ปัญหา และกลวิธีการแก้ปัญหา
 - 1.6 การส่งเสริมกิจกรรมการเรียนการสอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 1.7 หลักการสอนและการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
2. ทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของการสื่อสาร
 - 2.2 การพัฒนาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 การสร้างการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 2.4 การพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 2.5 แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 2.6 เทคนิคการเรียนการสอน : การถามคำถาม
3. การทำงานกลุ่ม
 - 3.1 ความหมายของการทำงานกลุ่ม
 - 3.2 องค์ประกอบของการทำงานกลุ่ม
 - 3.3 ลักษณะของสมาชิกกลุ่มที่มีประสิทธิภาพ
 - 3.4 กระบวนการในการทำงานกลุ่ม
 - 3.5 ประโยชน์ของการทำงานกลุ่ม

- 3.6 การเรียนแบบร่วมมือ
4. บันทึกการเรียนรู้
 - 4.1 ความหมายของบันทึกการเรียนรู้
 - 4.2 ลักษณะของการเขียนบันทึกการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
 - 4.3 ประโยชน์ของการเขียนบันทึกการเรียนรู้
5. การเรียนการสอน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา

ทักษะกระบวนการ

วัลลภ กันทรพิชัย (2533, อ้างใน ไสว พิทขาว, 2542, หน้า 102) กล่าวว่า ทักษะกระบวนการ คือ กระบวนการปฏิบัติหรือกระบวนการทำงาน ที่ครบขั้นตอนตั้งแต่เริ่มแรกจนงานแล้วเสร็จอย่างดี มีคุณภาพน่าพอใจ

กรมวิชาการ (2544, หน้า 5-6) ได้อธิบายว่า ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ มีความสามารถในการแก้ปัญหา มีความสามารถในการให้เหตุผล มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ความหมายของการแก้ปัญหา

มีนักการศึกษาหลายท่านที่ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาซึ่งมีลักษณะสอดคล้องกัน ดังต่อไปนี้

โพลยา (Polya, 1957, p. 4-5) ได้ให้นิยามของการแก้ปัญหว่า การแก้ปัญหาคือความสามารถพิเศษทางสมอง ซึ่งเป็นพรสวรรค์ของแต่ละบุคคล ทำให้บุคคลนั้นมีความสามารถพิเศษเหนือผู้อื่น

กาเย (Gagne', 1970, p. 63) อธิบายว่า กระบวนการแก้ปัญหาคือรูปแบบของการเรียนรู้ที่หนึ่งที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ประเภทหลักการที่มีความเกี่ยวข้องกันตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และใช้หลักการนั้นประสมประสานกันจนเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่าความสามารถทางการคิดแก้ปัญหา การเรียนรู้ประเภทนี้ต้องอาศัยหลักการเรียนรู้โมดัลโดยสามารถมองเห็นลักษณะร่วมกันของสิ่งเร้าทั้งหมด

F.K Lester (1978, อ้างใน ชูพิน พิพิธกุล, 2539, หน้า 80) ได้ให้นิยามของการแก้ปัญหาว่า “การแก้ปัญหาเป็นการกระทำ ซึ่งจะบรรลุถึงการแก้ไขในการทำงานเฉพาะบางประการ”

ทวิศักดิ์ ญาณประทีป (2531, หน้า 66, 334) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาไว้ว่า การแก้ปัญหา หมายถึง งานหรือหน้าที่ที่อธิบายให้เข้าใจ ให้หายข้อสงสัยหรือคำถามหรือข้อที่พิจารณาแก้ไข

สุกัญญา พิทักษ์ศักดิ์ดากร (2541, หน้า 7) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหา เป็นการแยกแยะ การอธิบายให้เข้าใจหรือหายสงสัยในคำถามหรือปัญหาที่จำเป็นจะต้องแก้ไขโดยการนำเอาหลักการอย่างน้อย 2 อย่างขึ้นไป มารวมกันเพื่อทำให้เกิดหลักการใหม่ในระดับที่สูงขึ้น เพื่อมาใช้แก้ปัญหา ทำให้เกิดความรู้ใหม่ผ่านกระบวนการที่มีเหตุผล เพื่อจะได้ข้อสรุปหรือคำตอบที่ชัดเจน ที่ครอบคลุมเป้าหมาย ขบวนการ และทักษะขั้นพื้นฐาน

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 3-4) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเพียงส่วนหนึ่งของการแก้ปัญหาและการแก้ปัญหานั้นหัวใจของคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องอาศัยความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎและสูตรต่าง ๆ ไปใช้แก้ปัญหา

จากความหมายของการแก้ปัญหานักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายไว้ สรุปได้ว่าการแก้ปัญหา เป็นการหาคำตอบโดยใช้วิธีการต่าง ๆ ที่นำมาอธิบายเพื่อให้บรรลุถึงการแก้ปัญหานั้น ๆ ให้เกิดความกระจ่าง ชัดเจน

ลักษณะของปัญหาที่ดี

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 18) ได้เสนอแนะลักษณะของปัญหาที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจได้ง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ทำลายความสามารถของนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ
5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน
8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพ ไคอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

ลักษณะของปัญหาที่ดีที่ครูจะนำมาใช้นั้น ควรเป็นปัญหาที่มีภาษาที่ชัดเจน เข้าใจง่าย มีข้อมูลเพียงพอ มีความยาวเหมาะสม ทำทลายความสามารถของนักเรียน เป็นเหตุการณ์จริงที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน มีการหาคำตอบได้หลายวิธี สามารถใช้การวาดภาพ แผนภาพ ไคอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยแก้ปัญหาได้ ในการแก้ปัญหานักเรียนต้องมีความรู้ในขั้นตอนของการแก้ปัญหาย่างเป็นระบบ กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา และของกรมวิชาการมีความเหมาะสมและใช้กันอย่างแพร่หลายในโรงเรียน ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหของโพลยามีขั้นตอนการแก้ปัญหาย่างเป็นระบบ มีแบบแผนที่ชัดเจน

กระบวนการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหของ โพลยา (Polya, 1957) มีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้การวาดรูปและแยกแยะสถานการณ์ หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) ผู้เรียนมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น เป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถาม กับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนการแก้ปัญหาดังนี้

2.1 โจทย์ปัญหาลักษณะนี้เคยพบมาก่อนหรือไม่ มีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหาที่เคยทำมาแล้วอย่างไร

2.2 เคยพบโจทย์ปัญหาลักษณะนี้เมื่อไร และใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา

2.3 ถ้าอ่านโจทย์ปัญหาครั้งแรกแล้วไม่เข้าใจ ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง แล้ววิเคราะห์ความแตกต่างของปัญหานี้กับปัญหาที่เคยทำมาก่อน

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตร ที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าว ๆ

กรมวิชาการ (2544, หน้า 14) ได้เสนอขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาดังนี้

1. ศึกษาและสรุปว่า “ปัญหา” คืออะไร
2. กำหนดขอบเขตของปัญหา
3. วิเคราะห์งานเพื่อแบ่งปัญหาเป็นเรื่องย่อย ๆ สำหรับศึกษาค้นคว้า
4. รวบรวมข้อมูลสำหรับแต่ละเรื่อง
5. ประเมินข้อมูลเพื่อจัดความลำเอียง และข้อผิดพลาด
6. สังเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่มีความหมาย
7. หาข้อสรุปและข้อเสนอแนะทางเลือกเพื่อการแก้ปัญหา
8. นำเสนอผลการศึกษาหรือการแก้ปัญหา

กิลฟอร์ด (Guilford, 1971, p. 130 อ้างใน จิราวรรณ เกิดผล, 2547, หน้า 34) เห็นว่ากระบวนการในการแก้ปัญหาคควรประกอบด้วยกระบวนการต่าง ๆ ตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ (Preparation) หมายถึง ขั้นในการตั้งปัญหาหรือค้นหาปัญหาที่แท้จริงของเหตุการณ์นั้นคืออะไร
2. ขั้นในการวิเคราะห์ปัญหา (Analysis) หมายถึง ขั้นในการพิจารณาว่าสิ่งใดบ้างเป็นสาเหตุสำคัญของปัญหา หรือสิ่งใดบ้างไม่ใช่สาเหตุที่สำคัญของปัญหา
3. ขั้นในการเสนอแนวทางในการแก้ปัญหา (Production) หมายถึง การหาวิธีการแก้ปัญหาให้ตรงสาเหตุของปัญหาแล้วออกมาในรูปของวิธีการ ผลสุดท้ายก็จะได้ผลลัพธ์ออกมา
4. ขั้นตรวจสอบผล (Verification) หมายถึง ขั้นในการเสนอกฎเกณฑ์เพื่อการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการเสนอวิธีการแก้ปัญหา ถ้าพบว่า ผลลัพธ์นั้นยังไม่ได้ผลที่ถูกต้องก็ต้องมีการเสนอวิธีแก้ปัญหานั้นใหม่ จนกว่าจะได้วิธีการที่ดีที่สุด หรือถูกต้องที่สุด
5. ขั้นในการนำไปประยุกต์ใหม่ (Reapplication) หมายถึง การนำวิธีการที่ถูกต้องไปใช้ในโอกาสข้างหน้า เมื่อพบกับเหตุการณ์คล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยพบเห็นมาก่อน

โฟการ์ตี (Fogarty, 1997 อ้างใน สนธิดา เกษรวงศ์, 2546, หน้า 140) ได้แนะนำขั้นตอนสำหรับการเรียนด้วยการแก้ปัญหามีดังนี้

1. ระบุปัญหา ผู้เรียนทำความเข้าใจกับปัญหาและอธิบายปัญหานั้นด้วยคำพูดของตัวเอง ผู้เรียนระบุถึงสิ่งที่รู้อยู่แล้ว และจำเป็นต้องรู้เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

2. ระบุวิธีการวัดและประเมินผลขั้นสุดท้าย ผู้สอนแจ้งให้ผู้เรียนทราบถึงวิธีการวัดผลงานขั้นสุดท้าย ผู้สอนสามารถใช้เกณฑ์การประเมิน การวัดผลในห้องเรียน โครงการหรืองานที่มอบหมายให้ทำ หรือแบบทดสอบ ผสมผสานกัน ผู้เรียนจำเป็นต้องทราบว่าผู้สอนคาดหวังอะไรจากการแก้ไขปัญหของพวกเขา

3. รวบรวมข้อเท็จจริง ผู้เรียนนำพื้นฐานความรู้เดิมและพหุปัญหามาใช้ในการค้นข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

4. ตั้งสมมุติฐาน ผู้เรียนใช้ความสามารถพิเศษทางตรรกะ/คณิตศาสตร์เพื่อตั้งสมมุติฐานเกี่ยวกับปัญหา

5. ค้นคว้า ผู้เรียนใช้อินเทอร์เน็ตและแหล่งข้อมูลอื่น ๆ ในการสืบค้นและรวบรวมข้อมูลหรือผู้เรียนอาจใช้คำแนะนำในการค้นข้อมูลโดยใช้พหุปัญญา เป็นแนวทางในการค้นคว้า

6. ปรับคำถาม ในขณะที่การค้นคว้าดำเนินไป ผู้เรียนปรับคำถามใหม่เพื่อสะท้อนให้เห็นถึงข้อมูลใหม่ที่ได้รับ ซึ่งจะทำให้ปัญหามีความเฉพาะเจาะจงมากขึ้น

7. สร้างทางเลือก ผู้เรียนสร้างทางเลือกหลาย ๆ ทาง จากนั้นจึงเลือกทางแก้ไขปัญหาคือดีที่สุด หากผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่ม ก็อาจนำความสามารถพิเศษด้านความสัมพันธ์กับผู้อื่นมาใช้เป็นส่วนหนึ่งของทีมแก้ปัญหา โดยทีมคิดหาตัวเลือกที่จะนำไปสู่ทางแก้ปัญหาร่วมกัน

8. หาเหตุผลมาสนับสนุน ผู้เรียนอธิบายให้เหตุผลกับผู้อื่นถึงวิธีการแก้ไขปัญหาคือวิธีที่ดีที่สุด

จากกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของกรมวิชาการ ของกิลฟอร์ด และขั้นตอนสำหรับการเรียนด้วยการแก้ปัญหาของ โฟว์เกิร์ท สรุปได้ว่า ในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาว่า “ปัญหา” คือ อะไร โดยสรุปเป็นภาษาของตนเอง อาจจะวาดรูปประกอบด้วย จากนั้นวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการต่าง ๆ ที่เคยเรียนมา หรือ ลองเดาคำตอบ หรือใช้ อินเทอร์เน็ตในการสืบค้นและรวบรวมข้อมูล และดำเนินการตามแผนที่วางไว้ โดยใช้กฎ หรือทฤษฎีต่าง ๆ และต้องตรวจสอบผล หาเหตุผลมาสนับสนุนเพื่อความน่าเชื่อถืออีกครั้ง

วิธีการสอนการแก้ปัญหา และกลวิธีการแก้ปัญหา

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2546, หน้า 148-149) ได้เสนอวิธีการสอนการแก้ปัญหาซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. ครูควรบอกผู้เรียนว่า มีวัตถุประสงค์หรือมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อะไร และให้ผู้เรียนคิดวิธีการแก้ปัญหานั้น ในขั้นต้นอาจคิดไม่ออกหรือบางทีก็ต้องใช้วิธีลองถูกลองผิดก่อนที่จะพบวิธีการ

2. ผู้สอนทดสอบว่า ผู้เรียนมีความคิดรวบยอดและหลักการที่จะใช้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ เช่น รู้กฎ รู้สูตรต่าง ๆ เพียงพอและเข้าใจหรือไม่ รวบรวมละเอียดในวิชานั้น ๆ รู้เนื้อหาของวิชา แจ่มแจ้งหรือไม่ และพยายามชี้แนะในสิ่งที่ผู้เรียนยังไม่เข้าใจ

3. ผู้สอนต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ นั้น หมายถึงว่า ให้คิดถึงความคิดรวบยอดและหลักการที่จะนำมาใช้

4. หากผู้เรียนยังมองไม่เห็นหนทาง ก็อาจจะแนะกลาย ๆ เป็นการบอกใบ้ให้รู้แนวทางว่าจะแก้ปัญหาได้อย่างไร แนะนำจะนำความรู้เดิมในเรื่องใดมาช่วยแก้ปัญหา

5. เมื่อผู้เรียนแก้ปัญหาได้แล้ว ก็ให้ผู้เรียนแสดงและอธิบายหลักการว่า ทำไมจึงแก้ได้ และคิดอย่างไร

ในการสอนแก้ปัญหา ครูควรบอกวัตถุประสงค์จากการเรียนให้นักเรียนรู้เป็นอันดับแรก เพื่อให้ผู้เรียนได้ทราบถึงประโยชน์จากการเรียน จากนั้นให้นักเรียนแก้ปัญหา ถ้านักเรียนคิดไม่ออกให้ลองถูกลองผิดก่อนที่จะได้วิธีการ ครูอาจจะตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความคิดรวบยอดหรือไม่ และกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้ความคิดรวบยอดนั้น ในการแก้ปัญหาก็อาจจะแนะนำบางส่วนเพื่อให้ผู้เรียนเห็นแนวทาง และให้ผู้เรียนแสดงผลในการแก้ปัญหาค้าง

ยุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 95-98) ได้เสนอกลวิธีการแก้ปัญหา ในวิชาคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

1. การใช้การเดาและตรวจสอบ

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างให้นักเรียนคิด เช่น ครูกัดเกม 2-4-6 ไว้ แล้วครูบอกนักเรียนว่า 2-4-6 ถูก นักเรียนยกตัวอย่างต่อ ๆ ไป ครูก็บอกว่าถูกหรือผิด

2-5-6	ไม่ถูก	5-4-6	ถูก
2-3-6	ไม่ถูก	4-2-6	ถูก
3-6-6	ถูก	๗๗๗	

ให้นักเรียนพิจารณาและตรวจสอบว่าทำไมจึงถูก ข้อที่สอดคล้องกับที่ครูยกตัวอย่างไว้หรือไม่

จากตัวอย่างจะเห็นว่า 2-4-6 นั้น จำนวน 24 มี 6 เป็นตัวคูณ $4 \times 6 = 24$

3-6-6	มี 6 เป็นตัวคูณ	$6 \times 6 = 36$
5-4-6	มี 6 เป็นตัวคูณ	$9 \times 6 = 54$
4-2-6	มี 6 เป็นตัวคูณ	$7 \times 6 = 42$

เมื่อนักเรียนยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างพอครูบอกว่าข้อใดถูกก็จะเริ่มพิจารณาว่าเป็นเพราะเหตุใด

2. ใช้การสังเกตรูปแบบ

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้อีกสามจำนวนและอธิบายรูปแบบ

1. 5, 8, 11, 14, 17,,,

2. -1, 1, 3, 5, 7,,,

จากข้อ 1 นักเรียนก็จะพิจารณาได้ว่าเอา 3 บวก จำนวนข้างหน้าที่จะเป็นพจน์ถัดไป

3. ใช้การเขียนตารางประกอบ

น้ำยาอย่างหนึ่งมีกรด 10% เทลงไปในน้ำยาจำนวน 20 ลิตร ซึ่งมีกรด 60% จะกลายเป็นน้ำยาซึ่งมีกรด 50% จงหาว่า จะต้องเติมน้ำยาซึ่งมีกรด 10 % จำนวนกี่ลิตร

ของผสม	ส่วนผสม	จำนวนลิตร	จำนวนกรด
10%	0.10	x	0.10 x
60%	0.60	20	0.60×20
50%	0.50	x+20	$0.50(x+20)$

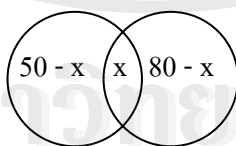
นักเรียนก็จะสามารถเข้าสมการได้โดยง่าย

$$0.10 x + 0.60 \times 20 = 0.50(x+20)$$

4. ใช้การเขียนแผนภาพ

โรงเรียนกวควิชาแห่งหนึ่ง เปิดสอนวิชาภาษาอังกฤษ และวิชาคณิตศาสตร์ ปรากฏว่ามีนักเรียนสมัครเรียนวิชาภาษาอังกฤษ 50 คน สมัครเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 80 คนรวมนักเรียนทั้งสิ้น 100 คน ถ้าสุ่มชื่อนักเรียนมา 1 ชื่อ จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนสมัครเรียนทั้งสองวิชา

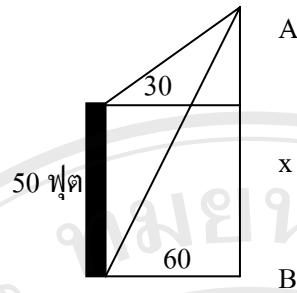
สมมติให้นักเรียนที่สมัครเรียนทั้งสองวิชาเป็น x คน



$$(50-x) + x + (80-x) = 100$$

5. ใช้การเขียนรูปประกอบ

จากโคนหอคอยทำมุมยกขึ้นกับยอดเสาเป็นมุม 60° และจากยอดหอคอยซึ่งสูง 50 ฟุต ทำมุมยกขึ้นกับเสา 30° จงหาความสูงของเสา



6. การทำย้อนกลับ

การทำย้อนกลับเป็นการแก้ปัญหา พิจารณาจากผลลัพธ์แล้วมองย้อนตามขั้นตอนมา
สู่ตอนต้น ก็จะทำให้มองเห็นแนวทาง

แดงรับประทานขนมของดำไป $\frac{3}{5}$ ของขนมทั้งหมด ดำเหลือขนม 8 ชิ้น จงหาว่าดำมี
ขนมกี่ชิ้น

ครูอาจจะเขียนภาพประกอบดังนี้

4	4	4	4	4
---	---	---	---	---

แดงรับประทานขนมไป $\frac{3}{5}$ ของขนมทั้งหมด

4	4	4	4	4
---	---	---	---	---

ดำมีขนม 20 ชิ้น

7. การใช้ภาพลายเส้นหรือภาพสำเร้จรูปประกอบ

จิมเป็นพี่สาวคนโต อายุแก่กว่าแจจ 3 ปี จันเป็นน้องสุดท้องอายุน้อยกว่าอายุของจิม
และแจจ รวมกัน 40 ปี ถ้าทั้งสามคนอายุรวมกัน 94 ปี จงหาอายุของแต่ละคน



x



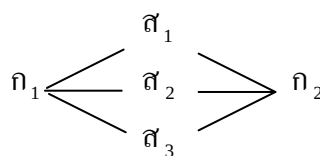
x-3



x+(x-3)-40

8. การใช้ไดอะแกรม

ประเสริฐมีกางเกง 2 ตัว เสื้อ 3 ตัว เขาจะแต่งกายได้กี่วิธี



9. การกำจัดตัวแปรที่เป็นไปได้

ชายคนหนึ่งอาศัยอยู่ที่คอนโดมิเนียม ทุกเช้าที่เขาไปทำงาน เขาจะลงลิฟท์ที่ชั้นสิบสามตรงห้องของเขาเพื่อลงไปชั้นหนึ่งและออกไปทำงาน เมื่อเขากลับมาตอนเย็น ส่วนใหญ่เขาจะออกจากลิฟท์ที่ชั้นสิบสอง และเดินขึ้นบันไดไปที่ชั้นสิบสาม บางโอกาสเขาก็ขึ้นลิฟต์จากชั้นแรกถึงชั้นสิบสาม

คำถามและคำตอบที่เป็นไปได้

คำถาม เขาไปเยี่ยมบางคนที่ชั้นสิบสามหรือ

คำตอบ ไม่ใช่

คำถาม เขามีบางสิ่งที่จะต้องทำเกี่ยวกับงานของเขาหรือ

คำตอบ ไม่ใช่

คำถาม ลิฟต์ขัดข้องหรือ

คำตอบ ไม่ใช่

คำถาม เขาพยายามที่จะออกกำลังกายหรือ

คำตอบ ไม่ใช่

คำถาม มีคนอื่น ๆ ในลิฟต์หรือ

คำตอบ แน่แน่นอน

คำถาม มีคนอื่น ๆ ในลิฟต์ออกจากลิฟต์ชั้นที่สิบสองหรือ

คำตอบ ไม่มี

คำถาม มีคนอื่น ๆ ในลิฟต์ขึ้นลิฟต์ไปถึงชั้นที่สิบสามทุกคนหรือ

คำตอบ ใช่

คำถาม มีความลับบางประการที่จะให้คนซึ่งขึ้นลิฟต์หรือไม่ขึ้นลิฟต์ช่วยเหลือหรือ

คำตอบ ใช่

ถามเรื่อย ๆ ไปกำจัดตัวที่เป็นไปได้ ชายคนนี้ไม่ขึ้นไปถึงชั้นสิบสาม เขาอาจจะกดปุ่มหมายเลข 13 ไม่ได้ก็อาจเป็นไปได้

แฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ดส์ และบิตเทอร์ (Hatfield, Edwards and Bitter, 1993, p. 50-60) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาไว้ 11 วิธีดังนี้

1. การประมาณค่าและตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นวิธีในการนำเสนอคำตอบที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินว่าแนวทางแก้ปัญหาจะเป็นวิธีใดซึ่งคำตอบที่ได้อาจไม่ถูกต้องก็ได้

คำตอบที่ประมาณขึ้นมามีจะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้เป็นคำตอบที่แท้จริง การประมาณคำตอบสามารถทำเป็นประจักษ์ทำให้เป็นพื้นฐานในชั้นเรียน

2. การหารูปแบบ (Looking for Pattern) ปัญหาบางปัญหามีวิธีแก้วิธีเดียวเท่านั้นคือการหาแบบรูปจากข้อมูลที่ให้มา และทำนายข้อมูลที่ไม่ได้ให้มา

3. การตรวจว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอ มีบางส่วนขาดหายไป

4. การวาดภาพ กราฟ และตาราง (Drawing Picture, Graphs and Table) วิธีนี้จะช่วยให้ให้นักเรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยากหรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟ และตารางเป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้นักเรียนเห็น ช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที

5. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นเคลมแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย

6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formulas and Writing Equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

7. การสร้างแบบจำลอง (Modeling) การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้ให้นักเรียนเข้าใจโมเดลการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

8. การทำงานย้อนกลับ (Working Backwards) การพิสูจน์ทางเรขาคณิตมักใช้วิธีการนี้ นักเรียนต้องคิดย้อนกลับว่าจะหาคำตอบนั้นได้อย่างไร

9. การเขียนแผนภูมิสายงาน (flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

10. การลงมือแก้ปัญหาทันที (Acting Out the Problem) เป็นการลงมือกระทำการแก้ปัญหาโดยทันที ซึ่งบางครั้งจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

11. การใช้ปัญหาที่ง่ายกว่า (Simplifying the Problem) เป็นการแทนจำนวนน้อย ๆ ที่สามารถคำนวณได้ โดยที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ก่อนที่จะแก้ไขปัญหาที่มีอยู่ นักเรียนจะต้องใช้ความรู้ในการเลือกการดำเนินการที่เหมาะสม

ในการสอนการแก้ปัญหา ครูควรบอกวัตถุประสงค์ ความคาดหวังจากการเรียน ให้ให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ เช่น การเดาคำตอบ ใช้การสังเกตรูปแบบ การใช้ตาราง การเขียนรูป หรือ แผนภาพประกอบ การสร้างแบบจำลอง การทำงานย้อนกลับ การเขียน

แผนภูมิสายงาน การลงมือแก้ปัญหาทันที การใช้ปัญหาที่ง่ายกว่า การประมาณค่าและตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความคิดรวบยอดหรือไม่ พยายามให้ผู้เรียนใช้ความคิดรวบยอดนั้น ซึ่งครูอาจจะแนะนำบางส่วน และให้ผู้เรียนแสดงเหตุผลในการแก้ปัญหาด้วย

การส่งเสริมกิจกรรมการเรียนรู้การสอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เจษฎา สุภางคเสน (2530, หน้า 28-29 อ้างใน จีราวรรณ เกิดผล, 2547, หน้า 37) เสนอแนวทางในการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. ฝึกฝนให้เด็กทำตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา
2. ควรเน้นในเรื่องการรวบรวมข้อมูลให้มาก
3. ฝึกให้รู้จักใช้ทักษะในการแก้ปัญหา
4. ใช้วิธีการชี้แจงอธิบายเหตุผลที่หลีกเลี่ยงวิธีการเข้มงวดกับเด็ก
5. เปิดโอกาสให้เด็กมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งต่าง ๆ
6. ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ให้กับเด็กเพราะมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา
7. ให้โอกาสเด็กตัดสินใจด้วยตนเอง
8. กระตุ้นให้เด็กในหลายทิศทาง เพื่อนำไปใช้กับปัญหาที่ยุ่งยากซับซ้อน

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 80-81) ได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการส่งเสริมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจ และเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน
2. ควรทดสอบว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอแล้วครูต้องส่งเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนไปแล้ว
3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา
4. ควรให้แบบฝึกหัดที่มีข้อยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับนักเรียน
5. ควรทดสอบว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้น ๆ หรือไม่โดยการถามว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้
6. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง
7. ควรช่วยให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้วาดภาพหรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้

8. ควรช่วยนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหาที่หรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหาข้อนั้น ๆ ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ

9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีการอื่น เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ รวมทั้งการสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิดและทำ ในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน

10. ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย ๆ หรือให้นำปัญหามาเองเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

ในการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคครูควรนำปัญหาที่กระตุ้นความสนใจ ตรวจสอบผู้เรียนว่ามีความรู้พื้นฐานเพียงพอหรือไม่ ฝึกให้เด็กทำตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ให้อิสระในการคิดแก้ปัญหา ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ให้กับผู้เรียนโดยให้มีการคิดการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี ให้แบบฝึกหัดที่ยาก ปานกลาง และง่าย ตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจปัญหาข้อนั้นหรือไม่ และให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาโดยแบ่งเป็นกลุ่มย่อย

หลักการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

น้อมศรี เทท (2543, หน้า 19-23) ได้ให้หลักการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะให้ได้ผลดีควรคำนึงถึงหลักสำคัญ 8 ประการ ดังนี้ คือ

1. การวิเคราะห์ปัญหา ครูควรสอนให้นักเรียนสามารถแยกแยะปัญหาได้ว่าโจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้นกำหนดสิ่งใดให้บ้าง และโจทย์ต้องการทราบอะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

2. การเขียนประโยคสัญลักษณ์ ประโยคสัญลักษณ์ หมายถึง ประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ซึ่งประกอบด้วยตัวเลขและเครื่องหมายแทนข้อความและจำนวน

3. การใช้สื่อการสอน การใช้สื่อประกอบการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมในโจทย์ปัญหามากขึ้น สื่อการสอนอาจเป็นของจริง รูปภาพ หรือแผนภูมิก็ได้ สื่อเหล่านี้เป็นเครื่องช่วยในการจินตนาการและค้นหาคำตอบ

4. ความสามารถในการอ่าน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยข้อความและตัวเลข นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการอ่านสามารถเข้าใจความหมายของคำศัพท์ต่าง ๆ และสามารถตีความว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดให้และต้องการทราบอะไร

5. ทักษะในการคิดคำนวณ ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการคำนวณ คือ การที่นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ และหารได้ถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว

6. การประมาณคำตอบ การประมาณคำตอบช่วยทำให้นักเรียนทราบว่าวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาและการคำนวณถูกหรือผิดได้ โดยเปรียบเทียบคำตอบได้จากประมาณกับคำตอบจริงซึ่งใกล้เคียงกันการประมาณคำตอบเป็นทักษะอย่างหนึ่งที่ครูควรฝึกให้นักเรียนรู้จักวิธีประมาณคำตอบ

7. การใช้วิธีแก้ปัญหาหลายวิธี ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดหาวิธีแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี เพราะจะช่วยให้เด็กมีความคิดที่กว้าง ไม่ถูกจำกัดว่าจะต้องใช้วิธีเดียวตามที่ครูสอน นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้คิดค้นหาวิธีแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบจะได้รับการฝึกให้คิดมีโซ่ฝึกให้ทำตามตัวอย่างหรือเลียนแบบจากตัวอย่าง นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แล้วมีความรู้ความเข้าใจ และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้ จะมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาได้หลายวิธี

8. การเลือกโจทย์ปัญหา ครูควรพิจารณาถึงสิ่งต่อไปนี้ คือ

8.1 ควรสอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียน เพื่อให้นักเรียนจะได้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ

8.2 สถานการณ์ในโจทย์ปัญหาควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อเป็นของจริงหรือของจำลองประกอบการสอนได้

8.3 เนื้อเรื่องในโจทย์ปัญหาควรเป็นเรื่องที่นักเรียนสนใจ และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

8.4 ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัยของนักเรียน และไม่ควรใช้ถ้อยคำฟุ่มเฟือย

สุนิย์ เงินขวง (2546, หน้า 22-23) ได้สรุปการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ควรจะเป็นดังต่อไปนี้

1. ฝึกทักษะการอ่าน การวิเคราะห์ทำความเข้าใจโจทย์ และตรวจสอบความรู้พื้นฐานของคำศัพท์ที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ เพื่อเพิ่มความสามารถในการตีความโจทย์ของนักเรียน

2. ปัญหาที่จะนำมาใช้นั้นควรเป็นโจทย์ที่สอดคล้องกับประสบการณ์ของนักเรียนและวิธีการนำเสนอโจทย์ปัญหาควรกระตุ้นให้นักเรียนต้องการที่แก้ปัญหา

3. สอนให้นักเรียนรู้จักวิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนสามารถเลือกและตัดสินใจใช้ให้เหมาะสมกับปัญหาที่แตกต่างกัน

4. ฝึกการคาดเดาคำตอบเพื่อให้นักเรียนเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาและสามารถไปสู่เป้าหมายของโจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

5. ฝึกให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้มาว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม ตามที่โจทย์ต้องการแล้วหรือไม่ เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลและยืนยันความถูกต้องของกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา

จากแนวความคิดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการแก้โจทย์ปัญหาข้างต้น ผู้วิจัยจะจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนโดยฝึกทักษะการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ให้นักเรียนอย่างเพียงพอ ปัญหาจะมีความง่าย ปานกลาง และยากตามลำดับความเหมาะสมกับนักเรียน ครูต้องสอนให้นักเรียนมีความรู้และทักษะวิธีการที่หลากหลายรูปแบบ เมื่อนักเรียนเผชิญปัญหา นักเรียนหาคำตอบโดยคิดด้วยตนเองจากวิธีการที่หลากหลายที่ได้เรียนมา ถ้านักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ครูจะใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาตอบอย่างมีระบบ และนักเรียนตรวจสอบคำตอบเพื่อฝึกการให้เหตุผลอย่างถูกต้อง สิ่งสำคัญนักเรียนควรแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ดังนั้นทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญอย่างยิ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการสื่อสาร

ปรมะ สตะเวทิน (2541, หน้า 7) ได้กล่าวว่า การสื่อสาร คือกระบวนการของการถ่ายทอดสารจากบุคคลฝ่ายหนึ่งซึ่งเรียกว่า ผู้ส่งสาร ไปยังบุคคลอีกฝ่ายหนึ่งซึ่งเรียกว่าผู้รับสาร ส่วน Fisko (1985, p. 2, อ้างใน ปรมะ สตะเวทิน, 2541, หน้า 7) ได้กล่าวว่า การสื่อสารเป็นการที่บุคคลในสังคมมีปฏิสัมพันธ์ได้ตอบกันโดยผ่านทางข้อมูลข่าวสาร สัญลักษณ์ และเครื่องหมายต่าง ๆ ด้วย สำหรับ สวนิต ยมาภัย (2533, หน้า 18) ได้กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึงการนำเรื่องราวต่าง ๆ ที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึก โดยอาศัยเครื่องหมายไปโดยวิธีใดวิธีหนึ่งให้ไปถึงจุดหมายปลายทางที่ต้องการจนทำให้เกิดการกำหนดรู้ความหมายแห่งเรื่องราวขึ้นร่วมกันได้

จากความหมายของการสื่อสารข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสาร เป็นการถ่ายทอดความรู้ ความคิดเห็น เรื่องราวต่างๆ จากผู้ส่งสาร ไปยังผู้รับสาร เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน โดยอาศัยเครื่องหมายสื่อสารเป็นตัวกลางถ่ายทอด

การพัฒนาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544, หน้า 198) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการ

นำเสนอในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของ ตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น ขั้นตอนในการดำเนินการเริ่มจากการกำหนดโจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์ กำหนดตัวแปร เขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปของสมการหรือสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และดำเนินการแก้ปัญหามาโดยวิธีการทางพีชคณิต

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544, หน้า 198) ได้แนะนำการจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยแนะ

แนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ

การฝึกทักษะกระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ร้านค้าแห่งหนึ่งมีลูกจ้าง 3 คน คือ แดง น้อย และจิด โดยแต่ละคนเสนอค่าจ้างทำงาน ชั่วโมงละ 100 110 120 บาท ตามลำดับ และมีงาน 3 อย่าง คือ a b c จำนวนชั่วโมงที่แดงทำงาน a b และ c คือ 7.5, 8 และ 4.5 ชั่วโมง ตามลำดับ จำนวนชั่วโมงที่แดงทำงาน a b และ c คือ 6, 8.5 และ 5 ชั่วโมง ตามลำดับ จำนวนชั่วโมงที่แดงทำงาน a b และ c คือ 6.5, 7 และ 3.5 ชั่วโมง ตามลำดับ

อยากทราบว่านายจ้างควรให้ลูกจ้างคนใดทำงานอย่างใดที่สามารถทำงานนั้นเสร็จ และจ่ายเงินน้อยที่สุด และ

ถ้านายจ้างต้องการรับลูกจ้างเพื่อเข้าทำงานทั้งสามอย่างเพียงหนึ่งคน เขาควรรับลูกจ้างคนใดเข้าทำงานจึงจะจ่ายน้อยที่สุด

ในการแก้ปัญหานี้ผู้เรียนจะวิเคราะห์ปัญหาและใช้ตารางช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมายข้อมูลที่กำหนดให้ ดังตัวอย่าง

งาน	จำนวนชั่วโมงในการทำงาน		
	แดง	น้อย	จิต
a	7.5	6	6.5
b	8	8.5	7
c	4.5	5	3.5

จากนั้นผู้เรียนช่วยกันหาคำตอบและสร้างตารางใหม่เพื่อแสดงจำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่ายจากการทำงานทั้ง 3 อย่าง ดังตัวอย่าง

งาน	จำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่าย (บาท)		
	แดง	น้อย	จิต
a	750	660	780
b	800	935	840
c	450	550	420
รวม	2,000	2,145	2,040

ผู้เรียนสามารถใช้ตารางที่ 2 นำเสนอคำตอบดังนี้

ควรจ้างน้อยทำงาน a เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

ควรจ้างแดงทำงาน b เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

ควรจ้างจิตทำงาน c เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

และควรจ้างแดงทำงานทั้ง 3 อย่าง เพราะจ่ายค่าจ้างในการทำงานรวมทั้ง 3 อย่างน้อย

ที่สุด

การสร้างการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เจรารุส โพลตา (Gerarus Polla, n.d., p. 2) ได้แนะนำว่าในการสร้างการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนต้องมีการเรียนรู้ร่วมกัน โดยมีการปฏิบัติ ดังต่อไปนี้

1. ใช้ให้เป็นกิจวัตรและเป็นปกติสม่ำเสมอ
2. ใช้ประสบการณ์เดิมทั้งในด้านการอ่านและการสรุปความ

3. ใช้สัญลักษณ์ที่เป็นขั้นเป็นตอน เป็นของจริง สถานการณ์จริง ซึ่งเป็นสิ่งที่สามารถที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้ขั้นตอนจากสถานการณ์จริงดังนี้

3.1 ใช้ภาษาที่เป็นธรรมชาติของนักเรียนเอง

3.2 ใช้สื่อรูปภาพ

3.3 ให้คำนิยามตามสถานการณ์

3.4 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้โจทย์ปัญหา

4. ใช้สถานการณ์จริงและคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องสัมพันธ์กันมากที่สุด

การพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เจรารุส โพลลา (Gerarus Polla, n.d., p. 3) ได้แนะนำว่าในการเรียนรู้ที่จะช่วยให้นักเรียนมีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้น ต้องมีการส่งเสริมทักษะด้านการฟัง การอ่าน การอภิปราย และการเขียนซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การนำเสนอ นักเรียนนำเสนอผ่านทางโมเดล หรือ รูปภาพเป็นวิธีการที่แสดงความคิดของนักเรียนที่ครอบคลุมมากที่สุด

2. การฟัง ผู้ปกครองและครูผู้สอน ควรกระตุ้นให้นักเรียนมีการคิดคำตอบอยู่ตลอดเวลาขณะที่ฟังผู้อื่นอยู่ ซึ่งเป็นส่วนที่สำคัญมาก และการส่งเสริมการพัฒนาด้านการเคารพความคิดเห็นของผู้อื่นด้วย และนอกจากนี้แล้วควรมีเวลาที่เพียงพอในการรับฟังความคิดเห็นของ นักเรียนด้วย

3. การอ่าน ครูผู้สอนควรแนะนำให้นักเรียนอ่านบทความทางคณิตศาสตร์ที่ให้เห็นขั้นตอนไม่ใช่แค่เพียงการทำงานที่ได้รับมอบหมายหรือการบ้านเพียงอย่างเดียว

4. การอภิปราย นักเรียนควรมีการอภิปรายกันในชั้นเรียน โดยแบ่งเป็น การอภิปรายในชั้นเรียน และการแบ่งกลุ่มในการแก้ปัญหาโจทย์

5. การเขียน ในการเรียนรู้โดยการเขียน แบ่งออกเป็น 2 วิธี คือ

5.1 ในการเรียนรู้โดยการเขียน ที่เน้นการพัฒนาในด้านการสรุปความ เช่น การพิสูจน์ ไวยากรณ์ การจัดหมวดหมู่ และการสะกดคำ

5.2 การเรียนรู้แบบแสดงผลย้อนกลับ

แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989, p. 26, อ้างใน ศิริพร รัตนโกสินทร์

หน้า 30-31) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ในลักษณะของการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณาและการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการอ่าน การพูดและการแสดงแนวคิด จัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะรับฟังและนำเสนอแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ ที่จะทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง การพูด การฟัง การอ่าน และการแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร

โรวันและมอร์โรว์ (Rowan and Morrow, 1993 อ้างในสมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 46) ได้เสนอแนวทางการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณาถึงสิ่งที่พบ
 2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน ทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์
 3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และแสดงการตอนสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่ให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และคิดอย่างสร้างสรรค์
 4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนอย่างชัดเจน
 5. ใช้การเรียนแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิดอธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารโดยตรง
- ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การใช้คำถาม การพูดคุย การอภิปราย และการนำเสนอระหว่างครูกับนักเรียน หรือระหว่างนักเรียนด้วยกันมีส่วนสำคัญเป็นอย่างยิ่งที่จะทราบว่าผู้เรียนมีความสามารถทางการสื่อสารมากน้อยเพียงใด ครูผู้สอนควรนำเสนอสื่อรูปธรรม ส่งเสริมและฝึกทักษะให้นักเรียนในด้านการอภิปราย และการนำเสนอเทคนิคการเรียนการสอนที่เน้นการใช้คำถามที่ต้องใช้ความคิดระดับสูง เช่น คำถามปลายเปิด การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรส่งเสริมให้เกิดการสื่อสารระหว่าง ครูกับนักเรียน นักเรียนกับนักเรียน เพิ่มมากขึ้น

เทคนิคการเรียนการสอน : การถามคำถาม

การนำเสนอเทคนิคการเรียนการสอนโดยใช้การถามคำถามซึ่งนักเรียนมักจะรู้ลึกแล้ว ถ้าถูกคำถามที่ยากเกินความเข้าใจของพวกเขา Rowe (1988, อ้างใน อรรถจริย์ ณ ตะกั่วทุ่ง, 2545, หน้า 28) ให้แนวคิดเรื่อง “ให้เวลา” โดยบอกว่า ครูต้องให้เวลานักเรียนคิดหาคำตอบจาก หน่วยความจำระยะยาวซึ่งต้องใช้เวลาประมาณ 3-5 วินาที ถ้าต้องการคำตอบที่มีคุณภาพ

Bloom และคณะ (1956, อ้างในอรรถจริย์ ณ ตะกั่วทุ่ง, 2545, หน้า 29) ได้แยกถามคำถามเป็นระดับตาม Bloom's Taxonomy โดยแบ่งเป็นระดับดังนี้

- ระดับที่ 1 ความรู้ ความจำ : เรื่องที่อ่านเกี่ยวกับอะไร
- ระดับที่ 2 ความเข้าใจ : เรื่องนี้เกิดขึ้นได้อย่างไร
- ระดับที่ 3 การนำไปใช้ : ใช้ข้อมูลนี้ทำนายเศรษฐกิจของประเทศ
- ระดับที่ 4 การวิเคราะห์ : เรื่องนี้มีองค์ประกอบ
- ระดับที่ 5 การสังเคราะห์ : ถ้าแฉกย้ายไปอยู่ที่ใหม่จะเป็นอย่างไร
- ระดับที่ 6 การประเมินผล : จัดอันดับวิธีแก้ปัญหาเศรษฐกิจ

ในการถามคำถามครูควรให้เวลานักเรียนคิดหาคำตอบประมาณ 3-5 นาที โดยที่ครูไม่ควรรีบเฉลยคำตอบให้นักเรียนเร็วเกินไป คำถามของครูควรเป็นคำถามที่ให้นักเรียนได้คิดหาวิธีการได้หลากหลายวิธี และนักเรียนควรมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการกลุ่มซึ่งจะเป็นการฝึกให้นักเรียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไปด้วย

การทำงานกลุ่ม

ความหมายของการทำงานกลุ่ม

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการทำงานกลุ่ม ไว้ดังต่อไปนี้

วิชัย โสสุวรรณจินดา (2536, หน้า 41) กล่าวว่า การทำงานกลุ่ม หมายถึง การที่บุคคลตั้งแต่ 2 คนขึ้นไปทำงานร่วมกัน เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายอันเดียวกันอย่างมีประสิทธิภาพและ ผู้ปฏิบัติงานต่างก็เกิดความพอใจในการทำงานนั้น

สุชาดา มุ่งช่อนกลาง (2540, หน้า 24) กล่าวว่า การทำงานกลุ่ม หมายถึง พฤติกรรมที่สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มแสดงออกถึงการมีปฏิสัมพันธ์ต่อกันในลักษณะของกลุ่มและมีบทบาทในการช่วยกันรับผิดชอบต่องานของกลุ่มแบบร่วมมือ เพื่อให้สามารถบรรลุจุดประสงค์กลุ่มที่มีร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

พระมหาวิริศศักดิ์ ผาธา (2545, หน้า 31) กล่าวว่า การทำงานกลุ่ม หมายถึง การที่กลุ่มบุคคลเข้ามาร่วมกันปฏิบัติงานอย่างใดอย่างหนึ่งโดยมีเป้าหมายร่วมกัน และทุกคนในกลุ่มมีบทบาทในการช่วยดำเนินงานของกลุ่มมีการติดต่อสื่อสาร ประสานงาน และตัดสินใจร่วมกัน เพื่อให้งานบรรลุผลสำเร็จตามเป้าหมาย

จากการที่นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการทำงานกลุ่ม สรุปได้ว่า การทำงานกลุ่ม หมายถึง การที่บุคคลตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป เข้ามาทำงานร่วมกัน มีจุดมุ่งหมายอย่างเดียวกัน มีการติดต่อสื่อสารซึ่งกันและกัน มีการตัดสินใจร่วมกัน เพื่อให้งานที่ออกมามีประสิทธิภาพมากที่สุด

องค์ประกอบของการทำงานกลุ่ม

ทิสนา แคมมณี (2537, หน้า 5-7) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการทำงานกลุ่มว่า ในการทำงานร่วมกัน การที่สมาชิกในกลุ่มจะให้ความร่วมมือกันอย่างมีประสิทธิภาพได้นั้นจะต้องได้รับการฝึกฝนการปฏิบัติตนให้สามารถทำงานร่วมกันกับผู้อื่นได้เป็นอย่างดีและมีความเข้าใจในองค์ประกอบที่สำคัญของการทำงานกลุ่ม ได้แก่

1. องค์ประกอบด้านผู้นำกลุ่ม กลุ่มใดที่มีผู้นำที่มีคุณสมบัติที่ดี รู้และเข้าใจในบทบาทหน้าที่ของตนและมีทักษะในการปฏิบัติตามหน้าที่นั้นแล้ว กลุ่มนั้นย่อมมีแนวโน้มที่จะประสบผลสำเร็จสูง ผู้นำจึงเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งต่อความสำเร็จและประสิทธิภาพของการทำงานกลุ่ม

2. องค์ประกอบด้านบทบาทสมาชิกกลุ่ม การทำงานเป็นกลุ่มต้องอาศัยความร่วมมือร่วมใจจากสมาชิกกลุ่มทุกคนเป็นสำคัญ หากสมาชิกกลุ่มทุกคนตระหนักในความสำคัญของตนเองและพยายามปฏิบัติตนในการทำงานกลุ่มในฐานะสมาชิกที่ดีของกลุ่ม การดำเนินงานของกลุ่มก็จะสามารถประสบผลสำเร็จได้อย่างรวดเร็ว

3. องค์ประกอบด้านกระบวนการกลุ่ม กลุ่มใดมีความเข้าใจในกระบวนการทำงานที่ดี มีกระบวนการทำงานที่มีประสิทธิภาพโดยมีขั้นตอนที่สำคัญ ได้แก่ มีการกำหนดจุดมุ่งหมายในการทำงาน การวางแผน การปฏิบัติงานตามแผน การประเมินผลและปรับปรุงงาน ซึ่งถ้าปฏิบัติได้อย่างเหมาะสมแล้ว กลุ่มก็มักจะประสบผลสำเร็จในการทำงาน

องค์ประกอบของการทำงานกลุ่ม ต้องประกอบไปด้วยผู้นำกลุ่มที่ดีโดยมีทักษะในการปฏิบัติงาน มีสมาชิกของกลุ่มที่ร่วมมือร่วมใจกันในการทำงาน มีการปฏิบัติตนเป็นสมาชิกที่ดี มีกระบวนการทำงานที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งประกอบไปด้วย การกำหนดเป้าหมายของงาน มีการวางแผนงาน การปฏิบัติตามแผน และประเมินผลของงาน

ลักษณะของสมาชิกกลุ่มที่มีประสิทธิภาพ

เมืองทอง แชมมณี (2539, หน้า 1-3) ได้กล่าวว่า สมาชิกของกลุ่มที่มีประสิทธิภาพควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. สมาชิกยึดมั่นในอุดมการณ์ของกลุ่ม โดยพยายามปฏิบัติหน้าที่ของแต่ละคนจนสุดความสามารถ เพื่อให้กลุ่มปฏิบัติหน้าที่จนบรรลุอุดมการณ์ที่กำหนดไว้
2. สมาชิกมีความรักดีต่อกัน ซึ่งแสดงออกโดยสมาชิกมีความเชื่อตรงต่อกัน
3. สมาชิกยอมรับวัตถุประสงค์ของกลุ่มที่ได้ช่วยกันกำหนดขึ้น ซึ่งทำให้กลุ่มสามารถกำหนดวัตถุประสงค์ได้ดี เหมาะสมทั้งต่อกันและสมาชิกแต่ละคน
4. สมาชิกพยายามปรับค่านิยมและวัตถุประสงค์ให้กลมกลืนกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่สมาชิกสังกัดอยู่ในหลายกลุ่ม ซึ่งอาจมีค่านิยมและวัตถุประสงค์ที่แตกต่างกันไป
5. สมาชิกมีความไว้วางใจกัน หมายถึงมีความเชื่อถือไว้วางใจซึ่งกันและกัน
6. สมาชิกมีความสามารถที่จะทำงานเป็นกลุ่ม โดยสามารถปฏิบัติหน้าที่ของตนได้เป็นอย่างดี
7. สมาชิกเชื่อในความสามารถของเพื่อนสมาชิก โดยเชื่อว่าสมาชิกทุกคนสามารถทำสิ่งที่เป็นไปได้ให้สำเร็จจนได้ ซึ่งความรู้สึกนี้จะกระตุ้นให้สมาชิกทุกคนพัฒนาตนเองได้เต็มที่
8. สมาชิกพร้อมที่จะช่วยเหลือกันเสมอ เมื่อถึงคราวจำเป็น สมาชิกจะพยายามช่วยเหลือเพื่อนจนสามารถปฏิบัติหน้าที่ให้บรรลุเป้าหมายที่กำหนดไว้ได้
9. สมาชิกพยายามให้ข้อมูลที่ต้องการแก่กลุ่ม โดยเฉพาะอย่างยิ่งข้อมูลที่สมาชิกคิดว่าเกี่ยวข้องและมีความสำคัญต่อการปฏิบัติงานของกลุ่ม
10. สมาชิกเชื่อใจในข้อมูลที่เพื่อนสมาชิกหามาได้
11. สมาชิกมีความมั่นใจในการตัดสินใจด้วยตนเอง
12. สมาชิกผลัดกันมีอิทธิพลเหนือกันได้ ทำให้กลุ่มมีความคล่องตัวในการปรับเข้ากับสถานการณ์ต่าง ๆ เพราะสมาชิกสามารถผลัดกันเป็นผู้นำได้

พระมหาวิรัชศักดิ์ ฝาตา (2545, หน้า 34) ได้กล่าวว่า สมาชิกของกลุ่มที่มีประสิทธิภาพจะต้องมีการกำหนดบทบาทหน้าที่ความรับผิดชอบของสมาชิกเพื่อให้การเรียนรู้ และการทำงานภายในกลุ่มไปสู่เป้าหมาย ซึ่งสมาชิกของกลุ่มที่มีประสิทธิภาพควรมีหน้าที่ดังนี้

1. ผู้สนับสนุน เป็นผู้ที่พยายามกระตุ้นให้ใคร ๆ มีส่วนร่วมในการให้ข้อเสนอแนะยอมรับฟังความคิดเห็น เป็นผู้ให้คำชมเชยในเวลาอันเหมาะสม แสดงความชื่นชมในสิ่งที่ผู้เสนอให้ความอบอุ่นและยอมรับสมาชิกทุกคนในกลุ่ม
 2. ผู้ควบคุมการสนทนา เป็นผู้ที่พยายามจะควบคุมการสนทนาให้เป็นไปด้วยดี ไม่ให้ออกนอกทาง พยายามควบคุมกลุ่มให้ดำเนินงานไปสู่เป้าหมาย
 3. ผู้ประนีประนอม เป็นผู้ที่คอยไกล่เกลี่ย และหาทางแก้ปัญหา เมื่อสมาชิกกลุ่มเกิดความคิดเห็นขัดแย้ง
 4. ผู้สังเกตการณ์และให้คำติชม เป็นผู้คอยสังเกตกระบวนการของกลุ่ม และบอกกลุ่มให้ทราบเพื่อประเมินประสิทธิภาพของการทำงานร่วมกัน
 5. ผู้ผ่อนคลายความตึงเครียด เป็นผู้ที่ช่วยให้กลุ่มเกิดบรรยากาศที่ดีด้วยวิธีการต่าง ๆ
- ลักษณะของสมาชิกกลุ่มที่มีประสิทธิภาพ ต้องประกอบไปด้วย สมาชิกที่ยึดมั่นในอุดมการณ์ของกลุ่ม มีความซื่อสัตย์ ยอมรับเป้าหมายของกลุ่ม ปรับค่านิยมของแต่ละคนในกลุ่มให้กลมกลืนกัน ไว้วางใจซึ่งกันและกัน สมาชิกมีความสามารถที่จะทำงานร่วมกัน มีความเชื่อมั่นในความสามารถของเพื่อนสมาชิก ตลอดจนมีการให้ความช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ให้ข้อมูลที่ถูกต้องต่อเพื่อนร่วมงาน มีความไว้วางใจของข้อมูลที่ได้ มีความมั่นใจในการตัดสินใจด้วยตนเอง และสมาชิกพลัดเปลี่ยนกันเป็นผู้นำ

กระบวนการในการทำงานกลุ่ม

วารี ธีระจิตร (2534, หน้า 105-106) ได้กล่าวว่า กระบวนการในการทำงานกลุ่มมีองค์ประกอบดังนี้

1. การเตรียมแผนงานทำงานของกลุ่ม
2. การมีส่วนร่วมในการอภิปราย
3. ความรับผิดชอบในหน้าที่
4. การมีส่วนร่วมในการทำงาน
5. การประเมินผล

ทิสนา แคมมณี (2537, หน้า 28-29) ได้กล่าวถึง กระบวนการในการทำงานกลุ่มว่า ในการส่งเสริมความร่วมมือในการทำงานกลุ่มจะประกอบไปด้วยขั้นตอนสำคัญได้แก่

1. การกำหนดจุดมุ่งหมายในการทำงาน เป็นสิ่งแรกที่ผู้นำกลุ่มและสมาชิกพึงกระทำในการเริ่มงานร่วมกัน คือผู้นำกลุ่มและสมาชิกควรได้ช่วยกันวางจุดมุ่งหมายในการทำงานให้

ชัดเจนและตรวจสอบดูว่าทุกคนเข้าใจตรงกันก่อนลงมือปฏิบัติงาน เพื่อไม่ให้เกิดปัญหาในการปฏิบัติงานภายหลัง

2. การวางแผน หมายถึง การคิดและตัดสินใจในปัจจุบันถึงสิ่งที่จะทำในอนาคตว่าจะทำอะไร อย่างไร เพื่อให้งานที่ต้องทำบรรลุผลสำเร็จ ขั้นตอนในการวางแผนเป็นขั้นตอนที่จำเป็นในการทำงานกลุ่ม ประกอบด้วยขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

2.1 การแสวงหาข้อมูลและรวบรวมข้อมูลที่สำคัญ

2.2 การหาวิธีการและกำหนดขั้นตอนในการทำงาน

2.3 การกำหนดแผนปฏิบัติการ

2.4 การแบ่งงานและมอบหมายงาน

2.5 การเตรียมการเรื่องการประสานงาน

2.6 การกำหนดวิธีการแก้ไขปัญหาไว้ล่วงหน้า

3. การปฏิบัติตามแผน ขั้นนี้นักเรียนแต่ละคนของกลุ่มควรลงมือตามหน้าที่รับผิดชอบของตน มีการติดตามงาน การจูงใจให้เพื่อนร่วมงานมีกำลังใจในการทำงาน สร้างความร่วมมือร่วมใจให้เกิดขึ้นในการทำงาน ให้คำปรึกษาแนะนำและให้ความช่วยเหลือแก้ไขปัญหาต่าง ๆ มีการเสริมสร้างความรู้ความสามารถของเพื่อนร่วมงานในรูปแบบต่าง ๆ ตามความเหมาะสม

4. การประเมินผลและปรับปรุงงาน การประเมินผลงานเป็นขั้นตอนที่สำคัญในการทำงานกลุ่ม เพราะจะช่วยให้กลุ่มได้รับทราบว่าการทำงานสามารถบรรลุเป้าหมายหรือไม่ นอกจากนี้จะได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้นในโอกาสต่อไป ในการประเมินกระบวนการทำงานกลุ่ม อาจมีหลายขั้นตอนแตกต่างกัน แต่โดยส่วนใหญ่แล้วพบว่า จะเริ่มจากการกำหนดจุดมุ่งหมายในการทำงาน การวางแผนงาน ไปสู่ขั้นตอนดำเนินงานและลงมือปฏิบัติ และขั้นสุดท้ายเป็นการประเมินผลและปรับปรุงงาน การดำเนินงานต่าง ๆ จะเป็นไปอย่างมีขั้นตอน เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของการทำงานกลุ่มได้อย่างมีประสิทธิภาพ

กระบวนการในการทำงานกลุ่ม ประกอบไปด้วยขั้นตอนที่สำคัญ ได้แก่ ผู้นำและสมาชิกมีการกำหนดจุดมุ่งหมายในการทำงานร่วมกัน มีการวางแผนงานเพื่อให้บรรลุผลสำเร็จ โดยมีการแสวงหาข้อมูลและรวบรวมข้อมูลที่สำคัญ มีการหาวิธีการและกำหนดขั้นตอนในการทำงาน กำหนดแผนปฏิบัติงาน มีการมอบหมายงาน มีการเตรียมการประสานงาน และกำหนดวิธีการแก้ไขปัญหาไว้ล่วงหน้า จากนั้นสมาชิกร่วมกันปฏิบัติงานตามแผน โดยมีการช่วยเหลือปรึกษาหารือซึ่งกันและกัน และสุดท้ายมีการประเมินผลและปรับปรุงงานเพื่อให้ทราบว่าบรรลุเป้าหมายหรือไม่และเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงงานให้ดีขึ้น

ประโยชน์ของการทำงานกลุ่ม

ปิยาภรณ์ รัตนกรกุล (2536, หน้า 19-20) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการทำงานกลุ่มไว้ดังนี้

1. เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกับผู้อื่น ทำให้เกิดทัศนคติที่ดีและถูกต้องเกี่ยวกับการทำงานว่าต้องทำงานเป็นกลุ่มจึงจะประสบความสำเร็จ คนเราจะทำงานอย่างโดดเดี่ยวเสมอไปไม่ได้
2. เป็นการฝึกและสร้างทัศนคติแก่นักเรียนว่า บุคคลอื่น ๆ มีค่าเสมอกัน ต้องยอมรับและเคารพความเป็นคนของคนอื่น ทั้งในด้านความคิดเห็น และการกระทำโดยไม่ยึดถือหรือมองแต่ตัวเองเป็นศูนย์กลาง
3. เป็นการฝึกให้นักเรียนเข้าใจ และเรียนรู้เกี่ยวกับบทบาททั้งของตนเองและสมาชิกกลุ่มคนอื่น เช่น บทบาทการเป็นผู้นำ หรือบทบาทในการเป็นผู้ตามเป็นต้น
4. เปิดโอกาสให้นักเรียนเรียนรู้ฝึกฝนทักษะทางสังคมหรือการมีมนุษยสัมพันธ์กับผู้อื่น
5. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง เพราะการเป็นสมาชิกของกลุ่มย่อมได้รับมอบหมายให้ปฏิบัติการเรียนรู้โดยการฝึกปฏิบัติจริง จะทำให้ได้รับประสบการณ์ตรง
6. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้การปรับตัวให้เข้ากับผู้อื่นได้ เพื่อเกิดการยอมรับซึ่งกันและกัน เช่น การยอมรับและปฏิบัติตามมติของกลุ่มเป็นต้น
7. เป็นการฝึกให้นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับวิถีทางประชาธิปไตยด้านความคิดและการกระทำ
8. ช่วยให้เกิดความภาคภูมิใจในตัวเอง ทำให้รู้สึกว่าตนมีความสำคัญต่อกลุ่ม เช่น การที่กลุ่มยอมรับความคิดเห็น การที่กลุ่มเปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็นอย่างเต็มที่ เป็นต้น ความภาคภูมิใจนี้จะเป็นแรงผลักดันให้เป็นคนกล้าแสดงความคิดเห็น กล้าพูด กล้าตัดสินใจและจะทำให้เกิดความมั่นใจต่อมา

ประโยชน์ของการทำงานกลุ่ม เป็นการฝึกให้นักเรียนทำงานร่วมกัน ยอมรับความคิดเห็น มีการเคารพสิทธิของผู้อื่น เรียนรู้บทบาทในการเป็นผู้นำและผู้ตามที่ดี ฝึกทักษะทางสังคม ฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยการปฏิบัติจริง มีการปรับตัวให้เข้ากับผู้อื่น เกิดความภาคภูมิใจในตนเองรู้สึกว่าตนมีความสำคัญต่อกลุ่ม ตลอดจนฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับวิถีทางประชาธิปไตยในด้านความคิดและการทำงาน

การเรียนรู้แบบร่วมมือ

การทำงานกลุ่มเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนมีการเรียนรู้แบบร่วมมือระหว่างผู้เรียนด้วยกัน จะก่อให้เกิดการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีการการพูดคุย การอภิปราย การนำเสนอภายในกลุ่ม ซึ่งเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือของ Kagan (1994, หน้า 4 อ้างใน พิมพ์พันธ์์ เฉชะ คุปต์, 2544, หน้า 7-16) จะเป็นการส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียนเป็นอย่างดี ซึ่งมีสาระสำคัญ คือ แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มหรือเป็นทีม (Team) ซึ่งเป็นกลุ่มขนาดเล็กประมาณ 2-6 คน และขนาดที่เหมาะสมที่สุด คือ 4 คน ที่จะเปิดโอกาสให้ทุก ๆ คน ร่วมมืออย่างเท่าเทียมกัน รวมทั้งสามารถแบ่งให้ทำงานเป็นคู่ได้สะดวก สร้างความเต็มใจที่ร่วมมือในการเรียนและทำงานโดยช่วยเหลือกันและกัน และมีการยอมรับกันและกัน อันจะทำให้งานราบรื่น มีการจัดการ กำหนดบทบาททางสังคมให้ผู้เรียนได้ฝึกการเป็น ผู้ตรวจสอบ ผู้สร้างกำลังใจ ผู้ชี้แนะ ผู้ให้กำลังใจ ผู้คุมการพูดตามประเด็น ผู้จัดเตรียมสื่อ ผู้กล่าวยกย่อง ผู้กำหนดคำถาม ผู้ควบคุมระเบียบวินัย ผู้บันทึก ผู้สะท้อนความคิด ผู้คุมภารกิจ มีการ ฟังพาสัยกันและกัน มีความรับผิดชอบเป็นรายบุคคล มีส่วนร่วมเท่าเทียมกัน สมาชิกทุกคนจะทำงาน คิด อ่าน ฟัง พูดไปพร้อม ๆ กัน ดังนั้น คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดคือ สมาชิกได้แสดงพฤติกรรมมีส่วนร่วม เช่น ฟัง พูด อ่าน เขียน คิดอย่างชัดเจนโดยทันที

ในการเรียนรู้แบบร่วมมือ ครูควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงออกในด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย การพูดเป็นคู่ (rally robin) เป็นเทคนิคเปิดโอกาสให้นักเรียนพูด ตอบ แสดงความคิดเห็นเป็นคู่ ๆ โดยเปิดโอกาสให้สมาชิกที่เป็นคู่ได้พูดกัน การเขียนเป็นคู่ (rally table) เป็นเทคนิคคล้ายกับการพูดเป็นคู่ทุกประการต่างกันเพียงการเขียนเป็นคู่ การพูดรอบวง (round robin) เป็นเทคนิคที่สมาชิกของกลุ่มผลัดกันพูด ตอบ เล่าอธิบาย โดยไม่ใช้การเขียน การวาด และเป็นการพูดที่ผลัดกันทีละคนตามเวลาที่กำหนด จนครบ 4 คน การคิดเดี่ยว คิดคู่ ร่วมกันคิด (think pair share) เป็นเทคนิคโดยเริ่มจากปัญหาหรือโจทย์คำถาม โดยสมาชิกแต่ละคนคิดหาคำตอบด้วยตนเองก่อน แล้วนำคำตอบไปอภิปรายกับเพื่อนเป็นคู่ จากนั้นจึงนำคำตอบของตนหรือของเพื่อนที่เป็นคู่เล่าให้เพื่อน ๆ ฟัง ฟัง การอภิปรายเป็นคู่ (pair discussion) เป็นเทคนิคที่เมื่อครูถามคำถาม หรือกำหนดโจทย์แล้วให้สมาชิกที่นั่งใกล้กันร่วมกันคิดและอภิปรายเป็นคู่ การทำเป็นกลุ่ม ทำเป็นคู่ และทำคนเดียว (team, pair, solo) เป็นเทคนิคที่เมื่อครูกำหนดปัญหาหรือโจทย์ หรืองานให้ทำแล้ว สมาชิกจะทำงานร่วมกันทั้งกลุ่มจนงานได้สำเร็จแล้วจากนั้นจะแบ่งสมาชิกเป็นคู่ให้ทำงานร่วมกันเป็นคู่จนงานสำเร็จ แล้วถึงขั้นสุดท้ายให้สมาชิกแต่ละคนทำงานเดี่ยวจนสำเร็จ การให้นักเรียนคิดเดี่ยว คิดคู่ คิดเป็นกลุ่ม (think pair square) เป็นเทคนิคโดยเริ่มจากปัญหาหรือโจทย์คำถามโดยสมาชิกแต่ละคนคิดคำตอบด้วย

ตนเองก่อน แล้วนำคำตอบของตนไปอภิปรายกับเพื่อนเป็นคู่ จากนั้นก็อภิปรายกับสมาชิกในกลุ่มของตนก่อน แล้วอาจนำคำตอบเล่าให้เพื่อน ๆ ทั้งชั้นฟัง

ครูถามนักเรียน หรือการให้นักเรียนตอบ และนักเรียนพูดคุยระหว่างเพื่อน เป็นการสื่อสารที่เกิดขึ้นระหว่างกิจกรรมการเรียนการสอน พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544, หน้า 5) ได้กล่าวว่าในถามคำถามจากครูจะมีนักเรียนเพียง 5-6 คน ยกมืออาสาตอบครูอาจเรียกนักเรียนตอบ 2-3 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 10 ของนักเรียนทั้งชั้น ผู้เรียนไม่มีโอกาสตอบทั้ง ๆ ที่พวกเขารู้ การให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มซึ่งประกอบด้วยสมาชิก 6-8 คน การทำงานของกลุ่มนั้น จะมีสมาชิกเพียง 2-3 คน ของกลุ่มมีบทบาทมากที่สุด คือ นำพูด นำตอบ นำคิด นำสรุป นำเสนอ ส่วนสมาชิกที่เหลือไม่มีบทบาท หรือทำเพียงเล็กน้อย เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ (co-operative learning) เป็นเทคนิควิธีการหนึ่งซึ่งสามารถทำให้ผู้เรียนคิดและตอบคำถามเดียวกันได้ถึง ร้อยละ 90-100

จากแนวคิดเกี่ยวกับการสื่อสารคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า นักเรียนจะมีความสามารถในการสื่อสารคณิตศาสตร์ที่ดีนั้นนักเรียนต้องได้รับการฝึกทักษะ ในด้าน การอ่าน การฟัง การเขียน และการอภิปรายหรือการนำเสนอ การเรียนแบบร่วมมือด้วยเทคนิคของเคแกนเป็นเทคนิคอีกวิธีการหนึ่งที่ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ซึ่งนักเรียนจะมีส่วนร่วมในกระบวนการกลุ่ม มีการสื่อสารระหว่างเพื่อนนักเรียนด้วยกัน และกับครูผู้สอน และยังทำให้นักเรียนมีความสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ฝึกการทำงานเป็นหมู่คณะและช่วยเหลือซึ่งกันและกันอีกด้วย นอกจากนี้การใช้คำถามปลายเปิดจะเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การถ่ายทอดความคิด และการหาคำตอบได้หลากหลายวิธี

บันทึกการเรียนรู้

ความหมายของบันทึกการเรียนรู้

คำว่า Journal ได้มีการแปลคำนี้ในภาษาไทยอยู่ 2 แบบ คือ บันทึกการเรียนรู้ หรือ อนุทินแต่อย่างไรก็ตามในเอกสารเล่มนี้จะใช้บันทึกการเรียนรู้ นักวิชาการได้ให้ความหมายของบันทึกการเรียนรู้ไว้ดังนี้

สมศักดิ์ สันธะเวช (2542, หน้า 24) ได้ให้ความหมายของบันทึกการเรียนรู้ว่าเป็นเอกสารซึ่งผู้เรียนแต่ละคนได้บันทึกข้อสงสัยต่าง ๆ ความรู้สึกส่วนตัว ความเห็นที่เปลี่ยนไป ความคิดและความรู้สึกอันเกี่ยวกับกระบวนการและเนื้อหาสาระที่ได้จากการเรียนรู้ของตน บันทึกนี้ไม่ได้เป็นแค่บันทึกกิจกรรมที่เรียนในแต่ละวัน หรือเป็นแหล่งข้อมูลอีกแหล่งหนึ่ง

เท่านั้น แต่บันทึกการเรียนรู้ประมวลไว้ด้วยข้อมูลบ่งบอกตัวตนของผู้เรียน การวิเคราะห์ และการไตร่ตรองในการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้ผ่านกระบวนการต่าง ๆ มา

เคนเนดีและทิพย์ (Kenedy & Tipp, 1994 อ้างในทิพย์รัตน์ นพฤทธิ, 2542, หน้า 15) ได้กล่าวโดยสรุปว่าการเขียนบันทึกการเรียนรู้เป็นการบันทึกความคิดเห็นของนักเรียนในหลาย ๆ แง่มุมของงานของนักเรียนเอง ภายในบันทึกการเรียนรู้ประกอบด้วยความคิดเห็นของนักเรียนความรู้สึกที่รับรู้โดยใช้ภาษาของตนเอง เช่น เมื่อนักเรียนนึกถึงคณิตศาสตร์ นักเรียนนึกถึง... มีคำอธิบายปัญหาที่น่าสนใจ วิธีการแก้ปัญหาและแสดงให้เห็นถึงกระบวนการหาคำตอบ การเขียนบันทึกการเรียนรู้อาจเป็นส่วนหนึ่งของแฟ้มสะสมงานหรือแยกออกมาได้

เจนสมุทร แสงพันธ์ (2545, หน้า 32) กล่าวว่าบันทึกการเรียนรู้เป็นเอกสารที่ผู้เรียนใช้บันทึกความรู้ ความเข้าใจในบทเรียนที่แสดงถึงผลการการเรียนรู้รวมทั้งบันทึกข้อสงสัยคำถาม ข้อคิดเห็นต่อการเรียนการสอน หรือกระบวนการทำงานโดยใช้ภาษาของตนเอง บันทึกการเรียนรู้ถือเป็นเครื่องมือในการประเมินที่มีคุณค่าต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนและมีประโยชน์ในการปรับปรุงกิจกรรมการเรียนการสอนของผู้สอน

จากความหมายของบันทึกการเรียนรู้ที่ได้กล่าวไปข้างต้น สรุปได้ว่า บันทึกการเรียนรู้เป็นบันทึกของผู้เรียนประกอบด้วยองค์ความรู้ต่าง ๆ รวมทั้งข้อสงสัย คิดเห็น ทศนคติ ต่อการเรียนการสอน บันทึกการเรียนรู้มีประโยชน์ต่อผู้เรียนในการประเมินความรู้ หรือต้องการพัฒนาการเรียนการสอนในด้านใด มีประโยชน์ต่อผู้สอนในการปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนให้ดีขึ้น และช่วยแก้ปัญหาในด้านการเรียนเป็นรายบุคคล

ลักษณะของการเขียนบันทึกการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

ทิพย์รัตน์ นพฤทธิ (2542, หน้า 18) ได้สรุปถึงลักษณะของการเขียนบันทึกการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. เป็นการเขียนที่ให้นักเรียนได้ถ่ายทอดความรู้สึกต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างอิสระ
2. เป็นการเขียนที่มีได้ให้ความสำคัญกับการสะกดคำให้ถูกต้อง การใช้ภาษาที่ถูกต้อง หรือรูปแบบการเขียนที่ถูกต้อง
3. เป็นการเขียนที่ใช้เป็นสื่อในการสนทนาระหว่างครูกับนักเรียน
4. ในการวัดและประเมินงานเขียนครูจะแก้ไขหรือเขียนคำติชม ลงในงานเขียนเองของนักเรียน ซึ่งไม่เขียนอย่างตรงไปตรงมา ไม่เขียนคำกล่าวที่ทำให้นักเรียน รู้สึกผิด กลัวหรือ

ท้อแท้ เขียนชมเชยในสิ่งที่นักเรียนเขียนถูกต้องและชมเชยในความคิดของนักเรียน ซึ่งลักษณะดังกล่าวเป็นการกระตุ้นเสริมกำลังใจให้นักเรียนอยากเขียน

คอกเกที (Dougherty, 1996 อ้างใน เจนสมุทร แสงพันธ์, 2545, หน้า 33) ได้ให้ข้อแนะนำว่าสิ่งที่นักเรียนจะเขียนในบันทึกการเรียนรู้ควรครอบคลุมในประเด็นต่อไปนี้

1. เนื้อหาเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์
2. กระบวนการแก้ปัญหา
3. ความคิดเห็นต่องาน กิจกรรมการเรียนรู้การสอนและทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

ประโยชน์ของการเขียนบันทึกการเรียนรู้

สมชาย วรภิเกษมสกุล (2540, หน้า 167) กล่าวว่า การเขียนบันทึกการเรียนรู้ช่วยให้ครูผู้สอนได้นำบันทึกการเรียนรู้ที่นักเรียนเขียนมาพิจารณาความรู้ และความเข้าใจของผู้เรียนที่ได้รับการสอนว่ามีความเข้าใจมากหรือน้อย มีข้อบกพร่องใดที่ควรได้รับการแก้ไขก่อนที่จะเรียนเนื้อหาใหม่ และในบางประเด็นยังเป็นที่ช่วยให้ครูผู้สอนได้ความคิดที่ใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนต่อไป

พร้อมพรรณ อุคมสิน (2544, หน้า 183) ที่กล่าวถึงประโยชน์ของบันทึกการเรียนรู้ว่าช่วยให้ นักเรียนได้ปรับปรุงการเรียนรู้และทักษะการแก้ปัญหา และได้ทบทวนในสิ่งที่เรียนรู้ไปในขณะที่ครูได้ทราบถึงสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิดหรือสิ่งที่ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนอย่างชัดเจน โดยครูสามารถจัดการซ่อมเสริมนักเรียนเป็นรายบุคคลได้ทันที บันทึกการเรียนรู้ช่วยสะท้อนสิ่งที่ครูสอนทั้งด้านเนื้อหา วิธีการและการสอนซึ่งครูสามารถนำข้อมูลเหล่านี้มาใช้ในการปรับปรุงการสอนของตนเองได้

โบเรซีและโรส (Borasi&Rose, 1989 อ้างในทิพย์รัตน์ นพฤทธิ์, 2542, หน้า 20-21) กล่าวถึงประโยชน์ในการเขียนบันทึกการเรียนรู้โดยสรุปดังนี้

1. เป็นประโยชน์ต่อนักเรียนเมื่อได้เขียนบันทึกของตนเอง
 - 1.1 ให้คุณค่าในการบำบัด นักเรียนสามารถแสดงความรู้สึกและทัศนคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ทั้งแง่บวกและแง่ลบ
 - 1.2 เพิ่มการเรียนรู้ในเนื้อหา นักเรียนได้ใช้ภาษาของตนเองในการเขียนอธิบายความเข้าใจในความคิดรวบยอดและกฎต่าง ๆ อีกครั้ง
 - 1.3 ปรับปรุงการเรียนรู้และทักษะการแก้ปัญหา นักเรียนได้เขียนวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนใช้ หรือวิธีการเรียนรู้ในเรื่องนั้นซึ่งทำให้นักเรียนได้ใคร่ครวญ ทบทวนในสิ่งที่เรียนรู้ไป

1.4 รับรู้โน้ตส์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของแต่ละคน เพื่อให้ทราบถึงความเชื่อของแต่ละคนในธรรมชาติของคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน

2. เป็นประโยชน์เมื่อครูได้อ่านบันทึกนั้น

2.1 ทำให้มีการประเมินผลที่ดีขึ้นและสามารถซ่อมเสริมนักเรียนเป็นรายบุคคล ครูสามารถทราบถึงปัญหาหรือสิ่งที่ยากสำหรับนักเรียนแต่ละคนทั้งด้านความรู้และทัศนคติและยังเป็นการเพิ่มความสัมพันธ์ที่ใกล้ชิดระหว่างครูกับนักเรียนด้วย

2.2 เป็นผลสะท้อนการสอนของครู งานเขียนของนักเรียนจะสะท้อนสิ่งที่ครูสอนทั้งด้านโครงสร้าง วิธีการและการสอนซึ่งครูสามารถนำข้อมูลเหล่านี้ในการปรับปรุงการสอนของครู

2.3 การปรับปรุงการสอนในระยะยาว การอ่านบันทึกของนักเรียนจะทำให้ครูได้ตระหนักถึงสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิดหรือสิ่งที่ยากแก่การเข้าใจของนักเรียน ซึ่งครูสามารถนำข้อมูลเหล่านี้ไปปรับปรุงพัฒนาการสอนให้ดีขึ้นต่อไปได้

3. เป็นประโยชน์จากการได้สนทนาร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน เมื่อนักเรียนเขียนครูได้อ่านและมีการตอบสนองรูปแบบการสื่อสารแนวใหม่ซึ่งหมายถึงการสนทนาที่เป็นส่วนตัวระหว่างครูและนักเรียนแต่ละคนก็จะเกิด ซึ่งมีประโยชน์ คือ

3.1 พัฒนาการสอนแบบตัวต่อตัวได้มากขึ้น ครูสามารถให้ข้อมูลย้อนกลับ (Feedback) แก่นักเรียนและนักเรียนสามารถเขียนในสิ่งที่ไม่เข้าใจในบันทึกซึ่งเมื่อครูอ่านก็สามารถตอบคำถามและตอบสนองโดยผ่านบันทึกการเรียนรู้

3.2 เป็นการสร้างบรรยากาศแห่งการมีไมตรีจิต ทำให้นักเรียนมีความนับถือและไว้วางใจครูและช่วยพัฒนาให้นักเรียนเจริญงอกงามต่อไป

จากประโยชน์ของการเขียนบันทึกการเรียนรู้ดังกล่าว สรุปได้ว่า บันทึกการเรียนรู้มีประโยชน์ในการช่วยปรับปรุงในด้านการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ในด้านการเขียน ทำให้ทราบว่าผู้เรียนมีองค์ความรู้ สภาพปัญหา และทัศนคติต่อการเรียนการสอน ซึ่งครูผู้สอนสามารถแก้ปัญหาให้ผู้เรียน พัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ตลอดจนสร้างบรรยากาศแห่งการมีไมตรีจิตระหว่างครูกับนักเรียนอีกด้วย

การเรียนการสอน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

อัตรา และ อัตราส่วน

กนกวลี อุษณกรกุล (2547, หน้า 5) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2536, หน้า 47) ได้ให้ความหมายซึ่งสอดคล้องกันไว้ว่า อัตรา คือ ข้อความที่แสดงความเกี่ยวข้องกันของปริมาณสองปริมาณ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, หน้า 1) ได้ให้ความหมายของอัตราส่วนไว้ว่า อัตราส่วน เป็นความสัมพันธ์ที่แสดงการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณซึ่งอาจมีหน่วยเดียวกันหรือหน่วยต่างกันได้ มีความเห็นที่คล้ายกับ Mathematics Center (2004, p. 1) และพรณี ศิลปวัฒนานันท์ (2542, หน้า 1) ได้เพิ่มเติมอีกว่า อัตราส่วนสามารถใช้เขียนแทนอัตรา และแทนการเปรียบเทียบได้ ส่วน Littell (1995, p. 301) ได้ให้ความหมายของอัตราส่วนที่ต่างกันออกไป โดยกล่าวว่า อัตราส่วน คือ ผลหารของสองจำนวน หรือสองปริมาณ

จากความหมายของอัตรา และ อัตราส่วน สรุปได้ว่า อัตราส่วน คือ การเปรียบเทียบกันของ 2 ปริมาณ และเขียนแทนอัตรา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, หน้า 5) ได้เสนอหลักการหาอัตราส่วนที่เท่ากัน ดังนี้

1. หลักการคูณ เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ que เท่ากับอัตราส่วนเดิม
 2. หลักการหาร เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ que เท่ากับอัตราส่วนเดิม
- เมื่อมีอัตราส่วนแล้ว สามารถใช้หลักการคูณหรือหลักการหารเพื่อทำเป็นอัตราส่วนที่เท่ากันได้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, หน้า 26) ได้สรุปวิธีแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สัดส่วน ไว้ดังนี้

1. ให้ตัวแปร เช่น x เป็นจำนวนที่ต้องการหา

2. เขียนสัดส่วนแสดงการเท่ากันของอัตราส่วนที่กำหนดให้และอัตราส่วนใหม่โดยให้ลำดับของสิ่งที่เปรียบเทียบกันในแต่ละอัตราส่วนเป็นลำดับเดียวกัน

3. หาค่าของตัวแปร

ร้อยละ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, หน้า 34) ได้ให้ความหมายของร้อยละ หรือ เปอร์เซนต์ ว่าเป็นอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งต่อ 100 ส่วน Musser and Burger (1994, p. 306) ได้ให้ความหมายคล้ายกัน โดย

กล่าวว่า ร้อยละ หมายถึง ต่อ 100 แต่ Croft and Davison (1997, p. 32) ได้กล่าวว่า เปอร์เซ็นต์ คือ เศษส่วนซึ่งตัวส่วน คือ 100

Sobel (อ้างใน จวีวรรณ เสวตมาลย์, 2544, หน้า 111-112) กล่าวว่า นักเรียนหลายคนมีปัญหากับร้อยละทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลาย ส่วนหนึ่งของปัญหาเกิดจากวิธีการที่ใช้สอนปกติในเรื่องร้อยละ คือการเน้นกันมากที่ขั้นตอนการคิดคำนวณ ซึ่งทำให้นักเรียนขาดความเข้าใจในความคิดรวบยอด และมีทักษะเพียงเล็กน้อยในการคำนวณ นักเรียนหลายคนไม่สามารถประมาณค่าร้อยละด้วยสายตา เพราะเขาไม่ใคร่จะเห็นเรื่องนี้ในรูปแบบที่เป็นรูปธรรม กิจกรรมและประสบการณ์ที่ได้ลงมือกระทำเกี่ยวกับร้อยละ จะทำให้เกิดความชัดเจนและเข้าใจความคิดรวบยอดดีขึ้น นอกจากนี้ Sobel ได้เสนอการสอนร้อยละโดยใช้เทคนิคการนำเสนอและประสบการณ์ที่ลงมือปฏิบัติ มีดังนี้

1. เทคนิคการนำเสนอเรื่องร้อยละโดยใช้ การตัดกระดาษเป็นรูปวงกลม 2 วงที่มีขนาดเดียวกันแต่สีต่างกัน แบ่งวงกลมเป็น 10 ส่วนเท่า ๆ กัน ตัดตามรัศมี 1 ด้าน ไปที่จุดศูนย์กลางของแต่ละวง สอดวงกลมหนึ่งลงไปอีกวงหนึ่ง เพื่อให้สามารถได้รับประสบการณ์ที่มีค่าในการประมาณด้วยสายตา ดังตัวอย่าง

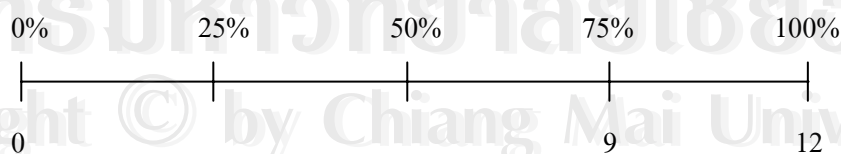


สอดวงกลมรูปหนึ่ง
เข้าไปในอีกรูปหนึ่ง

หมุนด้านที่มีเครื่องหมาย
แรเงา 60 % แรเงา 20 %

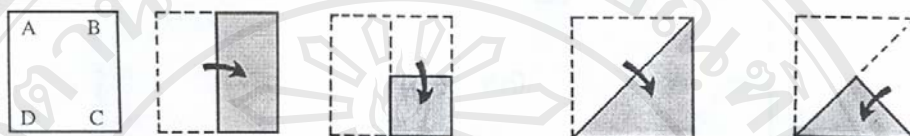
หมุนด้านที่มีเครื่องหมาย
35% แรเงา 55% แรเงา

การใช้เส้นจำนวนเป็นรูปจำลองในการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละในใจ สำหรับปัญหาที่เกี่ยวข้อง 25%, 50%, 75% โดยเริ่มต้นด้วยการแบ่งเส้นจำนวนเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน



จากเส้นจำนวนดังกล่าว ถ้าต้องการทราบว่า 75% ของ 12 มีค่าเท่าใด วิธีการใช้คือ วาง 0 ไว้ได้ 0% และ 12 ได้ 100% จำนวนที่จะอยู่ได้ 75% ก็คือ 9 ซึ่งสังเกตได้ว่าสามารถประมาณคำตอบเหล่านี้ในใจได้ ผู้สอนสามารถนำเสนอ โดยใช้อุปกรณ์ หรือใช้บนกระดาน ซึ่งเป่าหมายเพื่อส่งเสริมให้นักเรียน คิดในใจบนเส้นจำนวน เวลาที่ใช้ทบทวนโจทย์ร้อยละอย่างง่ายด้วยรูปจำลองจะสามารถพัฒนาความเข้าใจในเรื่องร้อยละได้

2 ประสบการณ์ที่ได้ลงมือปฏิบัติ โดยการใช้รูปแบบจำลองเรขาคณิตแทนที่จะเป็นรูปแบบจำลองเลขคณิตซึ่งนำไปสู่สถานการณ์การแก้ปัญหาที่น่าสนใจ โดยให้กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแก่นักเรียนแต่ละคนแล้วให้เขากำหนดจุดยอดตามลำดับ A, B, C และ D พับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังแสดง หลังจากพับแล้วจะได้รูปเป็นรอยละเท่าใดของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิม ดังตัวอย่าง



คราวนี้ควรมีนักเรียนที่คำนวณรอยละได้ถูกต้อง จากการใช้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังกล่าวในแต่ละกรณี โดยไม่ต้องพับกระดาษจริง ๆ จากนั้นใช้การพับกระดาษเป็นการตรวจสอบ

พับ A ไปที่จุดกึ่งกลางด้าน AB (75%)

พับ A, B, C, D ไปที่จุดศูนย์กลางของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (50%)

พับ A ไปที่ C และ B ไปที่ C (37.5%)

จากแนวคิดเกี่ยวกับ อัตราส่วนและร้อยละของนักการศึกษาหลาย ๆ ท่าน ทำให้ผู้วิจัยมีแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมทักษะในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยจะผลิตสื่อที่เป็นรูปธรรมเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการลงมือกระทำ และสร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละให้กับผู้เรียน การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สรุปความคิดรวบยอดด้วยตนเอง ทำให้ผู้เรียนได้ฝึกกระบวนการคิด มีความรู้ติดตัวเป็นระยะเวลานาน ซึ่งเหมาะสมกับการเรียนการสอนในยุคปัจจุบันนี้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากที่ผู้วิจัยได้ทำการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับ เรื่อง ผลของการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมทักษะกระบวนการสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ พบว่ามีการทำวิจัยใน 2 ด้าน ได้แก่ ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และ ด้านการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ

ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สุรัชย์ บุญเรือง (ม.ป.ป., หน้า 1) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในวิชาคณิตศาสตร์ พื้นฐานระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เซต การให้เหตุผล โรงเรียนเบ็ญจะมะมหาราช ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา

คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ.05 และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

วิสุทธิ์ เวียงสมุทร (ม.ป.ป., หน้า 1) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาความสามารถด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีสอนที่ให้นักเรียนค้นคว้าสรุปตามผลการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้แก่ ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการสื่อสาร การให้เหตุผล การนำเสนอ สูงขึ้นเป็นที่น่าพอใจ

พานทิพย์ อัมพันธ์จันทร์ (ม.ป.ป., หน้า 1) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้น ม.3 ผลการศึกษาพบว่า กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนร้อยละ 72.50 สอบหลังเรียนได้คะแนนร้อยละ 50 ขึ้นไป และผลการศึกษาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่า ก่อนเรียนนักเรียนมีทักษะกระบวนการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การเชื่อมโยง การสื่อสารสื่อความหมายและนำเสนอ ความริเริ่มสร้างสรรค์ อยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข” ทุกคน แต่ในระหว่างเรียนและในการทำแบบทดสอบหลังเรียน ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในทุกด้านของนักเรียน ส่วนใหญ่ พัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับดี

ประพิม ดันสืบเชื้อสายพิมพ์ (ม.ป.ป., หน้า 1) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การให้เหตุผล ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเมืองกลาง จังหวัดภูเก็ต ผลการวิจัยปรากฏว่า กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการให้เหตุผล ที่เน้นทักษะ/กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 นักเรียนมีความคิดเห็นที่ดีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนที่แสดงว่ามีการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ การเชื่อมโยง และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

วัลลภา บุญวิเศษ (ม.ป.ป., หน้า 1) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานระดับ ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเบ็ญจะมะมหาราช จังหวัดอุบลราชธานี ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

วิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และเจตคติต่อ วิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

จากงานวิจัยในด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า มีผู้ศึกษาวิจัยในการจัดการเรียนรู้โดยเน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ การเชื่อมโยง และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ พบว่าส่วนใหญ่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง นักเรียนมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนโดยใช้แผนการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นทักษะกระบวนการอยู่ในระดับดี และนักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะกระบวนการหลังเรียนมีการพัฒนาดีขึ้น

ด้านการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ มีประสิทธิภาพ 86.03/76.54 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 70/70 ความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนและร้อยละจากการเรียนโดยใช้ ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนได้มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศศิธร จำเนียรผล (2541) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้เกมประกอบบทเรียน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนชุมแสงชนูทิศ จังหวัดนครสวรรค์ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนกลุ่มที่เรียน โดยใช้เกมประกอบบทเรียนสูงกว่ากลุ่ม

ที่เรียนแบบปกติ และกลุ่มที่เรียนโดยใช้เกมประกอบบทเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และมีความพึงพอใจต่อการนำเกมมาใช้ในการกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สุกัญญา พัทธกิจศักดิ์ (2541) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหามาของโพลยาในโรงเรียนปิ่นเกล้าวิทยาลักษณ์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนแบบทดสอบมีจำนวน 76.85% และ 73.25% ตามลำดับ และนักเรียนกลุ่มทดลองส่วนใหญ่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหามาของโพลยาได้ แต่ในการดำเนินการตามแผนมีนักเรียนประมาณ 50% ยังไม่สามารถปฏิบัติขั้นตอนนี้ได้ดี เนื่องจากนักเรียนมีความเข้าใจผิดเรื่องสัดส่วน การตรวจคำตอบนักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาในการตรวจคำตอบได้ไม่สมบูรณ์ตามแบบของโพลยา

นฤนาท รอดไพฑูรย์ (2542) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ระหว่างกลุ่มที่เรียนจากบทเรียนกิจกรรม กับกลุ่มที่เรียนจากบทเรียนการ์ตูน ได้ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างที่กลุ่มที่เรียนจากบทเรียนกิจกรรม กับกลุ่มที่เรียนจากครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนจากบทเรียนการ์ตูนกับกลุ่มที่เรียนกลับครูไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนจากบทเรียนกิจกรรมกับกลุ่มที่เรียนจากบทเรียนการ์ตูนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุพรรณิกา เนตรพรหม (2538) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ระหว่างกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยใช้เรียนจากบทเรียนกิจกรรมที่ครูสร้างขึ้นกับกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยครูของโรงเรียนวัดน้อยนพคุณ กรุงเทพมหานคร ได้มีผลการวิจัยว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยใช้เรียนจากบทเรียนกิจกรรมที่ครูสร้างขึ้นกับกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยครู ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประไพ แดงไฟ (2546) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนตากพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดตาก ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำความรู้พื้นฐานและหลักการของอัตราส่วนมาใช้ในการแก้ปัญหาก็ได้ นอกจากนี้ นักเรียนยังมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาสัดส่วนและโจทย์ปัญหาร้อยละมากขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยในด้านการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องอัตราส่วนและ ร้อยละ สรุปได้ว่า ผู้วิจัยได้ใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ใช้เกมประกอบบทเรียน ใช้บทเรียน กิจกรรมที่ครูสร้างขึ้น และใช้รูปแบบการแก้ปัญหของโพลยา ผลจากการใช้กิจกรรมดังกล่าว ปรากฏว่านักเรียนส่วนใหญ่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนดีขึ้น



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved