

บทที่ 5

อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย

5.1 อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย

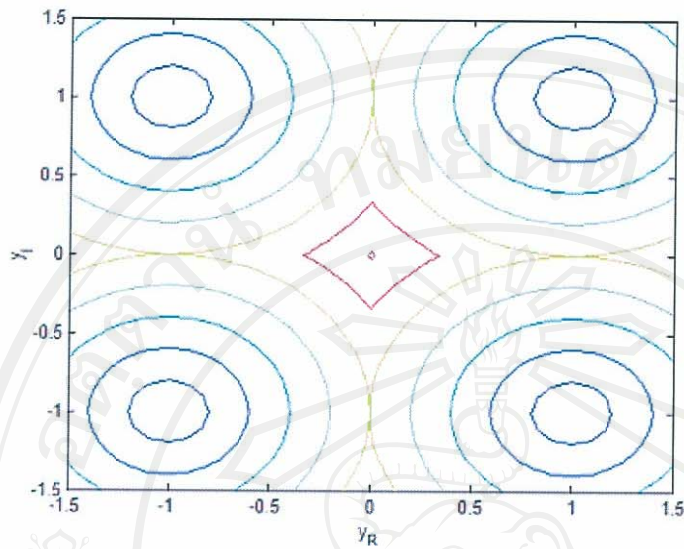
ในส่วนนี้เราจะวิเคราะห์อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์ที่มีค่ายกกำลัง p เท่ากับ 1 เพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจ ลักษณะของสมการอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์ที่มีค่ายกกำลังเท่ากับ p มีรูปแบบดังนี้

$$J_{GDEA}(n) = E \left[\left(\frac{y_R^2}{R_1} + \frac{y_I^2}{R_2} - R_{CMA}^2 \right)^p \cdot \left(\frac{y_R^2}{R_2} + \frac{y_I^2}{R_1} - R_{CMA}^2 \right)^p \right] \quad (5.1)$$

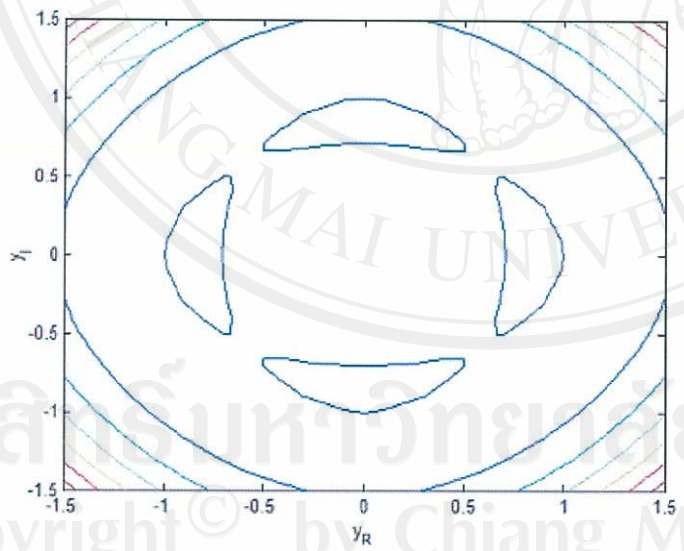
เราเรียกอัลกอริทึมที่มีค่ายกกำลัง p เท่ากับ 1 ว่า อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย เนื่องจากลักษณะของพื้นผิวคอสต์ฟังก์ชัน (Cost Function) ของอัลกอริทึมนี้มีลักษณะที่คล้ายคลึงกับพื้นผิวคอสต์ฟังก์ชันของอัลกอริทึมรีดิวคอนสเตลเลชัน (Reduced Constellation Algorithm : RCA) สำหรับอัลกอริทึมรีดิวคอนสเตลเลชันแล้ว บริเวณโครงร่างของความผิดพลาดที่เท่ากับศูนย์จะมีลักษณะเป็นจุด 4 จุด แต่อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายจะเป็นหลุม 4 หลุม และหลุมทั้ง 4 นี้ มีค่าต่ำกว่าศูนย์ ซึ่งตำแหน่งของหลุมนั้นถูกหมุนไป $\frac{\pi}{4}$ เรเดียน เทียบกับตำแหน่งของจุดในอัลกอริทึมรีดิวคอนสเตลเลชันด้วยเหตุนี้ ระบบตามอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายไม่ได้ใช้ส่วนที่เป็นเส้นวงรีสองวงในการลดการกระจายของผลลัพธ์ที่ได้จากอีควาไลเซอร์ (Equalizer) แต่ใช้หลุมทั้ง 4 ในการปรับ ความคล้ายคลึงกันระหว่างพื้นผิวคอสต์ฟังก์ชันสามารถพิจารณาได้จากภาพที่แสดงถึงมุมมองจากด้านบนของพื้นผิวคอสต์ฟังก์ชัน โดยพิจารณาได้จากรูปที่ 5.1 ซึ่งบริเวณที่ทำให้ค่าคอสต์ฟังก์ชันมีปริมาณน้อยนั้น คือ 4 จุด ที่ตำแหน่ง (1, 1) (1,-1) (-1,-1) และ (-1, 1) สำหรับบริเวณที่เป็นหลุมตามอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายจะอยู่บริเวณ ทรงครึ่งวงกลมแบบทั้ง 4 แห่ง (พิจารณาจากรูปที่ 5.2) ถึงแม้ว่าจะไม่คล้ายคลึงกันมาก แต่ก็มีลักษณะการทำงานที่เหมือนกัน ต่อไปเราจะวิเคราะห์คุณสมบัติของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย

จากสมการคอสต์ฟังก์ชันสำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟาย

$$J_{MDEA}(n) = E \left[\left(\frac{y_R(n)^2}{R_1} + \frac{y_I(n)^2}{R_2} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \left(\frac{y_R(n)^2}{R_2} + \frac{y_I(n)^2}{R_1} - R_{CMA}^2 \right) \right] \quad (5.2)$$



รูปที่ 5.1 ลักษณะมุมมองด้านบนของพื้นผิวคอสท์ฟังก์ชันตามแนวคิด
อัลกอริทึมรีดิวคอนสเทลเลชัน



รูปที่ 5.2 ลักษณะมุมมองด้านบนของพื้นผิวคอสท์ฟังก์ชันตามแนวคิด
อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟาย

เพื่อที่จะได้สมการที่ใช้ในการปรับค่าสัมประสิทธิ์ (Coefficient) ของอีควาไลเซอร์ เราหาค่าของอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของสมการที่ (5.2) เทียบกับค่าสัมประสิทธิ์ของอีควาไลเซอร์

$$\begin{aligned} \nabla_c J_{MDEA}(n) = E \left[\left\{ \left(\left(\frac{y_R(n)^2}{R_1} + \frac{y_I(n)^2}{R_2} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \frac{1}{R_1} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{y_R(n)^2}{R_2} + \frac{y_I(n)^2}{R_1} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \frac{1}{R_2} \right) \cdot y_R(n) \right. \\ \left. + j \cdot \left(\left(\frac{y_R(n)^2}{R_1} + \frac{y_I(n)^2}{R_2} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \frac{1}{R_2} \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{y_R(n)^2}{R_2} + \frac{y_I(n)^2}{R_1} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \frac{1}{R_1} \right) \cdot y_I(n) \right\} \cdot x(n)^* \right] \quad (5.3) \end{aligned}$$

ประมาณค่าฟังก์ชันการคาดหมายด้วยค่าในขณะนั้น เราจะได้สมการที่ใช้ในการปรับค่าสัมประสิทธิ์ตามอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟาย อธิบายด้วยสมการ

$$\begin{aligned} c_{n+1} = c_n - \alpha \cdot \left\{ \left(\left(\frac{y_R(n)^2}{R_1} + \frac{y_I(n)^2}{R_2} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \frac{1}{R_2} \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{y_R(n)^2}{R_2} + \frac{y_I(n)^2}{R_1} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \frac{1}{R_1} \right) \cdot y_R(n) \right. \\ \left. + j \cdot \left(\left(\frac{y_R(n)^2}{R_1} + \frac{y_I(n)^2}{R_2} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \frac{1}{R_1} \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{y_R(n)^2}{R_2} + \frac{y_I(n)^2}{R_1} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \frac{1}{R_2} \right) \cdot y_I(n) \right\} \cdot x(n)^* \quad (5.4) \end{aligned}$$

5.2 ค่าคงที่ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย

เช่นเดียวกันกับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบแอฟโซลูท ค่าคงที่ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายในที่นี้คือ ตัวแปร R_1 และ R_2 ที่ใช้กำหนดแกนหลักและแกนรอง เราสามารถที่จะหาสมการที่ใช้คำนวณค่าของค่าคงที่ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟาย โดยการกำหนดให้ค่าของอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของสมการที่ (5.2) มีค่าเท่ากับศูนย์ หลังจากนั้นสมมติให้ระบบอีควาไลเซอร์ของเราสามารถทำอีควาไลเซชันกับช่องสัญญาณได้อย่างสมบูรณ์

สมมติฐานข้างต้น อธิบายได้จากสมการดังนี้

$$y(n) \rightarrow s(n) \quad \text{สำหรับทุกๆ } n \quad (5.5)$$

จากสมการที่ (5.3) มีค่าเท่ากับ 0 และสมการที่ (5.5) เราจะทิ้งข้อมูลเกี่ยวกับเวลา

$$\begin{aligned} \nabla_c J_{MDEA} = E \left[\left\{ \left(\left(\frac{s_R^2}{R_1} + \frac{s_I^2}{R_2} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \frac{1}{R_1} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{s_R^2}{R_2} + \frac{s_I^2}{R_1} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \frac{1}{R_2} \right) \cdot s_R \right. \right. \\ \left. \left. + j \cdot \left(\left(\frac{s_R^2}{R_1} + \frac{s_I^2}{R_2} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \frac{1}{R_2} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{s_R^2}{R_2} + \frac{s_I^2}{R_1} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \frac{1}{R_1} \right) \cdot s_I \right\} \cdot s^* \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.6)$$

โดยกำหนดให้ $R_2 = \beta \cdot R_1$ (β คือ อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรอง) เมื่อทำการจัดรูปของสมการที่ (5.6) ให้เหมาะสม เราจะได้สมการที่ใช้ในการคำนวณหาค่าคงที่ตามของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟาย ดังนี้

$$R_1 = \frac{E[\{K_1 + j \cdot K_2\} \cdot s^*]}{R_{CMA}^2 \cdot E \left[\left\{ s_R(n) + \frac{s_R(n)}{\beta} + j \cdot \left(s_I(n) + \frac{s_I(n)}{\beta} \right) \right\} \cdot s^* \right]} \quad (5.7)$$

โดยที่

$$K_1 = 2 \cdot \frac{s_R^3}{\beta} + s_I^2 \cdot s_R + \frac{s_I^2 \cdot s_R}{\beta^2} \quad (5.8)$$

$$K_2 = 2 \cdot \frac{s_I^3}{\beta} + s_R^2 \cdot s_I + \frac{s_R^2 \cdot s_I}{\beta^2} \quad (5.9)$$

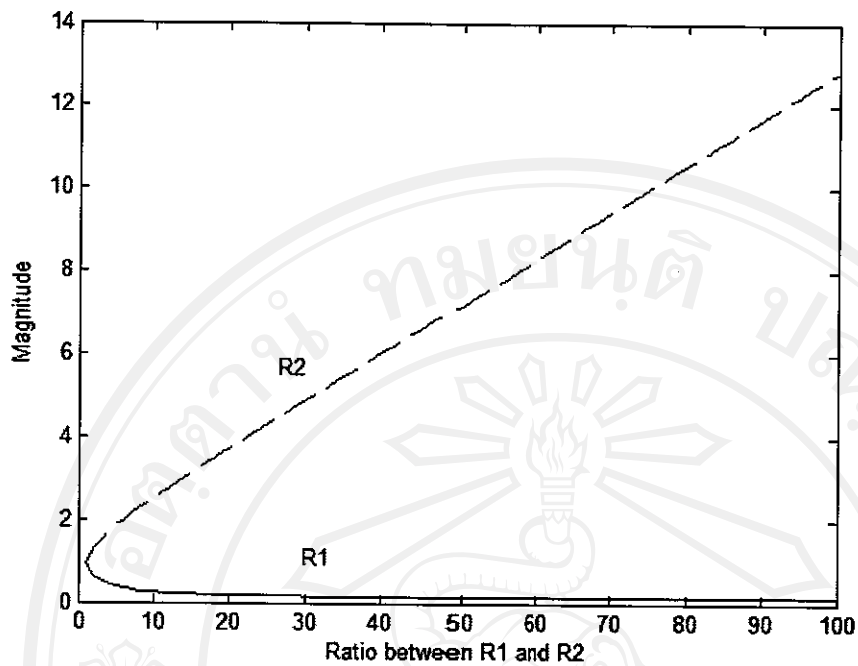
โดยที่ค่า s คือ สัญญาณข้อมูลที่ถูกหมุนคอนสเทเลชันไป $\frac{\pi}{4}$ เรเดียน

ตารางที่ 5.1 แสดงตัวอย่างค่าคงที่ของอัลกอริทึมดับเบิลลิพส์แบบโมดิฟายสำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ QAM ที่อัตราส่วนของแกนหลักและแกนรองตั้งแต่ 2 ถึง 20 ซึ่งจากข้อมูลภายในตาราง เราพบว่าขนาดของค่าคงที่สำหรับอัลกอริทึมดับเบิลลิพส์แบบโมดิฟายเมื่อสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM และ 256-QAM นั้น จะได้ค่าที่เท่ากัน

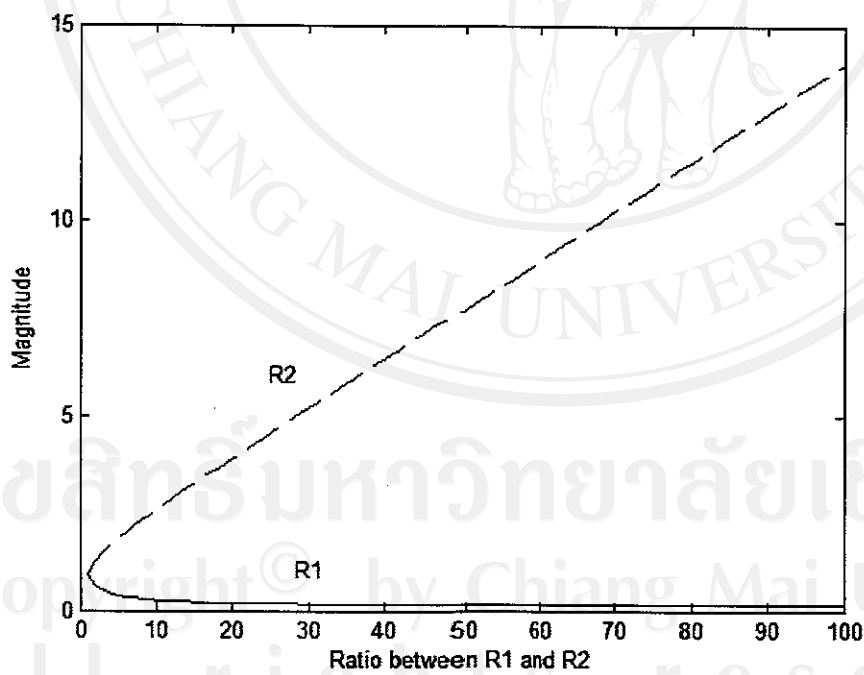
ตารางที่ 5.1 ค่าคงที่ R_1 และ R_2 สำหรับอัลกอริทึมดับเบิลลิพส์แบบโมดิฟาย

Ratio	16-QAM		64-QAM		256-QAM	
	R_1	R_2	R_1	R_2	R_1	R_2
2	0.6413	1.2826	0.6287	1.2574	0.6287	1.2574
3	0.5046	1.5137	0.4977	1.4932	0.4977	1.4932
4	0.4244	1.6976	0.4212	1.6849	0.4212	1.6849
5	0.3716	1.8579	0.3709	1.8547	0.3709	1.8547
6	0.3341	2.0047	0.3353	2.0119	0.3353	2.0119
7	0.3062	2.1432	0.3087	2.1612	0.3087	2.1612
8	0.2845	2.276	0.2882	2.3053	0.2882	2.3053
9	0.2672	2.4049	0.2717	2.4457	0.2717	2.4457
10	0.2531	2.5309	0.2583	2.5834	0.2583	2.5834
11	0.2413	2.6548	0.2472	2.7191	0.2472	2.7191
12	0.2314	2.777	0.2378	2.8534	0.2378	2.8534
13	0.2229	2.898	0.2297	2.9863	0.2297	2.9863
14	0.2156	3.0179	0.2227	3.1184	0.2227	3.1184
15	0.2091	3.137	0.2166	3.2496	0.2166	3.2496
16	0.2035	3.2553	0.2113	3.3802	0.2113	3.3802
17	0.1984	3.3731	0.2065	3.5103	0.2065	3.5103
18	0.1939	3.4904	0.2022	3.6399	0.2022	3.6399
19	0.1899	3.6073	0.1984	3.7691	0.1984	3.7691
20	0.1862	3.7239	0.1949	3.898	0.1949	3.898

จากตารางที่ 5.1 เราสังเกตได้ว่า ค่าคงที่ของอัลกอริทึมดับเบิลลิพส์แบบโมดิฟายสำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM และ 256-QAM จะมีค่าเท่ากัน แต่สำหรับ 16-QAM จะแตกต่าง เราสามารถพิจารณาแนวโน้มของค่าคงที่ทั้งสองได้จากรูปที่ 5.3 ซึ่งอธิบายค่าคงที่สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM และรูปที่ 5.4 ซึ่งอธิบายค่าคงที่สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM และสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM



รูปที่ 5.3 ค่าคงที่อัลกอริทึมระดับเบลิอิลิฟส์สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM



รูปที่ 5.4 ค่าคงที่อัลกอริทึมระดับเบลิอิลิฟส์สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM/256-QAM

จากรูปที่ 5.3 และ 5.4 เมื่อเราเพิ่มอัตราส่วนของแกนหลักและแกนรองขึ้น (ค่าคงที่ทั้งสองสำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย) ค่าของแกนรองจะลดลงอย่างช้าๆ และค่าแกนรองนี้จะมีค่าที่ใกล้เคียงกันสำหรับแต่ละอัตราส่วน ในทางตรงกันข้าม ค่าของแกนหลักจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่ออัตราส่วนเพิ่มขึ้น ทิศทางของค่าคงที่ทั้งสองมีลักษณะดังนี้เนื่องจาก แกนหลักและแกนรองจะเป็นตัวกำหนดขนาดของผลลัพธ์ เพื่อที่จะให้ค่าของผลลัพธ์ที่เท่ากับค่าเดิม จึงมีการปรับแกนหลักให้เพิ่ม เพื่อชดเชยขนาดผลลัพธ์ให้ขยาย ในขณะที่แกนรองลดลง เพื่อชดเชยให้ขนาดผลลัพธ์เล็กลง

5.3 ผลการทดสอบประสิทธิภาพในการกำจัดอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย

ในส่วนนี้ จะเป็นผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายด้วยอัลกอริทึมคอนสแตนต์มอดุลัส (Constant Modulus Algorithm : CMA) และอัลกอริทึมรีคิวคอนสเทลเลชันผ่านการจำลองสถานการณ์บนสัญญาณข้อมูลแบบ QAM ที่ขนาด 16-QAM, 64-QAM และ 256-QAM

5.3.1 รูปแบบการทดสอบประสิทธิภาพ

ในจำลองการทำงาน (Simulation) เราจะใช้อีควาไลเซอร์ที่มีความยาวเท่า 9 โดยที่ค่าเริ่มต้นของเวกเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์ของอีควาไลเซอร์นั้น ถูกกำหนดให้ค่าสมาชิกทุกตัวเท่ากับ 0 ยกเว้นตำแหน่งเดียวที่ถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 1 คือ สมาชิกตัวกลางของอีควาไลเซอร์ ลักษณะช่องสัญญาณและการคำนวณค่าประสิทธิภาพของระบบถูก ใช้เช่นเดียวกันกับการทดสอบประสิทธิภาพของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบแอฟโซลูท ระบบตามแนวคิดต่างๆจะถูกนำมาทดสอบ โดยวัดความเร็วในการเข้าหาระดับ -24 dB ของประสิทธิภาพที่คำนวณได้สมการ (4.12)

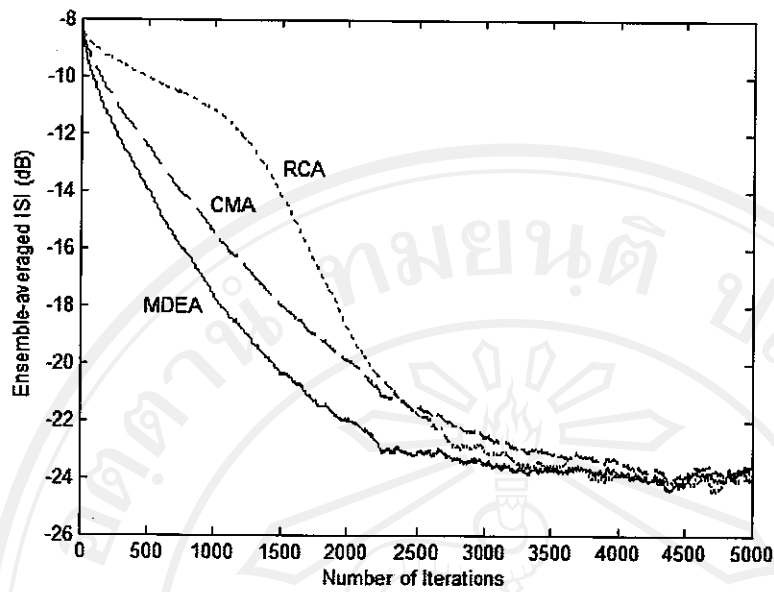
5.3.1.1 ผลการทดลองที่ได้จากลักษณะสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM

การทดสอบประสิทธิภาพของระบบ ในการกำจัดอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ (Intersymbol Interference : ISI) ที่เกิดขึ้นกับสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM นั้น เราจะกำหนดให้ค่าการเรียนรู้ของอัลกอริทึมคอนสแตนต์มอดุลัส และอัลกอริทึมรีคิวคอนสเทลเลชันมีค่าเท่ากับ 0.0022 และ 0.0032 ตามลำดับ โดยที่เราจะทดสอบการทำงานของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย ที่อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2, 7 และ 22

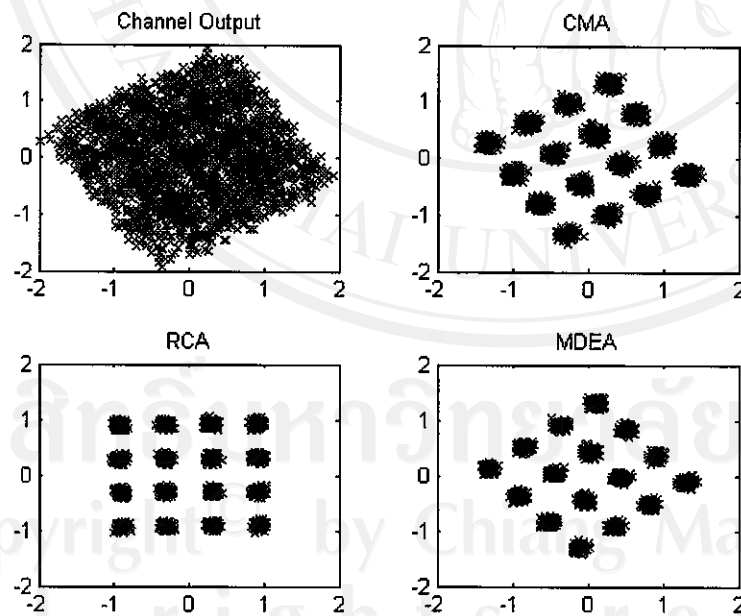
ในกรณีอัตราส่วนเท่ากับ 2 ค่าการเรียนรู้ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายเท่ากับ 0.0012 เราสามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพได้จากรูปที่ 5.5 และ 5.6 เราสามารถจะสังเกตได้ว่า อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายสามารถจะเข้าถึงระดับ -24 dB ได้รวดเร็วกว่าอัลกอริทึมคอนสแตนต์มอดดูลัส และอัลกอริทึมรีคิวกอนสแตเลชันแต่ผลลัพธ์ที่ได้จากอีควาไลเซอร์ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายนั้น ยังไม่ถูกปรับเฟสได้สมบูรณ์ที่จำนวนข้อมูลเท่ากับ 2500 ข้อมูล ในขณะที่อัลกอริทึมรีคิวกอนสแตเลชันสามารถปรับเฟส ได้อย่างสมบูรณ์ แต่ผลลัพธ์ของอัลกอริทึมรีคิวกอนสแตเลชันยังแสดงให้เห็นถึงปริมาณอินเตอร์ซิม โบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ที่สูงกว่าอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย ซึ่งสามารถสังเกตได้จากรูปที่ 5.6

ในกรณีอัตราส่วนเท่ากับ 7 ค่าการเรียนรู้ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายเท่ากับ 0.0012 เราสามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพได้จากรูปที่ 5.7 และ 5.8 เราสามารถจะสังเกตได้ว่า อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายสามารถเข้าถึงระดับ -24 dB ได้รวดเร็วกว่า และผลลัพธ์ที่ได้จากอีควาไลเซอร์ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายนั้น ถูกปรับเฟสได้สมบูรณ์ที่จำนวนข้อมูลเท่ากับ 2500 ข้อมูล

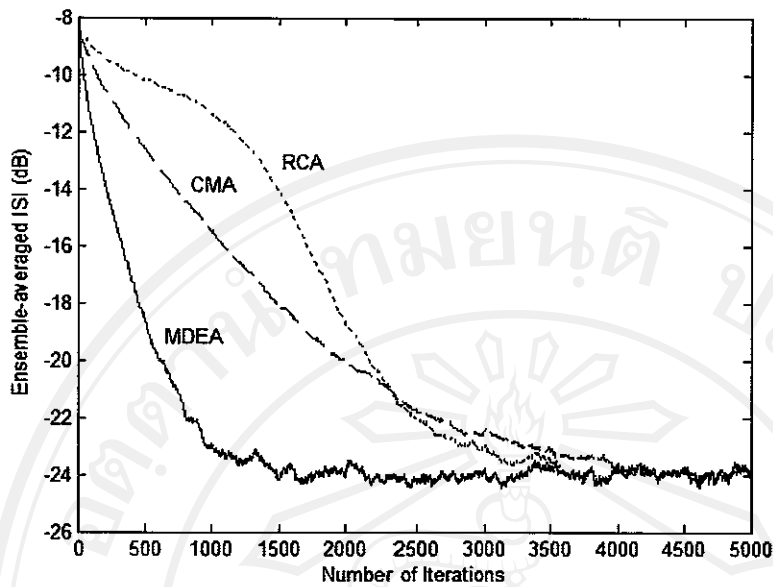
ในกรณีอัตราส่วนเท่ากับ 22 ค่าการเรียนรู้ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายเท่ากับ 0.00024 เราสามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพได้จากรูปที่ 5.9 และ 5.10 เราสามารถจะสังเกตได้ว่า อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายสามารถเข้าถึงระดับ -24 dB ได้เร็วกว่าอัลกอริทึมคอนสแตนต์มอดดูลัส และอัลกอริทึมรีคิวกอนสแตเลชันถึงแม้ว่าผลลัพธ์ที่ได้จากอีควาไลเซอร์ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายนั้น ถูกปรับเฟสได้สมบูรณ์ที่จำนวนข้อมูลเท่ากับ 2500 ข้อมูล แต่ถ้าเราเปรียบเทียบรูปที่ 5.7 และ 5.9 เราพบว่า ความสามารถในการเข้าถึงระดับ -24 dB นั้น ช้าลงอย่างเห็นได้ชัด



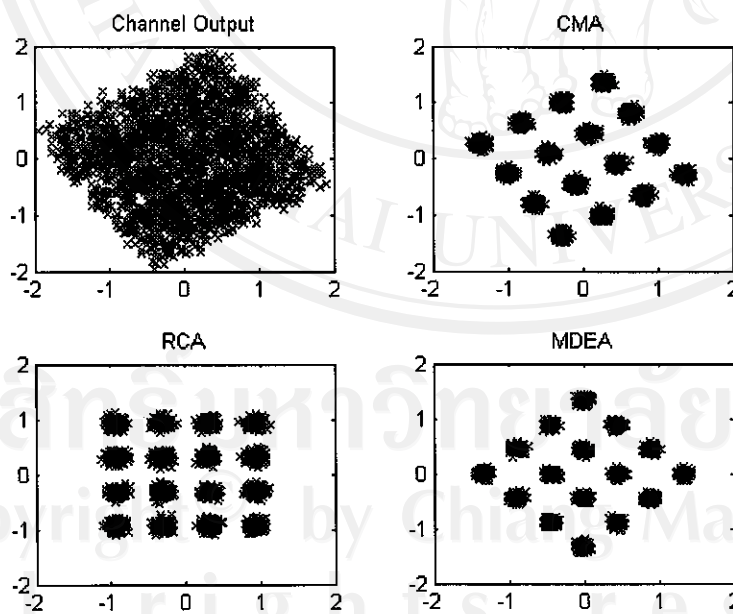
รูปที่ 5.5 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2



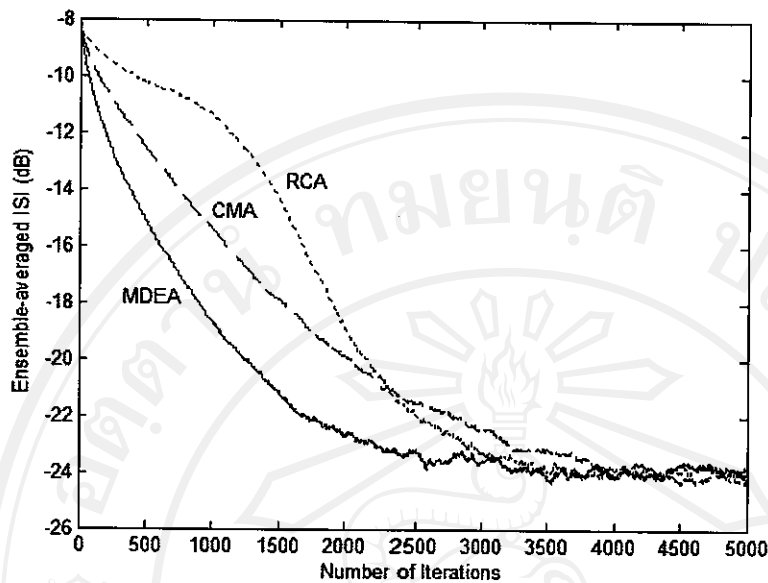
รูปที่ 5.6 แสดงผลลัพธ์ของระบบหลังจากใช้ข้อมูลไป 2500 จุด เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2



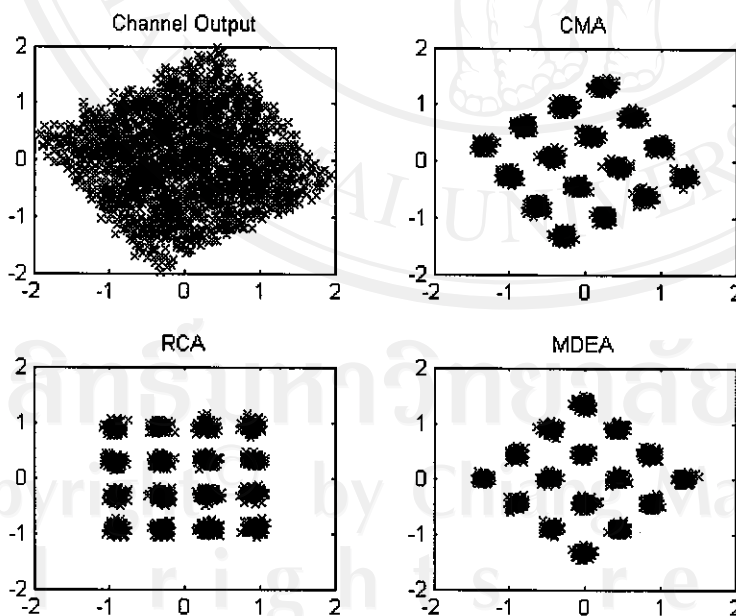
รูปที่ 5.7 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของอินเตอร์ซิม โบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7



รูปที่ 5.8 แสดงผลลัพธ์ของระบบหลังจากใช้ข้อมูลไป 2500 จุด เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7



รูปที่ 5.9 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 22



รูปที่ 5.10 แสดงผลลัพธ์ของระบบหลังจากใช้ข้อมูลไป 2500 จุด เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 22

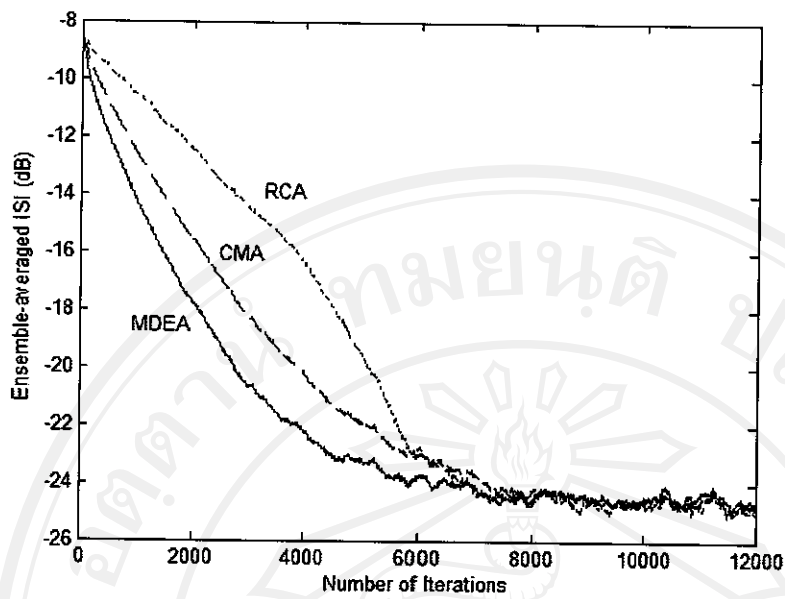
5.3.1.2 ผลการทดลองที่ได้จากลักษณะสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM

การทดสอบประสิทธิภาพของระบบ ในการกำจัดอินเทอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ที่เกิดขึ้นกับสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM นั้น เราจะกำหนดให้ค่าการเรียนรู้ของอัลกอริทึมคอนสแตนมอดคูลัสและอัลกอริทึมรีคิวคอนสเทลเลชันมีค่าเท่ากับ 0.0012 และ 0.0022 ตามลำดับ

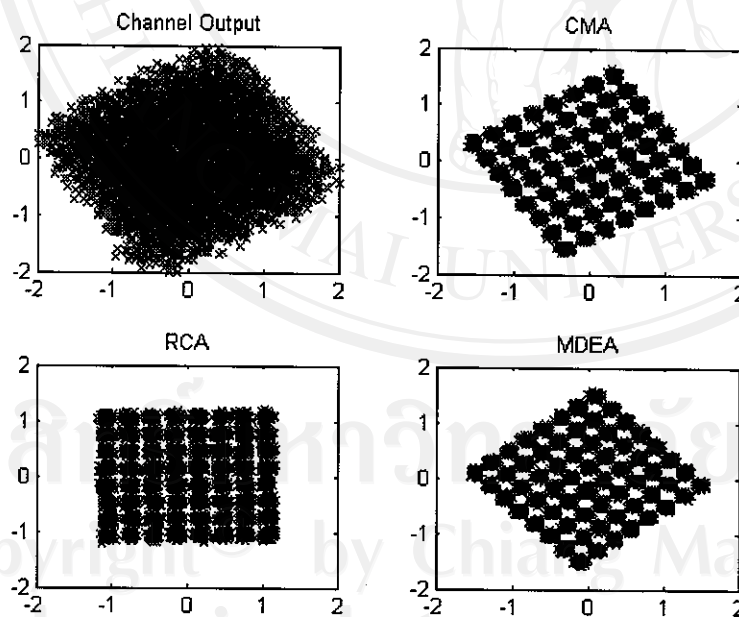
ในกรณีอัตราส่วนเท่ากับ 2 ค่าการเรียนรู้ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายเท่ากับ 0.00063 เราสามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพได้จากรูปที่ 5.11 และ 5.12 เราจึงสรุปได้ดังนี้ ถึงแม้ว่าผลลัพธ์จากอัลกอริทึมรีคิวคอนสเทลเลชันจะสามารถปรับเฟสได้ถูกต้อง แต่ประมาณอินเทอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ยังสูงกว่าผลลัพธ์ที่ได้จากอัลกอริทึมคอนสแตนมอดคูลัส และอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย เช่นเดียวกันกับที่เกิดขึ้นในกรณีสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายยังปรับเฟส ได้ยังไม่สมบูรณ์ที่จำนวนข้อมูลเท่ากับ 6000 ข้อมูล

ในกรณีอัตราส่วนเท่ากับ 7 ค่าการเรียนรู้ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายเท่ากับ 0.00048 เปรียบเทียบประสิทธิภาพได้จากรูปที่ 5.13 และ 5.14 เราสามารถจะสังเกตได้ว่า อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายสามารถเข้าถึงระดับ -24 dB ได้รวดเร็วมาก และผลลัพธ์ที่ได้จากอีควาไลเซอร์ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์นั้นแบบโมดิฟายถูกปรับเฟส ได้สมบูรณ์ที่จำนวนข้อมูลเท่ากับ 6000 ข้อมูล

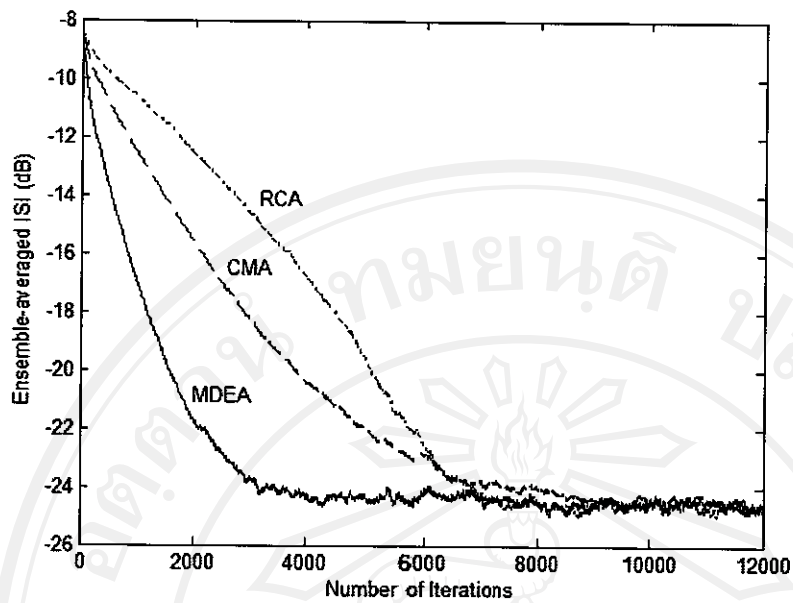
ในกรณีอัตราส่วนเท่ากับ 22 ค่าการเรียนรู้ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายเท่ากับ 0.000133 เปรียบเทียบประสิทธิภาพได้จากรูปที่ 5.15 และ 5.16 เราสามารถจะสังเกตได้ว่า อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายสามารถเข้าถึงระดับ -24 dB ได้เร็วกว่าอัลกอริทึมคอนสแตนมอดคูลัสและอัลกอริทึมรีคิวคอนสเทลเลชันซึ่งระบบอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายสามารถปรับเฟส ได้สมบูรณ์ที่จำนวนข้อมูลเท่ากับ 6000 ข้อมูล และเช่นเดียวกันกับผลที่เกิดขึ้นเมื่อสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM ประสิทธิภาพของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนเท่ากับ 22 จะด้อยลงเมื่อเทียบกับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนเท่ากับ 7



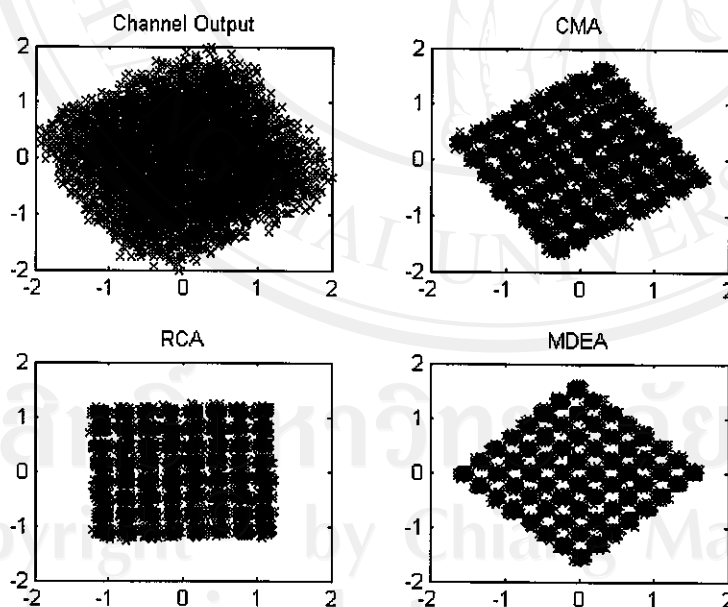
รูปที่ 5.11 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2



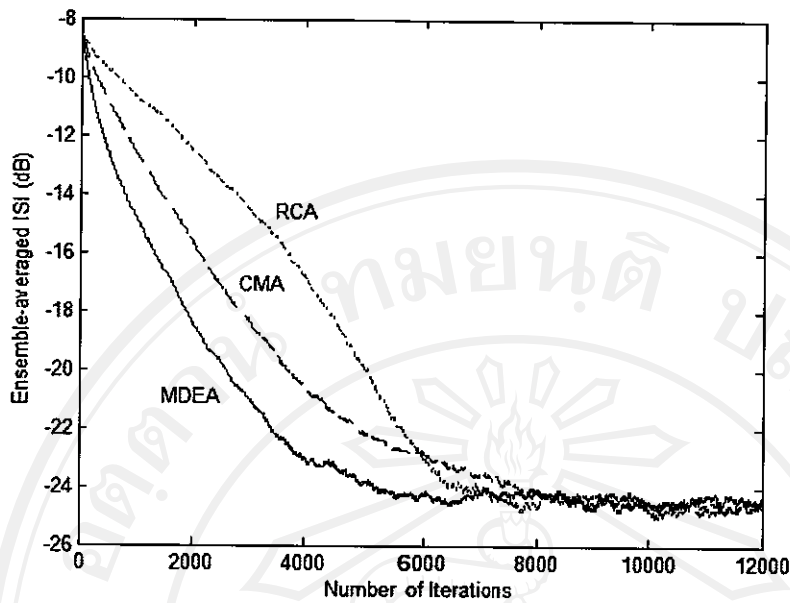
รูปที่ 5.12 แสดงผลลัพธ์ของระบบหลังจากใช้ข้อมูลไป 6000 จุด เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2



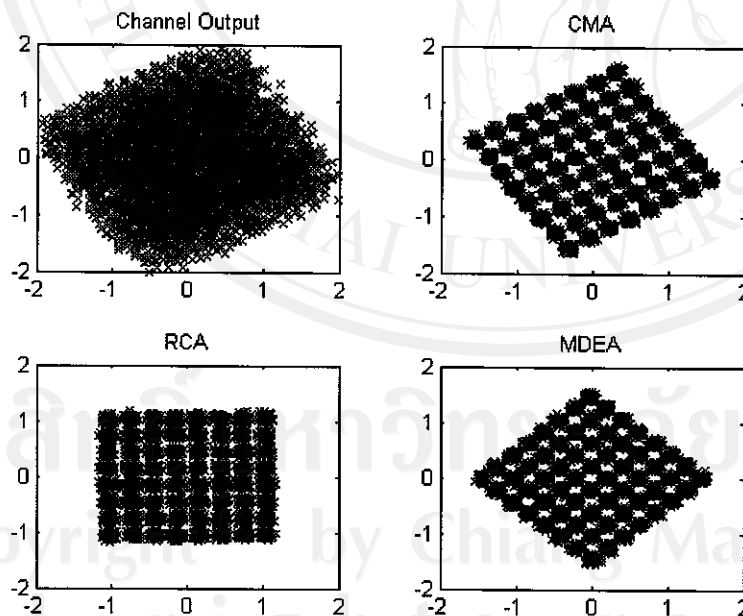
รูปที่ 5.13 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของอินเตอร์ซิม โบลินเตอร์เฟียร์เรนซ์ สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7



รูปที่ 5.14 แสดงผลลัพธ์ของระบบหลังจากใช้ข้อมูลไป 6000 จุด เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7



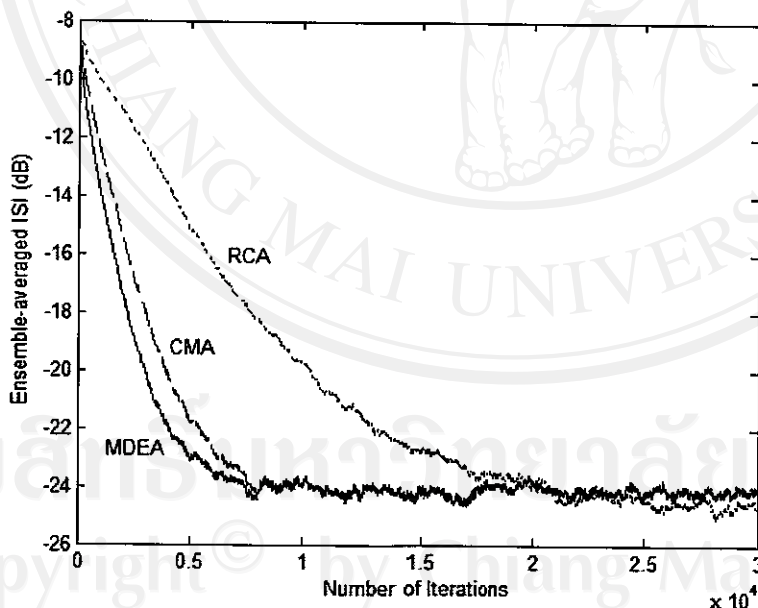
รูปที่ 5.15 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของอินเตอร์ซิม โบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM เมื่ออัลกอริทึมปรับคัมเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 22



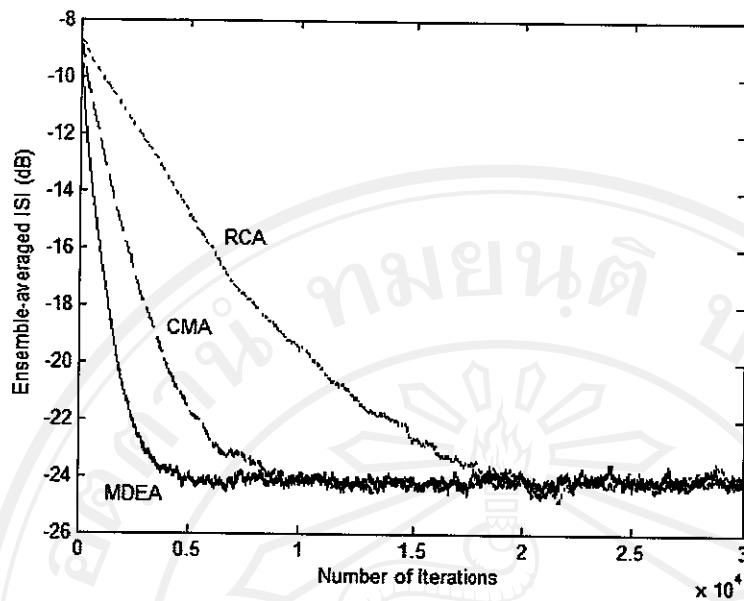
รูปที่ 5.16 แสดงผลลัพธ์ของระบบหลังจากใช้ข้อมูลไป 6000 จุด เมื่ออัลกอริทึมปรับคัมเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 22

5.3.1.3 ผลการทดลองที่ได้จากลักษณะสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM

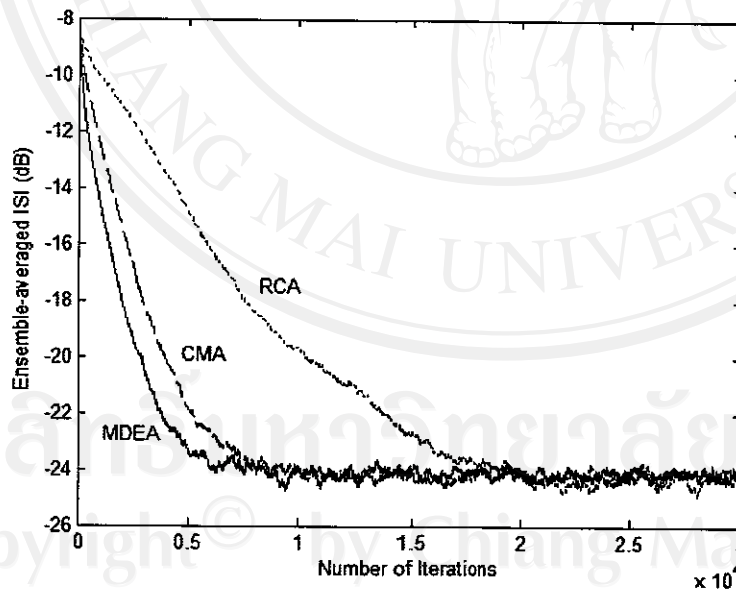
การทดสอบประสิทธิภาพของระบบ ในการกำจัดอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ที่เกิดขึ้นกับสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM นั้น เราจะกำหนดให้ค่าการเรียนรู้ของอัลกอริทึมคอนสแตนทมอดุลัสและอัลกอริทึมรีคิวคอนสแตลเลชันมีค่าเท่ากับ 0.0012 และ 0.0013 ตามลำดับ และเช่นเดียวกันกับการทดสอบบนสัญญาณ 256-QAM ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบแอฟไซลูท เราจะไม่แสดงผลลัพธ์ที่ได้ ณ จำนวนข้อมูลที่ผ่านไปเช่นที่แสดงให้เห็นกับสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM และ 64-QAM เนื่องจากกรณีของสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM ภาพของการรวมกลุ่มจะไม่ชัดเจน โดยที่ค่าการเรียนรู้ที่ของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนเท่ากับ 2 7 และ 22 นั้นมีค่าเท่ากับ 0.0006, 0.000445 และ 0.000132 ตามลำดับ ซึ่งผลที่ได้รับสามารถพิจารณาได้จากรูปที่ 5.17, 5.18 และ 5.19 โดยประสิทธิภาพนั้นให้ผลเหมือนกับที่เกิดขึ้นบนสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM และ 64-QAM เมื่อเราเปรียบเทียบผลที่ได้รับจากอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายกับผลที่ได้รับจากอัลกอริทึมรีคิวคอนสแตลเลชัน เราจะสามารถสังเกตได้ถึงความแตกต่างที่ชัดเจนว่า อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายสามารถเข้าถึงระดับ -24 dB ได้รวดเร็วกว่ามาก



รูปที่ 5.17 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2



รูปที่ 5.18 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7



รูปที่ 5.19 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 22

5.3.2 สรุปผลการทดสอบความสามารถในการกำจัดอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์

จากการทดสอบบนสัญญาณข้อมูลแบบ QAM และช่องสัญญาณที่ระบุไว้ เราแสดงให้เห็นถึงความสามารถของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย มีประสิทธิภาพที่เหนือกว่าอัลกอริทึมคอนสแตนต์มอดคูลัสและอัลกอริทึมรีคิวคอนสแตลเลชัน โดยที่อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายสามารถเข้าถึงระดับของอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์เท่ากับ -24 dB ได้เร็วกว่าอัลกอริทึมรีคิวคอนสแตลเลชันและอัลกอริทึมคอนสแตนต์มอดคูลัส ในขณะที่ลดระดับอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายสามารถปรับเฟสของผลลัพธ์ที่ได้จากอีควาไลเซอร์ให้อยู่ในรูป คอนสแตลเลชันของสัญญาณที่ถูกหมุนไป $\frac{\pi}{4}$ เรเดียน

เช่นเดียวกันกับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบแอฟโซลูท เราสามารถจะสรุปผลกระทบของค่าคงที่อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายได้ว่า อัตราส่วนของแกนหลักและแกนรองมีผลต่อความสามารถในการลดระดับอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์มาก ซึ่งจะสังเกตได้จากกรณีตัวอย่างที่น่าเสนอ เพื่อที่จะเข้าใจประสิทธิภาพการทำงานของระบบอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่ถูกกำหนดโดยอัตราส่วนของแกนหลักและแกนรอง เราสามารถพิจารณาได้จากตารางที่ 5.2 ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนข้อมูลที่ต้องการเพื่อให้ผลลัพธ์ของอีควาไลเซอร์มีระดับของอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์เท่ากับ -24 dB กับอัตราส่วนของแกนหลักและแกนรองของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย โดยข้อมูลค่าเฉลี่ยได้จากการทดสอบจำนวน 1000 ครั้ง ผลที่ได้จากตารางแสดงให้ทราบว่า อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายจะสามารถทำงานได้อย่างรวดเร็วเมื่ออัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองมีค่าเท่ากับ 7 โดยที่อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนมากกว่า 7 ประสิทธิภาพจะด้อยลง ในขณะที่อัตราส่วนจากค่าเท่ากับ 2 ถึง 7 อัลกอริทึมจะทำงานดีขึ้น (ต้องการจำนวนของข้อมูลที่น้อย) เราจึงไม่มีความจำเป็นต้องพิจารณาผลที่ได้รับกรณีที่อัตราส่วนมากกว่า 22

จากตารางที่ 5.2, 5.3 และ 5.4 เราสรุปได้ว่า เมื่อค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้นถึงระดับหนึ่ง (ในที่นี้คือ 7) ระบบจะทำงานได้ดีที่สุด แต่เมื่อเราเพิ่มอัตราส่วนมากขึ้น บริเวณที่เป็นส่วนของหลุมจะเล็กลง ทำให้การถูเข้าหาระดับอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ช้าลง เป็นผลต่อการปรับเฟสที่ช้าลงเช่นกัน

Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

ตารางที่ 5.2 ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนของจำนวนข้อมูลที่ต้องการเพื่อที่จะเข้าถึงระดับ -24 dB สำหรับอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองต่างๆ บนข้อมูลสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM สำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย

Ratio	Mean (10^3)	Variance (10^5)
2	2.1716	1.4957
3	1.4107	0.5912
4	1.1183	0.3372
5	0.9714	0.2765
6	0.909	0.2462
7	0.9014	0.278
8	0.9669	0.3278
9	0.9945	0.3425
10	1.1442	0.4069
11	1.2292	0.4114
12	1.3157	0.4778
13	1.4406	0.5721
14	1.4967	0.6061
15	1.5443	0.6665
16	1.7091	0.6723
17	1.86	0.8252
18	1.9317	0.8443
19	2.0113	0.9246
20	2.0302	0.9217
21	2.0632	1.0012
22	2.107	1.0174

ตารางที่ 5.3 ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนของจำนวนข้อมูลที่ต้องการเพื่อที่จะเข้าถึงระดับ -24 dB สำหรับอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองต่างๆ บนข้อมูลสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM สำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย

Ratio	Mean (10^3)	Variance (10^5)
2	5.1797	4.5616
3	4.1028	2.4518
4	3.672	1.6554
5	3.5195	1.327
6	3.4412	1.381
7	3.3922	1.2053
8	3.4607	1.3098
9	3.526	1.7035
10	3.7409	1.7197
11	3.8839	1.9419
12	4.0457	2.242
13	4.1996	2.2297
14	4.2307	2.3741
15	4.3323	2.3587
16	4.42	2.5295
17	4.5618	2.5512
18	4.7012	3.2461
19	4.8297	3.0668
20	4.9129	3.2911
21	4.8803	3.1429
22	4.9704	3.4488

ตารางที่ 5.4 ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนของจำนวนข้อมูลที่ต้องการเพื่อที่จะเข้าถึงระดับ -24 dB สำหรับอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองต่างๆ บนข้อมูลสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM สำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย

Ratio	Mean (10^3)	Variance (10^5)
2	5.5861	5.8064
3	4.2468	3.2184
4	3.8114	2.2064
5	3.6476	1.9072
6	3.5878	1.794
7	3.5531	1.7768
8	3.6455	2.002
9	3.8973	1.9689
10	3.9109	2.1283
11	4.088	2.669
12	4.3251	2.7417
13	4.4932	2.8542
14	4.4689	3.0076
15	4.5705	3.4646
16	4.7539	3.7593
17	4.9974	3.7078
18	5.0657	3.5383
19	5.0691	4.0393
20	5.2022	4.3259
21	5.1904	4.1544
22	5.2204	4.2098

5.4 การวิเคราะห์อัลกอริทึมระดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายเมื่อเข้าสู่ระดับคงที่

ในบทนี้เราจะศึกษาระดับของค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด (Mean Square Error : MSE) ที่หลงเหลืออยู่ในผลลัพธ์ที่ได้จากอีควาไลเซอร์ตามแนวคิดอัลกอริทึมระดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายเข้าสู่ระดับคงที่ (Steady-State)

$$J_{MDEA}(n) = E \left[\left(\frac{y_r^2}{R_1} + \frac{y_i^2}{R_2} - R_{CMA}^2 \right) \cdot \left(\frac{y_r^2}{R_2} + \frac{y_i^2}{R_1} - R_{CMA}^2 \right) \right] \quad (5.10)$$

ปริมาณความผิดพลาดของสัญญาณในขณะนั้น ของระบบตามแนวคิดอัลกอริทึมระดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายมีลักษณะตามสมการ โดยกำหนดให้

$$A = \frac{y_r(n)^2}{R_1} + \frac{y_i(n)^2}{R_2} - R_{CMA}^2 \quad (5.11)$$

$$B = \frac{y_r(n)^2}{R_2} + \frac{y_i(n)^2}{R_1} - R_{CMA}^2 \quad (5.12)$$

ผลที่ได้

$$e_{or,MDEA}(n) = E \left[\left(\frac{A}{R_2} + \frac{B}{R_1} \right) \cdot y_r(n) \right] \quad (5.13)$$

$$= E \left[\left(2 \cdot a \cdot y_r(n)^2 + b \cdot y_i(n)^2 - c \cdot R_{CMA}^2 \right) \cdot y_r(n) \right] \quad (5.14)$$

และ

$$e_{oi,MDEA}(n) = E \left[\left(\frac{A}{R_1} + \frac{B}{R_2} \right) \cdot y_i(n) \right] \quad (5.15)$$

$$= E \left[\left(2 \cdot a \cdot y_i^2 + b \cdot y_r^2 - c \cdot R_{CMA}^2 \right) \cdot y_i(n) \right] \quad (5.16)$$

โดยที่

$$a = \frac{1}{R_1 \cdot R_2}, \quad b = \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \quad \text{และ} \quad c = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (5.17)$$

เช่นเดียวกับวิธีที่ใช้ในการคำนวณในบทของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบแอฟโซลูท เราจะ

ประมาณค่าของ $\mu \cdot E \left[e_a \cdot e_o^* + e_a^* \cdot e_o \right]$ ดังนี้

$$\mu \cdot E \left[e_a \cdot e_o^* + e_a^* \cdot e_o \right] = 2 \cdot \mu \cdot E \left[e_{ar} \cdot e_{or} + e_{ai} \cdot e_{oi} \right] \quad (5.18)$$

จากสมการที่ (5.14) และ (5.16)

$$e_{or} = e_{or, MDEA} \quad (5.19)$$

$$= \left\{ 2 \cdot a \cdot y_r^2 + b \cdot y_i^2 - c \cdot R_{CMA}^2 \right\} \cdot y_r \quad (5.20)$$

$$= 2 \cdot a \cdot (s_r^3 + 2 \cdot s_r^2 \cdot e_{ar} + s_r \cdot e_{ar}^2) + b \cdot (s_r \cdot s_i^2 + 2 \cdot s_r \cdot s_i \cdot e_{ai} + s_r \cdot e_{ai}^2) - c \cdot s_r \cdot R_{CMA}^2 \quad (5.21)$$

$$+ 2 \cdot a \cdot (s_r^2 \cdot e_{ar} + 2 \cdot s_r \cdot e_{ar}^2 + e_{ar}^3) + b \cdot (s_i^2 \cdot e_{ar} + 2 \cdot s_i \cdot e_{ar} \cdot e_{ai} + e_{ar} \cdot e_{ai}^2) - c \cdot e_{ar} \cdot R_{CMA}^2$$

และ

$$e_{oi} = e_{oi, MDEA} \quad (5.22)$$

$$= \left\{ 2 \cdot a \cdot y_i^2 + b \cdot y_r^2 - c \cdot R_{CMA}^2 \right\} \cdot y_i \quad (5.23)$$

$$= 2 \cdot a \cdot (s_i^3 + 2 \cdot s_i^2 \cdot e_{ai} + s_i \cdot e_{ai}^2) + b \cdot (s_i \cdot s_r^2 + 2 \cdot s_i \cdot s_r \cdot e_{ar} + s_i \cdot e_{ar}^2) - c \cdot s_i \cdot R_{CMA}^2 \quad (5.24)$$

$$+ 2 \cdot a \cdot (s_i^2 \cdot e_{ai} + 2 \cdot s_i \cdot e_{ai}^2 + e_{ai}^3)$$

$$+ b \cdot (s_r^2 \cdot e_{ai} + 2 \cdot s_r \cdot e_{ar} \cdot e_{ai} + e_{ai} \cdot e_{ar}^2) - c \cdot e_{ai} \cdot R_{CMA}^2$$

แทนสมการที่ (5.21) และ (5.24) ลงในสมการที่ (5.18) โดยจากสมมุติฐานที่ 1 และ 2 สมมุติฐานในบทของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบแอฟโซลูท กำหนดให้ค่าการเรียนรู้มีขนาดน้อยเพียงพอ

และสมมุติฐานที่กำหนดให้ ณ ระดับคงที่ ค่าของความผิดพลาด e_{ar}^2 และ e_{ai}^2 มีค่าน้อยมากเป็นผลให้ส่วนที่มีค่ายกกำลังสูงกว่านั้นสามารถละทิ้งได้ สุดท้าย เราสมมุติให้ $E \begin{bmatrix} e_{ar}^2 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} e_{ai}^2 \end{bmatrix}$ ผลที่ได้คือค่าประมาณดังนี้

$$\mu \cdot E \begin{bmatrix} e_a^* \cdot e_o + e_a \cdot e_o^* \end{bmatrix} \approx 2 \cdot \mu \cdot E \begin{bmatrix} e_{ar}^2 \end{bmatrix} \cdot E \begin{bmatrix} (6 \cdot a + b) \cdot (s_r^2 + s_i^2) - 2 \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

เมื่อเราเปรียบเทียบกับผลที่ได้รับจากอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบแอฟโซลูท เราพบว่า

$$\mu \cdot E \begin{bmatrix} e_a^* \cdot e_o + e_a \cdot e_o^* \end{bmatrix}_{ADEA} = \mu \cdot C \cdot E \begin{bmatrix} e_a^* \cdot e_o + e_a \cdot e_o^* \end{bmatrix}_{MDEA} \quad (5.26)$$

โดยที่

$$C = E[\text{sign}(A) \cdot \text{sign}(B)] \quad (5.27)$$

ในส่วนที่สอง $\mu^2 \cdot \begin{bmatrix} \|x\|^2 \cdot |e_o|^2 \end{bmatrix}$ สามารถพิจารณาได้ดังนี้

$$\mu^2 \cdot E \begin{bmatrix} \|x\|^2 \cdot |\tilde{e}|^2 \end{bmatrix} = \mu^2 \cdot E \begin{bmatrix} \|x\|^2 \end{bmatrix} \cdot E \begin{bmatrix} e_{or}^2 + e_{oi}^2 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

โดยที่

$$e_{or}^2 = E \left[\left\{ (2 \cdot a \cdot y_r^2 + b \cdot y_i^2 - c \cdot R_{CMA}^2) \cdot y_r \right\}^2 \right] \quad (5.29)$$

$$= E \left[\left(2 \cdot a \cdot y_r^3 + b \cdot y_r \cdot y_i^2 - c \cdot R_{CMA}^2 \cdot y_r \right)^2 \right] \quad (5.30)$$

$$= E \left[4 \cdot a^2 \cdot y_r^6 + b^2 \cdot y_r^2 \cdot y_i^4 + c^2 \cdot (R_{CMA}^2)^2 \cdot y_r^2 + 4 \cdot a \cdot b \cdot y_r^4 \cdot y_i^2 - 4 \cdot a \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot y_r^4 - 2 \cdot b \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot y_r^2 \cdot y_i^2 \right] \quad (5.31)$$

จากสมการไบโนเมียลและสมมุติฐานที่ 1 และ 2 ในบทที่ 4 เราสามารถกระจายหาค่าประมาณในแต่ละส่วนของสมการทางฝั่งขวามือในสมการที่ (5.31) ได้ดังนี้

$$E \left[4 \cdot a^2 \cdot y_r^6 \right] \approx 4 \cdot a^2 \cdot E \left[s_r^6 + 15 \cdot s_r^4 \cdot e_{ar}^2 \right] \quad (5.32)$$

$$E \left[b^2 \cdot y_r^2 \cdot y_i^4 \right] \approx b^2 \cdot E \left[s_r^2 \cdot s_i^4 + 6 \cdot s_r^2 \cdot s_i^2 \cdot e_{ai}^2 + s_i^4 \cdot e_{ar}^2 + 6 \cdot s_i^2 \cdot e_{ar}^2 \cdot e_{ai}^2 \right] \quad (5.33)$$

$$E \left[c^2 \cdot (R_{CMA}^2)^2 \cdot y_r^2 \right] \approx c^2 \cdot (R_{CMA}^2)^2 \cdot E \left[s_r^2 + e_{ar}^2 \right] \quad (5.34)$$

$$E \left[4 \cdot a \cdot b \cdot y_r^4 \cdot y_i^2 \right] \approx 4 \cdot a \cdot b \cdot E \left[s_r^4 \cdot s_i^2 + 6 \cdot s_r^2 \cdot s_i^2 \cdot e_{ar}^2 + s_r^4 \cdot e_{ai}^2 + 6 \cdot s_r^2 \cdot e_{ar}^2 \cdot e_{ai} \right] \quad (5.35)$$

$$E \left[4 \cdot a \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot y_r^4 \right] \approx 4 \cdot a \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot E \left[s_r^4 + 6 \cdot s_r^2 \cdot e_{ar}^2 \right] \quad (5.36)$$

และ

$$E \left[2 \cdot b \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot y_r^2 \cdot y_i^2 \right] \approx 2 \cdot b \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot E \left[s_r^2 \cdot s_i^2 + s_i^2 \cdot e_{ar}^2 + s_r^2 \cdot e_{ai}^2 \right] \quad (5.37)$$

เรานำสมการที่ (5.32) ถึงสมการที่ (5.37) แทนลงในสมการที่ (5.31) เราจะได้สมการสำหรับการ

หาค่าประมาณของ $E \left[e_{or}^2 \right]$ และด้วยวิธีเดียวกัน เราสามารถหาสมการค่าประมาณของ

$E \left[e_{oi}^2 \right]$ ได้ดังนี้

นำผลลัพธ์ที่ได้แทนค่าทั้งหมดลงใน $E \left[e_{or}^2 + e_{oi}^2 \right]$ เราจะได้

$$\begin{aligned}
 E \left[e_{or}^2 + e_{oi}^2 \right] \approx E \left[4 \cdot a^2 \cdot (s_r^6 + 15 \cdot s_r^4 \cdot e_{ar}^2) + c^2 \cdot (R_{CMA}^2)^2 \cdot (s_r^2 + e_{ar}^2) \right. \\
 + b^2 \cdot (s_r^2 \cdot s_i^4 + 6 \cdot s_r^2 \cdot s_i^2 \cdot e_{ai}^2 + s_i^4 \cdot e_{ar}^2 + 6 \cdot s_i^2 \cdot e_{ar}^2 \cdot e_{ai}^2) \\
 + 4 \cdot a \cdot b \cdot (s_r^4 \cdot s_i^2 + 6 \cdot s_r^2 \cdot s_i^2 \cdot e_{ar}^2 + s_r^4 \cdot e_{ai}^2 + 6 \cdot s_r^2 \cdot e_{ar}^2 \cdot e_{ai}^2) \\
 - 4 \cdot a \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot (s_r^4 + 6 \cdot s_r^2 \cdot e_{ar}^2) - 4 \cdot a \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot (s_i^4 + 6 \cdot s_i^2 \cdot e_{ai}^2) \\
 - 2 \cdot b \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot (s_r^2 \cdot s_i^2 + s_i^2 \cdot e_{ar}^2 + s_r^2 \cdot e_{ai}^2) \\
 + 4 \cdot a^2 \cdot (s_i^6 + 15 \cdot s_i^4 \cdot e_{ai}^2) + c^2 \cdot (R_{CMA}^2)^2 \cdot (s_i^2 + e_{ai}^2) \\
 + b^2 \cdot (s_r^4 \cdot s_i^2 + 6 \cdot s_r^2 \cdot s_i^2 \cdot e_{ar}^2 + s_r^4 \cdot e_{ai}^2 + 6 \cdot s_r^2 \cdot e_{ar}^2 \cdot e_{ai}^2) \\
 + 4 \cdot a \cdot b \cdot (s_r^2 \cdot s_i^4 + 6 \cdot s_r^2 \cdot s_i^2 \cdot e_{ai}^2 + s_i^4 \cdot e_{ar}^2 + 6 \cdot s_i^2 \cdot e_{ar}^2 \cdot e_{ai}^2) \\
 \left. - 2 \cdot b \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot (s_r^2 \cdot s_i^2 + s_i^2 \cdot e_{ar}^2 + s_r^2 \cdot e_{ai}^2) \right] \quad (5.38)
 \end{aligned}$$

จัดรูปสมการที่ (5.38) ใหม่ เพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณา

$$\begin{aligned}
 E \left[e_{or}^2 + e_{oi}^2 \right] \approx E \left[4 \cdot a^2 \cdot (s_r^6 + s_i^6) + (b^2 + 4 \cdot a \cdot b) \cdot (s_r^2 \cdot s_i^4 + s_r^4 \cdot s_i^2) \right. \\
 + c^2 \cdot (R_{CMA}^2)^2 \cdot (s_r^2 + s_i^2) - 4 \cdot a \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot (s_r^4 + s_i^4) \\
 \left. - 4 \cdot b \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot (s_r^2 \cdot s_i^2) \right] \quad (5.39)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 + E \left[(60 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot b + b^2) \cdot (s_r^4 + s_i^4) \right. \\
 + (12 \cdot b^2 + 48 \cdot a \cdot b) \cdot (s_r^2 \cdot s_i^2) + 2 \cdot c^2 \cdot (R_{CMA}^2)^2 \\
 \left. - (24 \cdot a \cdot c \cdot R_{CMA}^2 + 4 \cdot b \cdot c \cdot R_{CMA}^2) \cdot (s_r^2 + s_i^2) \right] \cdot E \left[e_{ar}^2 \right]
 \end{aligned}$$

เมื่อทำการเปรียบเทียบกับผลที่ได้รับในบทของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบแอฟโซลูท เราพบว่า

$$E \left[e_{or}^2 + e_{oi}^2 \right]_{ADEA} = E \left[e_{or}^2 + e_{oi}^2 \right]_{MDEA} \quad (5.40)$$

จากสมการที่ (5.25) และสมการที่ (5.39) เราสามารถจะหาสมการที่ใช้อธิบายค่า $E \left[|e_a|^2 \right]$ ได้ดังนี้

$$E \left[e_{ar}^2 \right] \approx \frac{E_1}{E_2} \quad (5.41)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} E_1 = & \mu^2 \cdot E \left[\|x\|^2 \right] \cdot E \left[4 \cdot a^2 \cdot (s_r^6 + s_i^6) \right. \\ & + (b^2 + 4 \cdot a \cdot b) \cdot (s_r^2 \cdot s_i^4 + s_r^4 \cdot s_i^2) \\ & + c^2 \cdot R_{CMA}^4 \cdot (s_r^2 + s_i^2) - 4 \cdot a \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot (s_r^4 + s_i^4) \\ & \left. - 4 \cdot b \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \cdot (s_r^2 \cdot s_i^2) \right] \end{aligned} \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} E_2 = & 2 \cdot \mu \cdot E \left[(6 \cdot a + b) \cdot (s_r^2 + s_i^2) - 2 \cdot c \cdot R_{CMA}^2 \right] \\ & - \mu^2 \cdot E \left[\|x\|^2 \right] \cdot E \left[(60 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot b + b^2) \cdot (s_r^4 + s_i^4) \right. \\ & + (12 \cdot b^2 + 48 \cdot a \cdot b) \cdot (s_r^2 \cdot s_i^2) + 2 \cdot c^2 \cdot R_{CMA}^4 \\ & \left. - (24 \cdot a \cdot c \cdot R_{CMA}^2 + 4 \cdot b \cdot c \cdot R_{CMA}^2) \cdot (s_r^2 + s_i^2) \right] \end{aligned} \quad (5.43)$$

และ

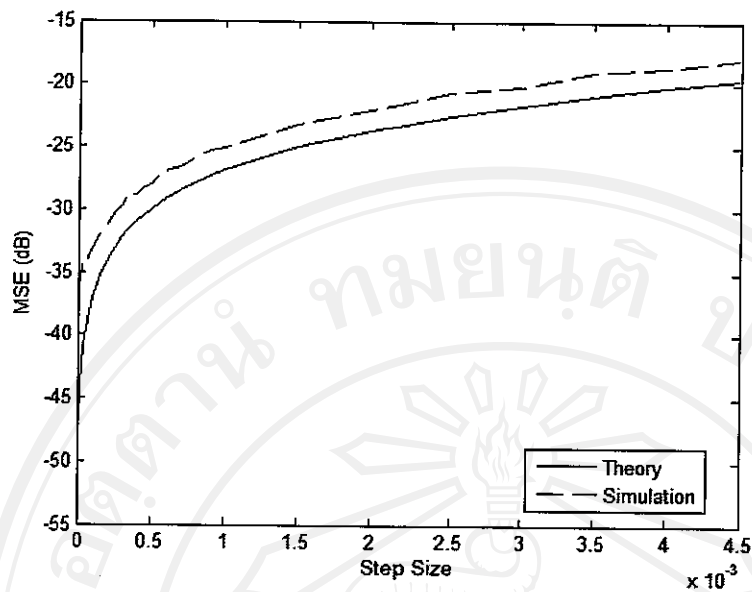
$$E \left[|e_a|^2 \right] \approx 2 \cdot E \left[e_{ar}^2 \right] \quad (5.44)$$

5.4.1 การทดสอบประสิทธิภาพค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่

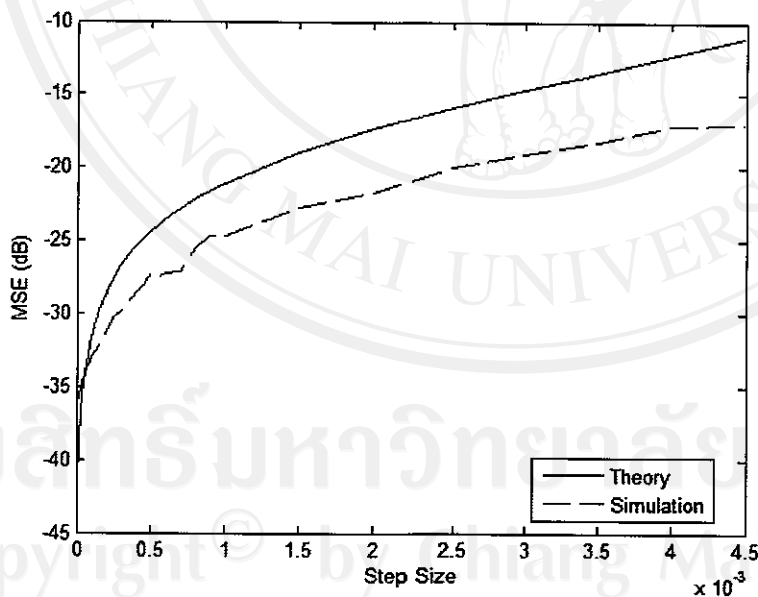
ในการจำลองสถานการณ์เพื่อทดสอบหาค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่ ระหว่างผลที่ได้รับจากการคำนวณด้วยสมการที่ (5.41) และสมการที่ (5.44) กับผลที่ได้รับจากข้อมูลทางสถิติเมื่อเราใช้งานอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย โดยที่เราจะแบ่งการจำลองออกเป็น 3 กรณี คือ กรณีที่ทำงานบนสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM, 64-QAM และ 256-QAM

ด้วยข้อมูลเดียวกัน คือ สัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM ให้ค่าของ $E[|s(n)|^2]$ เท่ากับ 1 ค่าของ $E[|s(n)|^4]$ เท่ากับ 1.32 และค่าของ $E[|s(n)|^6]$ เท่ากับ 1.96 พิจารณาผลลัพธ์จากรูปที่ 5.20, 5.21 และ 5.22 การทดลองบนสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM นั้น ให้ค่าของ $E[|s(n)|^2]$ เท่ากับ 1 ค่าของ $E[|s(n)|^4]$ เท่ากับ 1.381 และค่าของ $E[|s(n)|^6]$ เท่ากับ 2.2258 พิจารณาผลลัพธ์จากรูปที่ 5.23, 5.24 และ 5.25 และสุดท้ายการทดสอบของบนสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM ให้ค่าของ $E[|s(n)|^2]$ เท่ากับ 1 ค่าของ $E[|s(n)|^4]$ เท่ากับ 1.3953 และค่าของ $E[|s(n)|^6]$ เท่ากับ 2.2922 พิจารณาผลลัพธ์จากรูปที่ 5.26, 5.27 และ 5.28

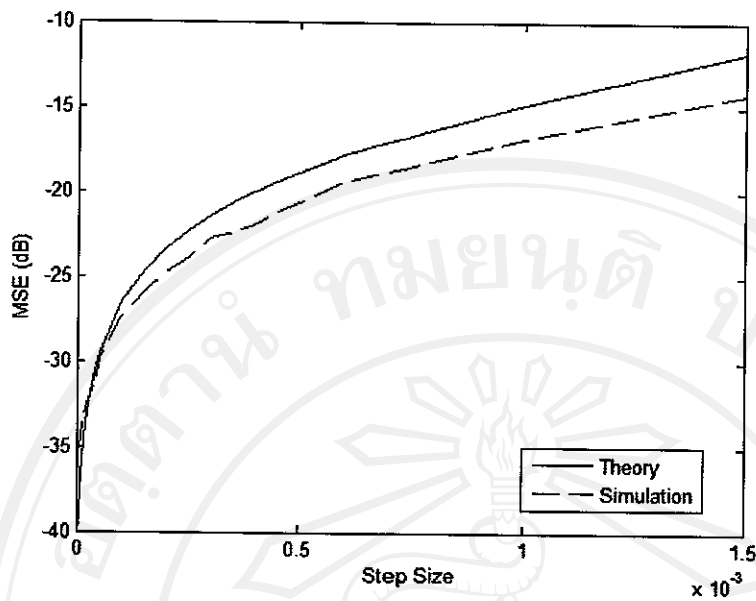
เราสรุปผลได้ดังนี้ ในกรณีสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM สมการที่เราใช้ประมาณค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่ จะทำหน้าที่เป็นขอบเขตบนให้กับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7 และ 22 ในขณะที่กรณีของอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2 นั้น สมการที่ได้มาจะให้ค่าเป็นขอบเขตล่าง (Lower Bound) มีเส้นขนานกับข้อมูลที่ได้จากการทดลอง ในกรณีสัญญาณแบบ 64-QAM สมการที่ใช้ประมาณค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด สำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2 และ 22 จะให้ค่าคู่ขนานกับผลที่ได้จากการทดลอง ซึ่งมีลักษณะเป็นขอบเขตล่าง แต่เมื่ออัตราส่วนเท่ากับ 7 จะให้ค่าที่เป็นขอบเขตบนแบบหยาบๆ เช่นที่เกิดขึ้นเมื่อทดลองบนสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM และสำหรับกรณีสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM สมการที่ใช้ประมาณค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด สำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2, 7 และ 22 จะให้ค่าคู่ขนานกับผลที่ได้จากการทดลอง ซึ่งมีลักษณะเป็นขอบเขตล่าง



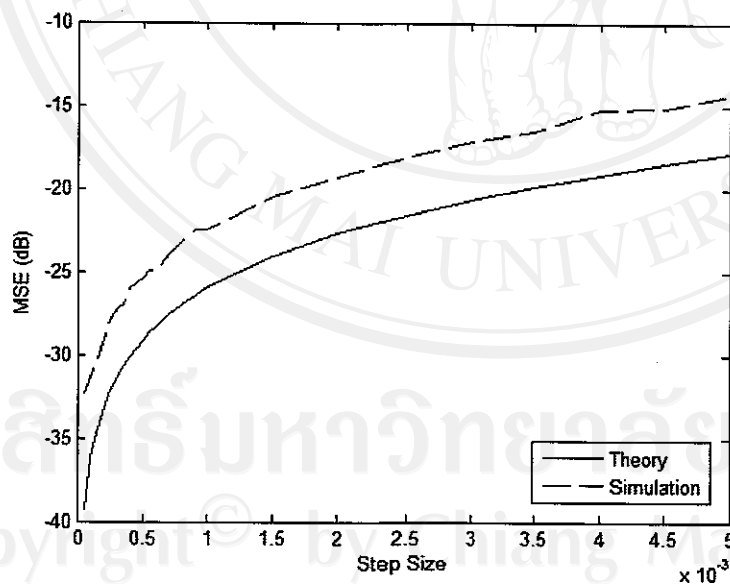
รูปที่ 5.20 ข้อมูลระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่ สำหรับผลที่ได้จากการทดลองและผลที่ได้จากการคำนวณ เมื่ออัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2 บนสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM



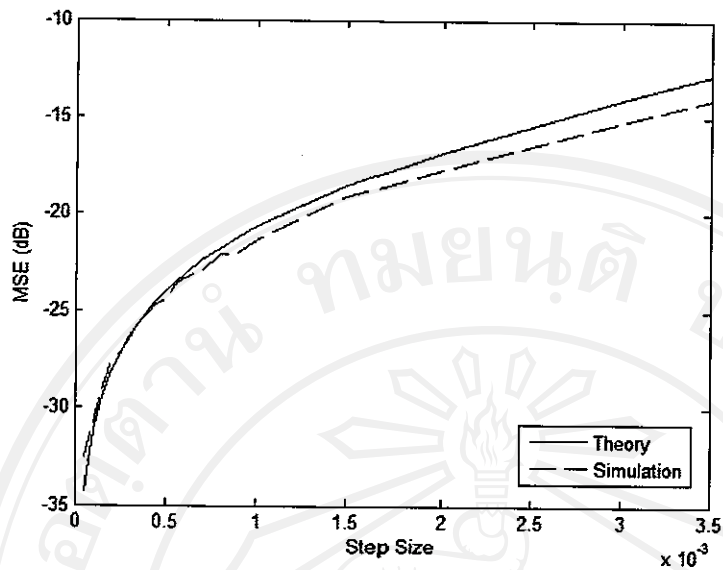
รูปที่ 5.21 ข้อมูลระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่ สำหรับผลที่ได้จากการทดลองและผลที่ได้จากการคำนวณ เมื่ออัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7 บนสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM



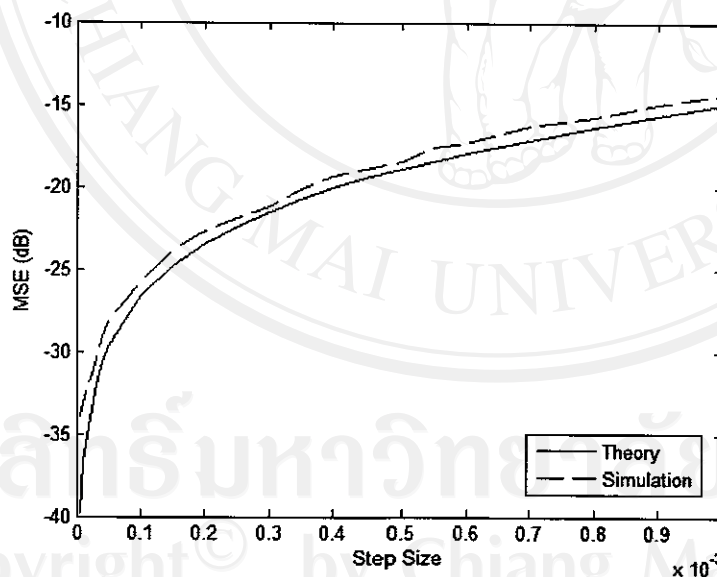
รูปที่ 5.22 ข้อมูลระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่ สำหรับผลที่ได้จากการทดลองและผลที่ได้จากการคำนวณ เมื่ออัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 22 บนสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM



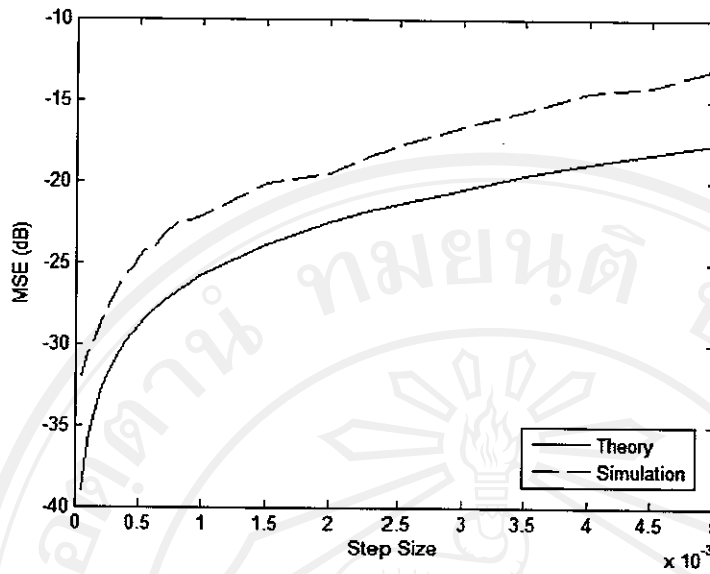
รูปที่ 5.23 ข้อมูลระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่ สำหรับผลที่ได้จากการทดลองและผลที่ได้จากการคำนวณ เมื่ออัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2 บนสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM



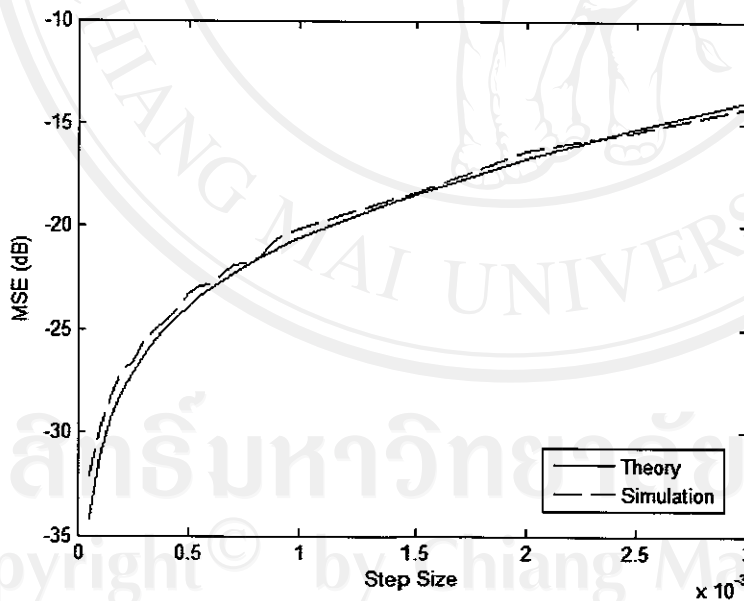
รูปที่ 5.24 ข้อมูลระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่ สำหรับผลที่ได้จากการทดลองและผลที่ได้จากการคำนวณ เมื่ออัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7 บนสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM



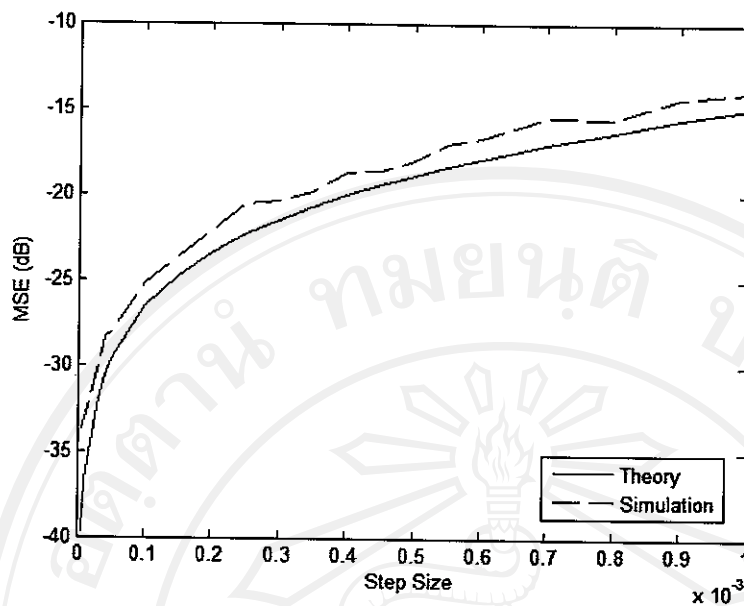
รูปที่ 5.25 ข้อมูลระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่ สำหรับผลที่ได้จากการทดลองและผลที่ได้จากการคำนวณ เมื่ออัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 22 บนสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM



รูปที่ 5.26 ข้อมูลระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่ สำหรับผลที่ได้จากการทดลองและผลที่ได้จากการคำนวณ เมื่ออัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2 บนสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM



รูปที่ 5.27 ข้อมูลระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่ สำหรับผลที่ได้จากการทดลองและผลที่ได้จากการคำนวณ เมื่ออัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7 บนสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM



รูปที่ 5.28 ข้อมูลระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่ สำหรับผลที่ได้จากการทดลองและผลที่ได้จากการคำนวณ เมื่ออัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 22 บนสัญญาณข้อมูลแบบ 256-QAM

5.4.2 สรุปการทดสอบค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่

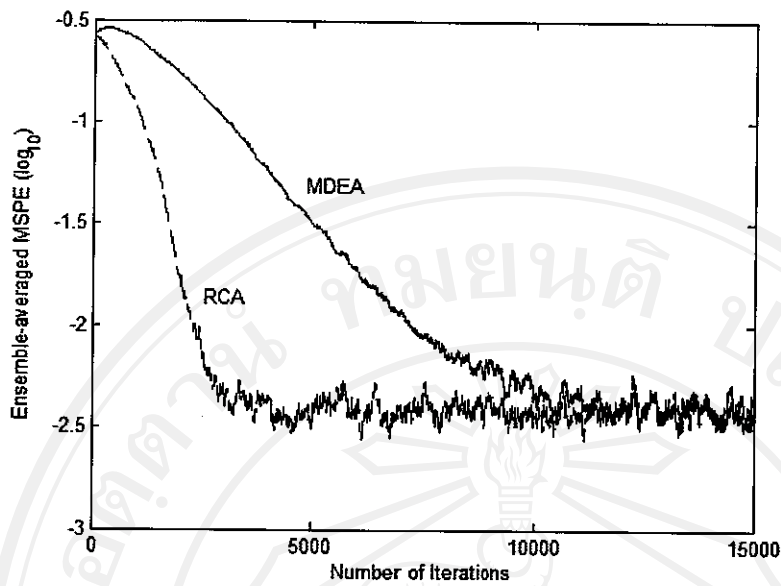
เมื่อพิจารณาการเปรียบเทียบผลที่ได้รับจากการทดลองกับค่าที่คำนวณได้ เราพบว่า สมการการคำนวณหาระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่นั้น เป็นการประมาณค่าแบบหยาบ สาเหตุมาจากเหตุผลเช่นเดียวกับที่เราพบในการทดสอบกับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบแอฟโซลูท คือ การที่ค่าในสมการเริ่มต้นถูกประมาณ และมีการตัดส่วนส่วนที่เราคาดว่าจะมีปริมาณน้อย หรือส่วนที่ตรงตามข้อตกลงที่กำหนดไว้ในบทที่ 5 และเช่นกัน สมการที่ได้รับนั้นสามารถใช้ทำนายทิศทางของค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาด ณ ระดับคงที่ สำหรับอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองที่ขนาดและค่าการเรียนรู้ที่แตกต่างกันออกไป

5.5 การทดสอบประสิทธิภาพค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส สำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย

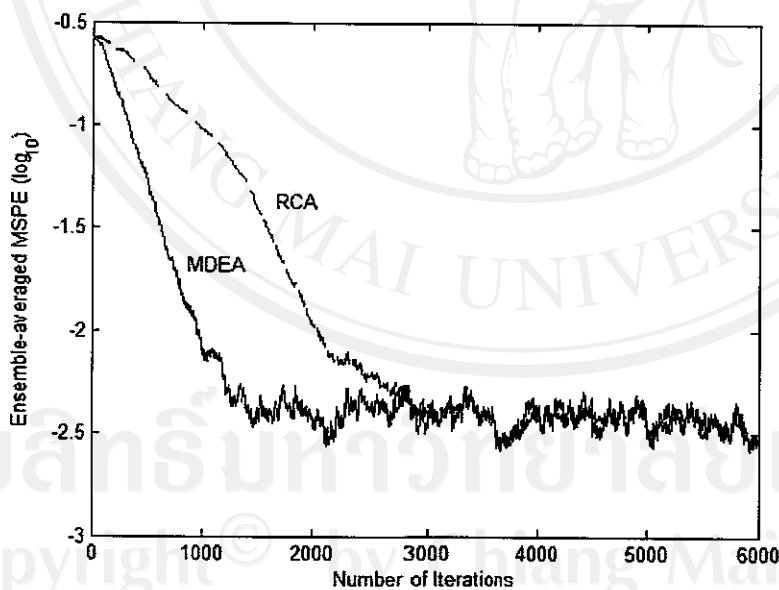
เช่นเดียวกันกับที่เราทดสอบอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบแอฟโซลูท เราจะทดสอบอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย เพื่อหาค่าเฉลี่ยของจำนวนข้อมูลที่ต้องการในการลดระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส (Mean Square Phase Error : MSPE) ซึ่งอยู่

ในหน่วยของล็อก (Log Scale) และเปรียบเทียบความสามารถในการลดระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส เราจะทำการทดสอบกับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2, 7 และ 22 บนสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM และ 64-QAM ระดับที่เราใช้ทดสอบค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟสจะอยู่ที่ -2.5 ในหน่วยล็อกหรือประมาณ 0.06 เเรเดียน สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM และ -2.4 หรือประมาณ 0.0631 เเรเดียน สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM สามารถพิจารณาค่าเฉลี่ยของจำนวนข้อมูลได้จากตารางที่ 5.5 และ 5.6 และเปรียบเทียบความสามารถในการลดระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส ได้จากรูปที่ 5.29, 5.30 และ 5.31 สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM และรูปที่ 5.32, 5.33 และ 5.34 สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM

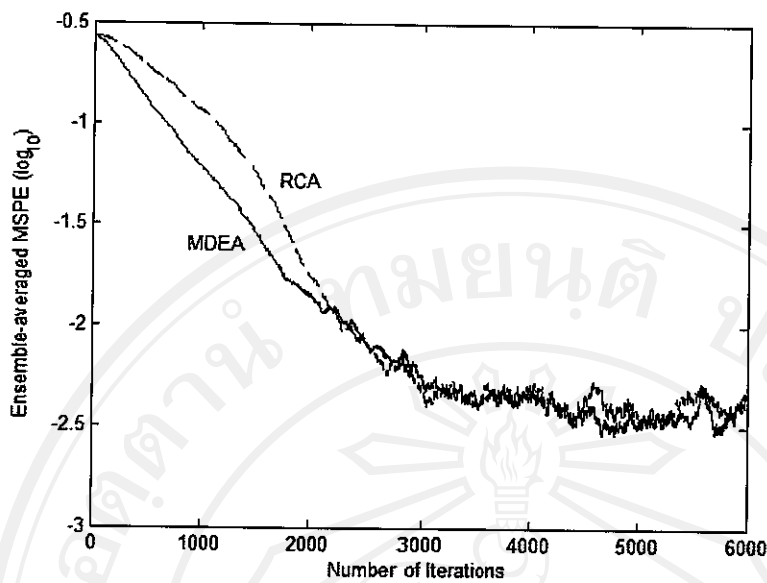
สำหรับการทดสอบบนสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM นี้ เราพบว่า อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2 นั้น ลดระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส ได้ช้ากว่าอัลกอริทึมรีดิวคอนสเทลเลชันมาก แต่อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7 สามารถลดระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส ได้เร็วกว่าอัลกอริทึมรีดิวคอนสเทลเลชันใน ขณะที่ อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 22 นั้น ช่วงแรกจะสามารถทำงานได้เร็วกว่า แต่หลังจากนั้นความเร็วในการลดระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส จะช้าลง ประสิทธิภาพโดยรวมจะใกล้เคียงกับอัลกอริทึมรีดิวคอนสเทลเลชัน และในการทดสอบบนสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM เราพบว่า สำหรับการทดสอบบนสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM นี้ เราพบว่า อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2 นั้น ลดระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส ได้ช้ากว่าอัลกอริทึมรีดิวคอนสเทลเลชันมาก แต่อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7 สามารถลดระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส ได้เร็วกว่าอัลกอริทึมรีดิวคอนสเทลเลชันใน ขณะที่ อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายที่อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 22 นั้น ความเร็วในการลดระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส ช้ากว่าอัลกอริทึมรีดิวคอนสเทลเลชันเล็กน้อย



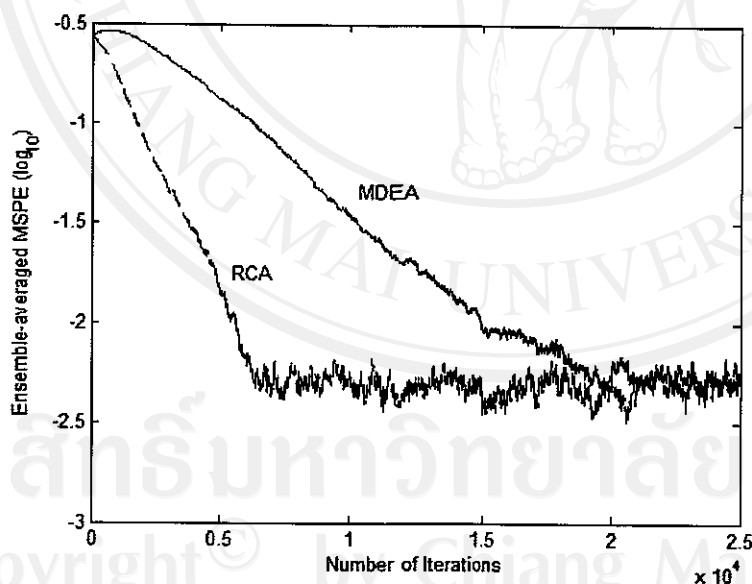
รูปที่ 5.29 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2



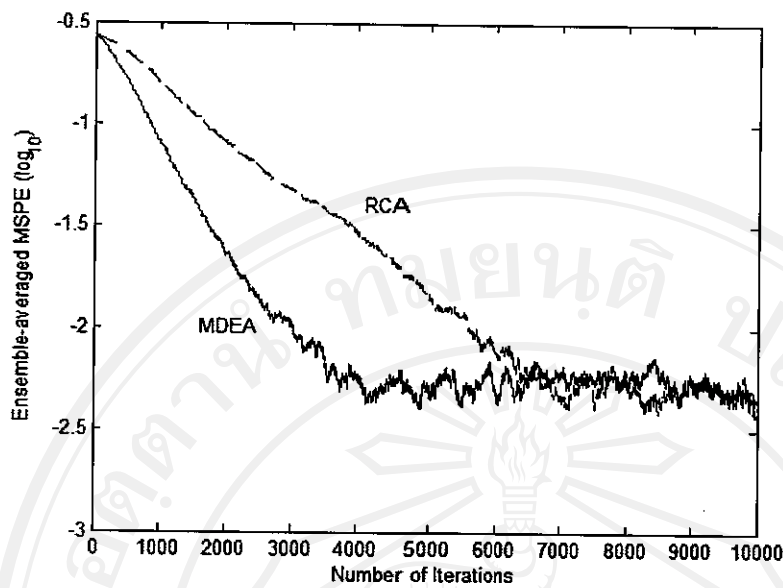
รูปที่ 5.30 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส สำหรับสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมีอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7



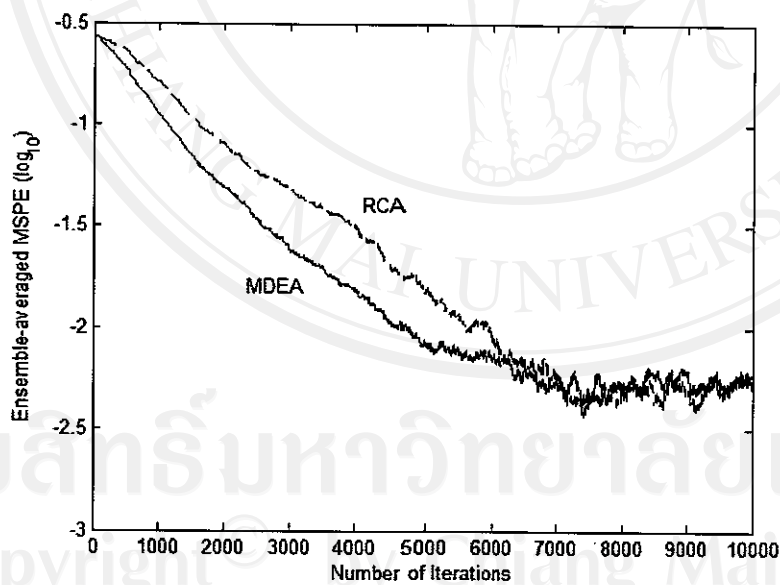
รูปที่ 5.31 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส สำหรับ สัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิฟส์แบบ โมดิฟายมี อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 22



รูปที่ 5.32 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส สำหรับ สัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM เมื่ออัลกอริทึมดับเบิลอีลิฟส์แบบ โมดิฟายมี อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 2



รูปที่ 5.33 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส สำหรับ
สัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM เมื่ออัลกอริทึมค้นเบิ้ลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมี
อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7



รูปที่ 5.34 แสดงระดับค่าเฉลี่ยของระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส สำหรับ
สัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM เมื่ออัลกอริทึมค้นเบิ้ลอีลิปส์แบบ โมดิฟายมี
อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 22

ในตารางที่ 5.5 และ 5.6 แสดงถึงปริมาณจำนวนจุดของข้อมูลที่ต้องการเพื่อลดระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟสให้ได้ตามที่กำหนด เมื่อสัญญาณผ่านช่องสัญญาณที่แสดงไว้ในรูปที่ 1.1 และ 4.2 เราสามารถสรุปได้ว่า ค่าของอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7 เป็นค่าที่ใช้ข้อมูลในการปรับเฟส น้อยสุด และช่วงของอัตราส่วนที่มากกว่า 7 จะมีประสิทธิภาพในการปรับเฟส ที่ใกล้เคียงกันเป็นช่วงๆ เช่น ช่วงอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 9 – 13 และช่วงของอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 15 – 20 แต่มีแนวโน้มที่จะทำงานได้ช้าลง

ตารางที่ 5.5 ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนของจำนวนข้อมูลที่ต้องการเพื่อที่จะเข้าถึงระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส เท่ากับ -2.5 ที่ระดับอินเตอร์ซิมโบลินเตอร์เฟียเรนซ์เท่ากับ -24 dB สำหรับอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองต่างๆ บนข้อมูลสัญญาณข้อมูลแบบ 16-QAM สำหรับอัลกอริทึมดับเบิลลิฟต์แบบโมดิฟาย

Ratio	Mean (10^3)	Variance (10^6)
2	8.6093	2.0986
3	5.314	3.8282
4	4.138	4.5919
5	2.9534	3.5737
6	2.0888	1.1706
7	1.9316	5.3635
8	2.0305	3.6448
9	2.1316	1.1745
10	2.4264	3.5702
11	2.4919	9.7231
12	2.4428	1.5636
13	2.5301	2.3942
14	2.874	4.0279
15	3.1065	2.4233
16	3.0745	3.611
17	3.165	2.0656
18	3.1895	3.6721
19	3.2508	1.9853
20	3.3832	1.7712
21	3.903	7.7863
22	4.0104	8.7623

ตารางที่ 5.6 ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนของจำนวนข้อมูลที่ต้องการเพื่อที่จะเข้าถึงระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส เท่ากับ -2.4 ที่ระดับอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์เท่ากับ -24 dB สำหรับอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองต่างๆ บนข้อมูลสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM สำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย

Ratio	Mean (10^3)	Variance (10^7)
2	8.5524	5.7181
3	4.8607	3.9959
4	3.9995	2.6686
5	3.8775	2.1867
6	3.8133	2.3144
7	3.6566	1.2493
8	3.7528	1.7438
9	3.8129	2.7692
10	3.7857	2.1346
11	3.9173	2.5181
12	4.014	2.4584
13	4.2127	4.082
14	4.3379	4.8835
15	4.4188	2.0601
16	4.3865	5.4047
17	4.4969	1.1592
18	4.4598	3.1341
19	4.4994	2.1487
20	4.5757	1.2037
21	4.6551	2.4416
22	4.7054	1.0159

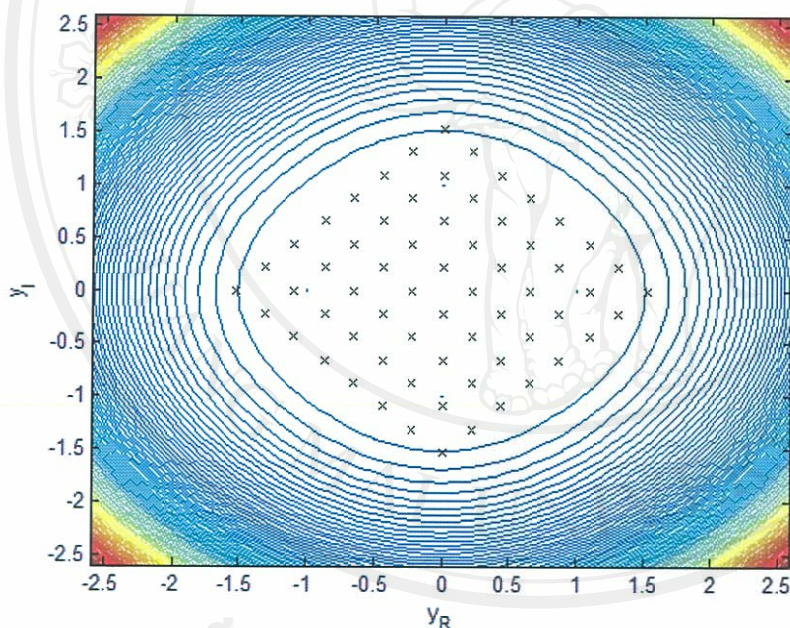
5.5.1 สรุปการทดสอบค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส

จากการทดสอบความสามารถ ในการลดระดับค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟส เราสามารถสรุปได้ว่า อัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายจะมีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่ออัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองมีค่าอยู่ในช่วง 5 – 8 หลักจากนั้นประสิทธิภาพของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายจะลดลง ซึ่งสอดคล้องกับผลที่ได้จากการทดสอบการกำจัดอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์

All rights reserved

5.6 สรุปผลประสิทธิภาพของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟาย

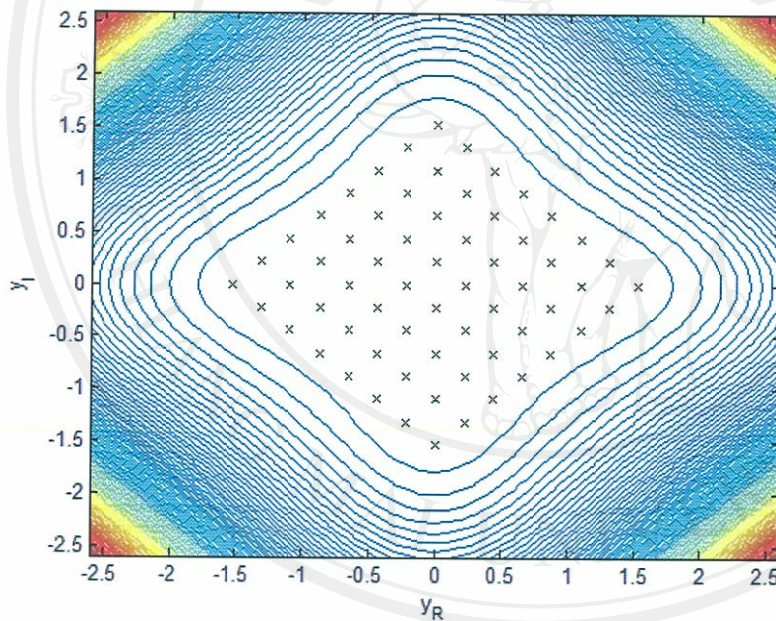
การทำงานของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายนั้น มีทั้งที่ประสิทธิภาพดีกว่าและด้อยกว่าอัลกอริทึมรีดิวคอนสเทลเลชัน ขึ้นอยู่กับขนาดของอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรอง สาเหตุนั้น เช่นเดียวกันกับที่เกิดขึ้นบนอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบแอฟโซลูท การทำงานของอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายในช่วงอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองที่ต่ำ 1.5 - 4 จะปรับเฟสได้ช้ามาก ซึ่งเราสามารถพิจารณาได้จากรูปที่ 5.35 เราพบว่า โครงร่างในส่วนที่ใช้งานมีความชันน้อยมากและมีรูปร่างคล้ายวงรีวงเดียว ประสิทธิภาพในการลดระดับของอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์จึงใกล้เคียงกับอัลกอริทึมคอนสแตนต์มอดดูรัส และความสามารถในการปรับเฟสของผลลัพธ์จะช้ากว่าอัลกอริทึมรีดิวคอนสเทลเลชัน



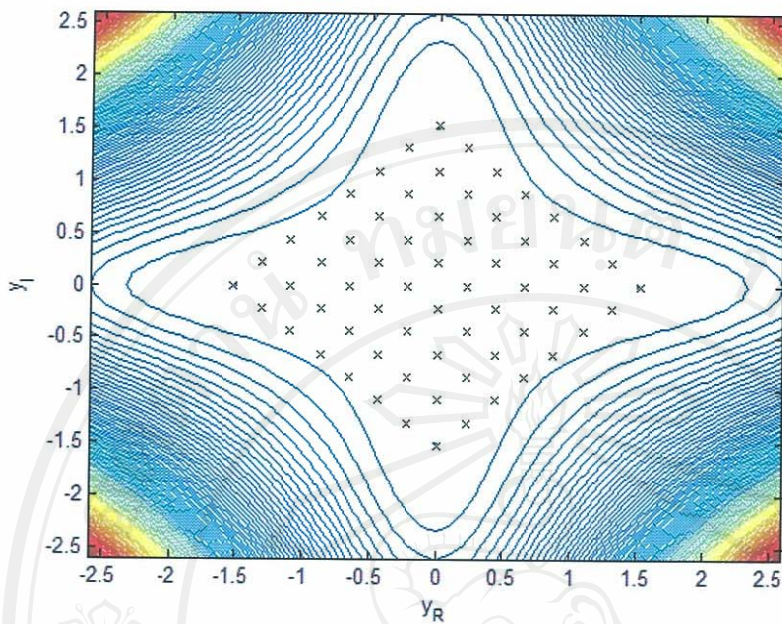
รูปที่ 5.35 ภาพมุมมองทางด้านบนของพื้นผิวคออสท์ฟังก์ชันสำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟาย และลักษณะคอนสเทลเลชันของสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM เมื่ออัตราส่วนเท่ากับ 2

ในทางตรงกันข้าม เมื่ออัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเพิ่มมากขึ้นจนถึงช่วง 6 - 7 นั้น ลักษณะของความชันของพื้นผิวคออสท์ฟังก์ชันมีการเปลี่ยนไป มีโครงสร้างที่คล้ายรูปดาวเกิดขึ้น จึงเป็นส่วนที่ช่วยในการเพิ่มความเร็วในการลดระดับของอินเตอร์ซิมโบลอินเตอร์เฟียร์เรนซ์ และปรับเฟสของผลลัพธ์ให้เข้าหาคอนสเทลเลชันที่เหมาะสม กับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ โมดิฟายจาก

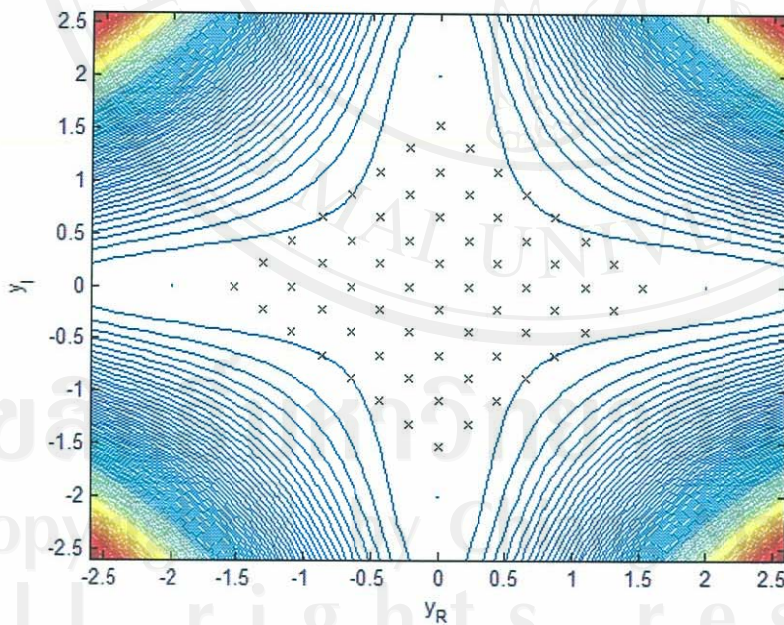
ทุกด้านของพื้นผิวคอส์ฟังก์ชัน ข้อได้เปรียบนี้เกิดจากลักษณะของคอนสเทลเลชันของสัญญาณจะพอดีหรือใกล้เคียงกับโครงร่างของคอส์ฟังก์ชัน สามารถสังเกตได้จากรูปที่ 5.36 แต่เมื่อเราเพิ่มขนาดของอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองให้มากขึ้น ตำแหน่งของความชันที่เคยใช้ในอัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองช่วง 6 - 7 เริ่มออกห่าง สังเกตได้จากส่วนปลายที่ยื่นออกไปจะออกห่างส่วนปลายของคอนสเทลเลชัน ทำให้ในการปรับเฟสของคอนสเทลเลชันของผลลัพธ์ไปถึงตำแหน่งที่เหมาะสมในบริเวณนั้นทำได้ช้าลง (พิจารณารูปที่ 5.37 และรูปที่ 5.38) โดยเราสามารถสังเกตปรากฏการณ์นี้ได้จากรูปที่ 5.39 ซึ่งช่วงแรกจะได้รับความเร็วที่เท่ากัน แต่เมื่อลดระดับ ค่าเฉลี่ยของกำลังสองของความผิดพลาดของเฟสได้ถึงระดับหนึ่งก็จะทำงานช้าลง



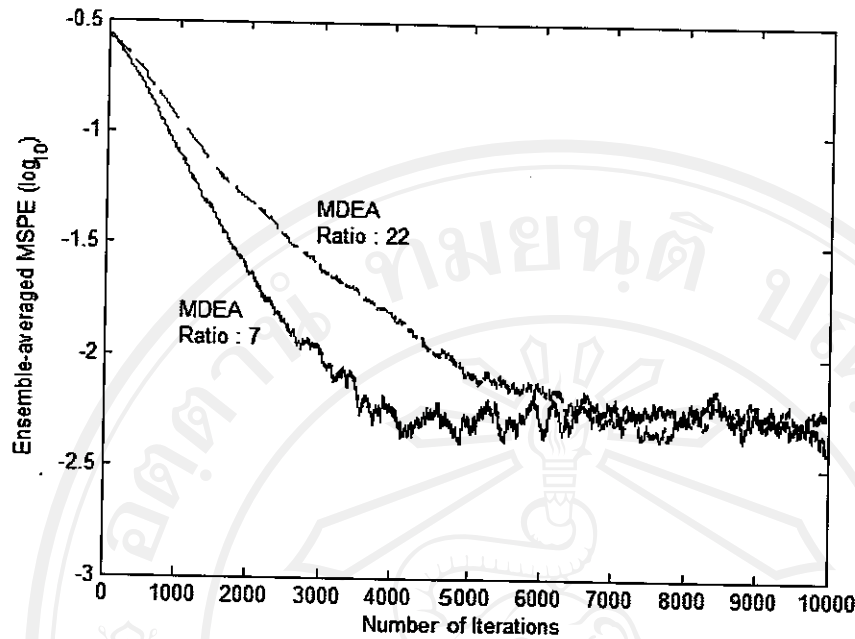
รูปที่ 5.36 ภาพมุมมองทางด้านบนของพื้นผิวคอส์ฟังก์ชันสำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบโมดิฟายและลักษณะคอนสเทลเลชันของสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM เมื่ออัตราส่วนเท่ากับ 7



รูปที่ 5.37 ภาพมุมมองทางด้านบนของพื้นผิวคอสม์ฟังก์ชันสำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ
โมดิฟายและลักษณะคอนสเทลเลชันของสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM เมื่ออัตราส่วนเท่ากับ 22



รูปที่ 5.38 ภาพมุมมองทางด้านบนของพื้นผิวคอสม์ฟังก์ชันสำหรับอัลกอริทึมดับเบิลอีลิปส์แบบ
โมดิฟายและลักษณะคอนสเทลเลชันของสัญญาณข้อมูลแบบ 64-QAM เมื่ออัตราส่วนเท่ากับ 50



รูปที่ 5.39 การเปรียบเทียบความเร็วในการลดระดับความผิดพลาดของเฟสของอัลกอริทึมดับเบิล
อีลิฟส์แบบ โมดิฟายที่อัตราส่วนระหว่างแกนหลักและแกนรองเท่ากับ 7 และ 22