

## บทที่ 4

### แบบจำลองการอัดรีด

ในการวิเคราะห์การใช้พลังงานในเครื่องอัดรีดพลาสติกชนิดสกรูเดี่ยว จะกล่าวถึงการนำทฤษฎีต่าง ๆ ในบทที่ 2 มาสร้างแบบจำลอง โดยมีรายละเอียดดังหัวข้อต่อไปนี้ การเคลื่อนที่ของพลาสติกเหลว ค่าพลังงานในการอัดรีดพลาสติก การสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ของการคำนวณหาพลังงานกลในการอัดรีดพลาสติก วัดค่าความหนืดของพลาสติก วัดค่าปริมาณพลาสติกที่ออกมาจากเครื่องอัดรีด

#### 4.1 การเคลื่อนที่ของพลาสติกเหลว

สามารถสร้างสมการความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของกระบอกและความเร็วของสกรูได้ตามสมการที่ (4.1) ถึง (4.2) (Tadmor and Klein, 1970)

$$V_b = \pi N D_b \quad (4.1)$$

$$V_{bx} = V_b \sin \theta_b \quad (4.2)$$

$$V_{bz} = V_b \cos \theta_b \quad (4.3)$$

#### 4.2 ค่าพลังงานในการอัดรีดพลาสติก

ค่าพลังงานในการอัดรีดสามารถคำนวณได้จากผลรวมของพลังงานสองชนิดดังสมการ (4.4) ซึ่งพลังงานทั้งสองชนิดคือ ค่าพลังงานที่ใช้ในบริเวณแนวร่องเกลียวสกรู  $Z_{ch}$  (Channel) ตามสมการที่ (4.5) และค่าพลังงานที่ใช้ ณ บริเวณช่องว่างระหว่างกระบอกกับสันเกลียว  $Z_{cl}$  (Clearance,  $\delta$ ) ตามสมการที่ (4.8) (Rauwendaal, 1994) โดยที่แนวร่องเกลียวสกรูแสดงในรูป 4.1 และบริเวณช่องว่างระหว่างกระบอกกับสันเกลียวแสดงในรูป 4.2

$$dZ = dZ_{ch} + dZ_{cl} \tag{4.4}$$

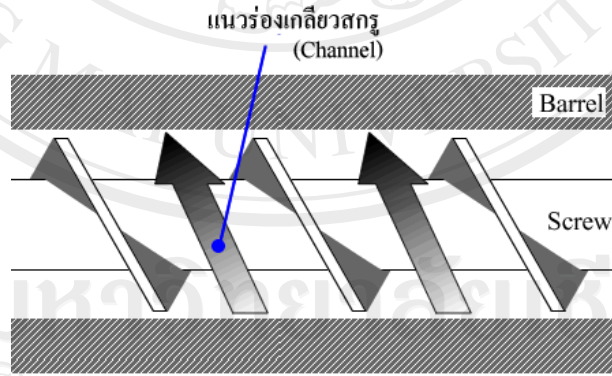
$$dZ_{ch} = V_{bx} dz \int_0^W \tau_{yx}(H) dx + V_{bz} dz \int_0^W \tau_{yz}(H) dx \tag{4.5}$$

โดยที่

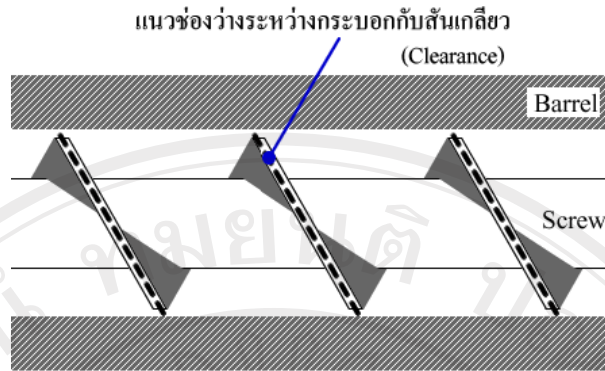
$$\tau_{yx}(H) = \eta \left. \frac{dV_x}{dy} \right|_{y=H} \tag{4.6}$$

$$\tau_{yz}(H) = \eta \left. \frac{dV_z}{dy} \right|_{y=H} \tag{4.7}$$

$$dZ_{cl} = \frac{V_{bz}^2 \eta_{cl} e dz}{\delta} \tag{4.8}$$



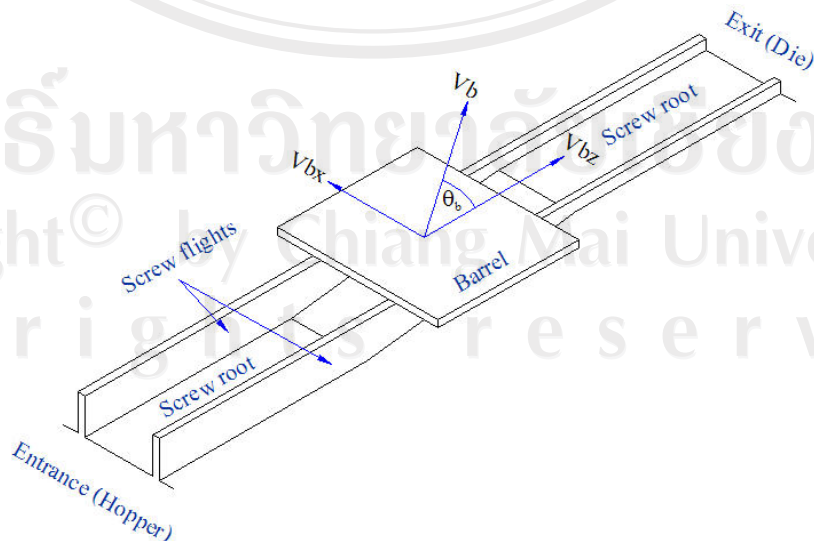
รูป 4.1 แสดงแฉกร่องเกลียวสกรู



รูป 4.2 แสดงบริเวณช่องว่างระหว่างกระบอกรับกับสกรูเกลียว

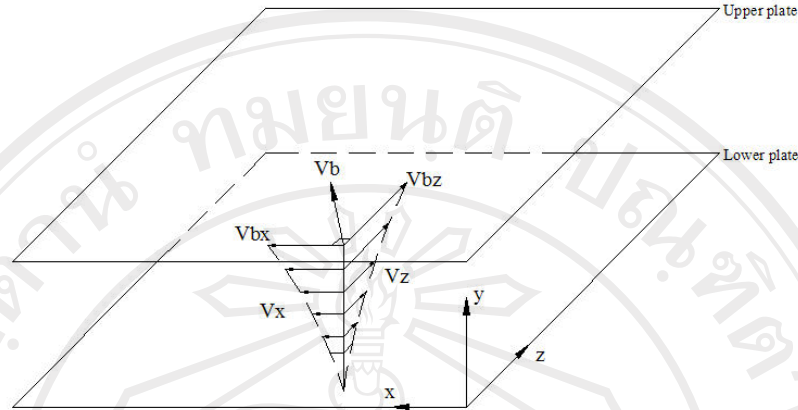
4.3 การสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ของการคำนวณค่าพลังงานกลในการอัดรีดพลาสติก

พื้นฐานของการสร้างแบบจำลองของเครื่องอัดรีดพลาสติกชนิดสกรูเดี่ยว แสดงดังรูป 4.3 โดยคิดเสมือนว่านาร่องของสกรูมาคลายออกให้เป็นแนวตรง ซึ่งจะมีลักษณะคล้ายกับเป็นร่องตามแนวยาว ดังนั้นพลาสติกจะเคลื่อนที่อยู่ระหว่างแผ่นแบนสองแผ่น โดยที่แผ่นบนซึ่งเปรียบเสมือนผนังของกระบอกรับ (Barrel) เคลื่อนที่ และแผ่นล่างซึ่งเปรียบเสมือนผิวของสกรู (Screw root) อยู่กับที่ และสันของร่องทั้งสองข้างเปรียบได้กับ (Screw flights) อีกทั้งกำหนดให้ให้แผ่นบนเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพันธ์กับความเร็วรอบของสกรู  $V_b$  แต่มีทิศทางตรงกันข้าม ความเร็วนี้เคลื่อนที่ที่ทำมุมกับร่องเกลียวสกรูเท่ากับ  $\theta_b$  และสามารถแตกแรงออกตามแนวแกน x และ z ที่กำหนดไว้เป็น  $V_{bx}$  และ  $V_{bz}$  ตามลำดับ



รูป 4.3 แสดงแบบจำลองของเครื่องอัดรีดพลาสติกชนิดสกรูเดี่ยว

การกำหนดแกน  $x y z$  และความเร็วของพลาสติกภายในเครื่องอัดรีดแสดงในรูป 4.4



รูป 4.4 การกำหนดแกน  $x y z$  และความเร็วของพลาสติกภายในเครื่องอัดรีด

#### 4.3.1 การกำหนดสมมติฐานของแบบจำลอง

พลังงานกลที่ใช้ในเครื่องอัดรีดพลาสติกได้มาจาก พลังงานไฟฟ้าที่ใช้ในการขับเคลื่อนมอเตอร์ทำให้เกิดพลังงานกล และพลังงานที่ต้องใช้ในกระบวนการอัดรีดพลาสติก แบบจำลองของพลังงานกลที่ใช้ในเครื่องอัดรีดพลาสติกมีสมมติฐานดังนี้

1. เป็นการไหล ณ สภาวะคงที่ (Steady state)
2. เป็นการไหลแบบอยู่ตัว (Fully developed)
3. ไม่คิดการลื่นระหว่างระบอบกับพลาสติกเหลว
4. พลาสติกหลอมมีคุณสมบัติเป็นของไหลอัดตัวไม่ได้ (Incompressible fluid)
5. ไม่คิดผลจากแรงโน้มถ่วงของโลก
6. พลาสติกเหลวมีพฤติกรรมตามกฎของก่าลัง
7. พลาสติกที่สนใจอยู่ในสภาวะของเหลวเท่านั้น
8. ณ สภาวะการอัดรีดใดๆ ค่า  $\frac{\partial P}{\partial z}$  มีค่าคงที่ตลอดกระบวนการ
9. ไม่คิดการไหลข้ามสันเกลียว
10. ไม่พิจารณาการถ่ายเทความร้อน และกำหนดให้พลาสติกเหลวมีอุณหภูมิเท่ากับอุณหภูมิของระบอบที่กำหนดไว้

11. รูปแบบของสกรูที่สามารถคำนวณได้โดยใช้แบบจำลองนี้ต้องเป็นสกรูที่มีระยะ  $W$  คงที่ มีส่วนที่ร่องสกรูมีการขึ้นบริเวณกลางสกรู หรือเรียกว่าสกรูมาตรฐานเท่านั้น (Standard screw)
12. ไม่มีการเคลื่อนที่ของพลาสติกเหลวในแนวแกน  $y$
13. เนื่องจากการไหล ณ สภาวะคงที่  $\frac{\partial v_x}{\partial z}$  และ  $\frac{\partial v_z}{\partial x}$  จะมีค่าเท่ากับศูนย์
14. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นใช้การคำนวณแบบ 1 มิติ

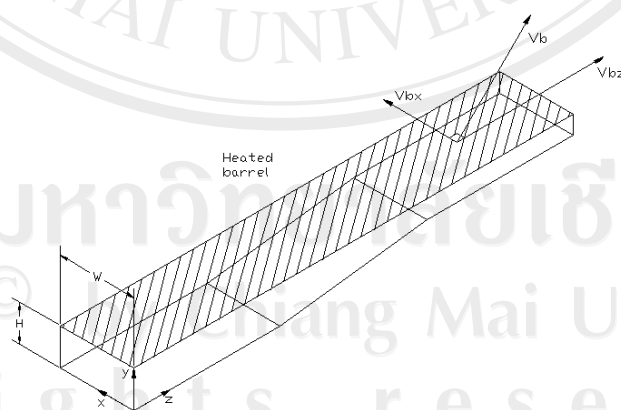
#### 4.3.2 การกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นของแบบจำลอง

โดยกำหนดเงื่อนไขขอบเขตตามรูป 4.5 ก. ถึง 4.5 ค. ดังนี้

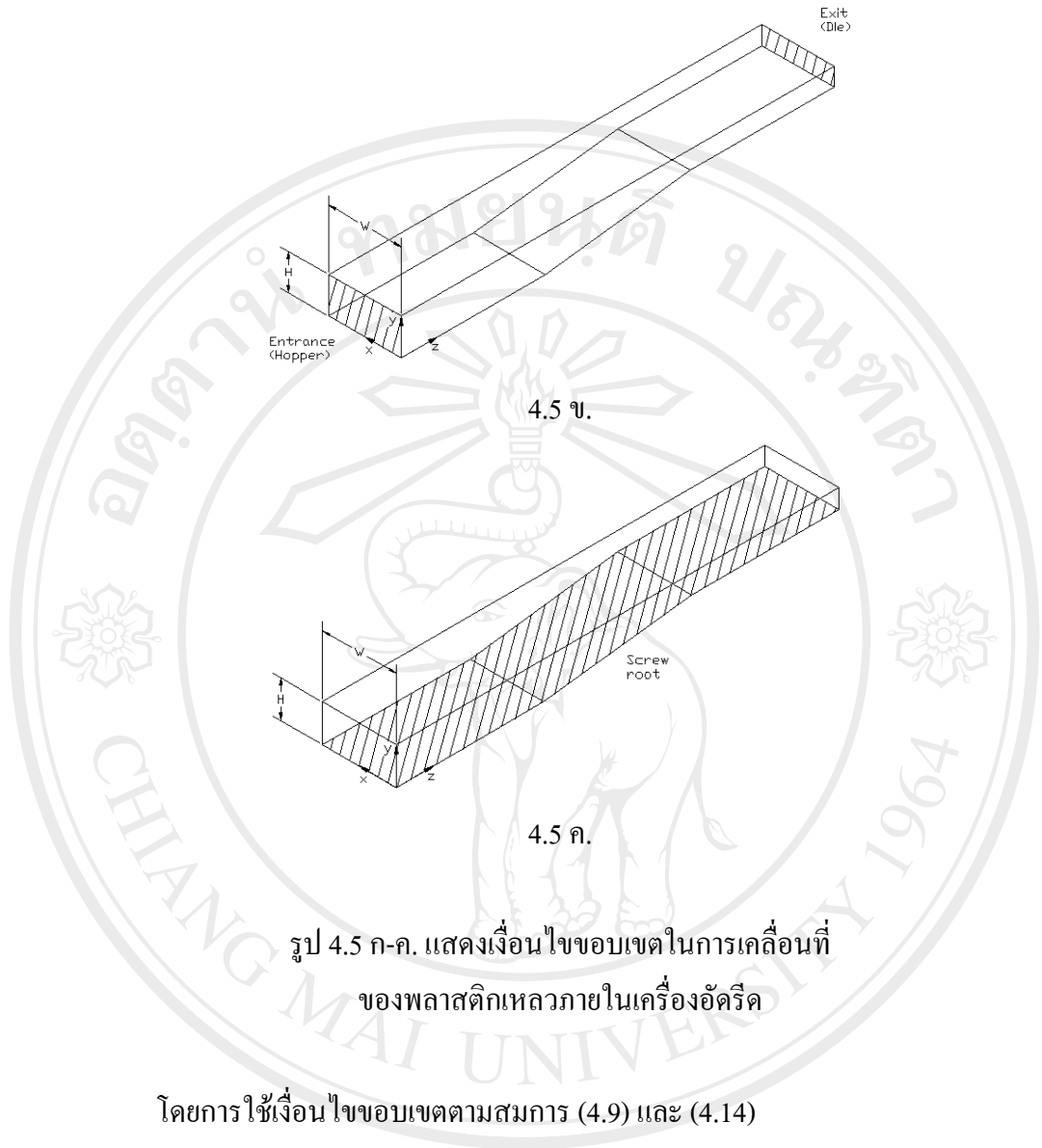
ตามรูป 4.5 ก. ผนังด้านกระบอก ( $y=H$ ) มีความเร็วเท่ากับความเร็วรอบของสกรูแต่มีทิศทางตรงกันข้าม และมีอุณหภูมิเท่ากับอุณหภูมิที่ตั้งไว้ของเครื่องอัดรีด

ตามรูป 4.5 ข. เม็ดพลาสติกที่มีอุณหภูมิเท่ากับอุณหภูมิห้องเข้ามาทางกรวยป้อน (Entrance) และเมื่อผ่านการหลอมเหลวแล้วจะออกทางหัวคาย (Exit)

ตามรูป 4.5 ค. พื้นผิวของสกรู (Screw root) ( $y=0$ ) อยู่นิ่งกับที่และเป็นอะเดียแบติก (Adiabatic) โดยจะมีส่วนที่ร่องสกรูบริเวณส่วนกลางสกรูมีการขึ้นมากขึ้น (Taper)



4.5 ก.



รูป 4.5 ก-ค. แสดงเงื่อนไขขอบเขตในการเคลื่อนที่ของพลาสติกเหลวภายในเครื่องอัดรีด

โดยการใช้อนุพันธ์เงื่อนไขขอบเขตตามสมการ (4.9) และ (4.14)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

$$V_x(y=0) = 0 \tag{4.9}$$

$$V_x(y=H) = V_{bx} \tag{4.10}$$

Copyright © by Chiang Mai University  
All rights reserved

$$V_z(x=0) = 0 \tag{4.11}$$

$$V_z(x=W) = 0 \tag{4.12}$$

$$V_z(y=0) = 0 \tag{4.13}$$

$$V_z(y=H) = V_{bz} \tag{4.14}$$

### 4.3.3 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากสมมติฐานที่กำหนดขึ้น ทำให้สมการ (2.5) สามารถตัดทิ้งได้ สมการ (2.4) และ (2.6) จึงสามารถลดรูปลงเป็นสมการการเคลื่อนที่ของพลาสติกเหลวดังสมการ (4.15) และ (4.16) (Tadmor and Klein, 1970)

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \quad (4.16)$$

ซึ่งในความเป็นจริงความเร็ว  $v_z$  ที่กำหนดขึ้นกับ  $\frac{\partial P}{\partial z}$  จะมีทิศทางกันข้ามเนื่องจากกำหนดให้ให้แผ่นบนเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพันธ์กับความเร็วยรอบของสกรู  $v_b$  แต่มีทิศทางตรงกันข้าม ดังนั้น  $v_z$  ที่กำหนดขึ้นกับ  $\frac{\partial P}{\partial z}$  จริงจึงมีทิศทางตรงกันข้าม สมการ (4.16) จึงสามารถเขียนในรูปของสมการ (4.17) ได้ว่า

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \quad (4.17)$$

จัดรูปสมการที่ (4.17) ใหม่ในรูปแบบของตัวแปรไร้มิติตามสมการที่ (4.18) และ (4.19) (Tadmor and Klein, 1970)

$$\xi = \frac{y}{H} \quad (4.18)$$

$$\Gamma_R = \frac{H}{v_{bz}} \left( \frac{H}{m} \frac{\partial P}{\partial z} \right)^s \quad (4.19)$$



ซึ่งค่า  $\Gamma_R$  คือตัวแปรไร้มิติของความดัน  $\xi$  คือตัวแปรไร้มิติของระยะทางตามแนวแกน  $y$  ค่า  $s$  และ  $\phi^*$  อธิบายตามสมการ (4.20) และ (4.21) ตามลำดับ

$$s = \frac{1}{n} \quad (4.20)$$

และ

$$\phi^* = \frac{V_z}{\Gamma_R V_{bz}} \quad (4.21)$$

โดยค่าตัวแปรไร้มิติต่างๆ พิจารณาจากการวิเคราะห์ตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless Analysis)

ดังนั้นสมการที่ (4.17) จะสามารถเขียนได้ตามสมการที่ (4.22) ได้ว่า

$$\frac{d}{d\xi} \left| \frac{d\phi^*}{d\xi} \right|^{n-1} \frac{d\phi^*}{d\xi} = 1 \quad (4.22)$$

โดยสามารถลดรูปลงเป็นสมการที่ (4.23)

$$\frac{d}{d\xi} \left| \frac{d\phi^*}{d\xi} \right|^n = 1 \quad (4.23)$$

อินทิเกรตสมการที่ (4.23) จะได้รูปแบบตามสมการที่ (4.24)

$$\phi^* = \frac{(\xi + K_1)^{s+1}}{s+1} + K_2 \quad (4.24)$$

แทนค่า  $\phi^*$  จากสมการที่ (4.21) จะได้สมการที่ (4.25)



$$\frac{v_z}{v_{bz}} = \frac{\Gamma_R}{s+1} (\xi + K_1)^{s+1} + \Gamma_R K_2 \quad (4.25)$$

โดยที่ค่า  $K_1$  และ  $K_2$  คือค่าคงที่ซึ่งได้จากการแทนเงื่อนไขขอบเขต จากสมการที่ (4.13) และ (4.14) ลงในสมการที่ (4.25) ซึ่งจะได้สมการที่ (4.26) และ (4.27) ตามลำดับ

$$(K_1 + 1)^{s+1} - K_1^{s+1} = \frac{s+1}{\Gamma_R} \quad (4.26)$$

$$K_2 = \frac{-K_1^{s+1}}{s+1} \quad (4.27)$$

ดังนั้นสมการที่ (4.27) สามารถเขียนใหม่ตามสมการที่ (4.24) เป็นสมการที่ (4.28)

$$\phi^* = \frac{(\xi + K_1)^{s+1} - K_1^{s+1}}{s+1} \quad (4.28)$$

หรือ

$$\frac{v_z}{v_{bz}} = \Gamma_R \left[ \frac{(\xi + K_1)^{s+1} - K_1^{s+1}}{s+1} \right] \quad (4.29)$$

สมการที่ใช้ในการหาค่า  $v_z$  คือสมการ (4.29) เพราะฉะนั้นในทำนองเดียวกันกับการหาค่า  $v_x$  สามารถหาค่า  $v_x$  ได้จากสมการ (4.30)

$$\frac{v_x}{v_{bx}} = \Gamma_R \left[ \frac{(\xi + K_1)^{s+1} - K_1^{s+1}}{s+1} \right] \quad (4.30)$$

และสามารถหาค่าอัตราการไหลโดยปริมาตร โดยการอินทิเกรตสมการที่ (4.29) ทำให้ได้สมการที่ (4.31) ดังนี้

$$\frac{Q}{W} = \int_0^H v_z dy = \Gamma_R v_{bz} H \int_0^1 \phi^* d\xi \quad (4.31)$$

ซึ่งเมื่อแทนค่า  $\phi^*$  ลงในสมการ (4.31) จะได้ตามสมการที่ (4.32)

$$\frac{Q}{WHV_{bz}} = \frac{\Gamma_R}{s+1} \left[ \frac{(1+K_1)^{s+2} - K_1^{s+2}}{s+2} - K_1^{s+1} \right] \quad (4.32)$$

#### 4.3.4 ลำดับการคำนวณ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้คำนวณหาค่าพลังงาน สามารถคำนวณได้โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ ซึ่งแบบจำลองสามารถทำงานได้โดยการป้อนค่าตัวแปรต่างๆ ที่ต้องป้อนให้กับแบบจำลองเพื่อใช้ในการคำนวณ โดยแสดงตัวแปร และค่าของตัวแปรที่ใช้ในการในตารางที่ 4.1

ตาราง 4.1 ค่าของตัวแปรที่ใช้ในการคำนวณ

ตัวแปร	สัญลักษณ์	ค่าของตัวแปร	หน่วย
<b>ค่าคุณสมบัติพลาสติก</b>			
ค่าคงที่ตามสมการยกกำลังของของไหลหนืด	a	0.02230	1/°C
ค่าคงที่ตามสมการยกกำลังของของไหลหนืด	$m_0$	11520	Pa.s <sup>n</sup>
ค่าคงที่ตามสมการยกกำลังของของไหลหนืด	n	0.33090	-
<b>ค่าขนาดของสกรู</b>			
ระยะตามแนวแกน z	z	2.35619	m
ความสูงจากพื้นผิวสกรูถึงกระบอก ณ ตำแหน่งทางเข้า	$H_1$	0.00515	m
ความสูงจากพื้นผิวสกรูถึงกระบอก ณ ตำแหน่งทางออก	$H_2$	0.00150	m
ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของกระบอก	$D_{barrel}$	0.0250	m
ระยะระหว่างเกลียวสกรูตามแนวแกนสกรู	S	0.0250	m
ระยะตั้งฉากระหว่างสันเกลียวเกลียว	W	0.020157	m
ความกว้างของสันเกลียว	e	0.0028586	m
ระยะระหว่างกระบอกกับสันเกลียว	$\delta$	0.00020	m
<b>ค่าสภาวะในการผลิต</b>			
ความเร็วรอบสกรู	RPM	120	RPM

ตาราง 4.1 ค่าของตัวแปรที่ใช้ในการคำนวณ (ต่อ)

ตัวแปร	สัญลักษณ์	ค่าของตัวแปร	หน่วย
อุณหภูมิของเครื่องอัดรีด	T	190	°C
ปริมาณพลาสติกที่เทียบกับขนาดสกรู	$\frac{Q}{WHV_{bz}}$	0.4000	-

และมีแบบแผนการคำนวณดังนี้

- กำหนดค่าเริ่มต้น ที่ทราบค่าของแบบจำลอง ซึ่งประกอบด้วย  
ค่าคุณสมบัติพลาสติก a,  $m_0$ , n  
ค่าขนาดของสกรู z,  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $D_{barrel}$ , S, W, e, clearance,  
ค่าสภาวะในการผลิต RPM, T,  $\frac{Q}{WHV_{bz}}$
- คำนวณค่า s ตามสมการ (4.20)
- สมมติค่า  $k_1$  เริ่มต้นเท่ากับ 0.000001
- คำนวณค่าตัวแปรไร้มิติของความดัน  $\Gamma_R$  ตามสมการที่ (4.32)
- แก้สมการ (4.26) หาค่า  $k_1$
- เปรียบเทียบค่า  $k_1$  เก่าในข้อ 3. กับ  $k_1$  ใหม่ที่คำนวณได้ในข้อ 5. ว่ามีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าที่รับได้คือ 0.01% หรือไม่ หากมีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าให้ทำการคำนวณตามข้อ 7. ต่อไป แต่ถ้าหากมีความคลาดเคลื่อนมากกว่าให้นำ  $k_1$  ใหม่ที่คำนวณได้กลับไปใช้ในข้อ 3. แทน  $k_1$  เดิม
- ทำการคำนวณความเร็วในแนวแกน z คือ  $v_z$  ที่ตำแหน่ง  $\xi=0.9999$  ตามสมการ (4.29)
- ในทำนองเดียวกันสามารถหา  $v_x$  ที่ตำแหน่ง  $\xi=0.9999$  เช่นเดียวกันกับสมการ (4.30)
- ทำการคำนวณค่า  $\tau_{yx}$  และ  $\tau_{yz}$  ที่  $y=H$  ตามสมการที่ (4.6) และ (4.7) ตามลำดับ
- คำนวณค่าพลังงาน  $Z_{ch}$  และ  $Z_{cl}$  ตามสมการ (4.5) และ (4.8) ตามลำดับ โดยที่ค่า  $\eta_{cl}$  คำนวณได้ตามสมการ (4.33)

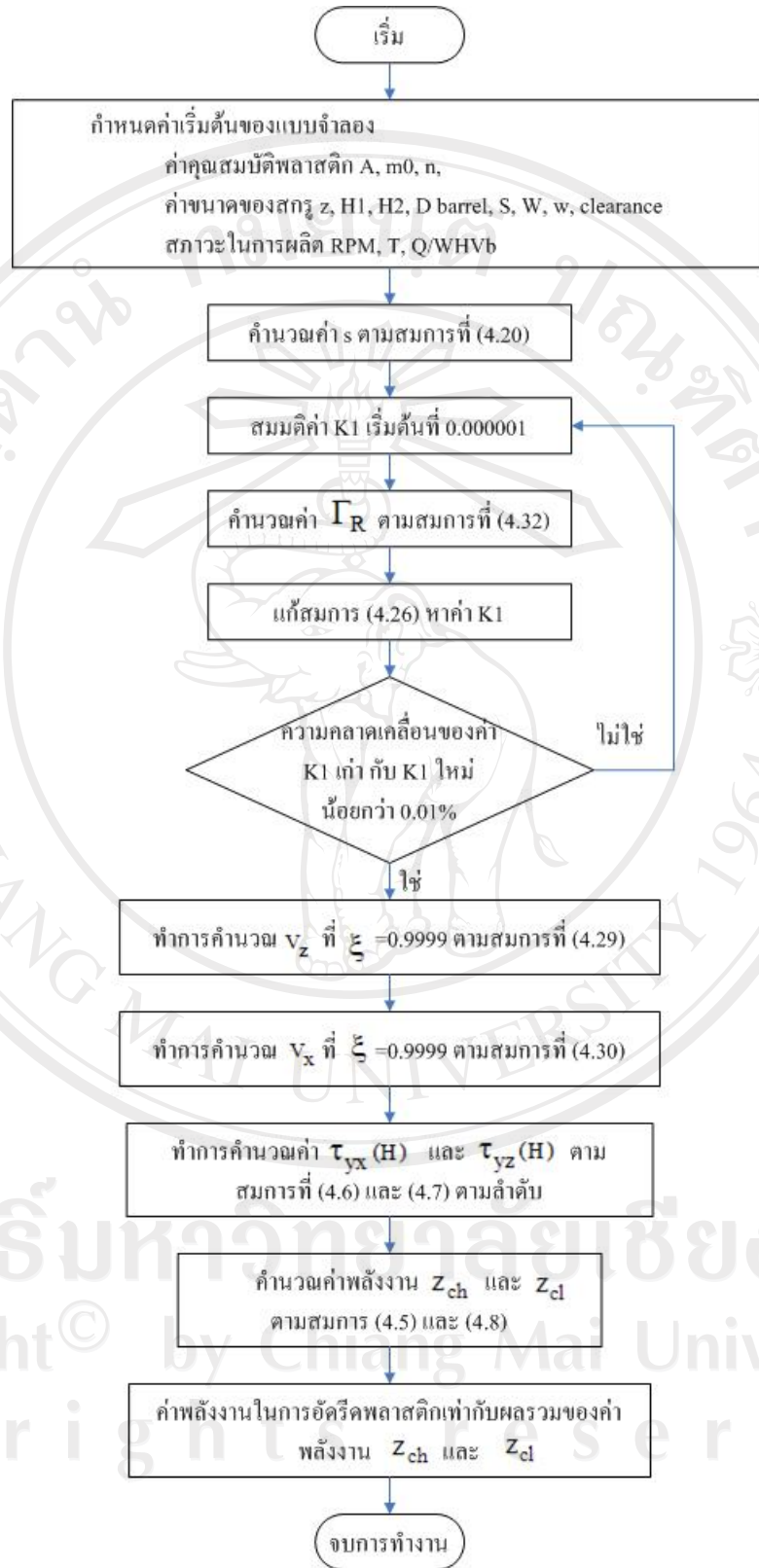
$$\eta_{cl} = m \left( \frac{\sqrt{(v_{bz})^2 + (v_{bx})^2}}{\delta} \right)^{n-1} \quad (4.33)$$

สำหรับสมการที่ (4.8) ไม่จำเป็นต้องอินทิเกรตตลอดแนวแกน  $z$  แต่จะแบ่งการคำนวณออกเป็น 3 ส่วน คือหนึ่งส่วนทางเข้าที่มีความลึกของสกรูเท่ากับ  $H_1$  สองส่วนทางออกที่มีความลึกของสกรูเท่ากับ  $H_2$  และสามที่พื้นผิวสกรูมีการตื้นมากขึ้น คือส่วนระหว่าง  $H_1$  กับ  $H_2$

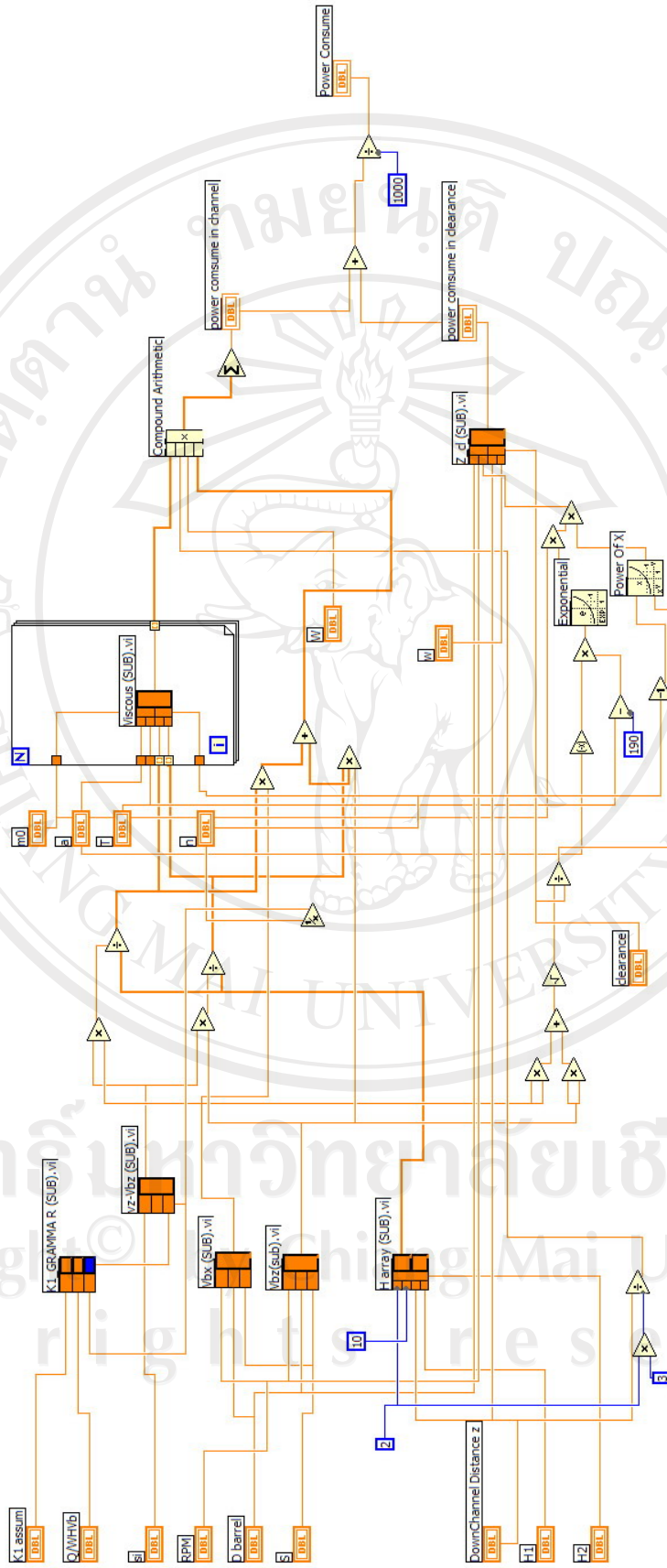
11. ค่าพลังงานในการอัดรีดพลาสติกเท่ากับผลรวมของค่าพลังงาน  $Z_{ch}$  และ  $Z_{cl}$  ตามสมการ (4.5) และ (4.8)

12. เมื่อบันทึกค่าที่ได้ตามข้อ 10. แล้ว ให้เปลี่ยนค่าความเร็วรอบสกรู RPM, อุณหภูมิของเครื่องอัดรีด  $T$  และปริมาณพลาสติกที่เทียบกับขนาดสกรู  $\frac{Q}{WHV_{bz}}$

โดยการคำนวณทั้งหมดนี้ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของแผนผังการทำงานของแบบจำลอง เพื่อคำนวณค่าพลังงานในการอัดรีดพลาสติกได้ดังรูป 4.6 และแบบจำลองมีรายละเอียดตามรูปที่ 4.7



รูป 4.6 แสดงแผนผังการทำงานของแบบจำลองเพื่อคำนวณค่าพลังงานในการอัดรีดพลาสติก



รูป 4.7 แสดงแผนผังการทำงานแบบจำลองเพื่อคำนวณค่าพลังงานในการอัดรีดพลาสติก

#### 4.4 การวัดค่าความหนืดของพลาสติก

วัดค่าความหนืดของพลาสติกทั้งชนิดโพลีเอทที่ลื่นความหนาแน่นต่ำ และโพลีเอทที่ลื่นความหนาแน่นสูง ที่อัตราการเฉือน และที่อุณหภูมิต่างๆ โดยใช้เครื่องมือ คาปิลลารี ริโอมิเตอร์ (Capillary rheometer) ยี่ห้อ Kayeness รุ่น LCR5000 โดยมีวิธีการดังนี้

1. ใส่เม็ดพลาสติกลงในกระบอกของ คาปิลลารี ริโอมิเตอร์ (Capillary rheometer)
2. กำหนดค่าอุณหภูมิแก่ คาปิลลารี ริโอมิเตอร์ (Capillary rheometer)
3. เมื่ออุณหภูมิถึงค่าที่กำหนดไว้ให้กดค้ำมกระทุ้ง (Ram) ลงในกระบอกที่มีพลาสติกหลอม เพื่ออัดรีดพลาสติกในออกมาทางหัวตาย
4. บันทึกค่าอัตราการเฉือน และความหนืดที่ได้จากเครื่อง คาปิลลารี ริโอมิเตอร์ (Capillary rheometer)

#### 4.5 การวัดค่าปริมาณพลาสติกที่ออกมาจากเครื่องอัดรีด

1. กำหนดอุณหภูมิของเครื่องอัดรีด ตามขอบเขตของการทดลองที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้ เพื่อเพิ่มอุณหภูมิของเครื่องอัดรีดโดยอัตโนมัติ ซึ่งในการเพิ่มอุณหภูมิให้ได้ตามต้องการนี้จะใช้เวลาประมาณ 1 ชั่วโมง
2. เดินเครื่องอัดรีดพลาสติก ณ ความเร็วรอบในการหมุนสกรูตามขอบเขตของการทดลองที่ได้กำหนดไว้
3. วัดค่าปริมาณพลาสติกที่ออกมาจากเครื่องอัดรีด โดยการตวงเม็ดพลาสติกที่ถูกทำให้เย็น และถูกตัดเป็นชิ้นเล็กเรียบร้อยแล้ว เพื่อไปชั่งน้ำหนัก (g/s) เป็นจำนวน 3 ครั้ง
4. น้ำหนักที่ได้จะนำไปคำนวณเพื่อหาค่า  $Q$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) และ  $\frac{Q}{WHV_{bz}}$  ต่อกันตามสมการ (4.32)