

บทที่ 5

การคำนวณค่าอุณหภูมิ

ในบทนี้จะทำการคำนวณหาอุณหภูมิซึ่งต้องใช้ค่าความแลนที่อันดับที่ 4 จากระบบโครงข่ายประสาทเทียมและการทดลองในบทที่ 4 จะได้แบบจำลองโครงข่ายฯ ที่ดีที่สุด ดังนั้นในขั้นตอนต่อไปจะใช้แบบจำลองดังกล่าว ทำนายค่าความแลนที่อันดับที่ 4 โดยกำหนดอินพุตให้แก่โครงข่ายฯ ดังที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 3 ข้อ 3.2

5.1 การทำนายค่าความแลนที่อันดับที่สี่

ขั้นตอนนี้เป็นกรนำแบบจำลองโครงข่ายฯ ที่เรียนรู้ดีที่สุดจากบทที่ 4 มาทำนายค่าความแลนที่อันดับที่สี่ โดยกำหนดอินพุตเพื่อให้โครงข่ายฯ ทำนายค่าเอาต์พุต ซึ่งจะกำหนดให้สอดคล้องตามขนาดของข้อมูลที่ใช้ฝึก และรายละเอียดของอินพุตที่กำหนดในข้อมูลแต่ละชุด ได้แสดงไว้ในตารางที่ 5.1

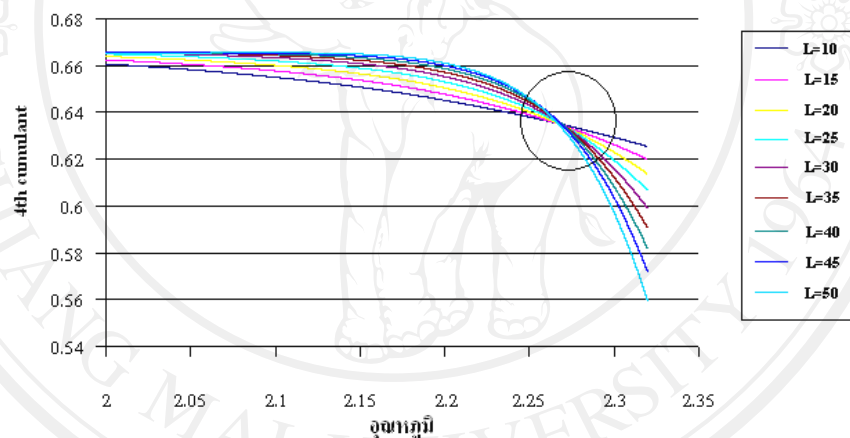
ตารางที่ 5.1 การกำหนดขนาดอินพุตเพื่อใช้ทำนายเอาต์พุตจากแบบจำลองโครงข่ายฯ ต่างๆ

ข้อมูลชุด ที่	อินพุต						รวมรูปแบบ ทั้งหมด
	ขนาดระบบ			อุณหภูมิ			
	ช่วง (range)	ค่าเพิ่ม (step sizes)	จำนวน ชุด	ช่วง (range)	ค่าเพิ่ม (step sizes)	จำนวน ข้อมูล	
1	10-50	5	9	2-2.5	0.00001	50001	450009
2	10-50	5	9	2-2.5	0.00001	50001	450009
3	10-50	5	9	2-2.5	0.00001	50001	450009
4	10-50	5	9	20-25	0.0001	50001	450009
5	1-5	0.5	9	2-2.5	0.00001	50001	450009
6	100-500	50	9	20-25	0.0001	50001	450009
7	100-500	50	9	200-250	0.001	50001	450009
8	10000-50000	5000	9	2000-2500	0.01	50001	450009
9	1000-5000	500	9	2000-2500	0.01	50001	450009

หลังจากที่ได้ค่าเอาต์พุตจากข้อมูลแต่ละชุดแล้วก็จะคำนวณกลับให้อยู่ในขนาดเดียวกับข้อมูลเริ่มต้น ดังรายละเอียดจากบทที่ 4 ตารางที่ 4.4 และค่าเอาต์พุตของข้อมูลชุดที่ 6 มีอยู่ในภาคผนวก ก ซึ่งในที่นี้ได้นำเสนอในช่วงที่เป็นไปได้ คือ 2.26-2.28 J/k_B ส่วนเอาต์พุตของข้อมูลชุดอื่นๆ ได้เขียนไว้ในแผ่น CD เนื่องจากมีข้อมูลจำนวนมากจึงไม่สามารถนำเสนอในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ได้ทั้งหมด

5.2 การหาค่าอุณหภูมิที่จุดตัดของคิวมูแลนต์อันดับที่ 4

เนื่องจาก ณ อุณหภูมิคูรี ค่าคิวมูแลนต์อันดับที่ 4 ของระบบทุกขนาดจะมีค่าเท่ากัน ดังนั้นจึงต้องทำการหาจุดตัดของค่าคิวมูแลนต์ดังกล่าวโดยนำค่าเอาต์พุตหรือค่าคิวมูแลนต์อันดับที่ 4 ของข้อมูลแต่ละชุดซึ่งจะได้จากการทำนายของแบบจำลองโครงข่ายประสาทเทียมจากขั้นตอนที่ 5.1 มาสร้างกราฟแล้วคำนวณหาค่าอุณหภูมิ ณ จุดตัดระหว่างขนาดระบบแต่ละขนาดกับขนาดระบบอื่นๆ ดังจะเห็นได้จากกราฟในรูปที่ 5.1



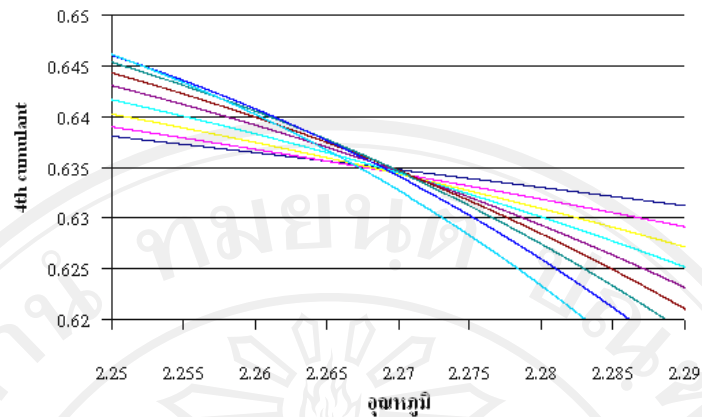
รูปที่ 5.1 กราฟระหว่างคิวมูแลนต์อันดับที่ 4 ของระบบขนาดต่างๆและค่าอุณหภูมิ

อย่างไรก็ตามถ้าขยายรูปจุดตัดดังกล่าว จะเห็นว่าค่าคิวมูแลนต์ของขนาดระบบต่างๆไม่ตัดกันทีเดียว (รูปที่ 5.2) ดังนั้นจึงต้องแยกพิจารณาจุดตัดทีละคู่ (รูปที่ 5.3) เช่น ถ้าพิจารณาเส้นกราฟของขนาดระบบที่ $L=10$ และ $L=15$ สำหรับทุกๆค่าของอุณหภูมิจะมีขนาดความแตกต่างของคิวมูแลนต์อันดับที่ 4 ดังในสมการที่ (5.1)

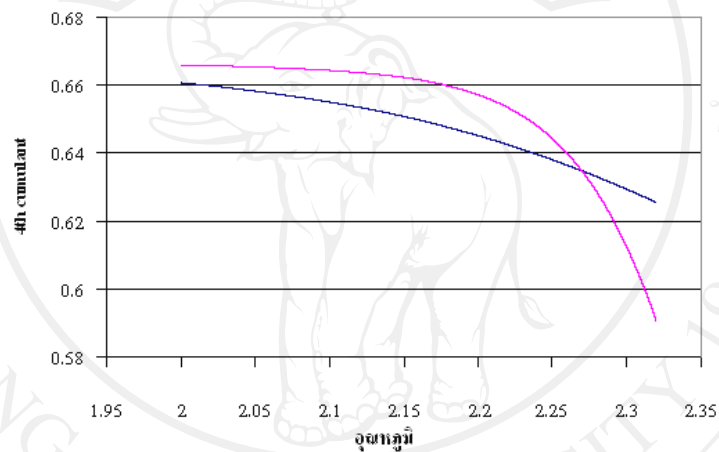
$$|cumulant_{L=10} - cumulant_{L=15}| = X \quad (5.1)$$

ดังนั้นค่าจุดตัดของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นคือค่าในสมการที่ (5.2)

$$X = \text{minimum value} \quad (5.2)$$



รูปที่ 5.2 ภาพขยายของจุดตัดระหว่างระบบขนาดต่างๆ



รูปที่ 5.3 กราฟจุดตัดของระบบ 2 ขนาด

เนื่องจากการวิเคราะห์หาจุดตัดของข้อมูลเอาต์พุตจากแบบจำลองโครงข่ายประสาทเทียม มีทั้งหมด 9 ชุด ซึ่งจะมีข้อมูลเป็นจำนวนมาก ดังนั้นจะนำเสนอในที่นี้เพียง 1 ชุด ซึ่งเป็นเอาต์พุตจากข้อมูลชุดที่ 6 ส่วนข้อมูลชุดอื่นๆ ผลการวิเคราะห์ค่าจุดตัดทั้งหมดมีอยู่ในภาคผนวก และในการหาค่าจุดตัดจากกราฟจะหาตั้งแต่ที่ระบบขนาดเท่ากับ 10 ถึง 25 จุดแสดงทิกซ์เท่านั้น เนื่องจากการคำนวณหาค่าอุนทุมิกูรีจะใช้จำนวนจุดตัดตั้งแต่ห้าจุดขึ้นไป เพราะมีความเหมาะสมในการสร้างความสัมพันธ์เชิงเส้นและในตารางที่ 5.2 - ตารางที่ 5.5 ได้แสดงค่าอุนทุมิกูรีจุดตัดระหว่างค่าคิวมแลนต์อันดับที่ 4 ที่ระบบขนาดเท่ากับ 10 ถึง 25 จุดแสดงทิกซ์ ตัดกับระบบขนาดอื่นๆ

ตารางที่ 5.2 ค่าอุณหภูมิจุดตัดของคิวมูแลนที่อันดับที่ 4 ที่ระบบขนาดเท่ากับ 10 ตัดกับระบบขนาดอื่นๆ จากข้อมูลเอาที่พุดชุดที่ 6

U_L Temp	L=10	L=15	L=20	L=25	L=30	L=35	L=40	L=45	L=50	ค่าแตกต่าง
2.26475	0.635735	0.6357352								2E-07
2.26662	0.6354133		0.6354136							3E-07
2.26786	0.6351989			0.6351986						3E-07
2.26863	0.6350653				0.6350661					8E-07
2.26911	0.6349819					0.6349801				1.8E-06
2.26933	0.6349435						0.6349439			4E-07
2.26912	0.6349801							0.6349779		2.2E-06
2.26792	0.6351885								0.6351904	1.9E-06

จากตารางที่ 5.2 อธิบายได้ว่า ที่ขนาดระบบ L=10 ตัดกับที่ขนาดระบบ L=15 ที่ค่าคิวมูแลนที่อันดับที่ 4 คือ 0.635735 และ 0.6357352 ณ ค่าอุณหภูมิ เท่ากับ 2.26475 โดยมีค่าแตกต่างของคิวมูแลนที่อันดับที่ 4 เท่ากับ 2E-07 เป็นต้น ดังนั้นจะได้ค่าอุณหภูมิจุดตัดระหว่าง L=10 ตัดกับขนาดระบบตั้งแต่ L=15-L=50 คือ 2.26475 2.26662 2.26786 2.26863 2.26911 2.26933 2.26912 และ 2.26792 ตามลำดับ

ตารางที่ 5.3 ค่าอุณหภูมิจุดตัดของคิวมูแลนที่อันดับที่ 4 ที่ระบบขนาดเท่ากับ 15 ตัดกับระบบขนาดอื่นๆ จากข้อมูลเอาต์พุตชุดที่ 6

U_L Temp	L=15	L=20	L=25	L=30	L=35	L=40	L=45	L=50	ค่าแตกต่าง
2.2684	0.6348418	0.6348418							0
2.26932	0.634613		0.6346132						2E-07
2.26985	0.6344806			0.63448					6E-07
2.27013	0.6344105				0.6344098				7E-07
2.27019	0.6343954					0.6343946			8E-07
2.26979	0.6344956						0.6344944		1.2E-06
2.26833	0.6348592							0.6348602	1E-06

จากตารางที่ 5.3 จะได้ค่าอุณหภูมิจุดตัดระหว่าง L=15 ตัดกับขนาดระบบตั้งแต่ L=20-L=50 คือ 2.2684 2.26932 2.26985 2.27013 2.27019 2.26979 และ 2.26833 ตามลำดับ

ตารางที่ 5.4 ค่าอุณหภูมิจุดตัดของควมูแลนที่อันดับที่ 4 ที่ระบบขนาดเท่ากับ 20 ตัดกับระบบขนาด
อื่นๆ จากข้อมูลเอาท์พุตชุดที่ 6

U_L Temp	L=20	L=25	L=30	L=35	L=40	L=45	L=50	ค่า แตกต่าง
2.27022	0.6342466	0.6342468						2E-07
2.27056	0.6341343		0.6341339					4E-07
2.27069	0.6340913			0.6340922				9E-07
2.27063	0.6341111				0.6341099			1.2E-06
2.27006	0.6342994					0.6342975		1.9E-06
2.26832	0.6348677						0.6348682	5E-07

จากตารางที่ 5.4 จะได้ค่าอุณหภูมิจุดตัดระหว่าง L=20 ตัดกับขนาดระบบตั้งแต่
L=25-L=50 คือ 2.27022 2.27056 2.27069 2.27063 2.27006 และ 2.26832 ตามลำดับ

ตารางที่ 5.5 ค่าอุณหภูมิจุดตัดของควมูแลนที่อันดับที่ 4 ที่ระบบขนาดเท่ากับ 25 ตัดกับระบบขนาด
อื่นๆ จากข้อมูลเอาท์พุตชุดที่ 6

U_L Temp	L=25	L=30	L=35	L=40	L=45	L=50	ค่า แตกต่าง
2.27089	0.6339714	0.6339717					3E-07
2.27093	0.633955		0.6339553				3E-07
2.27076	0.634025			0.6340253			3E-07
2.27001	0.6343327				0.6343341		1.4E-06
2.26796	0.635159					0.6351583	7E-07

จากตารางที่ 5.5 จะได้ค่าอุณหภูมิจุดตัดระหว่าง L=25 ตัดกับขนาดระบบตั้งแต่
L=30-L=50 คือ 2.27089 2.27093 2.27076 2.27001 และ 2.26796 ตามลำดับ

จากค่าอุณหภูมิจุดตัดของควมูแลนที่วิเคราะห์ได้ ซึ่งเป็นค่าของระบบขนาดเล็กที่จำกัด
ดังนั้นต่อไปนี้จะศึกษาค่าของระบบขนาดใหญ่ในระดับการใช้งานจริง ซึ่งจะต้องศึกษา
ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรอิสระ ในที่นี้คือ ค่าอุณหภูมิคูรี (T_c) และขนาดของ
ระบบเมื่อเข้าสู่สื่อนันต์ ตามลำดับ

5.3 การคำนวณค่าอนุหภูมิคุรี

จากการวิเคราะห์ในข้อ 5.2 จะได้ค่าอนุหภูมิที่จุดตัดของคิวมูลแลนท์อันดับที่ 4 จึงนำค่าอนุหภูมิดังกล่าวมาสรุปลงในตารางที่ 5.6 ซึ่งในที่นี้ได้นำเสนอเฉพาะเอาต์พุตจากข้อมูลชุดที่ 6 และในส่วนค่าอนุหภูมิจุดตัดของข้อมูลชุดอื่นๆ มีอยู่ในภาคผนวก จ

ตารางที่ 5.6 ค่าอนุหภูมิที่เกิดจุดตัดระหว่างระบบขนาดต่างๆของเอาต์พุตจากข้อมูลชุดที่ 6

ขนาดระบบ	L=15	L=20	L=25	L=30	L=35	L=40	L=45	L=50
L=10	2.26475	2.26662	2.26786	2.26863	2.26911	2.26933	2.26912	2.26792
L=15		2.2684	2.26932	2.26985	2.27013	2.27019	2.26979	2.26833
L=20			2.27022	2.27056	2.27069	2.27063	2.27006	2.26832
L=25				2.27089	2.27093	2.27076	2.27001	2.26796

จากระบบที่ขนาดต่างๆพบว่าค่าคิวมูลแลนท์ไม่ตัดที่เดียวกัน ดังนั้นเพื่อที่จะหาอนุหภูมิจุดตัดของคิวมูลแลนท์ที่เป็นตัวแทนของอนุหภูมิคุรี(ซึ่งนิยามจากอนุหภูมิวิกฤตของระบบแม่เหล็กที่มีจำนวนอะตอมมากๆ)จะใช้เทคนิคการประมาณค่านอกช่วง ซึ่งในที่นี้จะเริ่มพิจารณาจากการวิเคราะห์ขนาดระบบ

5.3.1 ขนาดระบบ

ในการวิเคราะห์ขนาดระบบเพื่อใช้ระบบที่มีขนาดเล็กไปอธิบายระบบที่มีขนาดใหญ่ เช่น $L \times L = 10 \times 10$ จุดแลตทิซ อ้างถึงระบบใหญ่ที่มีจำนวนอะตอมมหาศาลนั้นโดยเริ่มจากฟังก์ชันล็อก (ฐานธรรมชาติ)ของอัตราส่วนระหว่างสองขนาดระบบที่แตกต่างกันดังเช่น $\ln(L/L')$ โดยที่ค่าของ L จะมากกว่า L' เช่น $L=15$, $L'=10$ จะเห็นว่าเมื่อระบบ L มีขนาดเพิ่มขึ้นค่าของ $\ln(L/L')$ จะมีค่ามากขึ้น ดังในตารางที่ 5.7 ขณะที่ค่าส่วนกลับของฟังก์ชันล็อกดังกล่าว จะลดลงและเข้าสู่ศูนย์ $\ln^{-1}(L/L') \rightarrow 0$ ซึ่งจะเห็นได้ในตารางที่ 5.8 ดังนั้น ในที่นี้ค่า $\ln^{-1}(L/L') = 0$ จึงหมายถึงระบบที่ขนาดใหญ่มากหรือระบบอนันต์

ตารางที่ 5.7 แสดงค่า $\ln(L/L')$ เมื่อ $L > L'$

$L \backslash L'$	15	20	25	30	35	40	45	50
10	0.40547	0.69315	0.91629	1.09861	1.25276	1.38629	1.50408	1.60944
15		0.28768	0.51083	0.69315	0.84730	0.98083	1.09861	1.20397
20			0.22314	0.40547	0.55962	0.69315	0.81093	0.91629
25				0.18232	0.33647	0.47000	0.58779	0.69315

ตารางที่ 5.8 แสดงค่า $\ln^{-1}(L/L')$ เมื่อ $L > L'$

$L \backslash L'$	15	20	25	30	35	40	45	50
10	2.46630	1.44270	1.09136	0.91024	0.79824	0.72135	0.66486	0.62133
15		3.47606	1.95762	1.44270	1.18022	1.01955	0.91024	0.83058
20			4.48142	2.46630	1.78694	1.44270	1.23315	1.09136
25				5.48481	2.97201	2.12764	1.70130	1.44270

5.3.2 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงเส้น

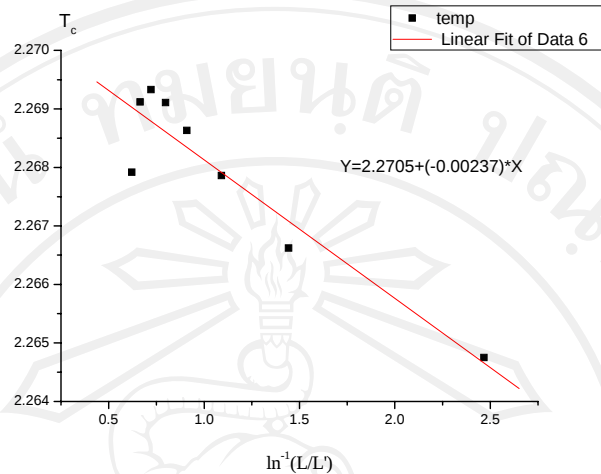
เมื่อได้วิเคราะห์ขนาดของระบบแล้ว ต่อไปจะนำค่าของอุณหภูมิจุดตัดในตารางที่ 5.6 มาทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างขนาดระบบและอุณหภูมิเพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิคูรีที่ระบบอนันต์ โดยการสร้างฟังก์ชันความสัมพันธ์ของข้อมูลด้วยวิธีการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นตรงดังในสมการที่ (5.3) ซึ่งจะสร้างกราฟพล็อตระหว่างค่าอุณหภูมิเทียบกับค่าขนาดระบบหรือ $\ln^{-1}(L/L')$ รูปที่ 5.4 และประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงเส้น

$$Y = A + BX \quad (5.3)$$

จากสมการจะแทน Y ด้วยค่าอุณหภูมิคูรี (T_c) ในขณะที่พารามิเตอร์ A คือ ค่าจุดตัดแกน Y ส่วนพารามิเตอร์ B คือ ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย และ X คือ ระบบที่ขนาดอนันต์ หรือ $\ln^{-1}(L/L') = 0$ จากนั้นแทนค่า X ลงในสมการจะได้สมการที่ (5.4)

$$Y = A + B \left(\ln^{-1} \left(\frac{L}{L'} \right) \right) \quad (5.4)$$

ดังนั้นจะได้ว่าค่าจุดตัดของสมการ หรือค่าอุณหภูมิจะเท่ากับค่า A



รูปที่ 5.4 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงเส้นของข้อมูลชุดที่ 6 ที่ $L=10$ จุดแลตทิซ

สำหรับการวิเคราะห์ค่าอุณหภูมิจะนำข้อมูลจากตารางที่ 5.9 ทั้ง 9 ชุด มาวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแต่ละ L โดยโปรแกรม Origin และเริ่มจากที่ขนาดระบบ $L=10$ ถึง $L=25$ จุดแลตทิซ เนื่องจากให้จำนวนข้อมูลที่เหมาะสมต่อการสร้างความสัมพันธ์ของสมการเชิงเส้น ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว เช่น จากการหาค่าจุดตัดระหว่างขนาดระบบต่างๆ โดยที่ $L > L'$ ถ้า $L=10$, L' จึงมีค่าได้ตั้งแต่ 15 20 25 30 35 40 45 50 จุดแลตทิซ ซึ่งจะมีจำนวนข้อมูลทั้งหมด 8 จุด ส่วนที่ขนาดระบบอื่นๆก็อธิบายได้ในลักษณะเดียวกัน ดังนั้นถ้า $L=15$ จุดแลตทิซ จะมีจำนวนข้อมูล 7 จุด ที่ $L=20$ จุดแลตทิซ จะมีจำนวนข้อมูล 6 จุด และที่ $L=25$ จุดแลตทิซ จะมีจำนวนข้อมูล 5 จุด ซึ่งผลการวิเคราะห์ทั้งหมดรวมอยู่ในภาคผนวก จ และในที่นี้ได้นำเสนอเฉพาะผลการวิเคราะห์ข้อมูลชุดที่ 6 ที่ขนาดระบบเท่ากับ 10 จุดแลตทิซ ดังในตารางที่ 5.10

ตารางที่ 5.9 ค่าส่วนกลับของฟังก์ชันล็อก(ฐานธรรมชาติ)ของอัตราส่วนระหว่างสองขนาดระบบ
และอุณหภูมิจุดตัดของข้อมูลเอาต์พุตจากแบบจำลองโครงข่ายฯ 9 ชุด

ข้อมูลชุดที่ ขนาดระบบ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\ln^{-1}(15/10)=2.46630$	2.26789	2.26211	2.2684	2.25999	2.26588	2.26475	2.26492	2.27318	2.26825
$\ln^{-1}(20/10)=1.44270$	2.270995	2.26408	2.26892	2.26201	2.26701	2.26662	2.26725	2.26871	2.26814
$\ln^{-1}(25/10)=1.09136$	2.27188	2.26565	2.26935	2.26492	2.26864	2.26786	2.26869	2.2686	2.267475
$\ln^{-1}(30/10)=0.91024$	2.27099	2.26687	2.2696	2.26756	2.26996	2.26863	2.26949	2.26965	2.2668
$\ln^{-1}(35/10)=0.79824$	2.26911	2.26777	2.26953	2.26927	2.27049	2.26911	2.26984	2.27029	2.2663
$\ln^{-1}(40/10)=0.72135$	2.2674	2.26829	2.26902	2.26978	2.27002	2.26933	2.26972	2.27002	2.26596
$\ln^{-1}(45/10)=0.66486$	2.2671	2.26817	2.26793	2.26899	2.26848	2.26912	2.26888	2.2688	2.26571
$\ln^{-1}(50/10)=0.62133$	2.26838	2.26695	2.2661	2.2669	2.2659	2.26792	2.2668	2.26676	2.2655
$\ln^{-1}(20/15)=3.47606$	2.274075	2.26592	2.26941	2.26384	2.26807	2.2684	2.26936	2.26427	2.26803
$\ln^{-1}(25/15)=1.95762$	2.27389	2.26727	2.2698	2.2671	2.26991	2.26932	2.27034	2.2663	2.26708
$\ln^{-1}(30/15)=1.44270$	2.27207	2.26831	2.26997	2.26974	2.2712	2.26985	2.27082	2.26845	2.2663
$\ln^{-1}(35/15)=1.18022$	2.26944	2.26905	2.26979	2.27126	2.27155	2.27013	2.2709	2.26956	2.26579
$\ln^{-1}(40/15)=1.01955$	2.26729	2.26939	2.26913	2.27145	2.27079	2.27019	2.27056	2.26937	2.26548
$\ln^{-1}(45/15)=0.91024$	2.26696	2.26906	2.26785	2.27029	2.2689	2.26979	2.26947	2.26804	2.26526
$\ln^{-1}(50/15)=0.83058$	2.26845	2.26755	2.26577	2.26777	2.2659	2.26833	2.26705	2.26576	2.26507
$\ln^{-1}(25/20)=4.48142$	2.2737	2.26858	2.27018	2.27019	2.2717	2.27022	2.27128	2.26838	2.26611
$\ln^{-1}(30/20)=2.46630$	2.27099	2.26946	2.27024	2.27251	2.27272	2.27056	2.2715	2.27062	2.26542
$\ln^{-1}(35/20)=1.78694$	2.26769	2.27004	2.26991	2.27356	2.272685	2.27069	2.27139	2.27138	2.26503
$\ln^{-1}(40/20)=1.44270$	2.265315	2.27021	2.26907	2.27323	2.27147	2.27063	2.27085	2.2707	2.26483
$\ln^{-1}(45/20)=1.23315$	2.26535	2.26965	2.26753	2.27151	2.26907	2.27006	2.26949	2.26884	2.26468

ตารางที่ 5.9 ค่าส่วนกลับของฟังก์ชันล็อก(ฐานธรรมชาติ)ของอัตราส่วนระหว่างสองขนาดระบบ และอุณหภูมิจุดตัดของข้อมูลเอาที่พุดจากแบบจำลองโครงข่ายฯ 9 ชุด(ต่อ)

ข้อมูลชุดที่ ขนาดระบบ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\ln^{-1}(50/20)=1.09136$	2.26749	2.2678	2.26513	2.26841	2.2655	2.26832	2.26666	2.26604	2.26454
$\ln^{-1}(30/25)=5.48481$	2.26803	2.27032	2.27029	2.27476	2.27374	2.27089	2.27172	2.27286	2.26472
$\ln^{-1}(35/25)=2.97201$	2.26423	2.27076	2.26978	2.2752	2.27318	2.27093	2.27145	2.27289	2.26449
$\ln^{-1}(40/25)=2.12764$	2.262015	2.27074	2.26868	2.27422	2.27139	2.27076	2.2707	2.27149	2.26439
$\ln^{-1}(45/25)=1.70130$	2.263015	2.2699	2.26683	2.27184	2.26835	2.27001	2.26902	2.26896	2.2643
$\ln^{-1}(50/25)=1.44270$	2.26628	2.26765	2.264	2.26805	2.26405	2.26796	2.26567	2.26553	2.2642
$\ln^{-1}(35/30)=6.48716$	2.259955	2.27119	2.26925	2.27564	2.27261	2.27097	2.27117	2.27291	2.26425
$\ln^{-1}(40/30)=3.47606$	2.258625	2.27095	2.26784	2.27395	2.27015	2.2707	2.27016	2.27079	2.26422
$\ln^{-1}(45/30)=2.46630$	2.26129	2.26977	2.26557	2.27083	2.26634	2.26973	2.26804	2.26759	2.26415
$\ln^{-1}(50/30)=1.95762$	2.265905	2.26702	2.26217	2.26624	2.26108	2.26727	2.26401	2.26347	2.26406

ตารางที่ 5.10 ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงเส้นของข้อมูลชุดที่ 6 L=10

[18/6/2007 21:51 "/L=10" (2454269)]

Linear Regression for Data6_temp:

$$Y = A + B * X$$

Parameter	Value	Error	t-Value	Prob> t
A	2.2705	4.47884E-4	5069.38817	<0.0001
B	-0.00237	3.63144E-4	-6.51895	6.21479E-4

R	R-Square(COD)	Adj. R-Square	Root-MSE(SD)	N
-0.9361	0.87628	0.85566	5.93642E-4	8

ANOVA Table:

Item	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean Square	F Statistic	Prob>F
Model	1	1.49763E-5	1.49763E-5	42.49664	6.21479E-4
Error	6	2.11447E-6	3.52411E-7		
Total	7	1.70908E-5			

จากผลการวิเคราะห์ในตารางที่ 5.10 จะได้ค่าพารามิเตอร์ A เท่ากับ 2.2705 พารามิเตอร์ B เท่ากับ -0.00237 และสมการเชิงเส้นตรงเป็นดังในสมการที่ (5.5)

$$Y = 2.2705 + (-0.00237) * X \quad (5.5)$$

จากสมการอธิบายได้ว่า ขนาดของระบบ (X หรือ $\ln^{-1}(L/L')$) มีความสัมพันธ์เชิงลบกับค่าอุณหภูมิคูรี (Y) กล่าวคือ ถ้าขนาดของระบบเพิ่มขึ้น 1 หน่วย ค่าอุณหภูมิคูรีจะลดลง 0.00237 หน่วย จากการตรวจสอบสมมติฐานของค่าพารามิเตอร์ A และ B ซึ่งมีค่าวิกฤต ($\text{Prob}>|t|$) น้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่ 0.05 จึงปฏิเสธสมมติฐานหลัก(จากทฤษฎีบทที่ 2 ข้อ 2.6.3) คือ ถ้าขนาดของระบบมีค่าเท่ากับ 0 แล้วค่าอุณหภูมิคูรีหรือค่าจุดตัดแกน Y จะไม่เท่ากับ 0 ส่วนพารามิเตอร์ B หรือค่าความชัน ซึ่งแสดงถึงว่า ขนาดของระบบและอุณหภูมิคูรีมีความสัมพันธ์กัน

และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจเท่ากับ 0.87628 หมายถึง ขนาดของระบบสามารถอธิบายความผันแปรของค่าอุณหภูมิคูรีได้ 87.6% ที่เหลืออีก 13.4% เกิดจากอิทธิพลอื่นและจากตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน ซึ่งมีค่าวิกฤตของแบบจำลองน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ 0.05 จึงปฏิเสธสมมติฐานหลัก(ทฤษฎีบทที่ 2 ข้อ 2.6.3.2) นั่นคือ ขนาดของระบบมีความสัมพันธ์กับค่าอุณหภูมิคูรี ซึ่งค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลชุดอื่นๆได้รวบรวมไว้ในตารางที่ 5.11

ตารางที่ 5.11 ค่าอุณหภูมิคูรีและค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงเส้น

ข้อมูลชุดที่	ขนาดระบบ พารามิเตอร์	L=10	L=15	L=20	L=25
1	ค่าอุณหภูมิคูรี	2.2690	2.2660	2.2630	2.2620
	R^2	0.0036	0.6784	0.8440	0.4208
	P value	0.8873	0.0228	0.0097	0.2363
	error	0.0020	0.0010	0.0010	0.0020
2	ค่าอุณหภูมิคูรี	2.2699	2.2698	2.2696	2.2689
	R^2	0.8948	0.6968	0.0469	0.1971
	P value	0.0003	0.0194	0.6801	0.4539
	error	0.0006	0.0006	0.0008	0.0013
3	ค่าอุณหภูมิคูรี	2.2680	2.2680	2.2670	2.2650
	R^2	0.0188	0.1885	0.3974	0.5729
	P value	0.7460	0.3304	0.1797	0.1385
	error	0.0010	0.0010	0.0010	0.0020

ตารางที่ 5.11 ค่าอนุหภูมิคูรีและค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงเส้น(ต่อ)

ข้อมูลชุดที่	ขนาดระบบพารามิเตอร์	L=10	L=15	L=20	L=25
4	ค่าอนุหภูมิคูรี	2.2720	2.2730	2.2720	2.2700
	R^2	0.8139	0.7084	0.0127	0.3971
	P value	0.0021	0.0175	0.8315	0.2545
	error	0.0010	0.0010	0.0020	0.0030
5	ค่าอนุหภูมิคูรี	2.2700	2.2700	2.2680	2.2650
	R^2	0.2902	0.0121	0.2352	0.5581
	P value	0.1683	0.8145	0.3296	0.1467
	error	0.0010	0.0020	0.0020	0.0030
6	ค่าอนุหภูมิคูรี	2.2705	2.2701	2.2696	2.2689
	R^2	0.8763	0.2472	0.0939	0.3428
	P value	0.0006	0.2562	0.5547	0.2996
	error	0.0004	0.0006	0.0008	0.0011
7	ค่าอนุหภูมิคูรี	2.2705	2.2696	2.2685	2.2668
	R^2	0.5600	0.0072	0.2881	0.4769
	P value	0.0260	0.8566	0.2722	0.1967
	error	0.0009	0.0011	0.0015	0.0020
8	ค่าอนุหภูมิคูรี	2.2670	2.2700	2.2690	2.2670
	R^2	0.5485	0.4725	0.0011	0.4984
	P value	0.0355	0.0879	0.9512	0.1827
	error	0.0010	0.0010	0.0020	0.0020
9	ค่าอนุหภูมิคูรี	2.2651	2.2644	2.2642	2.2641
	R^2	0.8550	0.9299	0.9732	0.9454
	P value	0.0068	0.0004	0.0002	0.0055
	error	0.0005	0.0002	0.0001	0.0001

จากตารางที่ 5.11 ถ้าพิจารณาจากค่าวิกฤตจะเห็นว่าจากระบบทั้ง 4 ขนาดของข้อมูลแต่ละชุดจะมีทั้งข้อมูลที่มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นและไม่มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นต่อกัน ซึ่งข้อมูลที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกันคือ ข้อมูลชุดที่ 1 ที่ L=15 และ L=20 จุดแลตทิซ, ข้อมูลชุดที่ 2 ที่ L=10 และ L=15 จุดแลตทิซ, ข้อมูลชุดที่ 6, 7 และ 8 ที่ L=10 จุดแลตทิซ ส่วนข้อมูลชุดที่ 9 ระบบ

ทั้ง 4 ขนาดมีความสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกัน นอกนั้นที่ระบบขนาดอื่นๆ ขนาดของระบบและค่าอุณหภูมิจุดตัดไม่ได้มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นต่อกัน หรือมีแนวโน้มที่จะเป็นเส้นโค้ง เนื่องจากที่แต่ละขนาดระบบจะมีจำนวนข้อมูลที่ลดลงจาก $L=10$ ถึง $L=25$ จุดแลตทิซ ดังที่กล่าวมาในตอนต้น ทำให้การวิเคราะห์อาจจะมีการคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น แต่ในงานวิจัยนี้จะใช้รูปแบบเชิงเส้นตรงในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลเนื่องจากมีข้อดีกว่าดังจะได้นำกล่าวต่อไป ซึ่งกรณีนี้จะต้องมีการพิจารณาค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ประกอบด้วย และในส่วนของการผิดพลาดจากตารางซึ่งในที่นี้จะพิจารณาถึงตำแหน่งของเลขนัยสำคัญที่เกิดค่าผิดพลาดนั้น จะเห็นว่าค่าผิดพลาดของข้อมูลชุดอื่นๆ จะเริ่มจากเลขนัยสำคัญตำแหน่งที่สามและสี่ แต่ข้อมูลชุดที่ 9 นั้นมีค่าผิดพลาดน้อยที่สุดโดยเริ่มจากเลขนัยสำคัญตำแหน่งที่สี่ แต่ค่าอุณหภูมิคูรีที่ได้จากขนาดระบบทั้ง 4 ขนาดค่อนข้างต่ำเมื่อเทียบกับข้อมูลชุดอื่น ซึ่งมีค่าอุณหภูมิคูรีของขนาดระบบทั้งหมดใกล้เคียงกัน ดังนั้นในขั้นตอนต่อไปจะนำค่าอุณหภูมิคูรี ที่ได้จากแต่ละขนาดระบบของข้อมูลแต่ละแบบจำลองมาทำการวิเคราะห์ดังนี้

5.3.3 ค่าเฉลี่ยจุดตัด

จากตารางที่ 5.11 การวิเคราะห์ค่าอุณหภูมิคูรีที่ขนาดระบบ ได้แก่ $L=10$ $L=15$ $L=20$ และ $L=25$ จุดแลตทิซ จะเห็นว่าค่าอุณหภูมิคูรีที่วิเคราะห์ได้จะมี 4 ค่า ทั้งนี้เพื่อให้ค่าอุณหภูมิคูรีแม่นยำขึ้นจึงได้นำมาหาค่าเฉลี่ยของขนาดระบบ 3 ขนาดซึ่งจะได้ค่าอุณหภูมิคูรีเฉลี่ยจากแต่ละแบบจำลอง 4 ค่า อันจะนำไปสู่การเปรียบเทียบและตรวจสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองโครงข่ายประสาทเทียมที่ได้ ทั้งหมดซึ่งค่าเฉลี่ยดังกล่าว ได้แสดงไว้ในตารางที่ 5.12

และค่าผิดพลาดของข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กันโดยที่ค่าผิดพลาดของข้อมูลตัวหนึ่งจะมีผลต่อค่าผิดพลาดของข้อมูลตัวอื่นสามารถคำนวณได้ดังนี้

ถ้า f เป็นฟังก์ชันของ x หรือ $f(x_1, x_2, x_3)$ โดยที่ค่าผิดพลาดของ x แต่ละค่าจะเท่ากับ $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ดังนั้นค่าผิดพลาดของฟังก์ชันจะเท่ากับ σ_f ถ้าหาค่าอนุพันธ์ของค่าแต่ละค่าแล้วยกกำลังสองจะได้สมการที่ (5.6) และค่าผิดพลาดของฟังก์ชันโดยรวมจะเท่ากับค่ารากที่สองของค่า σ_f^2 ดังสมการที่ (5.7)

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3} \right)^2 \sigma_{x_3}^2 \quad (5.6)$$

$$= \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \sigma_{x_3}^2$$

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \sigma_{x_3}^2} \quad (5.7)$$

5.4 การทดสอบค่าสถิติ

เมื่อได้ค่าเฉลี่ยอุณหภูมิคูรีของระบบ 3 ขนาด จากข้อมูลทั้ง 9 ชุด ซึ่งข้อมูลแต่ละชุดสามารถมีค่าเฉลี่ยอุณหภูมิคูรีได้ 4 ค่า ดังนั้นการวิเคราะห์ในขั้นตอนนี้ จะนำค่าเฉลี่ยดังกล่าวมาทำการเปรียบเทียบกับค่ามาตรฐาน 2.2692 J/k_B เพื่อตรวจสอบค่าเฉลี่ยและแบบจำลองที่ดีที่สุด ซึ่งจะใช้สถิติทดสอบ t ดังที่ได้อธิบายไว้ในทฤษฎีบทที่ 2 ข้อ 2.6.6 จากนั้นทำการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งหมดโดยโปรแกรม Minitab ซึ่งผลการวิเคราะห์มีอยู่ในภาคผนวก ข และเพื่อให้สะดวกต่อการพิจารณา จึงได้นำผลการวิเคราะห์ทั้งหมดมาสรุปลงในตารางที่ 5.12 ซึ่งได้แก่ ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิคูรี ค่าวิกฤตและค่ารากที่สองของผลรวมค่าผิดพลาดกำลังสอง สามารถคำนวณได้จากฟังก์ชันในสมการที่ (5.7)

ตารางที่ 5.12 ผลการวิเคราะห์สถิติ t ของค่าเฉลี่ยอุณหภูมิคูรีที่ได้จากขนาดระบบ 4 ชุด

ข้อมูลชุดที่	ขนาดระบบ พารามิเตอร์	ระบบ 3 ขนาด			
		L=10 L=15 L=20	L=15 L=20 L=25	L=10 L=15 L=25	L=10 L=20 L=25
1	ค่าอุณหภูมิคูรีเฉลี่ย	2.2660	2.2640	2.2660	2.2650
	P value	0.2060	0.0440	0.2240	0.1740
	Sqrt of SS error	0.0020	0.0010	0.0030	0.0030
2	ค่าอุณหภูมิคูรีเฉลี่ย	2.2698	2.2694	2.2695	2.2695
	P value	0.0230	0.4830	0.4050	0.4630
	Sqrt of SS error	0.0012	0.0016	0.0016	0.0016
3	ค่าอุณหภูมิคูรีเฉลี่ย	2.2680	2.2670	2.2670	2.2670
	P value	0.0440	0.1030	0.1590	0.1030
	Sqrt of SS error	0.0020	0.0020	0.0020	0.0020
4	ค่าอุณหภูมิคูรีเฉลี่ย	2.2720	2.2720	2.2720	2.2710
	P value	0.0110	0.1080	0.1080	0.0850
	Sqrt of SS error	0.0020	0.0040	0.0030	0.0040
5	ค่าอุณหภูมิคูรีเฉลี่ย	2.2690	2.2680	2.2680	2.2680
	P value	0.8600	0.4020	0.6550	0.4020
	Sqrt of SS error	0.0030	0.0040	0.0040	0.0040
6	ค่าอุณหภูมิคูรีเฉลี่ย	2.2701	2.2695	2.2698	2.2697
	P value	0.0800	0.4390	0.3180	0.4200
	Sqrt of SS error	0.0011	0.0015	0.0013	0.0014

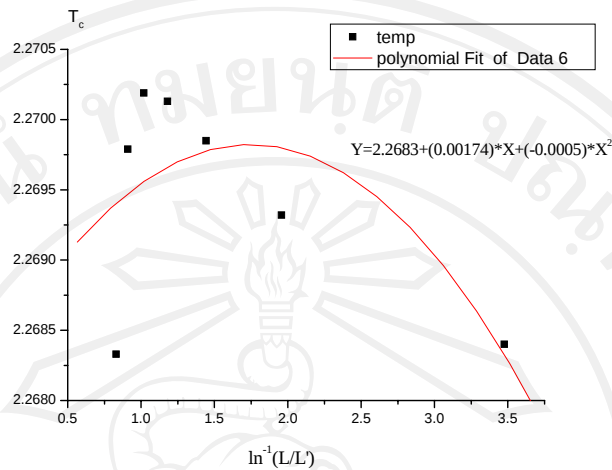
ตารางที่ 5.12 ผลการวิเคราะห์สถิติ t ของค่าเฉลี่ยอุณหภูมิที่ได้จากขนาดระบบ 4 ชุด (ต่อ)

ข้อมูลชุดที่	ขนาดระบบ พารามิเตอร์	ระบบ 3 ขนาด			
		L=10 L=15 L=20	L=15 L=20 L=25	L=10 L=15 L=25	L=10 L=20 L=25
7	ค่าอุณหภูมิเฉลี่ย	2.2695	2.2683	2.2690	2.2686
	P value	0.6230	0.3840	0.8530	0.9250
	Sqrt of SS error	0.0021	0.0027	0.0025	0.0027
8	ค่าอุณหภูมิเฉลี่ย	2.2690	2.2670	2.2680	2.2680
	P value	0.6070	0.6070	0.3530	0.1480
	Sqrt of SS error	0.0020	0.0030	0.0020	0.0030
9	ค่าอุณหภูมิเฉลี่ย	2.2646	2.2642	2.2645	2.2645
	P value	0.0030	0.0000	0.0040	0.0040
	Sqrt of SS error	0.0005	0.0002	0.0005	0.0005

จากตารางที่ 5.12 เมื่อพิจารณาค่าวิกฤต จะได้ว่าค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิจากข้อมูลชุดที่ 5, 6, 7 และ 8 ที่ขนาดระบบทั้งสี่ชุดไม่แตกต่างจากค่าอุณหภูมิมาตรฐาน 2.2692 J/k_B อย่างมีนัยสำคัญในทางสถิติ และชุดข้อมูลที่ให้ค่าเฉลี่ยเข้าใกล้ค่าอุณหภูมิมาตรฐานโดยมีความแม่นยำถึงทศนิยมอันดับที่ 3 คือ ค่าเฉลี่ยจากข้อมูลชุดที่ 5 คือ $2.2690 \pm 0.0030 \text{ J/k}_B$ ข้อมูลชุดที่ 6 คือ 2.2695 ± 0.0015 , 2.2698 ± 0.0013 , $2.2697 \pm 0.0014 \text{ J/k}_B$ ตามลำดับ ส่วนข้อมูลชุดที่ 7 คือ 2.2695 ± 0.0021 , $2.2690 \pm 0.0025 \text{ J/k}_B$ ข้อมูลชุดที่ 8 คือ $2.2690 \pm 0.0020 \text{ J/k}_B$ แต่เมื่อพิจารณาค่ารากที่สองของผลรวมค่าผิดพลาดกำลังสองแล้ว จะเห็นว่าค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดที่ 6 มีค่าผิดพลาดต่ำกว่าข้อมูลชุดอื่น ดังนั้นค่าเฉลี่ยที่เป็นตัวแทนของอุณหภูมิที่ดีที่สุดจึงเป็น ค่าเฉลี่ยจากแบบจำลองที่ 6 ที่ขนาดระบบ $L=15 \text{ } L=20 \text{ } L=25$ จุดแลตทิซ เพราะมีค่าเฉลี่ยที่ใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานมากที่สุด ซึ่งมีค่าเท่ากับ $2.2695 \pm 0.0015 \text{ J/k}_B$ และแบบจำลองโครงข่ายประสาทเทียมของข้อมูลชุดที่ 6 เป็นแบบจำลองที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด ดังกล่าว

เนื่องจากข้อมูลจากแบบจำลองโครงข่ายชุดที่ 6 เป็นแบบจำลองที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด และจากตารางที่ 5.11 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ขนาดระบบ $L=15 \text{ } L=20$ และ $L=25$ จุดแลตทิซ ไม่ได้เป็นแบบเชิงเส้น ดังนั้นผู้วิเคราะห์จึงได้ทดลองวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลระหว่างขนาดระบบและอุณหภูมิในรูปแบบของสมการพหุนามอันดับ 2 รูปที่ 5.5 เพื่อตรวจสอบ

ความเหมาะสมของแบบจำลองในลักษณะที่เป็นเส้นโค้งโดยผลการวิเคราะห์ของระบบทั้ง 4 ขนาด มีอยู่ในภาคผนวก จ และในที่นี้ได้แสดงค่าพารามิเตอร์ ดังในตารางที่ 5.13



รูปที่ 5.5 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ในรูปแบบของสมการพหุนามของข้อมูลชุดที่ 6 ที่ L=15 จุดแลตทิซ

ตารางที่ 5.13 ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ในรูปแบบสมการพหุนามเปรียบเทียบกับแบบเชิงเส้น

ข้อมูลชุดที่	สมการพหุนาม				
6	ขนาดระบบ พารามิเตอร์	L=10	L=15	L=20	L=25
	ค่าอุณหภูมิคูรี	2.2710	2.2680	2.2670	2.2640
	B1	-0.0025	0.0017	0.0031	0.0040
	B2	-0.0001	-0.0005	-0.0005	0.0005
	R ²	0.8764	0.4226	0.5013	0.7526
	P value	0.0054	0.3334	0.3522	0.2474
	error	0.0020	0.0020	0.0020	0.0030
	สมการเชิงเส้น				
	ค่าอุณหภูมิคูรี	2.2705	2.2701	2.2696	2.2689
	R ²	0.8763	0.2472	0.0939	0.3428
	P value	0.0006	0.2563	0.5548	0.2996
	error	0.0004	0.0006	0.0008	0.0011

จากตารางที่ 5.13 จะเห็นว่าที่ L=10 จุดแลตทิซ จะมีค่าอุณหภูมิคูรีใกล้เคียงกันมากทั้ง 2 วิธี ส่วนที่ขนาดระบบอื่นๆค่าจะใกล้เคียงกัน แต่ถ้าเปรียบเทียบระหว่างค่าผิดพลาดที่วิเคราะห์ได้จาก

สมการพหุนามอันดับสอง จะเห็นว่ามีค่าสูงกว่าการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นทุกขนาดระบบ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าวิธีการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นเป็นวิธีที่เหมาะสมกว่าสำหรับการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลในงานวิจัยนี้เพราะเป็นวิธีที่ง่ายและมีความแม่นยำสูง ดังกล่าว

5.5 การตรวจสอบแบบจำลองการถดถอย

จากผลการทดลองในข้อ 5.4 ซึ่งสรุปได้ว่าข้อมูลเอาต์พุตจากแบบจำลองที่ 5, 6, 7 และ 8 มีค่าเฉลี่ยจุดตัดของขนาดระบบทั้งสิ้นชุด ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญในทางสถิติ แต่จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงเส้นในตารางที่ 5.11 เมื่อพิจารณาค่าวิกฤต ของข้อมูลที่ระบบแต่ละขนาดดังกล่าว จะเห็นว่า มีทั้งกรณีที่ค่าวิกฤต น้อยกว่าระดับนัยสำคัญซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก และกรณีที่ค่าวิกฤตมากกว่าระดับนัยสำคัญซึ่งจะยอมรับสมมติฐานหลัก ในกรณีที่มีการยอมรับสมมติฐานหลักหรือข้อมูลจากแบบจำลองไม่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นต่อกัน แต่เนื่องจากการวิเคราะห์ค่าอนุหภูมิสุริของข้อมูลที่จำลองสถานการณ์มาจากวิธีการมอนติคาร์โลจะใช้การวิเคราะห์ความสัมพันธ์แบบเชิงเส้น ในกรณีนี้จึงต้องใช้วิธีการวิเคราะห์ความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นเช่นกัน ดังนั้นจะต้องมีการตรวจสอบความเหมาะสมของแบบจำลองว่าเป็นไปตามข้อสมมติของลักษณะเชิงเส้นหรือไม่ การที่แบบจำลองการถดถอยมีลักษณะต่างๆ ที่ไม่เป็นไปตามข้อสมมติจะส่งผลให้การนำสมการถดถอยไปใช้ในการพยากรณ์ลดความแม่นยำลงได้ ดังนั้นในส่วนนี้จะวิเคราะห์และตรวจสอบแบบจำลองดังได้กล่าวในทฤษฎีบทที่ 2 ข้อ 2.6.5 ซึ่งคุณสมบัติที่ตรวจสอบ ได้แก่

1. ตรวจสอบคุณสมบัติของค่าเรซิดวล
2. ตรวจสอบการแจกแจงของค่าเรซิดวลมาตรฐาน
3. ตรวจสอบค่าเรซิดวลโดยพล็อตระหว่างค่าเรซิดวลเทียบกับค่า $\ln^{-1}(L/L')$ หรือขนาดของระบบ
4. ตรวจสอบค่าเรซิดวลโดยพล็อตระหว่างค่าเรซิดวลเทียบกับค่า y หรือค่าอนุหภูมิจากสมการพยากรณ์

5.5.1 ตรวจสอบคุณสมบัติของค่าเรซิดวล

การตรวจสอบคุณสมบัติของค่าเรซิดวลซึ่งในที่นี้ได้นำเสนอเฉพาะการวิเคราะห์ข้อมูลชุดที่ 6 ด้วยโปรแกรม Minitab ส่วนข้อมูลชุดอื่นที่มีค่าอนุหภูมิสุริเฉลี่ยไม่แตกต่างกันในทางสถิติได้แก่ข้อมูลชุดที่ 5, 6, 7 และ 8 ก็จะได้ผลการวิเคราะห์ที่มีลักษณะเช่นเดียวกันนี้

และจากผลการวิเคราะห์ข้อมูลในตารางที่ 5.14 ถ้านำค่าเรซิดวลของแต่ละขนาดระบบ L มาตรวจสอบคุณสมบัติพบว่าทุกขนาดของ L มีค่าเฉลี่ยประมาณเท่ากับ 0 และจากการตรวจสอบค่า

ความแปรปรวนพบว่า ถ้านำค่าผลรวมกำลังสองของค่าเรซิดวลมาหารด้วยดีกรีของความเป็นอิสระ จะได้เท่ากับค่าเฉลี่ยกำลังสองของค่าความคลาดเคลื่อน ดังผลการวิเคราะห์ในตารางที่ 5.15

ตารางที่ 5.14 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยโปรแกรม Minitab

ข้อมูลชุดที่ 6 ขนาด L=10

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	0.000014976	0.000014976	42.50	0.001
Residual Error	6	0.000002114	0.000000352		
Total	7	0.000017091			

Obs	ln-1(x)	Tc	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
1	2.47	2.26475	2.26466	0.00054	0.00009	0.38 X
2	1.44	2.26662	2.26708	0.00025	-0.00046	-0.85
3	1.09	2.26786	2.26791	0.00021	-0.00005	-0.10
4	0.91	2.26863	2.26834	0.00022	0.00029	0.52
5	0.80	2.26911	2.26861	0.00024	0.00050	0.92
6	0.72	2.26933	2.26879	0.00025	0.00054	1.00
7	0.66	2.26912	2.26892	0.00026	0.00020	0.37
8	0.62	2.26792	2.26903	0.00027	-0.00111	-2.09R

ข้อมูลชุดที่ 6 ขนาด L=15

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	9.03877E-07	9.03877E-07	1.64	0.256
Residual Error	5	2.75272E-06	5.50545E-07		
Total	6	3.65660E-06			

Obs	ln-1(x)	Tc	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
1	3.48	2.26840	2.26863	0.00069	-0.00023	-0.81
2	1.96	2.26932	2.26926	0.00031	0.00006	0.09
3	1.44	2.26985	2.26947	0.00028	0.00038	0.55
4	1.18	2.27013	2.26958	0.00030	0.00055	0.81
5	1.02	2.27019	2.26965	0.00033	0.00054	0.81
6	0.91	2.26979	2.26969	0.00035	0.00010	0.15
7	0.83	2.26833	2.26973	0.00036	-0.00140	-2.16R

ข้อมูลชุดที่ 6 ขนาด L=20

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	3.77658E-07	3.77658E-07	0.41	0.555
Residual Error	4	3.64494E-06	9.11236E-07		
Total	5	4.02260E-06			

Obs	ln-1(x)	Tc	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
1	4.48	2.27022	2.27060	0.00089	-0.00038	-1.12
2	2.47	2.27056	2.27016	0.00041	0.00040	0.46
3	1.79	2.27069	2.27002	0.00040	0.00067	0.78
4	1.44	2.27063	2.26994	0.00045	0.00069	0.82
5	1.23	2.27006	2.26990	0.00048	0.00016	0.20
6	1.09	2.26832	2.26987	0.00051	-0.00155	-1.92

ข้อมูลชุดที่ 6 ขนาด L=25

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	0.000002172	0.000002172	1.56	0.300
Residual Error	3	0.000004164	0.000001388		
Total	4	0.000006336			

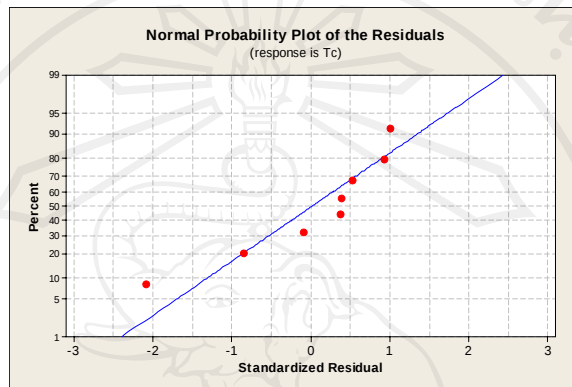
Obs	ln-1(x)	Tc	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
1	5.48	2.27089	2.27134	0.00112	-0.00045	-1.21
2	2.97	2.27093	2.27021	0.00053	0.00072	0.68
3	2.13	2.27076	2.26983	0.00057	0.00093	0.90
4	1.70	2.27001	2.26964	0.00065	0.00037	0.38
5	1.44	2.26796	2.26952	0.00071	-0.00156	-1.66

ตารางที่ 5.15 การวิเคราะห์ค่าเรซิดวลของข้อมูลชุดที่ 6

เรซิดวล	L= 10	L= 15	L= 20	L= 25
$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i}{n} = 0$	=4.05E-04	=4.64E-04	= 6.41E-04	= 8.07E-04
$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2} = \frac{SSE}{n-2} = MSE$	$= \frac{2.11E-06}{6}$ = 3.52E-07 = MSE	$= \frac{2.75E-06}{5}$ = 5.51E-07 = MSE	$= \frac{3.65E-06}{4}$ = 9.12E-07 = MSE	$= \frac{4.16E-06}{3}$ = 1.40E-06 = MSE

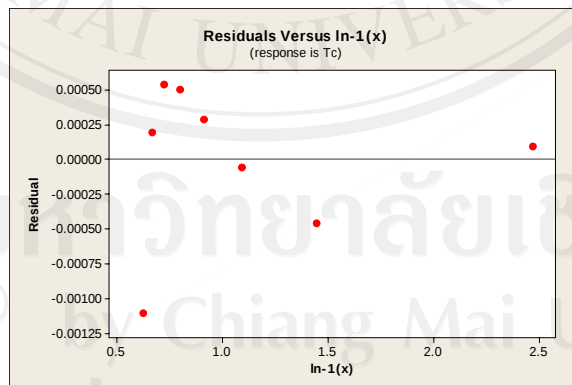
5.5.2 การตรวจสอบการแจกแจงและอื่นๆ

ในส่วนของการตรวจสอบการแจกแจงของค่าเรซิดวลมาตรฐาน โดยจะสร้างกราฟ Normal plot ของค่าเรซิดวลมาตรฐานเพื่อตรวจสอบว่าข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติหรือใกล้เคียงหรือไม่ ดังรูป 5.6 ซึ่งเป็นกราฟการวิเคราะห์ข้อมูลชุดที่ 6 ขนาด $L=10$ จุดแสดงทีละจุด จะเห็นว่าจุดที่พล็อตจะอยู่ใกล้กับเส้น Normal ซึ่งแสดงถึงข้อมูลมีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงแบบปกติ

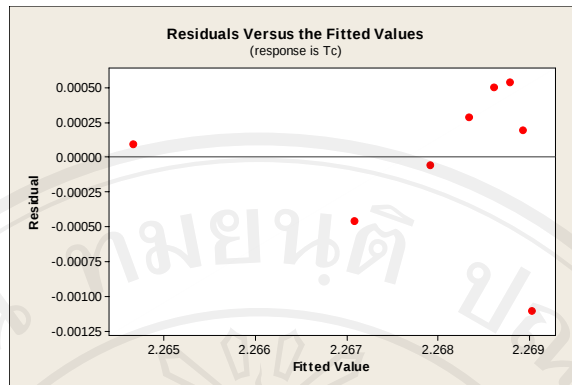


รูปที่ 5.6 กราฟ Normal plot ของค่าเรซิดวลมาตรฐาน

ส่วนในรูป 5.7 เป็นการตรวจสอบค่าเรซิดวลโดยพล็อตระหว่างค่าเรซิดวลเทียบกับค่าขนาดระบบและสุดท้าย รูป 5.8 ซึ่งตรวจสอบค่าเรซิดวลโดยพล็อตระหว่างค่าเรซิดวลเทียบกับค่าอุณหภูมิ จากสมการพยากรณ์เพื่อดูรูปแบบของจุดที่พล็อตเช่นกัน



รูปที่ 5.7 กราฟพล็อตค่าเรซิดวลเทียบกับขนาดระบบ



รูปที่ 5.8 กราฟพล็อตค่าเรซิดวลเทียบกับอนุหภูมิ

จากกราฟรูป 5.7 และรูป 5.8 จะเห็นว่าค่าเรซิดวลที่พล็อตเทียบกับขนาดระบบหรืออนุหภูมิ จากสมการไม่ได้มีรูปแบบหรือความสัมพันธ์ใดๆที่ชัดเจน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองแต่ละชุด อยู่บนกฎเกณฑ์และข้อสมมติพื้นฐานของการวิเคราะห์เชิงสถิติ ดังนั้นค่าอนุหภูมิที่คำนวณได้ จึงมีความน่าเชื่อถือและยอมรับได้ดังกล่าว ส่วนกราฟการวิเคราะห์ของขนาดระบบอื่นๆ สามารถดูเพิ่มเติมได้ที่ภาคผนวก ข