

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการหาความถี่ธรรมชาติของใบเลื่อยวงเดือนโดยวิธีประมาณค่าของเรย์เลย์-ริทซ์ และทดลองหารูปร่างโหมดที่แท้จริงของใบเลื่อยวงเดือน และแผ่นบางรูปวงแหวน โดยขั้นตอนการวิจัยแสดงดังรูป 3.1 การวิจัยนี้จะหาความถี่ธรรมชาติของใบเลื่อยวงเดือน โดยการทดลองและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ นำมาเปรียบเทียบกับ แต่ในส่วนของการสมการที่จะใช้กับใบเลื่อยวงเดือนนั้น จะใช้สมการที่ได้จากแผ่นบางรูปวงแหวนแทน โดยขั้นตอนการหาสมการจากวิธีเรย์เลย์-ริทซ์ของแผ่นบางรูปวงแหวนจะทำการทดลองแผ่นบางรูปวงแหวนเทียบกับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และวิธีเรย์เลย์-ริทซ์ แล้วจึงนำสมการที่ได้ใช้กับใบเลื่อยวงเดือน โดยเปลี่ยนค่าคุณสมบัติของวัสดุ ดังนั้นจึงได้แบ่งขั้นตอนการวิจัยออกเป็น 3 ส่วน คือ 1.การหาความถี่ธรรมชาติเชิงทฤษฎี 2.ทดลองหาพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริงจากการทดลอง และ 3.การวิเคราะห์หารูปร่างโหมด และหาความถี่ธรรมชาติด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์



รูป 3.1 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

3.1 การวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติเชิงทฤษฎี

ในงานวิจัยนี้ได้ใช้วิธีหาความถี่ธรรมชาติโดยวิธีเรย์เล่-ริทซ์ เริ่มจากกำหนดสมการรูปร่างโหมดซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบในเทอมของ r และ θ สำหรับงานวิจัยนี้ได้นำกฎของนิวตันมาใช้ในการหารูปร่างโหมด 1 ถึงโหมด 6 เนื่องจากเป็นวิธีการหาค่าของสมการได้ใกล้เคียงกับคำตอบแม่นยำตรงสูงสุด ดังนั้นสามารถเขียนฟังก์ชันเพื่อแทนรูปร่างโหมดของการแอ่นของแผ่นบางได้ ดังสมการ (3.1)

$$W(r, \theta) = c_1 W_1(r, \theta) + c_2 W_2(r, \theta) + c_3 W_3(r, \theta) + c_4 W_4(r, \theta) + c_5 W_5(r, \theta) + c_6 W_6(r, \theta) \quad (3.1)$$

และสมการ (3.1) สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$W(r, \theta) = \sum_{n=1}^6 c_n W_n(r, \theta) \quad (3.2)$$

และ W_n เป็นสมการรูปร่างโหมดที่ n ดังสมการ (3.3) ซึ่งเป็นสมการที่ได้จากการแก้สมการอนุพันธ์จากกฎของนิวตันอยู่ในรูปของฟังก์ชันเบสเซล (Bessel Function) ประกอบด้วยฟังก์ชันเบสเซลตัวแรก (Bessel function of first kind) $J_n(\Omega r)$, ฟังก์ชันแก้ไขเบสเซลตัวแรก (Modified Bessel function of first kind) $I_n(\Omega r)$, ฟังก์ชันเบสเซลตัวที่สอง (Bessel function of second kind) $Y_n(\Omega r)$ และฟังก์ชันแก้ไขเบสเซลตัวที่สอง (Modified Bessel function of second kind) $K_n(\Omega r)$ ซึ่งได้แสดงการหาสมการในภาคผนวก ค

$$W_n(r, \theta) = [J_n(\Omega r) + \mu I_n(\Omega r) + \xi Y_n(\Omega r) + \zeta K_n(\Omega r)] \cos(n\theta) \quad (3.3)$$

จากสมการ (3.3) เพื่อต้องการหารูปร่างโหมดที่ 1 ถึง 6 จึงแก้สมการเพื่อหาค่าของตัวแปรต่าง ๆ โดยเข้ากันได้กับเงื่อนไขขอบ และเมื่อกำหนดเงื่อนไขขอบกรณีที่ขอบในรัศมีขนาด $r=b$ เป็นแบบยึดแน่นและขอบนอกรัศมีขนาด $r=a$ เป็นแบบปล่อยอิสระ

เงื่อนไขขอบในที่ $r=b$ เป็นขอบแบบยึดแน่น มีเงื่อนไขดังนี้

ระยะแอ่นเท่ากับศูนย์

$$W = 0 \quad (3.4)$$

และความชันเท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial W}{\partial r} = 0 \quad (3.5)$$

เงื่อนไขขอบนอกที่ $r=a$ เป็นขอบแบบปล่อยอิสระ มีเงื่อนไขดังนี้
แรงเฉือนเท่ากับศูนย์

$$V_{eff} = [V_r - \frac{1}{r} M_{r,\theta}] = 0 \quad (3.6)$$

$$[\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 W) + (1-\nu) \frac{1}{r} (\frac{1}{r} W_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} W_{,\theta\theta})] = 0 \quad (3.7)$$

และโมเมนต์เท่ากับศูนย์

$$[W_{,rr} + \nu (\frac{1}{r} W_{,r} + \frac{1}{r^2} W_{,\theta\theta})] = 0 \quad (3.8)$$

จากนั้นแทนค่า W_n ลงในเงื่อนไขขอบ ซึ่งจะติดตัวแปร n ไว้โดยยังไม่แทนค่าจำนวนเต็มลงไป
เนื่องจากจะมีความสะดวกในการคำนวณหาค่าในแต่ละโหมดมากกว่าการแทนค่า n ตั้งแต่เริ่มต้น

สำหรับเงื่อนไขขอบในที่ $r=b$

ระยะแอนมีค่าเท่ากับศูนย์ แทน W_n จากสมการ (3.3) ลงในสมการ (3.4) ได้

$$[J_n(\Omega r) + \mu I_n(\Omega r) + \xi Y_n(\Omega r) + \zeta K_n(\Omega r)]_{r=b} = 0 \quad (3.9)$$

และความชันมีค่าเท่ากับศูนย์ แทน W_n ลงในสมการ (3.5) ได้

$$\left[\frac{\partial J_n(\Omega r)}{\partial r} + \mu \frac{\partial I_n(\Omega r)}{\partial r} + \xi \frac{\partial Y_n(\Omega r)}{\partial r} + \zeta \frac{\partial K_n(\Omega r)}{\partial r} \right]_{r=b} = 0 \quad (3.10)$$

สำหรับเงื่อนไขขอบที่ $r=a$

แรงเฉือนมีค่าเท่ากับศูนย์ และแทน w_n ลงในสมการ (3.7) ได้

$$\left[\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 J_n(\Omega r)) + (1-\nu) \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} J_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} J_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right) \right) \\ & + \mu \left(\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 I_n(\Omega r)) + (1-\nu) \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} I_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} I_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right) \right) \\ & + \xi \left(\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 Y_n(\Omega r)) + (1-\nu) \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} Y_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} Y_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right) \right) \\ & + \zeta \left(\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 K_n(\Omega r)) + (1-\nu) \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} K_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} K_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right) \right) \end{aligned} \right]_{r=a} = 0 \quad (3.11)$$

โมเมนต์มีค่าเท่ากับศูนย์ และแทน w_n ลงในสมการ (3.8) ได้

$$\left[\begin{aligned} & (J_n(\Omega r)_{,rr} + \nu \left(\frac{1}{r} J_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} J_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right)) \\ & + \mu (I_n(\Omega r)_{,rr} + \nu \left(\frac{1}{r} I_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} I_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right)) \\ & + \xi (Y_n(\Omega r)_{,rr} + \nu \left(\frac{1}{r} Y_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} Y_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right)) \\ & + \zeta (K_n(\Omega r)_{,rr} + \nu \left(\frac{1}{r} K_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} K_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right)) \end{aligned} \right]_{r=a} = 0 \quad (3.12)$$

และจากผลการคำนวณในสมการ (3.9), (3.10), (3.11), (3.12) สามารถจัดรูปสมการใหม่
ในรูปเมทริกซ์ และแยกตัวแปร μ, ξ, ζ ออกจากสมการได้ดังสมการ (3.13)

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & F_{24} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & F_{34} \\ F_{41} & F_{42} & F_{43} & F_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \mu \\ \xi \\ \zeta \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.13)$$

โดยที่

$$F_{11} = [J_n(\Omega r)]_{r=b}$$

$$F_{12} = [I_n(\Omega r)]_{r=b}$$

$$F_{13} = [Y_n(\Omega r)]_{r=b}$$

$$F_{14} = [K_n(\Omega r)]_{r=b}$$

(3.13 ก)

$$\begin{aligned}
F_{21} &= \left[\frac{\partial J_n(\Omega r)}{\partial r} \right]_{r=b} \\
F_{22} &= \left[\frac{\partial I_n(\Omega r)}{\partial r} \right]_{r=b} \\
F_{23} &= \left[\frac{\partial Y_n(\Omega r)}{\partial r} \right]_{r=b} \\
F_{24} &= \left[\frac{\partial K_n(\Omega r)}{\partial r} \right]_{r=b}
\end{aligned} \tag{3.13 ข}$$

$$\begin{aligned}
F_{31} &= \left[\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 J_n(\Omega r)) + (1-\nu) \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} J_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} J_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right) \right]_{r=a} \\
F_{32} &= \left[\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 I_n(\Omega r)) + (1-\nu) \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} I_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} I_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right) \right]_{r=a} \\
F_{33} &= \left[\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 Y_n(\Omega r)) + (1-\nu) \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} Y_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} Y_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right) \right]_{r=a} \\
F_{34} &= \left[\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 K_n(\Omega r)) + (1-\nu) \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} K_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} K_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right) \right]_{r=a}
\end{aligned} \tag{3.13 ค}$$

$$\begin{aligned}
F_{41} &= [J_n(\Omega r)_{,rr} + \nu \left(\frac{1}{r} J_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} J_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right)]_{r=a} \\
F_{42} &= [I_n(\Omega r)_{,rr} + \nu \left(\frac{1}{r} I_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} I_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right)]_{r=a} \\
F_{43} &= [Y_n(\Omega r)_{,rr} + \nu \left(\frac{1}{r} Y_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} Y_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right)]_{r=a} \\
F_{44} &= [K_n(\Omega r)_{,rr} + \nu \left(\frac{1}{r} K_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} K_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right)]_{r=a}
\end{aligned} \tag{3.13 ง}$$

เนื่องจาก μ , ξ , ζ มีค่าเป็นศูนย์พร้อมกันไม่ได้เพื่อให้ผลเฉลยของสมการมีความน่าสนใจ
แล้ว ดังนั้นในเทอมแรกของสมการ (3.13) จึงมีค่าเป็นศูนย์และสามารถสร้างสมการความถี่
(Frequency equation) ได้โดยเขียนดีเทอมิแนนต์ของเมทริกซ์จากสมการที่ (3.13) ได้ดังนี้

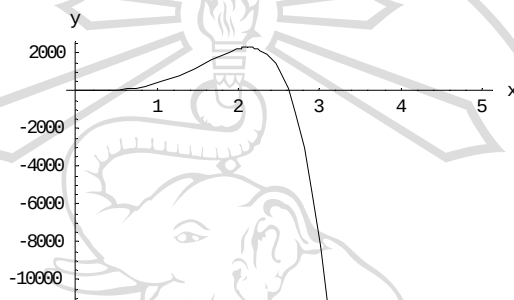
$$\text{Det} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & F_{24} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & F_{34} \\ F_{41} & F_{42} & F_{43} & F_{44} \end{bmatrix} = 0 \tag{3.14}$$

โดยที่ตัวแปร F_{11} - F_{44} มีค่าดังสมการ (3.13 ก-ง)

จากนั้นแทนค่าต่าง ๆ ของแผ่นบางรูปวงแหวนที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางขอบใน 92 มิลลิเมตร และเส้นผ่านศูนย์กลางขอบนอก 292 มิลลิเมตร โดย $b/a = 0.315$ และ $\nu = 0.3$

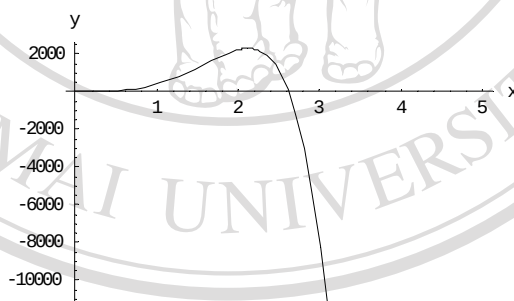
เมื่อพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่างผลของสมการ (3.14) เป็นแกนนตั้งและ Ωa เป็นแกนนอน เพื่อหาค่า Ωa ที่จะทำให้สมการเป็นจริง ซึ่งตัวแปร Ωa นี้คือตัวแปร Ωr ที่ถูกแทนเงื่อนไขขอบ $r=a$ และ $r=b$ โดยที่ b เป็นสัดส่วนกับ a ดังนั้นตัวแปร r จึงเป็นตัวแปร a ทั้งหมด

กรณี โหมด 1(0,0) ให้ $n=0$



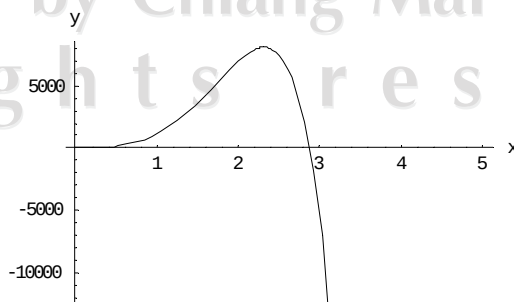
รูป 3.2 กราฟตัดแกน x ที่ 2.63578

กรณี โหมด 2(1,0) ให้ $n=1$



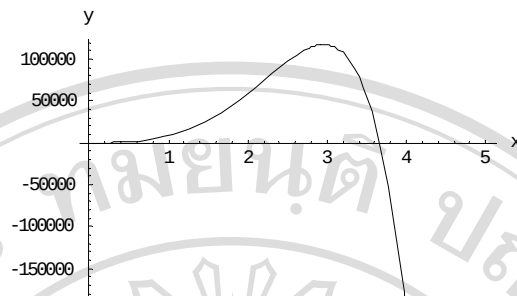
รูป 3.3 กราฟตัดแกน x ที่ 2.62157

กรณี โหมด 3(2,0) ให้ $n=2$



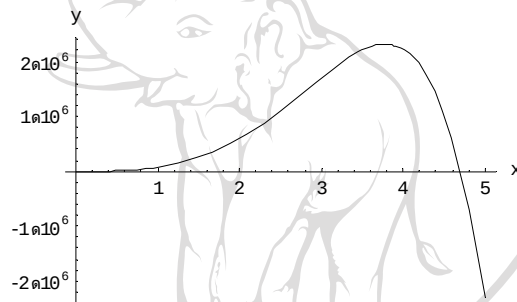
รูป 3.4 กราฟตัดแกน x ที่ 2.87385

กรณี โหมด 4(3,0) ให้ $n=3$



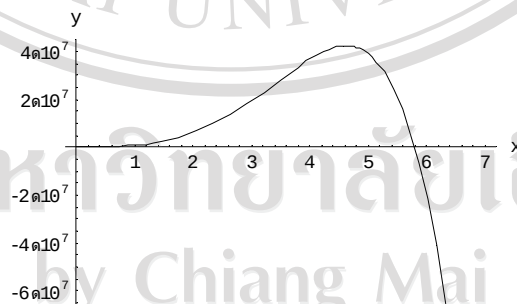
รูป 3.5 กราฟตัดแกน x ที่ 3.66718

กรณี โหมด 5(4,0) ให้ $n=4$



รูป 3.6 กราฟตัดแกน x ที่ 4.70617

กรณี โหมด 6(5,0) ให้ $n=5$



รูป 3.7 กราฟตัดแกน x ที่ 5.79521

เมื่อนำค่า Ωa จากตำแหน่งกราฟที่ตัดแกน x ที่ $y=0$ จากรูป 3.2 ถึงรูป 3.7 แทนลงในสมการที่ (3.3) โดยให้ $n=0-5$ และแก้สมการหาค่า μ, ξ, ζ จากการนำสมการ (3.3) แทนค่า Ωa ที่ได้ลงในเงื่อนไขขอบ ซึ่งจะได้สมการรูปร่างโหมดดังนี้

$$W_1 = [J_0(\frac{2.636r}{a}) - 0.1442I_0(\frac{2.636r}{a}) - 0.6485Y_0(\frac{2.636r}{a}) - 1.300K_0(\frac{2.636r}{a})] \quad (3.15 ก)$$

$$W_2 = [J_1(\frac{2.621r}{a}) + 0.3354I_1(\frac{2.621r}{a}) + 2.291Y_1(\frac{2.621r}{a}) + 2.006K_1(\frac{2.621r}{a})]\cos\theta \quad (3.15 ข)$$

$$W_3 = [J_2(\frac{2.874r}{a}) + 0.1374I_2(\frac{2.874r}{a}) + 0.3356Y_2(\frac{2.874r}{a}) + 0.2614K_2(\frac{2.874r}{a})]\cos 2\theta \quad (3.15 ค)$$

$$W_4 = [J_3(\frac{3.667r}{a}) + 0.0807I_3(\frac{3.667r}{a}) + 0.0732Y_3(\frac{3.667r}{a}) + 0.0581K_3(\frac{3.667r}{a})]\cos 3\theta \quad (3.15 ง)$$

$$W_5 = [J_4(\frac{4.706r}{a}) + 0.0415I_4(\frac{4.706r}{a}) + 0.0167Y_4(\frac{4.706r}{a}) + 0.0140K_4(\frac{4.706r}{a})]\cos 4\theta \quad (3.15 จ)$$

$$W_6 = [J_5(\frac{5.705r}{a}) + 0.0209I_5(\frac{5.795r}{a}) + 0.0038Y_5(\frac{5.795r}{a}) + 0.0033K_5(\frac{5.795r}{a})]\cos 5\theta \quad (3.15 ฉ)$$

เมื่อได้สมการรูปร่างโหมด 6 โหมดแรกแล้ว จากนั้นจะคำนวณหาสมการเพื่อหาความถี่ธรรมชาติ โดยวิธีเรย์เล่-ริทซ์ จากสมการ (2.30) สามารถจัดรูปได้

$$\left(k_{ij} - \omega^2 \frac{\rho h}{D} m_{ij} \right) c_i = 0$$

และสามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \\
 & -\omega^2 \frac{\rho h}{D} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} & m_{46} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} & m_{56} \\ m_{61} & m_{62} & m_{63} & m_{64} & m_{65} & m_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

และหาค่า k_{ij} และ m_{ij} โดยแทนค่า W_1-W_6 จากสมการ (3.15 ก-ง) ลงในสมการ (2.28) และ (2.29) ได้

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 51.21 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 94.70 & 1269 \times 10^{-15} & -4.650 \times 10^{-16} & -8.444 \times 10^{-16} & 1.012 \times 10^{-15} \\ & 16.25 & -4.525 \times 10^{-15} & -7.2515 \times 10^{-16} & -1.346 \times 10^{-16} \\ & & 26.62 & -1.518 \times 10^{-15} & -2.206 \times 10^{-15} \\ & \text{sym.} & & 53.81 & -3.560 \times 10^{-15} \\ & & & & 97.09 \end{bmatrix} \\
 & -\omega^2 \frac{a^4 \rho h}{D} \begin{bmatrix} 1.061 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 2.005 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0.2382 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0.1472 & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & 0.1097 & 0 \\ & & & & & 0.0861 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.17)
 \end{aligned}$$

เมื่อ $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$ มีค่าไม่เป็นศูนย์แล้ว ดังนั้นในเทอมแรกของสมการจึงมีค่าเป็นศูนย์ ทำการกระจายดีเทอร์มิแนนต์กลุ่มแรกแล้วแก้หารากของสมการ พิจารณาค่าเฉพาะ (Eigenvalue) ที่เป็นบวกจะได้

$$\omega_1 = \omega_{0,0} = \frac{6.947}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.18 ก)$$

$$\omega_2 = \omega_{1,0} = \frac{6.873}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.18 \text{ ข})$$

$$\omega_3 = \omega_{2,0} = \frac{8.260}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.18 \text{ ค})$$

$$\omega_4 = \omega_{3,0} = \frac{13.45}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.18 \text{ ง})$$

$$\omega_5 = \omega_{4,0} = \frac{22.14}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.18 \text{ จ})$$

$$\omega_6 = \omega_{5,0} = \frac{33.58}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.18 \text{ ฉ})$$

จากผลการคำนวณที่ได้ สมการความถี่ธรรมชาติในสมการ (3.18 ข) มีค่าน้อยกว่าสมการ (3.18 ค) ดังนั้นจึงเรียงลำดับสมการความถี่ธรรมชาติใหม่จากน้อยไปหามากได้ดังนี้

$$\omega_1 = \omega_{1,0} = \frac{6.873}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.19 \text{ ก})$$

$$\omega_2 = \omega_{0,0} = \frac{6.947}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.19 \text{ ข})$$

$$\omega_3 = \omega_{2,0} = \frac{8.260}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.19 \text{ ค})$$

$$\omega_4 = \omega_{3,0} = \frac{13.45}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.19 \text{ ง})$$

$$\omega_5 = \omega_{4,0} = \frac{22.14}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.19 \text{ จ})$$

$$\omega_6 = \omega_{5,0} = \frac{33.58}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.19 \text{ จ})$$

ในงานวิจัยนี้ได้ครอบคลุมถึงกรณีที่เงื่อนไขขอบที่ขอบในไม่เกินไปในลักษณะที่ชัดเจนแบบสมบูรณ์ แต่ได้กำหนดรูปร่างโหมดที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบที่เกิดขึ้นจริงมากยิ่งขึ้นคือ เงื่อนไขขอบแบบยืดหยุ่น (Elastically clamp boundary) โดยที่ขอบสามารถเกิดความชันได้เล็กน้อย และได้กำหนดให้ $\beta=0.19$ ซึ่งเป็นสัดส่วนระหว่างความชัน และ โมเมนต์ โดยค่าที่กำหนดนี้ได้มาจากการเปรียบเทียบกับผลการทดลองแผ่นบางรูปวงแหวน และ ในการหาสมการเพื่อหาความถี่ธรรมชาติมีขั้นตอนดังนี้

จากกรณีเงื่อนไขขอบในเป็นแบบยืดหยุ่น แต่เมื่อเปลี่ยนเงื่อนไขขอบด้านในเป็นแบบยืดหยุ่นส่งผลให้สมการมีการปรับเปลี่ยนซึ่งจะแสดงการคำนวณเริ่มจากกำหนดเงื่อนไขขอบกรณีที่มีขนาด $r=b$ เป็นแบบยืดหยุ่น และขอบนอกที่มีขนาด $r=a$ เป็นแบบปล่อยอิสระ

เงื่อนไขขอบที่ระยะ $r=b$ เป็นขอบแบบยืดหยุ่น มีเงื่อนไขดังนี้

การแอ่นมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังสมการ(3.4)

และเนื่องจากเงื่อนไขขอบแบบยืดหยุ่นนั้นมีความความชันไม่เท่ากับศูนย์และมีผลของโมเมนต์เข้ารวมเป็นสัดส่วนกัน จะได้

$$\text{Slope} + \beta \text{ moment} = 0$$

$$\frac{\partial W(r, \theta)}{\partial r} + \beta [W_{,rr} + \nu (\frac{1}{r} W_{,r} + \frac{1}{r^2} W_{,\theta\theta})] = 0 \quad (3.20)$$

เงื่อนไขขอบที่ $r=a$ เป็นขอบแบบปล่อยอิสระ มีเงื่อนไขดังนี้

แรงเฉือนมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังสมการ(3.7)

โมเมนต์มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังสมการ(3.8)

จากนั้นทำการแทนค่า W_n ลงในเงื่อนไขขอบ ซึ่งจะติดตัวแปร n เนื่องจากจะมีความสะดวกในการคำนวณหาค่าในแต่ละโหมดมากกว่าการแทนค่า n ตั้งแต่เริ่มต้น

สำหรับเงื่อนไขขอบที่ $r=b$

ระยะแอ่นเท่ากับศูนย์ แทน W_n ลงในสมการ (3.4) ได้ดังสมการ (3.21)

$$[J_n(\Omega r) + \mu I_n(\Omega r) + \xi Y_n(\Omega r) + \zeta K_n(\Omega r)]_{r=b} = 0 \quad (3.21)$$

และเงื่อนไขตัดส่วนความชัน และโมเมนต์มีค่า β และแทน w_n ลงในสมการ (3.20) ได้

$$\left[\begin{aligned} & \frac{\partial J_n(\Omega r)}{\partial r} + \beta(J_n(\Omega r)_{,rr} + \nu(\frac{1}{r}J_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2}J_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \\ & + \mu \frac{\partial I_n(\Omega r)}{\partial r} + \beta(I_n(\Omega r)_{,rr} + \nu(\frac{1}{r}I_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2}I_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \\ & + \xi \frac{\partial Y_n(\Omega r)}{\partial r} + \beta(Y_n(\Omega r)_{,rr} + \nu(\frac{1}{r}Y_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2}Y_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \\ & + \zeta \frac{\partial K_n(\Omega r)}{\partial r} + \beta(K_n(\Omega r)_{,rr} + \nu(\frac{1}{r}K_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2}K_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \end{aligned} \right]_{r=b} = 0 \quad (3.22)$$

เงื่อนไขขอบที่ $r=a$

แรงเฉือนมีค่าเท่ากับศูนย์ แทน w_n ลงในสมการ (3.7) ได้ดังสมการ (3.23)

$$\left[\begin{aligned} & (\frac{\partial}{\partial r}(\nabla^2 J_n(\Omega r)) + (1-\nu)\frac{1}{r}(\frac{1}{r}J_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2}J_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \\ & + \mu(\frac{\partial}{\partial r}(\nabla^2 I_n(\Omega r)) + (1-\nu)\frac{1}{r}(\frac{1}{r}I_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2}I_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \\ & + \xi(\frac{\partial}{\partial r}(\nabla^2 Y_n(\Omega r)) + (1-\nu)\frac{1}{r}(\frac{1}{r}Y_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2}Y_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \\ & + \zeta(\frac{\partial}{\partial r}(\nabla^2 K_n(\Omega r)) + (1-\nu)\frac{1}{r}(\frac{1}{r}K_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2}K_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \end{aligned} \right]_{r=a} = 0 \quad (3.23)$$

และโมเมนต์มีค่าเท่ากับศูนย์ แทน w_n ลงในสมการ (3.8) ได้ดังสมการ (3.24)

$$\left[\begin{aligned} & (J_n(\Omega r)_{,rr} + \nu(\frac{1}{r}J_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2}J_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \\ & + \mu(I_n(\Omega r)_{,rr} + \nu(\frac{1}{r}I_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2}I_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \\ & + \xi(Y_n(\Omega r)_{,rr} + \nu(\frac{1}{r}Y_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2}Y_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \\ & + \zeta(K_n(\Omega r)_{,rr} + \nu(\frac{1}{r}K_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2}K_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \end{aligned} \right]_{r=a} = 0 \quad (3.24)$$

และจากผลการคำนวณในสมการ (3.21), (3.22), (3.23), (3.24) สามารถสร้างสมการความถี่เพื่อหาค่า Ωa ได้ดังสมการ (3.25)

$$\text{Det} \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.25)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} f_{11} &= [J_n(\Omega r)]_{r=b} \\ f_{12} &= [I_n(\Omega r)]_{r=b} \\ f_{13} &= [Y_n(\Omega r)]_{r=b} \\ f_{14} &= [K_n(\Omega r)]_{r=b} \end{aligned} \quad (3.25 ก)$$

$$\begin{aligned} f_{21} &= \left[\frac{\partial J_n(\Omega r)}{\partial r} + \beta(J_n(\Omega r)_{,rr} + \nu(\frac{1}{r} J_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} J_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \right]_{r=b} \\ f_{22} &= \left[\frac{\partial I_n(\Omega r)}{\partial r} + \beta(I_n(\Omega r)_{,rr} + \nu(\frac{1}{r} I_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} I_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \right]_{r=b} \\ f_{23} &= \left[\frac{\partial Y_n(\Omega r)}{\partial r} + \beta(Y_n(\Omega r)_{,rr} + \nu(\frac{1}{r} Y_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} Y_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \right]_{r=b} \\ f_{24} &= \left[\frac{\partial K_n(\Omega r)}{\partial r} + \beta(K_n(\Omega r)_{,rr} + \nu(\frac{1}{r} K_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} K_n(\Omega r)_{,\theta\theta})) \right]_{r=b} \end{aligned} \quad (3.25 ข)$$

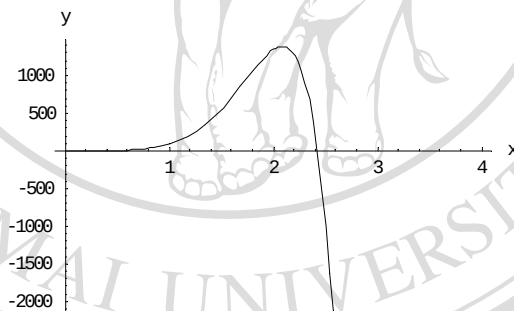
$$\begin{aligned} f_{31} &= \left[\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 J_n(\Omega r)) + (1-\nu) \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} J_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} J_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right) \right]_{r=a} \\ f_{32} &= \left[\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 I_n(\Omega r)) + (1-\nu) \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} I_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} I_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right) \right]_{r=a} \\ f_{33} &= \left[\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 Y_n(\Omega r)) + (1-\nu) \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} Y_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} Y_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right) \right]_{r=a} \\ f_{34} &= \left[\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 K_n(\Omega r)) + (1-\nu) \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} K_n(\Omega r)_{,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} K_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right) \right]_{r=a} \end{aligned} \quad (3.25 ค)$$

$$\begin{aligned}
 f_{41} &= [J_n(\Omega r)_{,rr} + \nu \left(\frac{1}{r} J_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} J_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right)]_{r=a} \\
 f_{42} &= [I_n(\Omega r)_{,rr} + \nu \left(\frac{1}{r} I_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} I_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right)]_{r=a} \\
 f_{43} &= [Y_n(\Omega r)_{,rr} + \nu \left(\frac{1}{r} Y_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} Y_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right)]_{r=a} \\
 f_{44} &= [K_n(\Omega r)_{,rr} + \nu \left(\frac{1}{r} K_n(\Omega r)_{,r} + \frac{1}{r^2} K_n(\Omega r)_{,\theta\theta} \right)]_{r=a}
 \end{aligned} \tag{3.25 ง}$$

จากนั้นแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ (3.25) โดยกำหนดให้ $b/a=0.315$, $\nu = 0.3$ และ $\beta=-0.19$ ซึ่งเป็นค่าที่กำหนดขึ้นมาจากการสุ่ม โดยใช้ผลการเปรียบเทียบความถี่ธรรมชาติที่ได้กับการทดลองในโหมดแรกให้มีค่าเท่ากัน

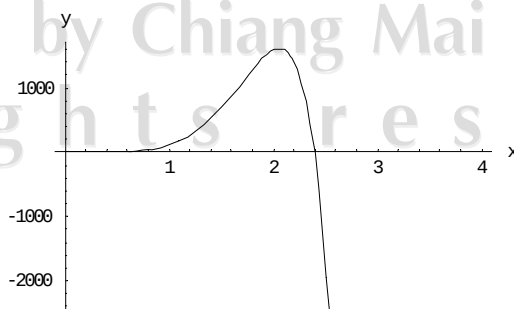
เมื่อพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่างผลของสมการ (3.25) เป็นแกนนตั้งและ Ωa เป็นแกนนอนเพื่อหาค่า Ωa ที่จะทำให้สมการเป็นจริง ได้ดังนี้

กรณี โหมด 1(0,0) ให้ $n=0$



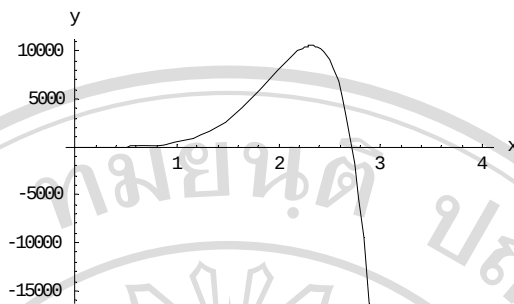
รูป 3.8 กราฟตัดแกน x ที่ 2.42739

กรณี โหมด 2(1,0) ให้ $n=1$



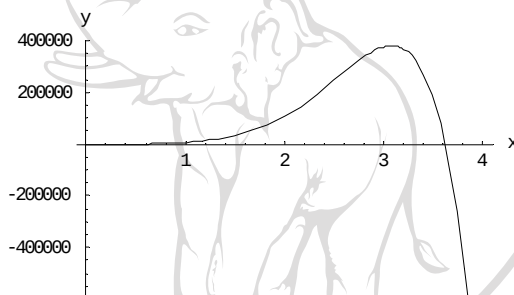
รูป 3.9 กราฟตัดแกน x ที่ 2.39588

กรณี โหมด 3(2,0) ให้ $n=2$



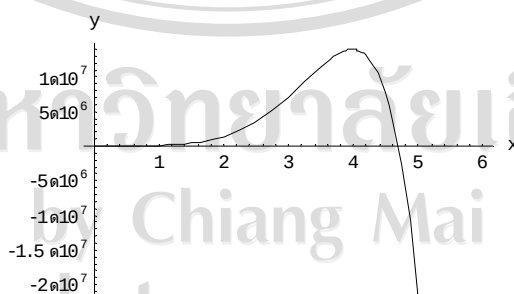
รูป 3.10 กราฟตัดแกน x ที่ 2.72096

กรณี โหมด 4(3,0) ให้ $n=3$



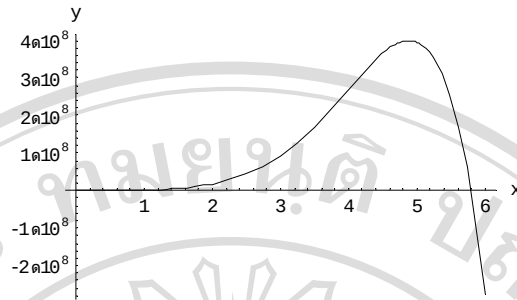
รูป 3.11 กราฟตัดแกน x ที่ 3.61834

กรณี โหมด 5(4,0) ให้ $n=4$



รูป 3.12 กราฟจะตัดแกน x ที่ 4.69349

กรณี โหมด $6(5,0)$ ให้ $n=5$



รูป 3.13 กราฟตัดแกน x ที่ 5.79211

เมื่อนำค่า Ωa จากตำแหน่งกราฟตัดแกน x ที่ $y=0$ จากรูป 3.8 ถึงรูป 3.13 แทนลงในสมการที่ (3.3) โดยให้ $n=0-5$ และแก้สมการหาค่า μ, ζ, ζ จากการนำสมการ (3.3) แทนค่า Ωa ที่ได้ ไปแทนลงในเงื่อนไขขอบ ซึ่งจะได้สมการรูปร่างโหมดดังนี้

$$W_1 = [J_0\left(\frac{2.427r}{a}\right) - 0.2130I_0\left(\frac{2.427r}{a}\right) - 0.9910Y_0\left(\frac{2.427r}{a}\right) - 1.231K_0\left(\frac{2.427r}{a}\right)] \quad (3.26 \text{ ก})$$

$$W_2 = [J_1\left(\frac{2.396r}{a}\right) + 0.2969I_1\left(\frac{2.396r}{a}\right) + 1.434Y_1\left(\frac{2.396r}{a}\right) + 1.071K_1\left(\frac{2.396r}{a}\right)] \cos \theta \quad (3.26 \text{ ข})$$

$$W_3 = [J_2\left(\frac{2.721r}{a}\right) + 0.1547I_2\left(\frac{2.721r}{a}\right) + 0.2275Y_2\left(\frac{2.721r}{a}\right) + 0.16228K_2\left(\frac{2.721r}{a}\right)] \cos 2\theta \quad (3.26 \text{ ค})$$

$$W_4 = [J_3\left(\frac{3.618r}{a}\right) + 0.08426I_3\left(\frac{3.618r}{a}\right) + 0.04692Y_3\left(\frac{3.618r}{a}\right) + 0.03479K_3\left(\frac{3.618r}{a}\right)] \cos 3\theta \quad (3.26 \text{ ง})$$

$$W_5 = [J_4(\frac{4.693r}{a}) + 0.04200I_4(\frac{4.693r}{a}) + 0.01035Y_4(\frac{4.693r}{a}) + 0.008122K_4(\frac{4.693r}{a})]\cos 4\theta \quad (3.26 \text{ จ})$$

$$W_6 = [J_5(\frac{5.702r}{a}) + 0.02100I_5(\frac{5.792r}{a}) + 0.002262Y_5(\frac{5.792r}{a}) + 0.001885K_5(\frac{5.792r}{a})]\cos 5\theta \quad (3.26 \text{ ฉ})$$

เมื่อได้สมการรูปร่างโหมด 6 โหมดแรก จากนั้นแก้สมการเพื่อหาความถี่ธรรมชาติโดยวิธีไล่-
รיתซ์ โดยแทนสมการ (3.26 ก)-(3.26 ฉ) ลงในสมการ (2.28), (2.29), (2.30) และพิจารณาค่าเฉพาะ
เฉพาะที่เป็นบวก และเรียงลำดับความถี่ได้ดังสมการ (3.27 ก)-(3.27 ฉ)

$$\omega_1 = \omega_{1,0} = \frac{5.740}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.27 \text{ ก})$$

$$\omega_2 = \omega_{0,0} = \frac{5.892}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.27 \text{ ข})$$

$$\omega_3 = \omega_{2,0} = \frac{7.404}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.27 \text{ ค})$$

$$\omega_4 = \omega_{3,0} = \frac{13.09}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.27 \text{ ง})$$

$$\omega_5 = \omega_{4,0} = \frac{22.03}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.27 \text{ จ})$$

$$\omega_6 = \omega_{5,0} = \frac{33.55}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3.27 \text{ ฉ})$$

3.2 การทดลองหาความถี่ธรรมชาติ และรูปร่างโหมด

3.2.1 แบบจำลองชิ้นงาน

ในการทดลองนี้แบ่งการทดลองออกเป็น 2 ส่วนคือ การทดลองหาความถี่ธรรมชาติ และรูปร่างโหมดของทั้งใบเลื่อยวงเดือน และแผ่นบางรูปวงแหวน ซึ่งใบเลื่อยวงเดือนที่ใช้มีขนาด 300 มิลลิเมตร (12 นิ้ว) หนา 2 มิลลิเมตร ฟันเลื่อยจำนวน 40 ฟัน ตามรูป 3.14 และแผ่นบางรูปวงแหวนมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวงนอก 292 มิลลิเมตร หนา 2 มิลลิเมตร ตามรูป 3.15 ติดตั้งอยู่บนชุดยึดชิ้นทดลองมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางกดทับบนล่างขนาด 92 มิลลิเมตร ดังรูป 3.16 และยึดแน่นด้วยแรงจากสกรู ดังรูป 3.17



รูป 3.14 ใบเลื่อยวงเดือนขนาด 300 มิลลิเมตร



รูป 3.15 แผ่นบางรูปวงแหวนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 292 มิลลิเมตร



รูป 3.16 ชุดยึดขึ้นทดลอง

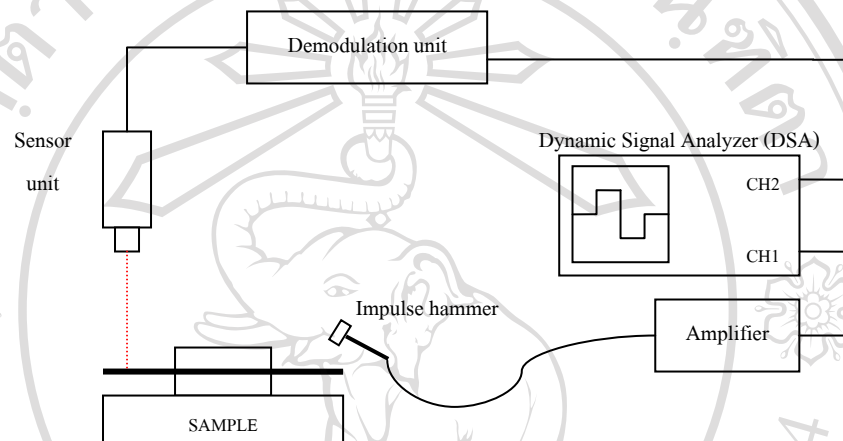


รูป 3.17 แผ่นบางรูปวงแหวนเมื่อติดตั้งบนชุดยึดขึ้นทดลอง

3.2.2 อุปกรณ์ และเครื่องมือวัด

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองเพื่อหาความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดประกอบด้วยเครื่องไดนามิกส์ซิกแนลไลเซอร์ (Dynamic Signal Analyzer) รุ่น HP 35670A แบบสองช่องสัญญาณ ซึ่งเป็นตัวประมวลผลผลลัพธ์ของสัญญาณที่รับ และสามารถแสดงผลในรูปของโดเมนความถี่ ค้อนอิมพัลส์ (Impulse hammer) รุ่น PCB 086D80 เป็นตัวกระตุ้นชิ้นงานในลักษณะของแรงกระแทกหรือเรียกว่าเป็นอินพุต ส่วนการตอบสนองการสั่นของชิ้นงานจะถูกตรวจวัดโดยเครื่องเลเซอร์คอปเปอร์ไวโบบิเตอร์ (LDV) รุ่นกราฟเทค ซึ่งจะทำการวัดส่วนประกอบของความเร็วในการสั่นของจุดที่

สนใจในทิศทางของลำแสงเลเซอร์ และจะเป็นประโยชน์มากในการนำไปประยุกต์ใช้ในการตรวจวัดที่ไม่ต้องสัมผัสกับชิ้นงาน หรือชิ้นงานมีขนาดเล็กมากๆ ด้วยข้อดีที่ไม่ก่อให้เกิดการเพิ่มมวลกับระบบที่กำลังศึกษาหรือชิ้นงานทดลอง จากนั้นสัญญาณของแรงกระตุ้นจากค้อนอิมพัลส์ และสัญญาณจากแอลดีวีก็จะถูกส่งไปที่ช่องสัญญาณที่หนึ่งและสองของไดนามิกส์ซิกแนลไดอะไลเซอร์ตามลำดับ ดังรูป 3.18 และชิ้นงานทดลองติดตั้งบนอุปกรณ์จับยึด ดังรูป 3.19



รูป 3.18 ฟังก์ชันต่อเครื่องมือวัด

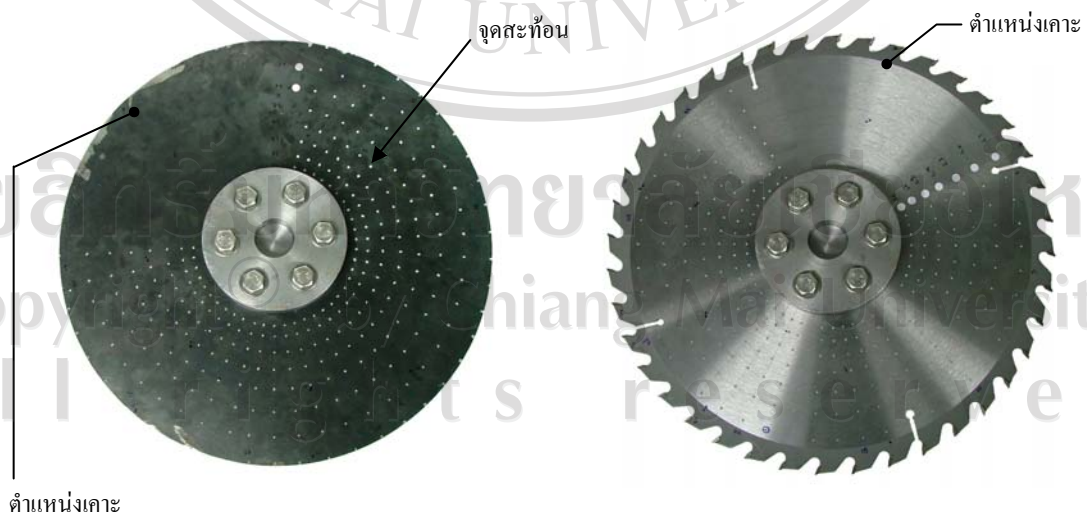


รูป 3.19 ชุดเครื่องมือวัด

3.2.3 วิธีการทดลอง

ในการทดลองเพื่อหาความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดของแผ่นบางรูปวงแหวน และใบเลื่อยวงเดือน มีขั้นตอนการทดลองดังนี้

1. ติดตั้งจุดสะท้อนลำแสงเลเซอร์ลงบนแผ่นบางรูปวงแหวน โดยให้ติดตั้งจุดสะท้อนทั้งหมด 288 จุด ครอบคลุมพื้นที่ 270 องศา ดังรูป 3.20
2. ติดตั้งแผ่นบางรูปวงแหวนบนอุปกรณ์ยึดขึ้นทดลอง โดยขันสกรูด้วยแรงขนาด 3 $N.m$
3. ตั้งแนวลำแสงเลเซอร์ของชุดแอลดีวีให้อยู่ในแนวตั้งฉากกับระนาบของแผ่นวงแหวน และตั้งลำแสงเลเซอร์ไปที่ตำแหน่งจุดสะท้อน
4. กดปุ่ม START ที่เครื่องไดนามิกส์ฮิกเนลوناไลเซอร์
5. ใช้ค้อนอิมแพคเคาะที่ตำแหน่งเคาะดังรูป 3.20 จากนั้นเครื่องไดนามิกส์ฮิกเนลوناไลเซอร์แสดงผลการวัดออกมาที่หน้าจอ ดังรูป 3.21
6. ให้ปฏิบัติดังข้อที่ 4, 5 ซ้ำอีกสองครั้ง เพื่อให้ผลลัพธ์สุดท้ายที่แสดงออกมาเป็นค่าเฉลี่ยของการวัดจำนวน 3 ครั้ง
7. ทำการบันทึกผลลงในรูปแบบไฟล์ข้อมูล
8. ให้ปฏิบัติซ้ำดังข้อที่ 3 ถึง 7 โดยเปลี่ยนตำแหน่งของลำแสงเลเซอร์จนครบทุกจุด
9. ทำการทดลองซ้ำโดยเริ่มต้นวัดจากจุดวัดแรกจนครบทุกจุด อีก 2 รอบ
10. ทำการทดลองเช่นเดิม แต่เปลี่ยนเป็นแผ่นใบเลื่อยแทน



รูป 3.20 ตำแหน่งติดตั้งจุดสะท้อนลำแสงเลเซอร์



รูป 3.21 ตำแหน่งลำแสงเลเซอร์ และแสดงผลการทดลอง

3.3 การวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์

การวิจัยนี้ได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Femap/NX Nastran ในการวิเคราะห์ โดยได้แบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ส่วน คือ ใบเลื่อยวงเดือน และแผ่นบางรูปวงแหวน ซึ่งในแต่ละแบบนั้นได้แบ่งขั้นตอนการทำการออกเป็น 3 ส่วน คือ 1.ก่อนการประมวลผล(Pre-processing) เป็นขั้นตอนการเตรียมแบบจำลองก่อนทำการคำนวณ 2.การประมวลผล(Processing) เป็นขั้นตอนการคำนวณ และ 3.หลังการประมวลผล(Post-processing) เป็นขั้นตอนแสดงผลการคำนวณ

3.3.1 ขั้นตอนการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ของใบเลื่อยวงเดือน

- ก่อนการประมวลผล

1. สร้างแบบจำลองในโปรแกรม Solid works โดยให้มีขนาด และรูปร่างเช่นเดียวกับใบเลื่อยที่นำมาใช้ทดลองจริง แต่ที่ขอบในกำหนดให้มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 92 มิลลิเมตร จากนั้นบันทึกเฉพาะพื้นผิวในรูปแบบไฟล์มาตรฐาน (เช่น *.igs)

2. นำแบบจำลองเข้าสู่โปรแกรม Femap/NX Nastran โดยเลือก Import geometry แบบ Alternate เพื่อให้แบบจำลองเข้าสู่โปรแกรมได้อย่างสมบูรณ์

3. กำหนดเงื่อนไขขอบเป็นแบบยึดแน่นที่ขอบใน

4. กำหนดคุณสมบัติแบบคุณสมบัติทางกลเหมือนกันในทุกทิศทาง มอดุลัสของยัง 213 จิกะปาสกาล ความหนาแน่น 7695 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร และมีอัตราส่วนปัวซอง 0.3 ความหนา 2 มิลลิเมตร

5. แบ่งแบบจำลอง (Mesh) โดยการกำหนดเอลิเมนต์ให้มีขนาด 0.2 โดยใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยม 3 โหนด (ctria3) ดังในรูป 3.22

- การประมวลผล

ในโปรแกรม Femap/NX Nastran สามารถวิเคราะห์ได้ในตัวโปรแกรมเนื่องจากมีส่วนวิเคราะห์ของ NX Nastran รวมเข้ามาเป็นชุดเดียวกัน สามารถวิเคราะห์ได้โดยเลือกเมนู Analysis จากนั้นเลือก Analysis Program แบบ 36.NX Nastran และ Analysis Type แบบ 2.Normal Modes/Eigen Value โดยเลือกการสกัดค่าเฉพาะ (Eigen extraction) แบบวิธีลิงโซส (Lanczos)

- หลังการประมวลผล

เป็นขั้นตอนแสดงผลลัพท์ เมื่อทำการคำนวณเรียบร้อยแล้ว จึงเลือกแสดงผลลัพท์ที่เมนู View และกำหนดการแสดงผลที่กรอบ Deformation เป็น 1.Total translation ซึ่งจะแสดงผลของความถี่ธรรมชาติ และรูปร่างโหมดที่ได้

3.3.2 ขั้นตอนการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ของแผ่นบางรูปวงแหวน

- ก่อนการประมวลผล

1. สร้างแบบจำลอง 2 มิติ ในโปรแกรม Femap/NX Nastran ให้เป็นรูปวงแหวนมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางวงใน 92 มิลลิเมตร และเส้นผ่านศูนย์กลางวงนอก 292 มิลลิเมตร ความหนา 2 มิลลิเมตร

2. กำหนดเงื่อนไขขอบเป็นแบบยึดแน่นที่ขอบใน

3. กำหนดคุณสมบัติของวัสดุแบบคุณสมบัติทางกลเหมือนกันในทุกทิศทาง ค่ามอดุลัสของยัง 213 จิกะปาสกาล ความหนาแน่น 6945 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร และอัตราส่วนปัวซอง 0.3

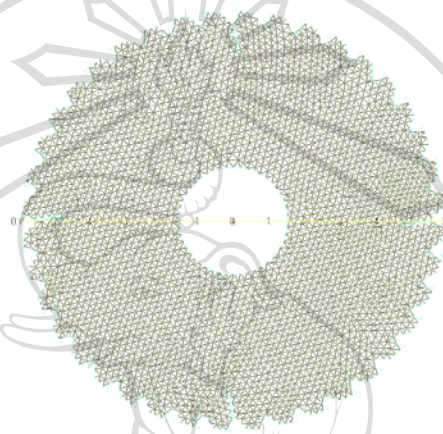
4. แบ่งแบบจำลองโดยกำหนดเอลิเมนต์ให้มีขนาด 0.3 ใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยม 3 โหนดดังในรูป 3.23

-การประมวลผล

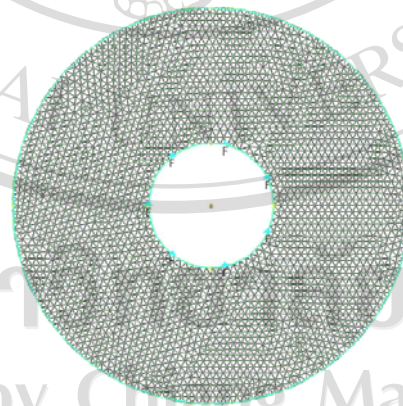
ใช้วิธีการวิเคราะห์เช่นเดียวกับขั้นตอนการประมวลผลของใบเลื่อยวงเดือน วิเคราะห์ปัญหาแบบค่าเฉพาะ (Normal mode/Eigen value) และกำหนดการสกัดค่าเฉพาะโดยวิธีลิงโซส

-หลังการประมวลผล

เป็นขั้นตอนแสดงผลลัพธ์ เมื่อทำการคำนวณเรียบร้อยแล้ว จึงเลือกแสดงผลลัพธ์ที่เมนู View และกำหนดการแสดงผลที่กรอบ Deformation เป็น 1.Total translation ซึ่งจะแสดงผลของความถี่ธรรมชาติ และรูปร่างโหมดที่ได้



รูป 3.22 แบบจำลองใบเลื่อยวงเดือน



รูป 3.23 แบบจำลองแผ่นบางรูปวงแหวน

3.4 เปรียบเทียบผลการวิจัย

เมื่อได้ผลการวิจัยแล้ว จากนั้นจะเปรียบเทียบผลในส่วนของแต่ละบางรูปวงแหวนก่อน เพื่อหาสมการที่ถูกต้อง แล้วจึงนำไปใช้กับใบเลื่อยวงเดือน โดยผลการทดลองหาความถี่ธรรมชาติ และรูปร่างโหมดของแผ่นบางรูปวงแหวน จะนำมาเปรียบเทียบกับผลการวิจัยโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อเปรียบเทียบการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ว่าจะใช้กับการทดลองได้หรือไม่ จากนั้นจะนำผลความถี่ธรรมชาติโดยการทดลองเปรียบเทียบกับความถี่ธรรมชาติของแผ่นบางรูปวงแหวนโดยวิธีเรย์เล่-ริทซ์ เพื่อหาสมการที่ใช้ทดแทนการหาความถี่ธรรมชาติจากการทดลองได้ถูกต้อง สำหรับในส่วน ของใบเลื่อยวงเดือนจะเปรียบเทียบผลการทดลองความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด กับผลการวิจัย โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อเปรียบเทียบการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ว่าจะใช้กับการทดลองได้หรือไม่เช่นเดียวกัน จากนั้นจะนำผลความถี่ธรรมชาติจากการทดลองเปรียบเทียบกับความถี่ ธรรมชาติของใบเลื่อยวงเดือนโดยวิธีเรย์เล่-ริทซ์ ซึ่งใช้สมการที่ได้มาจากสมการของแผ่นบางรูปวง แหวนก่อนหน้านี้โดยใช้ระยะวงพิทซ์ของใบเลื่อยวงเดือนมาใช้