บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนการสอนความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงที่ทำให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ มีทักษะในการคิดคำนวณและสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหา ดำเนินการวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 โรงเรียนร้องกวางอนุสรณ์ จังหวัดแพร่ จำนวน 38 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 โดยใช้เนื้อหาเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอนต่อไปนี้

1. กำหนดรูปแบบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยได้กำหนดแนวทางในการจัดการเรียนการสอนดังนี้

1.1 นำเสนอความเข้าใจในมโนทัศน์ของจำนวนตรรกยะโดยการใช้ทศนิยมซ้ำที่เกิดจากการหารกันของจำนวนเต็มสองจำนวนเช่น $3 \div 4$ ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนที่เขียนแทนได้ในรูปทศนิยมซ้ำศูนย์คือ $0.75000\ldots$, $1 \div 3$ ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนที่เขียนแทนได้ในรูปทศนิยมซ้ำสามคือ $0.3333\ldots$, $2 \div 11$ ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนที่เขียนแทนได้ในรูปทศนิยมซ้ำหนึ่งแปดคือ $0.181818\ldots$ แล้วนำเสนอมโนทัศน์ของจำนวนตรรกยะในรูปเศษส่วน และตัวเลขที่เขียนแทนจำนวนเต็มภายหลัง

1.2 นำเสนอความเข้าใจในมโนทัศน์ของจำนวนอตรรกยะโดยการใช้ทศนิยมไม่ซ้ำ เช่น หาจำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 โดยให้ทดลองนำจำนวนเต็มมายกกำลังสองก่อนจะได้ว่า 1^2 ได้ผลลัพธ์เป็น 1 ซึ่งน้อยกว่า 2 แต่เมื่อนำ 2^2 ได้ผลลัพธ์เป็น 4 ซึ่งมากกว่า 2 ดังนั้นจึงต้องเพิ่มตำแหน่งทศนิยมจากจำนวนเต็ม 1 เป็น 1.1, 1.2, 1.3, …, 1.9 เมื่อยกกำลังสองจำนวนเหล่านี้ดูจะพบว่า $(1.4)^2$ ได้ผลลัพธ์ใกล้เคียงมากที่สุดคือ 1.96 ส่วน $(1.5)^2$ ได้ผลลัพธ์เป็น 2.25 ซึ่งมากกว่า 2 ดังนั้นจึงต้องเพิ่มตำแหน่งของ 1.4 เป็น 1.41, 1.42, 1.43, …, 1.49 ต่อไปอีก เมื่อนำจำนวนเหล่านี้ยกกำลังสองดูก็จะพบว่า $(1.41)^2$ ได้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงมากที่สุดคือ 1.9881 จึงต้องดำเนินการเพิ่มตำแหน่งทศนิยมของ 1.41 ต่อไปเรื่อยๆ แต่เมื่อดำเนินการเช่นนี้ต่อไปก็จะไม่พบว่ามีจำนวนในรูปทศนิยมซ้ำจำนวนใดที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 ค่าที่ได้จะใกล้เคียง 2 มากขึ้นเท่านั้นเช่น เมื่อหาถึงทศนิยมตำแหน่งที่ห้าจะได้ $(1.41421)^2$ มีผลลัพธ์เป็น 1.9999899241 แต่ถ้าหากเพิ่มตำแหน่งของทศนิยม 1.41421 ออกไปอย่างไม่ยุติ เขียนแทน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ด้วยสัญลักษณ์ 1.41421… ก็จะได้ว่า 1.41421… เป็นจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 นั่นคือ $(1.41421\ldots)^2 = 2$ และเรียก 1.41421… ว่าจำนวนอตรรกยะ

1.3 นำเสนอความเข้าใจในมโนทัศน์ของจำนวนจริงโดยการใช้ทศนิยม ที่เกิดจากการรวมกันของจำนวนตรรกยะที่เขียนแสดงในรูปทศนิยมซ้ำและจำนวนอตรรกยะที่เขียนแสดงในรูปทศนิยมไม่ซ้ำ

1.4 จัดกิจกรรมเพื่อนำไปสู่มโนทัศน์ของรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงโดยอาศัยวิธีการยกกำลัง ตัวอย่างเช่น จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ 9 จะเป็นรากที่สองของ 9 ดังนั้น 3 และ -3 เป็นรากที่สองของ 9 จำนวนที่ยกกำลังสามแล้วได้ 8 จะเป็นรากที่สามของ 8 ดังนั้น 2 เป็นรากที่สามของ 8 จากนั้นจึงให้นักเรียนประมาณค่ารากที่สองและรากที่สามที่เป็นจำนวนอตรรกยะ ค่าประมาณของรากที่สองที่เป็นจำนวนจริงบวกของ 5 คือ 2.23 ค่าประมาณของรากที่สามที่เป็นจำนวนจริงของ 30 คือ 3.1 แล้วใช้เครื่องหมายกรณฑ์เขียนแทนจำนวนที่เป็นรากที่สองและรากที่สามของจำนวนนั้น เช่น $\sqrt{5}$ และ $-\sqrt{5}$ เป็นรากที่สองของ 5 และ $\sqrt[3]{30}$ เป็นรากที่สามของ 30

1.5 อธิบายวิธีการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน โดยใช้วิธีการสมการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำศูนย์ให้อยู่ในรูปเศษส่วน ดังเช่นการใช้สมการเปลี่ยน 0.2 ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

$$\begin{aligned} x &= 0.20000\ldots \\ 10x &= 2.00000\ldots \quad (1) \\ 100x &= 20.00000\ldots \quad (2) \\ (2)-(1) \qquad 90x &= 20-2 \\ x &= \frac{18}{90} \end{aligned}$$

ซึ่งจะได้ว่า 0.2 เปลี่ยนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้เป็น $\frac{18}{90}$ จากนั้นจึงให้นักเรียนใช้วิธีการดังกล่าวเปลี่ยนทศนิยมที่ไม่ใช่ศูนย์ซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนซึ่งแบ่งออกได้เป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 การเปลี่ยนทศนิยมที่มีตัวเลขหลังจุดทศนิยมซ้ำทุกตำแหน่งเช่น $0.\dot{2}$, $0.\dot{2}\dot{3}$, $0.\dot{2}3\dot{4}$, $0.\dot{2}34\dot{5}$

กรณีที่ 2 การเปลี่ยนทศนิยมที่มีตัวเลขหลังจุดทศนิยมซ้ำบางตำแหน่งเช่น $0.1\dot{2}$, $0.12\dot{3}$, $0.1\dot{2}\dot{3}$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

1.6 ใช้การฝึกทักษะเป็นส่วนหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ได้แก่

- ฝึกทักษะการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน เช่น $0.4\dot{5} = \frac{45-4}{90}$
- ฝึกทักษะการหารากที่สองของจำนวนจริง เช่น

รากที่สองของ 5 มีสองราก คือ $\sqrt{5}$ และ $-\sqrt{5}$

รากที่สองของ -4 มีสองราก รากทั้งสองไม่เป็นจำนวนจริง

- ฝึกทักษะการหารากที่สามของจำนวนจริง เช่น

รากที่สามของ 8 มีสามราก มีรากที่เป็นจำนวนจริงหนึ่งรากคือ 2 อีกสองรากไม่เป็นจำนวนจริง

รากที่สามของ -9 มีสามราก มีรากที่เป็นจำนวนจริงหนึ่งรากคือ $\sqrt[3]{-9}$ อีกสองรากไม่เป็นจำนวนจริง

2. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ และเอกสารประกอบการสอน

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มีทั้งหมด 11 แผน แผนละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที โดยกำหนดหัวข้อเนื้อหาและเวลาที่ใช้ในการดำเนินการดังต่อไปนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 จำนวนตรรกยะ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 จำนวนอตรรกยะ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 จำนวนจริง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6-7 รากที่สองของจำนวนจริง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8-9 รากที่สามของจำนวนจริง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10-11 การนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้

(ดูรายละเอียดของแผนการจัดการเรียนรู้ในภาคผนวก ก หน้า 53 - 142)

2.2 เอกสารประกอบการเรียน ประกอบไปด้วยส่วนที่เป็นเนื้อหาที่เน้นกิจกรรมที่จะทำให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ต่างๆ ได้ด้วยตนเอง พร้อมด้วยแบบฝึกทักษะ เพื่อเป็นการเน้นย้ำความเข้าใจ อีกทั้งยังจะเป็นพื้นฐานความรู้สำหรับการทำความเข้าใจมโนทัศน์อื่นๆ ต่อไป ส่วนเอกสารแบบฝึกหัดจะเป็นโจทย์ที่มีความซับซ้อนอาศัยความรู้ความเข้าใจมโนทัศน์และทักษะต่างๆ ประกอบกันในการแก้ปัญหา

(ดูรายละเอียดของเอกสารประกอบการเรียนในภาคผนวก ก หน้า 53 - 142)

3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลต่อไปนี้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

3.1 แบบบันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน กำหนดไว้ท้ายแผนการจัดการเรียนรู้ทุกแผน เพื่อบันทึกผลการจัดกิจกรรม ปัญหาอุปสรรค วิธีการแก้ไขปัญหาอุปสรรคดังกล่าว ตลอดจนพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน

3.2 แบบบันทึกผลการตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ใช้บันทึกข้อผิดพลาดจากการทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบของนักเรียนว่านักเรียนยังขาดความเข้าใจมโนทัศน์ หรือขาดทักษะใดอยู่บ้าง และจำนวนนักเรียนที่ทำถูกและทำผิดในแต่ละข้อ พร้อมทั้งสาเหตุ

3.3 แบบบันทึกการเรียนรู้ เน้นการกำหนดหัวข้อให้นักเรียนเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ใช้บันทึกหลังจากเสร็จสิ้นการเรียนการสอนในแต่ละคาบ

3.4 แบบทดสอบ จำนวน 3 ชุด เป็นข้อสอบแบบเติมข้อความและแสดงวิธีทำ ใช้ทดสอบความรู้ความเข้าใจหลังจากจบบทเรียน

(ดูรายละเอียดของเครื่องมือเหล่านี้ได้ในภาคผนวก ข และ ค หน้า 143 – 162)

4. เก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ตั้งแต่วันที่ 15 พฤษภาคม 2551 ถึงวันที่ 19 มิถุนายน 2551 รวมระยะเวลา 4 สัปดาห์ ตามรูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการที่นำเสนอโดย Kemmis and MgTaggart (1988: 6) ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ (Act and Observe) และขั้นสะท้อนความคิด (Reflect) โดยแบ่งวงจรการวิจัยเป็น 4 วงจร ซึ่งมีรายละเอียดแต่ละวงจรดังนี้

วงจรที่ 1

ขั้นวางแผน

ในวงจรที่ 1 เป็นการดำเนินการวิจัยเพื่อปรับปรุงรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนตรรกยะอย่างถูกต้อง โดยใช้ทศนิยมซ้ำที่เกิดจากการหารกันของจำนวนเต็มสองจำนวนอธิบายมโนทัศน์ของจำนวนตรรกยะ ก่อนอธิบายตัวเลขในรูปอื่นๆของจำนวนตรรกยะได้แก่ ตัวเลขที่เขียนแทนจำนวนตรรกยะในรูปเศษส่วน และตัวเลขที่เขียนแทนจำนวนเต็ม นอกจากนั้นยังเป็นการดำเนินการวิจัยเพื่อปรับปรุงรูปแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดคำนวณสามารถเปลี่ยนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วนได้อย่างถูกต้อง ด้วยการจัดรูปแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิม เน้นให้นักเรียนสรุปหลักการเปลี่ยนได้ด้วยตนเอง โดยให้หลักการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำเป็น

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เศษส่วนเชื่อมโยงจากความรู้เดิมของนักเรียน ดังรายละเอียดตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 - 3 (หน้า 53 - 79)

ขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรที่ 1 ผู้วิจัยเริ่มจากการทบทวนที่มาของจำนวนนับ ซึ่งเกิดจากความจำเป็นที่ต้องมีการนับ จำนวนเต็มเกิดจากการลบกันของจำนวนนับ มาสู่การอธิบายจำนวนตรรกยะเกิดจากการหารกันของจำนวนเต็ม โดยเริ่มจากให้นักเรียนหาผลหารของจำนวนเต็มสองจำนวนที่มีผลลัพธ์เป็นทศนิยมไม่ซ้ำศูนย์ เช่น $8 \div 9$ ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนที่เขียนตัวเลขแทนได้ในรูปทศนิยมซ้ำแปดคือ $0.8888\ldots$ ตามด้วยผลลัพธ์ที่เป็นทศนิยมซ้ำศูนย์ เช่น $5 \div 4$ ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนที่เขียนตัวเลขแทนได้ในรูปทศนิยมซ้ำศูนย์คือ $1.250000\ldots$ แล้วอธิบายการหารด้วยศูนย์ และการเขียนรูปย่อของทศนิยมซ้ำ จากนั้นจึงอธิบายมโนทัศน์ของจำนวนตรรกยะในรูปเศษส่วนด้วยการเชื่อมโยงจากการเปลี่ยนเศษส่วนที่มีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ เช่น $\frac{1}{2}, \frac{7}{9}, \frac{18}{6}$ ซึ่งต่างก็สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมได้เป็น $0.5,\ 0.\dot{7}\ ,\ 3.0$ ตามลำดับ ซึ่งในขั้นตอนนี้นักเรียนสามารถใช้เครื่องคิดเลขช่วยในการคิดคำนวณได้ จากนั้นอธิบายมโนทัศน์ของจำนวนตรรกยะในรูปของตัวเลขที่เขียนแสดงแทนจำนวนเต็ม ด้วยการเปลี่ยนตัวเลขที่เขียนแทนจำนวนเต็มให้อยู่ในรูปทศนิยม เช่น 5 เปลี่ยนเป็นทศนิยมได้เป็น 5.0 สุดท้ายเป็นการอธิบายหลักการเปลี่ยนทศนิยมเป็นเศษส่วนโดยให้นักเรียนใช้ความรู้เดิมเปลี่ยนทศนิยมซ้ำศูนย์เช่น เปลี่ยน 0.3 เป็นเศษส่วนที่มีตัวเศษเป็น 3 ตัวส่วนเป็น 10 ได้เป็น $\frac{3}{10}$ เปลี่ยน 0.123 เป็นเศษส่วนที่มีตัวเศษเป็น 123 ตัวส่วนเป็น 1000 ได้เป็น $\frac{123}{1000}$ จากนั้นจึงให้นักเรียนใช้การแก้สมการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน เริ่มจากให้นักเรียนเปลี่ยน 0.2 ให้เป็นเศษส่วนด้วยวิธีการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} x &= 0.20000\ldots \\ 10x &= 2.00000\ldots \quad (1) \\ 100x &= 20.00000\ldots \quad (2) \\ (2)-(1) \quad 90x &= 20-2 \\ x &= \frac{18}{90} \end{aligned}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

และเมื่อใช้วิธีการดังกล่าวเปลี่ยน $0.\dot{2}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนจะได้ $\frac{2}{9}$ ใช้หลักการเดียวกันนี้เปลี่ยนทศนิยมซ้ำอื่นๆได้แก่ $0.\dot{1}, 0.\dot{2},\ldots, 0.\dot{9}$ เมื่อนักเรียนเข้าใจแล้วจึงให้เปลี่ยนทศนิยมซ้ำมากกว่าหนึ่งตำแหน่งเช่น $0.\dot{1}\dot{4}, 0.\dot{1}2\dot{3}$ แล้วให้นักเรียนสังเกตสรุปเป็นวิธีลัด ให้นักเรียนสังเกตเศษส่วนที่ได้จากการเปลี่ยนทศนิยมที่ซ้ำบางตำแหน่งเช่น $0.1\dot{2}$, $0.3\dot{2}\dot{6}$, $0.43\dot{2}$ แล้วสรุปเป็นวิธีลัด ขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นการเน้นย้ำความเข้าใจในมโนทัศน์มากขึ้นจึงให้นักเรียนฝึกทักษะด้วยการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำที่มีตัวเลขหน้าจุดทศนิยมเป็น 0 และให้นักเรียนเปลี่ยนทศนิยมที่มีตัวเลขหน้าจุดทศนิยมไม่เป็น 0 เช่น $2.\dot{8}$ ทำเป็นแบบฝึกหัด

ผู้วิจัยตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ของจำนวนตรรกยะจากผลตรวจแบบฝึกหัดที่ 1 และผลการตรวจแบบบันทึกการเรียนรู้คาบที่ 1 คาบที่ 2 โดยนำข้อมูลมาวิเคราะห์หาค่าร้อยละ และนำเสนอในลักษณะบรรยายความ

ตรวจสอบทักษะการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนจากผลการฝึกทักษะการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 จากแบบบันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผลการตรวจแบบฝึกหัดที่ 2 และผลการตรวจแบบบันทึกการเรียนรู้ในคาบที่ 3 นำข้อมูลมาวิเคราะห์หาค่าร้อยละ และนำเสนอในลักษณะบรรยายความ

ขั้นสะท้อนความคิด

ด้านความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ของจำนวนตรรกยะ นักเรียนประมาณร้อยละ 90 มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ สามารถยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะที่อยู่ในรูปทศนิยมและเศษส่วนได้ถูกต้อง และนอกจากนั้นยังสามารถให้เหตุผลถูกต้องว่าจำนวนที่กำหนดให้ในรูปต่างๆ เช่น $2\frac{1}{5}, \frac{3.2}{1.3}, -\frac{2}{3}+\frac{5}{7}, \ -4.6\times 0.7, -\frac{3}{5}\div 6$ เป็นจำนวนตรรกยะ

ปัญหาเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจมโนทัศน์ของจำนวนตรรกยะนั้น พบว่า นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะในรูปของการหารจำนวนเต็มสองจำนวน เช่น $12\div 8, 6\div 10$ เขียนแสดงจำนวนตรรกยะในรูปของทศนิยมไม่ซ้ำ เช่น $0.1985\ldots, 1.36\ldots, -2.2401\ldots$ และไม่สามารถให้เหตุผลได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้ในรูปอื่นๆ เช่น จำนวนคละ จำนวนที่อยู่ในรูปการบวก ลบ คูณ หรือหารของจำนวนตรรกยะสองจำนวน ว่าเป็นจำนวนตรรกยะได้

ด้านทักษะการคิดคำนวณในการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 60 สามารถเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้อย่างถูกต้อง

ในการฝึกทักษะการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน พบปัญหาความสับสนในหลักการเปลี่ยนทศนิยมที่มีตัวเลขหลังจุดทศนิยมซ้ำทุกตำแหน่งกับ ทศนิยมที่มีตัวเลขหลัง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

จุดทศนิยมซ้ำบางตำแหน่ง เช่น การเปลี่ยน $0.\dot{2}4\dot{8}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนนั้น ตัวเศษประกอบด้วยเลขหลังทศนิยมทั้งหมดคือ 248 ตัวส่วนประกอบด้วยตัวเลข 9 มีเท่ากับจำนวนตำแหน่งของทศนิยมที่ซ้ำซึ่งมี 3 ตำแหน่ง ดังนั้นเปลี่ยน $0.\dot{2}4\dot{8}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้เป็น $\frac{248}{999}$ ส่วนการเปลี่ยน $0.24\dot{8}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนนั้น ตัวเศษประกอบด้วยตัวเลขหลังทศนิยมทั้งหมดคือ 248 ลบด้วยตัวเลขหลังทศนิยมที่ไม่ซ้ำคือ 24 ตัวส่วนประกอบด้วยตัวเลข 9 มีจำนวนเท่ากับจำนวนตำแหน่งของทศนิยมที่ซ้ำซึ่งมี 1 ตำแหน่ง และเลข 0 มีจำนวนเท่ากับจำนวนตำแหน่งของทศนิยมที่ไม่ซ้ำซึ่งมี 2 ตำแหน่ง ดังนั้นเปลี่ยน $0.24\dot{8}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้เป็น $\frac{428-24}{900}$ นักเรียนที่สับสนกับหลักการดังกล่าวจะเปลี่ยน $0.\dot{2}4\dot{8}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้เป็น $\frac{428-428}{999}$ หรือเปลี่ยน $0.24\dot{8}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้เป็น $\frac{428}{900}$

นักเรียนไม่สามารถใช้หลักการดังกล่าวเปลี่ยนทศนิยมซ้ำที่มีตัวเลขหน้าจุดทศนิยมไม่เป็นศูนย์อยู่ในรูปเศษส่วนได้ถูกต้อง เช่น การเปลี่ยน $1.1\dot{8}$ ต้องเปลี่ยนให้อยู่ในรูป $1+0.1\dot{8}$ จากนั้นจึงเปลี่ยน $0.1\dot{8}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้เป็น $\frac{18-1}{90}$ ดังนั้น $1.1\dot{8}$ จะมีค่าเท่ากับ $1+\frac{17}{90}$ ซึ่งเปลี่ยนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้เป็น $\frac{107}{90}$ แต่นักเรียนที่ใช้หลักการผิดจะได้ตัวเศษ 118 ซึ่งไม่ใช่ตัวเลขที่อยู่หลังทศนิยมทั้งหมด ลบด้วย 11 ที่นักเรียนคิดว่าเป็นตัวเลขหลังทศนิยมที่ไม่ซ้ำ ตัวส่วนที่ประกอบด้วยเลข 9 มีจำนวนเท่ากับทศนิยมซ้ำ 1 ตำแหน่ง และเลข 0 ที่มีจำนวนเท่ากับจำนวนตำแหน่งของทศนิยมที่ไม่ซ้ำ 2 ตำแหน่ง แล้วเปลี่ยน $1.1\dot{8}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้เป็น $\frac{118-11}{900}$

วงจรที่ 2

ขั้นวางแผน

ในวงจรที่ 2 เป็นการดำเนินการวิจัยเพื่อปรับปรุงรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนอตรรกยะและจำนวนจริงอย่างถูกต้อง โดยใช้ทศนิยมไม่ซ้ำอธิบายมโนทัศน์ของจำนวนอตรรกยะด้วยการใช้การยกกำลังเช่น หาจำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 อธิบายมโนทัศน์ของจำนวนจริงโดยใช้ตัวเลขในรูปทศนิยมที่เกิดจากการรวมกันของจำนวนตรรกยะ (ทศนิยมซ้ำ) กับจำนวนอตรรกยะ (ทศนิยมไม่ซ้ำ) ดังรายละเอียดตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 - 5 (หน้า 80 - 98)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรที่ 2 เริ่มจากการอธิบายมโนทัศน์ของจำนวนอตรรกยะในรูปของทศนิยมไม่ซ้ำ โดยกำหนดให้หาจำนวนตรรกยะบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 9, 16, 25, 0.25, 121, 1.21 จากนั้นจึงให้นักเรียนหาจำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 โดยใช้เครื่องคิดเลขช่วยในการคิดคำนวณ ให้ทดลองนำจำนวนเต็มมายกกำลังสองก่อนจะได้ว่า 1^2 ได้ผลลัพธ์เป็น 1 ซึ่งน้อยกว่า 2 แต่เมื่อนำ 2 ไปยกกำลังสองได้ผลลัพธ์เป็น 4 ซึ่งมากกว่า 2 ดังนั้นจึงต้องเพิ่มตำแหน่งทศนิยมจากจำนวนเต็ม 1 เป็น 1.1, 1.2, 1.3, …, 1.9 เมื่อยกกำลังสองจำนวนเหล่านี้ดูจะพบว่า $(1.4)^2$ ได้ผลลัพธ์ใกล้เคียงมากที่สุดคือ 1.96 ส่วน $(1.5)^2$ ได้ผลลัพธ์เป็น 2.25 ซึ่งมากกว่า 2 ดังนั้นจึงต้องเพิ่มตำแหน่งของ 1.4 เป็น 1.41, 1.42, 1.43, …, 1.49 ต่อไปอีก เมื่อนำจำนวนเหล่านี้ยกกำลังสองดูก็จะพบว่า $(1.41)^2$ ได้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงมากที่สุดคือ 1.9881 จึงต้องดำเนินการเพิ่มตำแหน่งทศนิยมของ 1.41 ต่อไปเรื่อยๆ แต่เมื่อดำเนินการเช่นนี้ต่อไปก็จะไม่พบว่ามีจำนวนในรูปทศนิยมซ้ำจำนวนใดที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 ค่าที่ได้จะใกล้เคียง 2 มากขึ้นเท่านั้นเช่น เมื่อหาค่าของ 2 ถึงทศนิยมตำแหน่งที่ห้าจะได้ $(1.41421)^2$ มีผลลัพธ์เป็น 1.9999899241 แต่ถ้าหากเพิ่มตำแหน่งของทศนิยม 1.41421 ออกไปเรื่อยๆ โดยไม่หยุดซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ 1.41421… จะได้ว่า 1.41421… เป็นจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 นั่นคือ $(1.41421\ldots)^2 = 2$ และเรียก 1.41421… ว่าจำนวนอตรรกยะ แล้วย้ำความเข้าใจด้วยการให้หาจำนวนตรรกยะอื่นทั้งที่เป็นจำนวนบวกและจำนวนลบ เช่น จำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 3, 5, 10, 15 แล้วให้หาจำนวนลบที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2, 3, 5, 10 จากนั้นจึงอธิบายมโนทัศน์ของจำนวนอตรรกยะ π โดยอธิบายความหมายของจำนวนที่เกิดจากความยาวของเส้นรอบวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวหนึ่งหน่วย ซึ่งมีค่าเท่ากับ 3.14159625… ก่อนให้ใช้สัญลักษณ์ π เขียนแทนจำนวนดังกล่าว ขั้นตอนสุดท้ายจึงสรุปมโนทัศน์ของจำนวนจริงโดยใช้ตัวเลขในรูปของทศนิยม ซึ่งประกอบด้วยทศนิยมซ้ำที่ใช้เขียนแสดงจำนวนตรรกยะ และทศนิยมไม่ซ้ำที่ใช้เขียนแทนจำนวนอตรรกยะ

ผู้วิจัยตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของจำนวนอตรรกยะจากผลการตรวจแบบฝึกหัดที่ 3 และผลการตรวจแบบบันทึกการเรียนรู้คาบที่ 4 โดยนำข้อมูลมาวิเคราะห์หาค่าร้อยละ และนำเสนอในลักษณะบรรยายความ

ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของจำนวนจริงจากผลการตรวจแบบบันทึกการเรียนรู้คาบที่ 5 นำข้อมูลมาวิเคราะห์หาค่าร้อยละ และนำเสนอในลักษณะบรรยายความ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ขั้นสะท้อนความคิด

ด้านความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของจำนวนอตรรกยะ นักเรียนประมาณร้อยละ 90 มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับจำนวนอตรรกยะ สามารถยกตัวอย่างจำนวนอตรรกยะที่อยู่ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำได้ถูกต้อง

การอธิบายที่มาของจำนวนอตรรกยะด้วยการให้นักเรียนหาจำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนจริงบางจำนวนเช่น จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 ทำให้นักเรียนบางส่วนยังไม่มีความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของจำนวนอตรรกยะที่ถูกต้อง เช่น นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนอตรรยกะบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 5 คือ $(2.23606\ldots)^2$ ซึ่งถ้านักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ของจำนวนอตรรกยะที่ถูกนั้น นักเรียนจะต้องเขียนแสดงได้ว่า $2.23606\ldots$ เป็นจำนวนอตรรกยะบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 5

การแยกแยะระหว่างทศนิยมซ้ำกับทศนิยมไม่ซ้ำเป็นอุปสรรคที่ทำให้นักเรียนระบุไม่ถูกต้องว่าจำนวนใดเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนใดเป็นจำนวนอตรรกยะเช่น เข้าใจว่า $0.7454554555\ldots$ เป็นจำนวนตรรกยะเนื่องจากเป็นทศนิยมซ้ำ หรือ 0.7454554555 เป็นจำนวนอตรรกยะเนื่องจากเป็นทศนิยมไม่ซ้ำ

การเข้าใจผิดว่าจำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมและมีจุดสามจุด $(\ldots)$ ต่อท้ายจะเป็นทศนิยมไม่ซ้ำเสมอ ทำให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะในรูปทศนิยมซ้ำเช่น $0.4129666\ldots$ เข้าใจผิดว่า $1.3\dot{6}$ เป็นจำนวนอตรรกยะเพราะเขียนได้เป็น $1.36666\ldots$

นักเรียนมีความเข้าใจผิดมาโดยตลอดว่า π มีค่าเท่ากับ $\frac{22}{7}$ หรือ 3.14 ก่อนที่จะได้เรียนในบทเรียนนี้ เป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนยังคงระบุว่า π เป็นจำนวนตรรกยะ

นักเรียนทั้งหมดเข้าใจมโนทัศน์ของจำนวนจริง สามารถยกตัวอย่างของจำนวนจริงได้ถูกต้อง โดยส่วนใหญ่จะยกตัวอย่างจำนวนจริงที่เขียนในรูปของทศนิยม

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

วงจรที่ 3

ขั้นวางแผน

ในวงจรที่ 3 เป็นการดำเนินการวิจัยเพื่อปรับปรุงรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ของรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถใช้เครื่องหมายกรณฑ์เขียนแสดงแทนจำนวนที่เป็นรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงได้อย่างถูกต้อง โดยใช้การยกกำลังอธิบายมโนทัศน์ของรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าหาจำนวนที่เป็นรากที่สองและรากที่สามที่เป็นจำนวนอตรรกยะ เขียนแสดงในรูปของทศนิยมไม่ซ้ำก่อนอธิบายการใช้เครื่องหมายกรณฑ์เขียนแสดงแทนจำนวนเหล่านั้นภายหลังสุดท้ายเป็นการอธิบายการคิดคำนวณหารากที่สามที่เป็นจำนวนจริงโดยใช้การแยกตัวประกอบ ดังรายละเอียดตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6-9 (หน้า 99 - 131)

ขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรที่ 3 เริ่มจากการอธิบายมโนทัศน์รากที่สองของจำนวนจริงบวกซึ่งมี 2 จำนวน เป็นจำนวนจริงบวก 1 จำนวน และจำนวนจริงลบ 1 จำนวน โดยใช้การยกกำลังเช่น ให้หาจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ 4 ซึ่งมี 2 จำนวน เป็นจำนวนจริงบวกหนึ่งจำนวนคือ 2 เป็นจำนวนจริงลบอีกหนึ่งจำนวนคือ -2 จะได้ว่า 2 และ -2 เป็นรากที่สองของ 4 จากนั้นจึงอธิบายจำนวนจริงที่มีรากที่สองเป็นจำนวนอตรรกยะ โดยให้นักเรียนใช้การประมาณค่าเขียนแสดงในรูปของทศนิยมไม่ซ้ำ เช่น 1.41 ยกกำลังสองแล้วได้ค่าใกล้เคียง 2 คือ 1.9881 ดังนั้นรากที่สองของ 2 เป็นจำนวนอตรรกยะมีสองจำนวนคือ 1.41… และ $-1.41\ldots$ จากนั้นจึงอธิบายมโนทัศน์ของรากที่สองของจำนวนจริงลบซึ่งมี 2 จำนวนแต่ไม่ใช่จำนวนจริงด้วยการให้หาจำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนจริงลบ เช่น จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ -4 ซึ่งจะสรุปได้ว่าไม่มีจำนวนจริงใดๆ เป็นรากที่สองของ -4 เนื่องจากไม่มีจำนวนจริงใดๆ ที่ยกกำลังสองแล้วได้ -4 แต่ถ้าศึกษาในขั้นสูงขึ้นไปมีจำนวนอีกชนิดหนึ่งที่ยกกำลังสองแล้วได้ -4 แต่ไม่ใช่จำนวนจริง ดังนั้นรากที่สองของ -4 มีสองจำนวนซึ่งไม่ใช่จำนวนจริง จากนั้นอธิบายการใช้เครื่องหมายกรณฑ์ที่สองเพื่อเขียนแสดงจำนวนจริงที่เป็นรากที่สองเช่น ใช้สัญลักษณ์ $\sqrt{2}$ แทนจำนวนจริงซึ่งเป็นรากที่สองที่เป็นบวกของ 2 และใช้สัญลักษณ์ $-\sqrt{2}$ แทนจำนวนจริงซึ่งเป็นรากที่สองที่เป็นลบของ 2 สุดท้ายจึงฝึกทักษะการคิดคำนวณหารากที่สองที่เป็นจำนวนจริงโดยใช้การแยกตัวประกอบแทนการยกกำลังเช่น สามารถหารากที่สองที่

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เป็นจำนวนจริงของ 441 จากการแยกตัวประกอบของ 441 ได้เป็น $3\times3\times7\times7$ ดังนั้น 441 คือ $(21)^2$ ดังนั้นรากที่สองของ 441 คือ 41 และ -41

การอธิบายมโนทัศน์ของรากที่สามของจำนวนจริงก็จะอธิบายในทำนองเดียวกันกับรากที่สองของ 2 โดยเริ่มจากการอธิบายมโนทัศน์ของรากที่สามของจำนวนจริงบวกใช้การยกกำลังเช่น หาจำนวนที่ยกกำลังสามแล้วได้ 8 จะได้ว่า 2 เป็นจำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วได้ 8 และ 2 เป็นรากที่สามของ 8 แต่เนื่องจากรากที่สองของจำนวนจริงมีทั้งหมด 2 ราก ดังนั้นรากที่สามของ 8 ก็จะมีทั้งหมด 3 ราก เป็นจำนวนจริงบวกหนึ่งรากคือ 2 ส่วนอีกสองจำนวนนั้นเป็นจำนวนอีกชนิดหนึ่งซึ่งไม่ใช่จำนวนจริง จากนั้นอธิบายจำนวนจริงบวกที่มีรากที่สามเป็นจำนวนอตรรกยะ โดยให้นักเรียนใช้การประมาณค่าเขียนแสดงในรูปของทศนิยมไม่ซ้ำ เช่น 1.91 ยกกำลังสามแล้วได้ค่าใกล้เคียง 7 คือ 6.967871 ดังนั้นรากที่สามของ 7 เป็นจำนวนอตรรกยะหนึ่งจำนวนคือ 1.91… และอีกสองจำนวนซึ่งไม่ใช่จำนวนจริง จากนั้นอธิบายมโนทัศน์ของรากที่สามของจำนวนจริงลบด้วยการยกกำลังเช่น หาจำนวนที่ยกกำลังสามแล้วได้ -8 จะได้ว่า -2 เป็นจำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วได้ -8 ดังนั้น รากที่สามของ -8 เป็นจำนวนจริงลบหนึ่งจำนวนคือ -2 และอีกสองจำนวนซึ่งไม่ใช่จำนวนจริง หลังจากนั้นจึงอธิบายการใช้เครื่องหมายกรณฑ์ที่สามเพื่อเขียนแสดงจำนวนที่เป็นรากที่สามเช่น ใช้สัญลักษณ์ $\sqrt[3]{7}$ แทนจำนวนจริงซึ่งเป็นรากที่สามของ 7 สุดท้ายจึงฝึกทักษะการคิดคำนวณหารากที่สามที่เป็นจำนวนจริงโดยใช้การแยกตัวประกอบแทนการยกกำลังเช่น สามารถหารากที่สามที่เป็นจำนวนจริงของ 2744 จากการแยกตัวประกอบของ 2744 ได้เป็น $2\times2\times2\times7\times7\times7$ ดังนั้น 2744 คือ $(21)^2$ ดังนั้นรากที่สามของ 2744 คือ 21 และอีกสองจำนวนซึ่งไม่ใช่จำนวนจริง

ผู้วิจัยตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ และทักษะการหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงดังนี้

ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรากที่สองจากผลการตรวจแบบฝึกหัดที่ 5 ผลการตรวจแบบบันทึกการเรียนรู้คาบที่ 6

ตรวจสอบทักษะการหารากที่สองจากผลการฝึกทักษะการหารากที่สองในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6, 7 จากแบบบันทึกผลการจัดการเรียนการสอน ผลการตรวจแบบฝึกหัดที่ 6 และผลการตรวจแบบบันทึกการเรียนรู้คาบที่ 7

ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรากที่สามจากผลการตรวจแบบฝึกหัดที่ 7 ผลการตรวจแบบบันทึกการเรียนรู้คาบที่ 8

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตรวจสอบทักษะการหารากที่สามจากผลการฝึกทักษะการหารากที่สามในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8, 9 จากแบบบันทึกผลการจัดการเรียนการสอน ผลการตรวจแบบฝึกหัดที่ 8 และผลการตรวจแบบบันทึกการเรียนรู้คาบที่ 9

ผู้วิจัยข้อมูลมาวิเคราะห์หาค่าร้อยละ และนำเสนอในลักษณะบรรยายความ

ขั้นสะท้อนความคิด

ด้านความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์รากที่สองของจำนวนจริง นักเรียนประมาณร้อยละ 65 มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับรากที่สองของจำนวนจริง

นักเรียนบางส่วนมีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับรากที่สองของจำนวนจริง นักเรียนเข้าใจว่ารากที่สองของจำนวนจริงนั้นเป็นจำนวนจริงบวก 1 จำนวน เช่น เขียนแสดงว่า รากที่สองของ 5 นั้นมี 1 จำนวนคือ $\sqrt{5}$ โดยไม่เขียนแสดงรากที่เป็นจำนวนจริงลบอีก 1 จำนวนคือ $-\sqrt{5}$

นักเรียนเข้าใจผิดว่าการหารากที่สองของจำนวนจริง เป็นการหารด้วย 2 เช่น รากที่สองของ 16 คือ 8 และ -8

นักเรียนขาดความเข้าใจมโนทัศน์รากที่สองของจำนวนจริงลบ เช่น เขียนแสดงรากที่สองของ -9 ได้เป็น 3 และ -3 หรือเขียนแสดงโดยใช้เครื่องหมายกรณฑ์ $\sqrt{9}$ และ $\sqrt{-9}$

นอกจากนั้น พบปัญหาเกี่ยวกับการใช้เครื่องหมายกรณฑ์เขียนแสดงจำนวนที่เป็นรากที่สองของจำนวนจริง เช่น รากที่สองที่เป็นลบของ 8 ใช้สัญลักษณ์ $-\sqrt{8}$ แต่นักเรียนเขียนแสดงได้เป็น $\sqrt{-8}$

ด้านทักษะการคิดคำนวณหารากที่สองของจำนวนจริง พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 68 สามารถแสดงวิธีการหารากที่สองของจำนวนจริงได้ โดยใช้การยกกำลัง และการแยกตัวประกอบ

นักเรียนขาดทักษะในการหารากที่สองของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเศษส่วน และทศนิยม เช่น เขียนแสดงรากที่สองของ $\frac{25}{121}$ คือ $\frac{5}{121}$ และ $-\frac{5}{121}$ เขียนแสดงรากที่สองของ 0.000144 ด้วย 0.12 และ -0.12

นักเรียนสามารถใช้การคิดคำนวณได้ แต่มักจะคำนวณผิดพลาดเช่น เขียนแสดงการหารากที่สามของ 1225 ดังนี้

$$\begin{aligned} 1225 &= 5\times 7\times 5\times 7 \\ &= 45\times 45 \\ &= (45)^2 \end{aligned}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ด้านความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์รากที่สามของจำนวนจริง พบว่า นักเรียนประมาณร้อยละ 40 มีความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับมโนทัศน์รากที่สามของจำนวนจริง

ปัญหาเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ของรากที่สามของจำนวนจริงมีลักษณะดังนี้

นักเรียนเข้าใจว่ารากที่สามของจำนวนจริงนั้นมีจำนวนจริง 1 จำนวน เช่น เขียนแสดงรากที่สามของ -8 เฉพาะจำนวนจริงลบหนึ่งจำนวนคือ -2 โดยไม่ระบุว่ามีอีกสองจำนวนซึ่งไม่ใช่จำนวนจริง

นักเรียนมีความสับสนระหว่างมโนทัศน์ของรากที่สามกับรากที่สองของจำนวนจริง เช่น เข้าใจว่ารากที่สามของจำนวนจริงมี 2 จำนวน เป็นจำนวนจริงบวกหนึ่งจำนวน และจำนวนจริงลบหนึ่งจำนวน โดยนักเรียนเขียนแสดงรากที่สามของ -8 คือ 2 และ -2 หรือนักเรียนหารากที่สามของจำนวนจริงโดยใช้การยกกำลังสอง เช่น เขียนแสดงว่ารากที่สามที่เป็นจำนวนจริงของ 10 มีค่าประมาณ 3 เนื่องจาก 3 ยกกำลังสองแล้วได้ค่าที่ใกล้เคียง 10 คือ 9

การคิดคำนวณเกี่ยวกับรากที่สามของจำนวนจริง นักเรียนประมาณร้อยละ 60 สามารถแสดงการหารากที่สามที่เป็นจำนวนจริงได้ โดยใช้การยกกำลัง หรือการแยกตัวประกอบได้อย่างถูกต้อง ส่วนนักเรียนส่วนมีความเข้าใจมโนทัศน์ของจำนวนจริงไม่ถูกต้องนั้นส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณหารากที่สามได้ถูกต้อง

นักเรียนมีปัญหาเกี่ยวกับการคิดคำนวณหารากที่สองของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเศษส่วน และทศนิยม เช่น เขียนแสดงว่ารากที่สามที่เป็นจำนวนจริงของ -0.064 คือ -0.004

วงจรที่ 4

ขั้นวางแผน

ในวงจรที่ 4 เป็นการดำเนินการวิจัยเพื่อปรับปรุงรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ได้อย่างถูกต้อง โดยนำความรู้ไปใช้ในการหาคำตอบของสมการกำลังสองและสมการกำลังสามเช่น $x^2 = 9$, $\sqrt{x} = 9$, $x^3 = -27$ โดยใช้วิธีการแทนค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่กำหนดพื้นที่มาให้ ความยาวด้านของลูกบาศก์ที่กำหนดความจุหรือปริมาตรมาให้ และการหาความยาวของรัศมี เส้นรอบวงที่กำหนดพื้นที่ของวงกลมมาให้ หรือการหาพื้นที่ของวงกลมที่กำหนดความยาวรัศมีหรือความยาวของเส้นรอบวงมาให้ ดังรายละเอียดตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10-11 (หน้า 132-142)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ขั้นปฏิบัติตามแผนและสังเกตผลการปฏิบัติ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรที่ 4 เริ่มจากให้นักเรียนนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในการแก้สมการกำลังสองและสมการกำลังสามด้วยการตั้งคำถามนำเช่น จำนวนอะไรที่ยกกำลังสองแล้วได้ 9 จากนั้นจึงให้นักเรียนหาคำตอบของสมการ $x^2 = 9$ ซึ่งคำตอบของสมการดังกล่าวคือจำนวนที่เป็นรากที่สองของ 9 หรือถามคำถาม กรณฑ์ที่สองของจำนวนอะไรมีค่าเท่ากับ 9 เพื่อให้นักเรียนหาคำตอบของสมการ $\sqrt{x} = 9$ หลังจากนั้นจึงให้นักเรียนนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในการหาความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่กำหนดพื้นที่มาให้และหาความยาวด้านของลูกบาศก์ที่กำหนดความจุหรือปริมาตรมาให้โดยจะกำหนดให้หาความยาวของด้านที่เป็นจำนวนตรรกยะก่อนที่จะให้หาความยาวด้านที่เป็นจำนวนอตรรกยะเช่น ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ 36 ตารางเซนติเมตร จากนั้นจึงให้หาความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ 26 ตารางเซนติเมตร สุดท้ายเป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงในการหาความยาวของรัศมี เส้นรอบวงที่กำหนดพื้นที่มาให้ หรือการหาพื้นที่ของวงกลมที่กำหนดความยาวรัศมีหรือความยาวของเส้นรอบวงมาให้ โดยจะอธิบายการนำค่า π ไปใช้ในการหาความยาวของเส้นรอบวงและพื้นที่ของวงกลมก่อนเช่น วงกลมที่มีรัศมียาว 7 เซนติเมตร เส้นรอบวงจะยาว 14π เซนติเมตร หรือ 43.9822971… เซนติเมตร แต่เพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณจึงมักจะใช้ค่าโดยประมาณของ π ซึ่งเป็นจำนวนตรรกยะเช่น $\frac{22}{7}$ จะได้ว่าวงกลมที่มีรัศมียาว 7 เซนติเมตรจะมีความยาวเส้นรอบวงประมาณ 44 เซนติเมตร เป็นต้น

ผู้วิจัยตรวจสอบความสามารถในการนำความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในการแก้สมการจากผลการตรวจแบบฝึกหัดที่ 9 แลผลการตรวจแบบบันทึกการเรียนรู้คาบที่ 10

ตรวจสอบความสามารถในการนำความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในการหาความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่กำหนดพื้นที่มาให้ ความยาวด้านของลูกบาศก์ที่กำหนดความจุหรือปริมาตรมาให้ และการหาความยาวของรัศมี เส้นรอบวงที่กำหนดพื้นที่มาให้หรือการหาพื้นที่ของวงกลมที่กำหนดความยาวรัศมีหรือความยาวของเส้นรอบวงมาให้ จากผลการตรวจแบบฝึกหัดที่ 10 และผลการตรวจแบบบันทึกการเรียนรู้คาบที่ 11 โดยนำข้อมูลมาวิเคราะห์หาค่าร้อยละ และนำเสนอในลักษณะบรรยายความ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ขั้นสะท้อนความคิด

นักเรียนประมาณร้อยละ 30 สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ สามารถหาคำตอบของสมการกำลังสองและสมการกำลังสามได้อย่างถูกต้อง สามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และลูกบาศก์ แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาวของเส้นรอบวง และพื้นที่ของวงกลมได้

ปัญหาที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องนั้น เนื่องจากนักเรียนมีมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับรากที่สองของจำนวนจริง โดยเข้าใจว่ารากที่สองของจำนวนจริงเป็นจำนวนจริงบวก 1 จำนวน เป็นเหตุทำให้นักเรียนหาคำตอบของสมการ $x^2 = 2$ ได้เฉพาะคำตอบที่เป็นจำนวนจริงบวกเพียงจำนวนเดียวคือ $\sqrt{2}$

สิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการนำความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในการแก้ปัญหานั้น พบว่านักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจ และทักษะในเรื่องอื่นๆ ที่จำเป็นในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น ขาดทักษะในการแก้สมการด้วยการแทนค่าเพื่อหาคำตอบของสมการกำลังสองและสมการกำลังสาม ดังเช่นนักเรียนหาคำตอบของสมการ $\sqrt{x} = 0.25$ ด้วยการแทนค่า x ด้วย 0.25 ได้คำตอบสมการที่ผิดเป็น 0.5

นักเรียนไม่สามารถสร้างสมการเพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และลูกบาศก์ได้ ตัวอย่างเช่น การหาความยาวด้าน โดยประมาณกล่องลูกบาศก์ที่มีความจุ 1,500 ลูกบาศก์นิ้ว นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบด้วยการนำ 1,500 หารด้วย 3 ได้คำตอบที่เป็นความยาวด้านกล่องลูกบาศก์เท่ากับ 500 นิ้ว

นอกจากนั้นขาดทักษะในการแก้สมการเพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับความยาวของเส้นรอบวงและพื้นที่ของวงกลมได้ เช่น นักเรียนเขียนแสดงวิธีการหาความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมที่มีพื้นที่ 38.5 ตารางฟุต ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รูปวงกลม} &= \pi r^2 \\ \frac{22}{7} \times r^2 &= 38.5 \\ r^2 &= \frac{22}{7} \times 38.5 \\ r^2 &= 22 \times 5.5 \\ r^2 &= 121 \\ r &= 11 \end{aligned}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

จะเห็นว่า นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับรากที่สองของจำนวนจริงหาความยาวของรัศมีวงกลมได้ แต่นักเรียนยังขาดทักษะในการแก้สมการ โดยนักเรียนนำ $\frac{22}{7}$ ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ ซึ่งการแก้สมการที่ถูกต้องนั้นต้องนำ $\frac{7}{22}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

นักเรียนไม่สามารถเลือกใช้สูตรระหว่างสูตรการหาความยาวของเส้นรอบวงหรือสูตรการหาพื้นที่วงกลม เพื่อแก้โจทย์ปัญหา เช่น เมื่อโจทย์กำหนดพื้นที่ของวงกลมแล้วให้หาความยาวของของเส้นรอบวง ซึ่งก่อนอื่นนักเรียนจะต้องหาความยาวของรัศมีวงกลมโดยการใช้สูตรการหาพื้นที่ของวงกลมก่อน จากนั้นจึงนำความยาวรัศมีวงกลมที่ได้ไปคิดคำนวณหาความยาวเส้นรอบวงต่อไป แต่นักเรียนกลับเลือกใช้สูตรการหาความยาวของเส้นรอบวงเพื่อหาความยาวรัศมีวงกลมดังตัวอย่าง

ความยาวของเส้นรอบวง $= 2\pi r$

หารัศมี $= 38.5 \div \frac{22}{7} = 38.5 \times \frac{7}{22} = 12.25$

รัศมี = 12.25

เส้นรอบวงกลม $= 2 \times \frac{22}{7} \times 12.25 = \frac{539}{7}$

หลังจากสิ้นสุดการดำเนินการครบทั้ง 4 วงจร ผู้วิจัยได้ทดสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของจำนวนตรรกยะ จำนวนอตรรกยะ รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ทักษะการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน การหารากที่สองและรากที่สามและการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ด้วยแบบทดสอบจำนวน 3 ชุด ดังนี้

แบบทดสอบชุดที่ 1 เป็นการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของจำนวนตรรกยะและอตรรกยะ โดยให้นักเรียนระบุว่าแต่ละจำนวนที่กำหนดให้นั้นเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ ผลปรากฏว่านักเรียนประมาณร้อยละ 90 ได้คะแนนมากกว่าครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็ม นักเรียนพิจารณาการเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะโดยใช้วิธีการเปลี่ยนจำนวนจริงที่กำหนดให้ในรูปต่างๆ ได้แก่ จำนวนคละ $-2\frac{1}{3}$ จำนวนที่เขียนในรูปของกรณฑ์ $\sqrt{3}, \sqrt[3]{-8}$ เศษส่วน $\frac{20}{5}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{4}}{5}, \frac{3.5}{0.25}$ ให้อยู่ในรูปทศนิยมเพื่อพิจารณาว่าเป็นทศนิยมซ้ำหรือไม่ซ้ำ พบข้อผิดพลาดในการเปลี่ยนจำนวนที่อยู่ในรูปอื่นๆ ให้อยู่ในรูปทศนิยมและการแยกแยะระหว่างทศนิยมซ้ำกับทศนิยมไม่ซ้ำ เป็นอุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ระบุได้ถูกต้องว่าจำนวนใดเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ เช่น นักเรียนเปลี่ยน $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ให้อยู่ในรูปทศนิยมได้เป็น 0.866000 เนื่องจากนักเรียนนำค่าประมาณของ $\sqrt{3}$ คือ 1.732 หารด้วย 2 ทำให้นักเรียนระบุว่า $\frac{\sqrt{3}}{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ หรือการที่นักเรียนเข้าใจว่าทศนิยมไม่ซ้ำ 5.131131113… เป็นทศนิยมซ้ำ จึงทำให้นักเรียนระบุว่าจำนวนดังกล่าวเป็นจำนวนตรรกยะ

แบบทดสอบชุดที่ 2 เป็นการตรวจสอบทักษะในการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน พบว่านักเรียนประมาณร้อยละ 68 ได้คะแนนมากกว่าครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็ม นักเรียนสามารถเขียนแสดงการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ พบข้อผิดพลาดของนักเรียนบางส่วน เช่นเดียวกับผลในขั้นสะท้อนคิดในวงจรที่ 3 ได้แก่

การใช้หลักการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำไม่ถูกต้องเช่น แสดงวิธีการเปลี่ยน $2.\dot{9}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้เป็น $\frac{29-2}{90}$ แต่หลักการดังกล่าวนี้ใช้ได้กับทศนิยมที่มีตัวเลขหน้าจุดทศนิยมเป็นศูนย์เท่านั้น ดังนั้นนักเรียนจะต้องเขียนแสดงวิธีการเปลี่ยน $2.\dot{9}$ เป็นเศษส่วนได้โดยเปลี่ยนให้อยู่ในรูป $2+0.\dot{9}$ แล้วใช้หลักการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วนได้เป็น $2+\frac{9}{9}$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{27}{9}$

เกิดความสับสนในหลักการเปลี่ยนทศนิยมระหว่างกรณีที่ทศนิยมมีตัวเลขหลังจุดทศนิยมซ้ำทุกตำแหน่ง กับกรณีที่ทศนิยมมีตัวเลขหลังจุดทศนิยมซ้ำบางตำแหน่งดังเช่นเขียนแสดงการเปลี่ยน $0.3\dot{5}\dot{1}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่มีตัวเศษไม่ถูกต้องเป็น $\frac{351}{990}$ เนื่องจากสับสนกับวิธีการเปลี่ยน $0.\dot{3}5\dot{1}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนซึ่งมีตัวเศษเป็น 351 คือ $\frac{351}{999}$ แต่ตัวเศษของ $0.3\dot{5}\dot{1}$ นั้นเกิดจากการนำ 351 ลบด้วย 3 ดังนั้นวิธีการเปลี่ยน $0.3\dot{5}\dot{1}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่ถูกต้องคือ $\frac{351-3}{990}$

การลืมหลักการเปลี่ยนทศนิยมที่ไม่ใช่ศูนย์ซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนและเขียนแสดงวิธีการที่ไม่ถูกต้องโดยใช้ตัวส่วนเป็น 10, 100 ,1000 เช่นเดียวกับการเปลี่ยนทศนิยมซ้ำศูนย์ให้อยู่ในรูปเศษส่วนเช่น เปลี่ยน $0.0\dot{2}$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้เป็น $\frac{2}{100}$

แบบทดสอบชุดที่ 3 เป็นการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ทักษะการหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง และความสามารถในการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในการแก้ปัญหา ผลปรากฏว่า

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

นักเรียนประมาณร้อยละ 60 ได้คะแนนมากกว่าครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็มในการหารากที่สองของจำนวนจริง พบข้อผิดพลาดของนักเรียนบางส่วนเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรากที่สองของจำนวนจริง เช่น นักเรียนเข้าใจว่ารากที่สองของจำนวนจริงเป็นจำนวนจริงบวก 1 จำนวน เช่น เขียนแสดงรากที่สองของ 16 เฉพาะรากที่สองที่เป็นจำนวนบวกเท่านั้นคือ 4 มีมโนทัศน์ของรากที่สองของจำนวนจริงลบไม่ถูกต้องเช่น ระบุว่ารากที่สองของ -9 คือ 3 และ -3 ทั้งที่รากที่สองของ -9 นั้นมี 2 จำนวนซึ่งไม่ใช่จำนวนจริง หารากที่สองของจำนวนจริงด้วยการนำ 2 ไปหาร เช่น หารากที่สองของ 16 ด้วยการหารด้วย 2 แล้วระบุว่า รากที่สองของ 16 คือ 8 และ -8 ส่วนข้อผิดพลาดเกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณพบว่า นักเรียนบางส่วนขาดทักษะในการหารากที่สองของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเศษส่วน และทศนิยม เช่น เขียนแสดงรากที่สองของ 0.0016 เป็น 0.04 และ -0.04 และการใช้เครื่องหมายกรณฑ์เขียนแสดงแทนรากที่สองของจำนวนจริงที่กำหนดให้เสมอเช่น เขียนแสดงรากที่สองของ 1225 ได้เป็น $\sqrt{1225}$ และ $-\sqrt{1225}$ แทนที่จะเขียนแสดงการแยกตัวประกอบของ 1225 เป็น $5\times5\times7\times7$ และจะได้ว่า 1225 คือ $(35)^2$ ดังนั้นรากที่สองของ 1225 คือ 35 และ -35 เป็นต้น นอกจากนั้นยังพบว่านักเรียนบางส่วนใช้เครื่องหมายกรณฑ์เขียนแสดงจำนวนจริงที่เป็นรากที่สองที่เป็นลบไม่ถูกต้องเช่น เขียนแสดง $\sqrt{-8}$ แทนจำนวนที่เป็นรากที่สองที่เป็นลบของ 8

นักเรียนประมาณร้อยละ 40 ได้คะแนนมากกว่าครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็มในการหารากที่สามของจำนวนจริง พบข้อผิดพลาดของนักเรียนบางส่วนเกี่ยวกับมโนทัศน์รากที่สามของจำนวนจริง เช่น นักเรียนเขียนแสดงรากที่สามของจำนวนจริงเฉพาะรากที่เป็นจำนวนจริง เช่น เขียนแสดงรากที่สามของ -8 เฉพาะรากที่เป็นจำนวนจริงเพียงจำนวนเดียวคือ -2 โดยไม่ระบุว่ามีอีก 2 จำนวนซึ่งไม่ใช่จำนวนจริง เกิดความสับสนระว่างมโนทัศน์ของรากที่สองและรากที่สามเช่น เขียนแสดงรากที่สามของ -8 มีสองจำนวนคือ 2 และ -2 จะเห็นว่านักเรียนหารากที่สามที่เป็นจำนวนจริงของ -8 ได้ถูกต้องหนึ่งจำนวนคือ -2 แต่นักเรียนตอบมา 2 จำนวนทั้งที่เป็นจำนวนลบและจำนวนบวกเหมือนกับการหารากที่สองของจำนวนจริง ส่วนข้อผิดพลาดเกี่ยวกับทักษะการหารากที่สามของจำนวนจริงนั้น พบว่านักเรียนบางส่วนมีปัญหาเกี่ยวกับการคิดคำนวณหารากที่สองของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเศษส่วน และทศนิยม เช่น เขียนแสดงรากที่สามที่เป็นจำนวนจริงของ 0.027 เป็น 0.03 และไม่แสดงวิธีการคิดคำนวณหารากที่สามของจำนวนจริง มักจะใช้เครื่องหมายกรณฑ์ที่สามเขียนแสดงแทนรากที่สามที่เป็นจำนวนจริงเสมอ เช่น เขียนแสดงรากที่สามที่เป็นจำนวนจริงของ $\frac{1}{64}$ ด้วย $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$ ซึ่งจำนวนดังกล่าวสามารถหา

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ได้โดยใช้การยกกำลังเขียนแสดงได้ว่า $\left(\frac{1}{4}\right)^3$ มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{64}$ ดังนั้นรากที่สามที่เป็นจำนวนจริงของ $\frac{1}{64}$ คือ $\frac{1}{4}$

นักเรียนประมาณร้อยละ 30 ได้คะแนนมากกว่าครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็มในการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งพบว่าปัญหาในการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในการแก้ปัญหานั้น นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบของสมการได้ ขาดทักษะในการหาคำตอบของสมการ เช่น หาคำตอบของสมการ $\sqrt{x} = 4$ ด้วยการแทนค่าตัวแปรด้วย 4 และนักเรียนไม่สามารถหาวิธีการแก้โจทย์ปัญหาได้ เช่น ไม่สามารถเขียนสมการหาความยาวด้านของทรงลูกบาศก์ที่มีความจุ 1260 ลูกบาศก์เมตรได้ เลือกใช้สูตรของความยาวเส้นรอบวงและพื้นที่ของวงกลมไม่ถูกต้อง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved