

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียน  
ชนเผ่าลาหู่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 โรงเรียนบ้านเมืองนะ อำเภอเชียงดาว จังหวัดเชียงใหม่ โดย  
ใช้กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมาน ผู้ศึกษาได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง  
โดยขอเสนอตามลำดับหัวข้อดังต่อไปนี้

1. ชาวเขาเผ่าลาหู่ในชุมชนบ้านเมืองนะ
2. หลักสูตรเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. โจทย์ปัญหาสมการ
  - 3.1 ความหมายของการแก้โจทย์ปัญหาสมการ
  - 3.2 ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ
  - 3.3 การสร้างสมการ
4. ความผิดพลาดในการเรียนคณิตศาสตร์
  - 4.1 ความหมายของความผิดพลาดในการเรียนคณิตศาสตร์
  - 4.2 ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนิวมาน
5. กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนิวมาน
6. การศึกษางานที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหา  
ของนิวมาน

### ชาวเขาเผ่าลาหู่ในชุมชนบ้านเมืองนะ

สภาพชุมชนบ้านเมืองนะ ตั้งอยู่ในตำบลเมืองนะ อำเภอเชียงดาว จังหวัดเชียงใหม่  
ประกอบด้วยชาวไทยภูเขา 3 ชนเผ่าคือ จีนฮ่อ ไทยใหญ่ และลาหู่ สำหรับชนเผ่าลาหู่คนไทย  
พื้นราบมักนิยมเรียกและรู้จักกันในชื่อ ชนเผ่ามูเซอ แต่เนื่องจากชาวชนเผ่าลาหู่คิดว่าเป็นคำเรียกที่  
ไม่สุภาพและถือว่าเป็นการดูถูก จึงนำเสนอชื่อเรียกว่า ชนเผ่าลาหู่ โดยชนเผ่าลาหู่อาศัยอยู่ห้อย  
บ้านในเขตบริการของชุมชนบ้านเมืองนะจำนวน 2 ห้อยมบ้านคือ ห้อยมบ้านเจ็ยจันทร์

และห่อมบ้านกองผักปิ้ง ซึ่งในแต่ละห่อมบ้านจะประกอบขึ้นด้วยกลุ่มครัวเรือนหลายกลุ่มที่มีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดในการเป็นญาติพี่น้องหรือร่วมสกุลเดียวกัน จากข้อมูลการสำรวจสำมะโนประชากรในปี 2551 พบว่าห่อมบ้านเจียงจันทร์ มีจำนวน 143 หลังคาเรือน คิดเป็นประชากรทั้งหมด 762 คน และห่อมบ้านกองผักปิ้ง มีจำนวน 45 หลังคาเรือน คิดเป็นประชากรทั้งหมด 349 คน ประชากรส่วนใหญ่มีอาชีพทำไร่ ทำนา หาของป่า มีศิลปวัฒนธรรมท้องถิ่นที่เป็นที่รู้จักโดยทั่วไปของชนเผ่าลาหู่ คือ กินวอ กินข้าวใหม่ เป็นต้น สำหรับการใช้ภาษาลาหู่จะพูดโดยใช้ภาษาถิ่นของตนเท่านั้น โดยอักษรโรมันหรืออักษรภาษาอังกฤษเขียนเป็นสำเนียงลาหู่ โดยมีเครื่องหมายกำกับ (Labu Times) เพื่อกำหนดเสียงให้ใกล้เคียงภาษาลาหู่ให้มากที่สุด และมีการเอาภาษาจากถิ่นฐานที่เคยพักอาศัยมาปะปนใช้ในภาษาตนเองเพื่อสร้างคำประจำเผ่าขึ้นมาใหม่ ๆ (พิสิทธิ์ ปัญญาฟู : 2548)

จากสถิติข้อมูลนักเรียนแต่ละชนเผ่าที่เข้าเรียนในโรงเรียนบ้านเมืองนะประจำปีการศึกษา 2551 พบว่ามีนักเรียนทั้งหมดจำนวน 667 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชนเผ่าลาหู่ 246 คน โดยคิดเป็นร้อยละ 36.88 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

#### หลักสูตรเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – ม.3) ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดให้เรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งขอบข่ายเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแบ่งเนื้อหาออกเป็น 2 ตอนคือ ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 3 ชั่วโมงและการนำไปใช้จำนวน 9 ชั่วโมง ในหนังสือคู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์เล่ม 2 ได้กำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังไว้ 2 ข้อคือ นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้และนักเรียนตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ในสถานการณ์ต่าง ๆ เนื้อหาเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นเนื้อหาที่ต่อเนื่องกับเนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นเนื้อหาในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในตอนต้นของบทนี้ได้มีการทบทวนเนื้อหาการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้คุณสมบัติของการเท่ากันตามที่ได้เรียนมาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากนั้นได้แนะนำให้นักเรียนรู้จักสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มี  $x$  เป็นตัวแปรและมีรูปทั่วไปเป็น  $ax + b = 0$  เมื่อ  $a, b$  เป็นค่าคงตัว และ  $a \neq 0$  พร้อมทั้งได้ให้ตัวอย่างของการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและโจทย์แบบฝึกหัดที่ซับซ้อนขึ้น

สำหรับรายละเอียดของเนื้อหาเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่า ในหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้เน้นการแก้โจทย์

ปัญหาโดยใช้สมการในเรื่องของการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน อัตราส่วนและร้อยละ และอัตราเร็วซึ่งจะเน้นให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับหลักการแก้สมการโดยใช้สมบัติของการทำกันในการหาคำตอบ ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ โดยเริ่มจากการกำหนดตัวแปรขึ้นเพื่อแทนสิ่งต่าง ๆ ที่เราต้องการทราบค่าแล้ววิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของตัวแปรเหล่านั้นในรูปของสมการและหาคำตอบโดยการแก้สมการซึ่งจะเห็นได้ว่าการแก้โจทย์ปัญหาสมการจะต้องมีวิธีการคิดและการทำอย่างเป็นขั้นตอน (สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี : 2547)

### โจทย์ปัญหาสมการ

#### ความหมายของการแก้โจทย์สมการ

ลักษณะของโจทย์ปัญหาสมการที่พบในบทเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ตามหลักสูตรของกระทรวงศึกษาธิการพุทธศักราช 2544 มีหลายลักษณะด้วยกันตามความแตกต่างของเรื่องราวหรือสถานการณ์ในโจทย์ปัญหา ดังนี้

กนกวลี อุษณกรกุล (2546) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาสมการเป็น 5 ลักษณะ คือ

1. โจทย์ปัญหาทางเศรษฐศาสตร์ เป็นโจทย์ปัญหาที่มีเรื่องราวเกี่ยวกับราคาและการซื้อ – ขาย
2. โจทย์ปัญหาทางสถิติ เป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยต่าง ๆ
3. โจทย์ปัญหาทางเกษตร เป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเกษตรกรรมและของผสมต่าง ๆ
4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรขาคณิต
5. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง และอัตราเร็ว

นอกจากนั้น ยูพิน พิพิธกุล (2550) ยังได้แบ่งลักษณะของโจทย์ปัญหาสมการ ที่มีความสอดคล้องกับ กนกวลี อุษณกรกุล แต่จะแตกต่างที่การเรียกชื่อของลักษณะโจทย์ปัญหาสมการ ดังนี้ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและอายุ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาวและพื้นที่ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว เวลา โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับของผสม โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเงิน โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการลงทุน โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับแรงงาน โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเข้าชมการแสดง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับคานและ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาสมการ 3 ลักษณะคือ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว

### ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ

จากการศึกษาขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ได้มีผู้สรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการไว้หลายท่าน ดังนี้

Russell (1961, อ้างใน สุนีย์ เงินวง, 2546 : 28) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการไว้ ดังนี้

1. สมมติสัญลักษณ์แทนตัวไม่ทราบค่าในโจทย์
2. พยายามเขียนหรือแสดงพจน์ของตัวไม่ทราบค่าอื่น ในรูปของตัวไม่ทราบค่าตัวแรก
3. เขียนสมการให้ถูกต้อง โดยอาศัยความสัมพันธ์ของข้อมูล
4. แก้สมการ
5. ตรวจสอบคำตอบว่าเป็นไปตามเงื่อนไขของโจทย์หรือไม่

กนกวลี อุษณกรกุล (2546) ได้สรุปขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ว่ามีวิธีการ ดังนี้

1. กำหนดตัวแปรเพื่อแทนสิ่งต่าง ๆ ที่เราต้องการทราบค่าในโจทย์ปัญหาสมการ
2. เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปสมการ
3. หาคำตอบของโจทย์ปัญหาสมการโดยการแก้สมการ

ในการทำงานเดียวกัน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548) ได้เสนอแนะกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาสมการมี 5 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

ขั้นที่ 3 เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ และเขียนสมการ

ขั้นที่ 4 แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2541 : 411) ได้สรุปหลักการแก้โจทย์สมการที่คล้ายกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คือ

1. อ่านโจทย์ด้วยความระมัดระวังเพื่อทราบโจทย์กำหนดอะไรให้ โจทย์ต้องการทราบอะไรหรือถามหาอะไร จากนั้นจึงกำหนดตัวอักษรแทนตัวไม่ทราบค่าที่โจทย์ถามหา หรือแทนสิ่งที่เรากำหนดขึ้น

2. แปลงโจทย์สมการให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ที่เป็นสมการที่มีตัวไม่ทราบค่าโดยอิงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้กับตัวไม่ทราบค่า

3. แก้สมการที่สร้างขึ้น โดยหลักการแก้สมการที่เคยทราบมาแล้ว

4. ตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบของโจทย์สมการหรือไม่ โดยนำคำตอบไปตรวจกับข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์สมการที่กำหนดมาให้แต่แรกไม่จำเป็นต้องตรวจสอบกับสมการที่สร้างขึ้นเพราะสมการที่สร้างขึ้นอาจจะผิดได้

อนันต์ โพธิกุล และคณะ (2548 : 96) ได้ให้หลักในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

1. อ่านโจทย์ให้รอบคอบ แล้วกำหนดสิ่งที่โจทย์ถามให้เป็นตัวแปร
2. แบ่งโจทย์ให้เป็นตอน ๆ ตอนใดเกี่ยวข้องกับสิ่งที่สมมติให้เป็นตัวแปร
3. หาความเท่ากันของสิ่งที่สมมติให้เป็นตัวแปรกับโจทย์แต่ละตอน
4. เขียนสมการ และแก้สมการพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ

นิวแมน (Newman, 1977, อ้างใน Clements and Ellerton, 1996 : 49) ได้สรุปขั้นตอนสำหรับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา ไว้ดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหา ซึ่งในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องอ่านคำหรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาให้ได้ถูกต้อง
2. ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา โดยนักเรียนจะต้องทำความเข้าใจและสามารถบอกถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้อย่างถูกต้อง

3. เปลี่ยนรูปข้อความในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

4. นำทักษะการคำนวณที่สอดคล้องกับวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้เพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

5. เขียนคำตอบที่ได้จากการคำนวณให้สอดคล้องเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา

จากกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาสมการดังกล่าวแล้ว สรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดังนี้ คือ เริ่มจากการอ่าน และทำความเข้าใจโจทย์ สร้างสมการจากโจทย์ แล้วลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบของโจทย์ ซึ่งในขั้นตอนกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของนิวแมน ได้มีการให้ความสำคัญกับองค์ประกอบทางภาษา ที่เป็นลักษณะพิเศษที่มีความแตกต่างจากกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาสมการแบบอื่น ๆ โดยที่กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของนิวแมนได้

แยกขั้นตอนการอ่านโจทย์ปัญหาหรือสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่มีในโจทย์นั้นออกจากขั้นตอนของการทำความเข้าใจปัญหาอย่างสิ้นเชิง เพื่อสะดวกในการวิเคราะห์หาความผิดพลาดตามกระบวนการของนิเวศน์ได้ชัดเจนมากขึ้น

### การสร้างสมการ

การสร้างสมการจากโจทย์ปัญหาสมการเป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องใช้ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ในโจทย์ เพื่อเปลี่ยนข้อความในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมและมีความถูกต้องเพื่อช่วยในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาสมการ

การสร้างสมการจากโจทย์ปัญหาสมการ นักเรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการเปลี่ยนประโยคข้อความให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ ผู้ศึกษาจึงได้สรุปการเปลี่ยนคำศัพท์ (Keyword) ในประโยคข้อความให้เป็นสัญลักษณ์การกระทำทางคณิตศาสตร์ (Operation) โดยปรับจากแนวคิดของ Stapel (2008) โดยยึดคำศัพท์และข้อความที่พบในหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เป็นหลัก ซึ่งสามารถสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved

ตาราง 1 แสดงการเปลี่ยนประโยคข้อความให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

การกระทำทางคณิตศาสตร์	ประโยคข้อความ	ประโยคสัญลักษณ์
การบวก	จำนวนจำนวนหนึ่งเพิ่มขึ้น 5 จำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่า 5 จำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ 5 ผลรวมของจำนวนจำนวนหนึ่ง กับ 5 ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่ง กับ 5 จำนวนจำนวนหนึ่งบวกด้วย 5	$x + 5$
การลบ	จำนวนจำนวนหนึ่งลดลง 5 จำนวนจำนวนหนึ่งลบด้วย 5 จำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าน้อยกว่าอยู่ 5 ผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 5	$x - 5$
การคูณ	ผลคูณของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 5 คูณจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 5 จำนวนจำนวนหนึ่งคูณด้วย 5 ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่ง	$5x$
	ห้าเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 3	$5(x + 3)$
	ห้าเท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 3	$5(x - 3)$
การหาร	สองในสามของจำนวนจำนวนหนึ่ง ครึ่งหนึ่งของจำนวนจำนวนหนึ่ง	$\frac{2}{3}x$ $\frac{1}{2}x$
	จำนวนจำนวนหนึ่งหารด้วย 5 จำนวนหนึ่งแบ่งออกเป็น 5 ส่วน อัตราส่วนของจำนวนจำนวนหนึ่งต่อ 5	$\frac{x}{5}$

## ความผิดพลาดในการเรียนคณิตศาสตร์

### ความหมายของความผิดพลาดในการเรียนคณิตศาสตร์

คำว่า “ความผิดพลาด” มีผู้ใช้คำนี้แตกต่างกันหลายคำด้วยกัน เช่น ข้อบกพร่อง ความคลาดเคลื่อน เป็นต้น โดยมีความหมายต่าง ๆ กันดังนี้

ดารณี คำแหง (2533 : 13) กล่าวว่า ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อผิดพลาด หรือสาเหตุที่เป็นปัญหา หรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หรือไม่สามารถเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ (2529 : 7) ได้กล่าวถึงความหมายดังนี้ ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อผิดพลาดที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ไม่ประสบผลสำเร็จ

ขนิษฐา คำทอน (2539 : 30) ได้สรุปความหมายของข้อบกพร่องในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ว่าหมายถึง การทำแบบทดสอบ แล้วเกิดความผิดพลาด หรือทำไม่ครบตามวิธีการและลำดับขั้นตอนในการคิดแก้โจทย์คณิตศาสตร์

นิวแมน (Newman, 1977, อ้างใน Marinas and Clements, 1990 : 15) ได้ให้ความหมายของความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหา หมายถึง สาเหตุที่เป็นปัญหา หรืออุปสรรค ที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา

กล่าวโดยสรุปแล้ว ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหา หมายถึง สาเหตุที่เป็นปัญหา หรืออุปสรรค ที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา หรือไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์

### ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนิวแมน

ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนิวแมนนั้น (Newman, 1977, อ้างใน Marinas and Clements, 1990 : 15) ได้แบ่งความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้เป็นความผิดพลาดจากการที่นักเรียนไม่สามารถอ่านคำสำคัญ (Key Word) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในคำถาม ทำให้นักเรียนถูกจำกัดขอบเขตที่จะดำเนินการแก้ปัญหาให้ครบถ้วนสมบูรณ์ได้

2. ความผิดพลาดจากการทำความเข้าใจ (Comprehension Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้เป็นความผิดพลาดที่พิจารณาได้จากการที่นักเรียนสามารถอ่านคำทุกคำที่อยู่ในคำถามได้



แต่นักเรียนไม่เข้าใจความหมายของคำเหล่านั้นได้ทั้งหมด ซึ่งจะทำให้นักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปได้

3. ความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้แม้ว่านักเรียนจะเข้าใจโจทย์แต่ นักเรียนจะไม่สามารถเลือกใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ (Operation) เช่น  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $/$  ได้หรือไม่สามารถบอกลำดับของการกระทำที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้

4. ความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ (Process Skill Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้เป็นความผิดพลาดที่นักเรียนไม่สามารถนำการกระทำทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้อย่างถูกต้องแม่นยำได้ ทำให้เกิดการคำนวณที่ผิด

5. ความผิดพลาดจากการสรุปตอบ (Encoding Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้เกิดจากการที่นักเรียนทำตามกระบวนการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องแต่ไม่สามารถเขียนแสดงคำตอบในรูปแบบที่โจทย์ต้องการได้

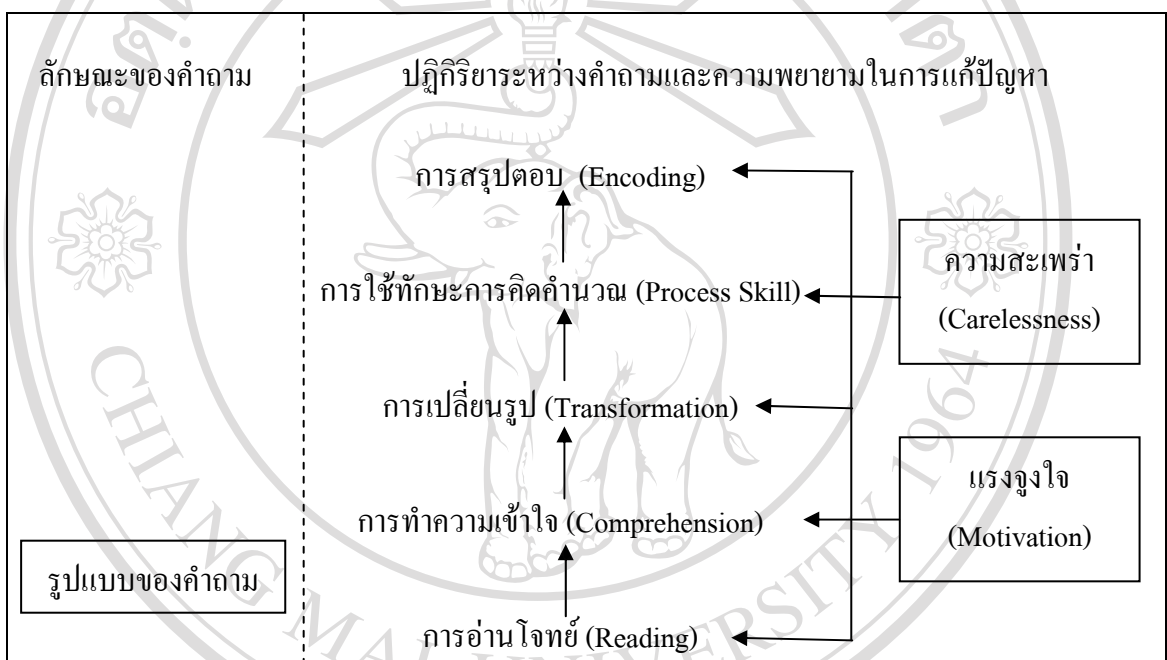
#### กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนิวแมน

จากการศึกษาของนิวแมน (Newman, 1983, อ้างใน Marinas and Clements, 1996) ซึ่งเป็นนักการศึกษาด้านภาษาชาวออสเตรเลีย ได้ศึกษาวิจัยค้นคว้าเกี่ยวกับเทคนิคการวิเคราะห์ความผิดพลาด (Newman Error Analysis Technique) ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ได้เสนอกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 ขั้นตอน เพื่อให้รู้ถึงขั้นตอนในการกระทำที่ผิดพลาดขณะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาโดยการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1977 เป็นต้นมา ได้มีผู้นำกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวแมนไปใช้ในการวิจัยศึกษากันอย่างแพร่หลายในภูมิภาคเอเชีย - แปซิฟิก

Clements and Ellerton (1996) ผู้ซึ่งนำกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวแมนมาใช้ศึกษาวิจัยหลายครั้ง ได้กล่าวว่า กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวแมน เป็นวิธีการวิเคราะห์ความผิดพลาด 5 ขั้นตอน ที่เกิดจากการตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเมื่อนักเรียนทำแบบทดสอบแล้วจะใช้การสัมภาษณ์ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยในปี ค.ศ. 1977 นิวแมนได้ใช้กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดดังกล่าว ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน ได้เผยแพร่ใช้ในวงการศึกษของประเทศออสเตรเลียจนได้ผล และได้มีการศึกษาวิจัยอย่างต่อเนื่องในประเทศต่าง ๆ เช่น ในประเทศอินเดียผู้ศึกษาวิจัยคือ Kaushil, Sajjin Singh &

Clements และยังมีนักการศึกษาอีกหลายท่านที่ได้นำกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมานมาใช้ได้อย่างได้ผล เช่น บรูโน อินโดนีเซีย มาเลเซีย สิงคโปร์ ฟิลิปปินส์ ปาปัวนิวกินี

ในกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนิวมานั้น หลังจากที่นักเรียนได้ทำแบบทดสอบแล้ว จะใช้การสัมภาษณ์นักเรียนเพื่อวัดขั้นของความเข้าใจในการแก้ปัญหาซึ่งจะแสดงความผิดพลาดหรือข้อบกพร่องในการแก้ปัญหา โดยแบ่งลำดับขั้นของการวิเคราะห์ความผิดพลาดตามสาเหตุความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนิวมาน (Clements, 2004) แสดงเป็นลำดับขั้น (Hierarchy of Error Causes) ได้ดังนี้



ภาพ 1 ลำดับขั้นแสดงสาเหตุความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนิวมาน

จากภาพ 1 จะเห็นว่าสาเหตุความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนิวมานั้น นอกจากจะขึ้นอยู่กับการจัดลักษณะของคำถามซึ่งได้จัดรูปแบบของคำถามตามลำดับขั้น 5 ขั้น แล้ว ยังมี ความผิดพลาดของผู้แก้ปัญหาก็ 2 ประเภท คือ “ความสะเพร่า” และ “แรงจูงใจ” ซึ่งนิวมานได้แยกออกจากรูปแบบของคำถามทั้ง 5 ขั้น เพราะต้องการชี้ให้เห็นว่าความผิดพลาดดังกล่าวเกิดขึ้นได้ในทุกขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ตัวอย่างของความผิดพลาดจากความสะเพร่า เช่น ความสะเพร่าสามารถทำให้เกิดความผิดพลาดในการอ่าน และความผิดพลาดในการทำความเข้าใจ เป็นต้น เช่นเดียวกับที่ความผิดพลาดจากแรงกระตุ้นหรือแรงจูงใจทำให้นักเรียนบางคนที่สามารถอ่าน โจทย์ปัญหาและทำความเข้าใจใน โจทย์ปัญหาได้ ตลอดจนคิดวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมออก

แล้วแต่ไม่สามารถดำเนินการคิดคำนวณตามลำดับขั้นต่อไปได้ เนื่องจากขาดแรงกระตุ้นหรือแรงจูงใจที่จะทำตามลำดับขั้นต่อไป ทำให้ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา

กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนิวมาน มีขั้นตอนดังนี้

1. ให้กลุ่มนักเรียนที่ใช้ในการศึกษาทำแบบทดสอบ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบบเขียนคำตอบสั้น ๆ
2. ตรวจสอบคำตอบของกลุ่มนักเรียนที่ใช้ในการศึกษาและบันทึกชื่อนักเรียน ผลการสอบในแต่ละข้อ (ถูกหรือผิด) ซึ่งถ้านักเรียนตอบผิดจะบันทึกคำตอบที่ผิดนั้นด้วย และคะแนนรวม
3. ทำการสัมภาษณ์นักเรียนแต่ละคน โดยใช้เทคนิคการสัมภาษณ์ของนิวมานตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ให้นักเรียนอ่านคำถามให้ครูฟัง (Reading)

ขั้นที่ 2 ให้นักเรียนบอกความหมายของคำที่อยู่ในโจทย์พร้อมทั้งอธิบายว่าโจทย์ต้องการให้ทำอะไร (Comprehension)

ขั้นที่ 3 ให้นักเรียนบอกวิธีการที่นักเรียนสามารถใช้หาคำตอบ (Transformation)

ขั้นที่ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการคิดหาคำตอบ (Process Skills)

ขั้นที่ 5 ให้นักเรียนเขียนคำตอบที่ได้ (Encoding)

4. สรุปผลการวิเคราะห์ความผิดพลาดจากการสัมภาษณ์

Clements and Ellerton (1996 : 49) ได้กล่าวถึงตัวอย่างการถามคำถามที่จะนำไปสู่การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมานจากการเขียนตอบแบบทดสอบคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading errors)

คำถาม : “กรุณาอ่านคำถามให้ครูฟัง”

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ความผิดพลาดจากการทำความเข้าใจ

(Comprehension errors)

คำถาม : “ให้นักเรียนบอกครูว่าคำถามสั่งให้ทำอะไร”

ขั้นที่ 3 วิเคราะห์ความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป

(Transformation errors)

คำถาม : “ให้นักเรียนบอกครูถึงวิธีการที่นักเรียนสามารถใช้หาคำตอบ”

ขั้นที่ 4 วิเคราะห์ความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ

(Process skill errors)

คำถาม : “ให้นักเรียนแสดงวิธีทำให้ครูว่าทำอะไรในการหา

คำตอบ”

ขั้นที่ 5 วิเคราะห์ความผิดพลาดจากการสรุปตอบ (Encoding errors)

คำถาม : “ให้นักเรียนเขียนคำตอบที่ได้”

ในการสัมภาษณ์ดังกล่าว ถ้าพบว่าการตอบคำถามในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งไม่ถูกต้องผู้สัมภาษณ์จะต้องจำแนกความผิดพลาดที่เกิดขึ้นว่าเป็นความผิดพลาดในขั้นตอนนั้นทันทีและในกรณีที่เด็กได้คำตอบในการแก้ปัญหาครั้งแรกไม่ถูกต้อง แต่ได้คำตอบที่ถูกต้องในการแก้ปัญหาครั้งที่สองซึ่งมีขึ้นก่อนเริ่มการสัมภาษณ์นี้ ผู้สัมภาษณ์จะต้องจัดความผิดพลาดที่พบในการแก้ปัญหาครั้งแรกว่าเป็นความผิดพลาดประเภทที่เกิดจากความสะเพร่าหรือผลกระทบจากแรงจูงใจ

นิวแมน (Newman, 1983, อ้างใน กรรณิการ์ ปวนาศ, 2543 : 13) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากที่ได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอบไปแล้ว ไว้ดังนี้

1. ผู้สัมภาษณ์ต้องสัมภาษณ์นักเรียนทีละคน
2. ผู้สัมภาษณ์ควรสัมภาษณ์นักเรียนทันทีที่นักเรียนทำแบบทดสอบแล้ว
3. ผู้สัมภาษณ์ควรใช้แบบบันทึกข้อมูล บันทึกข้อมูลระหว่างการสัมภาษณ์ด้วย
4. การสัมภาษณ์ต้องมีเสียงรบกวนให้น้อยที่สุดและจะต้องไม่มีการหยุดชะงักหรือถูกขัดจังหวะในระหว่างการสัมภาษณ์
5. ถ้าสังเกตเห็นนักเรียนรู้สึกเป็นกังวลในระหว่างการสัมภาษณ์และผู้สัมภาษณ์ไม่สามารถโน้มน้าวให้นักเรียนทำต่อไปได้ ให้ยุติการสัมภาษณ์ทันที
6. ถ้าสงสัยว่านักเรียนเกิดความสะเพร่าขึ้นระหว่างการสัมภาษณ์ให้ถามซ้ำอีกครั้งอย่าให้คำชี้แนะหรือชี้นำใด ๆ เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าคำตอบดังกล่าวถูกหรือผิด
7. ผู้สัมภาษณ์ต้องระมัดระวังการชี้แนะ เพราะนักเรียนอาจเปลี่ยนความคิดของเขาได้
8. อย่าบอกนักเรียนว่าโจทย์ข้อที่เลือกมาสัมภาษณ์นั้นเป็นข้อที่นักเรียนทำผิดในการทำแบบทดสอบครั้งแรก

Prakitipong and Nakamura (2006) ยังได้กล่าวถึงตัวอย่างการสัมภาษณ์ที่ใช้เทคนิคของนิวแมน โดยใช้คำถามว่า

“พิชซ่า 1 ถาด มี 12 ชิ้น ราคา 528 เยน ถามว่า พิชซ่า 1 ชิ้นจะมีราคาเท่าใด”  
ซึ่งมีลำดับขั้นของการสัมภาษณ์ ดังนี้

ผู้สัมภาษณ์ : อ่านคำถามให้ฟังได้ไหม ?  
(ขั้นตอนการอ่าน)

นักเรียน : (นักเรียนอ่านคำถามทั้งหมด)

ผู้สัมภาษณ์ : สิ่งที่คุณถามบอกให้นักเรียนทำคืออะไร  
(ขั้นตอนการทำความเข้าใจ)

นักเรียน : โจทย์บอกให้ฉันหา พืชชำ 1 ชิ้น และราคาของพืชชำ

ผู้สัมภาษณ์ : แล้ว...นักเรียนใช้วิธีการอะไรในการหาคำตอบนี้  
(ขั้นตอนการเปลี่ยนรูป)

นักเรียน : ใช้การลบ  
(ความผิดพลาดเกิดขึ้นในขั้นตอนการเปลี่ยนรูป)

ผู้สัมภาษณ์ : ให้นักเรียนแสดงวิธีคำนวณหรือเขียนให้ดูบนกระดานได้ไหม  
(ขั้นใช้ทักษะกระบวนการ)

นักเรียน : มีพืชชำ 12 ชิ้น ดังนั้น พืชชำหนึ่งชิ้นจะมีราคาเท่ากับ  
 $528 - 12 = 516$

จากตัวอย่างการสัมภาษณ์นี้จะเห็นว่า ผู้สัมภาษณ์ยังคงให้นักเรียนทำต่อไปจนเสร็จสิ้นตามกระบวนการแก้ปัญหาของนิวมาน แม้ว่าผู้สัมภาษณ์จะพบข้อผิดพลาดของนักเรียนในขั้นตอนของการเปลี่ยนรูปแล้วก็ตาม นั่นคือนักเรียนเข้าใจคำถามว่า โจทย์ต้องการให้ทำอะไรแต่ไม่ประสบความสำเร็จในการเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมมาใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

ข้อสังเกตที่ได้จากการสัมภาษณ์ข้างต้นพบว่า การให้นักเรียนทำตามลำดับขั้นของกระบวนการแก้ปัญหาของนิวมานจนครบทุกขั้นตอนของกระบวนการนั้น โดยไม่ต้องเร่งหรือผลักดันนักเรียนให้ตอบคำถามที่เขาไม่ได้เลือกตอบเอง ผู้สัมภาษณ์ก็สามารถวิเคราะห์หรือจำแนกสาเหตุของอุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้

การศึกษางานที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนิวมาน

ในการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนิวมาน ได้มีผู้ศึกษาและวิจัยหลายท่าน ดังนี้

นิวมาน (Newman, 1977, อ้างใน Clements, M.A., 2004 : 16) ได้วิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนเกรด 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำจำนวน 124 คน โดยการใช้โจทย์ปัญหา 40 ข้อ ที่ไม่มีโครงสร้างของประโยคที่ซับซ้อน หรือไม่ใช้การคิดที่ยากเกินไป ซึ่งผลการวิเคราะห์ของนิวมานสามารถจำแนกประเภทของความผิดพลาดได้ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 2 ผลการจำแนกความผิดพลาดของนักเรียนเกรด 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ

ประเภทของความผิดพลาด	จำนวนความผิดพลาด	% ของความผิดพลาด
การอ่าน	390	13
การทำความเข้าใจ	665	22
การเปลี่ยนรูป	361	12
ทักษะกระบวนการ	779	26
การสรุปตอบ	72	2
ความสะเพร่า	735	25
รวม	3,002	100

ความผิดพลาดที่พบทั้งหมด 3,002 ข้อนั้น สามารถจำแนกได้เป็น 47% ของความผิดพลาดทั้งหมดที่เกิดขึ้นก่อนการใช้ทักษะคิดคำนวณและ 1 ใน 4 ของความผิดพลาดทั้งหมดนั้นเกิดจากความสะเพร่า นอกจากนั้นยังพบข้อมูลที่เป็นประโยชน์มากสำหรับครุคณิตศาสตร์ เช่น นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำต้องการความรู้และการประยุกต์ใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ (+, -, ×, ÷) หรือทักษะพื้นฐานที่จำเป็นในการแก้สมการเชิงเส้นในรูป  $ax + b = c$  มาก ซึ่งข้อมูลของนิวมานชี้ให้เห็นว่า ความผิดพลาดของทักษะพื้นฐานเป็นเพียงส่วนหนึ่งของความผิดพลาดส่วนใหญ่ที่เกิดขึ้น

สำหรับข้อมูลอื่นๆ ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1977 เป็นต้นมา Clements (2004 : 17) ได้รายงานว่าได้มีผู้นำกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมานไปใช้ในโรงเรียนหลายแห่งเกือบทั่วโลก ได้ผลยืนยันข้อสรุปของนิวมานที่ว่า “ปัจจัยทางภาษา เป็นอุปสรรคที่สำคัญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์”

Clements (1980, อ้างใน Clements, 2004 : 17) ได้รายงานผลการศึกษาที่สำคัญ 2 งาน ซึ่งพบความผิดพลาดถึง 6,595 ข้อ จากการใช้กระบวนการสัมภาษณ์ของนิวมานกับนักเรียนจำนวน 634 คนพบว่า ประมาณ 70% ของความผิดพลาดเกิดจากการอ่าน การทำความเข้าใจ การเปลี่ยนรูป และความสะเพร่าซึ่งความผิดพลาดจากความสะเพร่านั้นคิดเป็น 40% ของความผิดพลาดใน 3 ส่วนแรก ในขณะที่ความผิดพลาดจากทักษะกระบวนการพบเพียง 25% ของความผิดพลาดทั้งหมดที่จำแนกได้ ทั้งนี้พบความผิดพลาดจากการสรุปตบน้อยกว่า 5% ของความผิดพลาดทั้งหมด

Faulkner (1992, อ้างใน Clements and Ellerton, 1996 : 52) ทำการวิเคราะห์ความผิดพลาดจากนักเรียนพยาบาลที่เข้าฟังวิชา Calculus ซึ่งเป็นวิชาที่ไม่คิดคะแนนในโรงพยาบาลใน Melbourne ประเทศออสเตรเลีย ที่คล้ายกับงานของนิวมานซึ่งการศึกษาครั้งนี้เป็น 1 ใน 2 – 3 งานของนิวมานที่เคยรายงานถึงผลการสัมภาษณ์ผู้ใหญ่ และผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า ความผิดพลาดของนักเรียนพยาบาลเหล่านี้เป็นเรื่องของการทำความเข้าใจ การเปลี่ยนรูป ซึ่งยืนยันบทสรุปแรกเริ่มที่ว่า “ทักษะกระบวนการไม่ใช่พื้นฐานเกือบทั้งหมดในการดำรงอยู่ในชีวิตประจำวัน”

Ellerton and Clements (1995, อ้างใน Clements and Ellerton, 1996) ได้ศึกษางานครั้งแรก โดยทำการศึกษากับนักเรียนเกรด 8 อายุ 16 ปี จำนวน 8 คน ในโรงเรียน 5 แห่งของรัฐนิวเซาท์เวลด์ และรัฐวิกตอเรียของออสเตรเลีย โดยให้นักเรียนตอบคำถามโดยการเขียน ซึ่งเป็นคำถามที่ครูคณิตศาสตร์ของ 2 ใน 5 โรงเรียนดังกล่าวเห็นด้วยว่า ไม่มีคำถามใดที่ยากเกินไปสำหรับนักเรียนของพวกเขา ซึ่งครั้งหนึ่งของคำถามเป็นรูปแบบเลือกตอบคำตอบเดียว และอีกครั้งหนึ่งเป็นรูปแบบให้ตอบสั้น และเมื่อนำรูปแบบการสัมภาษณ์ของนิวมานมาใช้ พบว่า 80% ของความผิดพลาด จัดเป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการอ่าน การทำความเข้าใจ และการเปลี่ยนรูป และมีเพียง 6% ของความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเป็นประเภทเกิดจากการใช้ทักษะคิดคำนวณ

งานศึกษานี้พบว่าคำถามที่แตกต่างกันทำให้เกิดความผิดพลาดในรูปแบบที่ต่างกัน เช่น จากคำถาม “ไอศกรีมราคาอันละ 85 เซ็นต์ และแอปเปิลราคาผลละ 45 เซ็นต์ ถ้าต้องการซื้อไอศกรีม 7 อัน และแอปเปิล 5 ผล ราคารวมเป็นเท่าใด?” สำหรับคำถามนี้ พบเพียง 6% ของความผิดพลาดในลักษณะที่หลากหลายซึ่งเกิดจากการใช้ทักษะกระบวนการ แต่ 90% ของความผิดพลาดทั้งหมดเป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการอ่าน หรือการทำความเข้าใจหรือการเปลี่ยนรูป

สำหรับคำถาม “จงเรียงลำดับเศษส่วนต่อไปนี้ จากน้อยที่สุดไปยังมากที่สุด  $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{5}$ ” ผู้สัมภาษณ์ได้เปิดเผยว่า กลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่ไม่ทราบว่า อะไรคือความหมายของสัญลักษณ์ที่ใช้กันทั่วไปในรูป  $\frac{m}{n}$

Ellerton and Clements (1996 : 53) ได้ศึกษาครั้งที่สอง โดยศึกษาเปรียบเทียบความผิดพลาดจากนักเรียนเกรด 7 จำนวน 101 คน ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น 2 แห่งของมาเลเซีย กับนักเรียนเกรด 6 หรือ เกรด 7 จำนวน 61 คน ในโรงเรียนประถมศึกษา 2 แห่งของเมืองเพิร์ท (Perth) ในประเทศออสเตรเลีย โดยใช้แบบทดสอบแบบเขียนตอบชุดที่เหมือนกันซึ่งในประเทศมาเลเซียใช้ภาษา Malayu และในออสเตรเลียใช้ภาษาอังกฤษ โดยครูผู้สอนทุกคนยืนยันว่าคำถามมีการใช้คำได้ดีและไม่ยากเกินไป ผู้สัมภาษณ์ได้รับการฝึกการสัมภาษณ์ตามวิธีการของนิวแมนก่อนจะดำเนินการสัมภาษณ์ โดยใช้ภาษาเดียวกับภาษาที่ใช้ในแบบทดสอบในแต่ละประเทศ (ใช้ภาษา Malayu สัมภาษณ์นักเรียนในมาเลเซีย และใช้ภาษาอังกฤษสัมภาษณ์นักเรียนในเมืองเพิร์ท) ผลการศึกษาพบความผิดพลาด 1,480 ข้อผิดพลาด ซึ่งพบในนักเรียนของมาเลเซีย 990 ข้อผิดพลาดและพบในนักเรียนของออสเตรเลีย 490 ข้อผิดพลาด ซึ่งรูปแบบของความผิดพลาดที่จำแนกได้ใน 2 กลุ่มตัวอย่างนี้ มีความเด่นคล้ายกัน คือระหว่าง 60% และ 70% เป็นประเภทการทำความเข้าใจหรือการเปลี่ยนรูป ส่วน 10% (ในกลุ่มตัวอย่างของมาเลเซีย) และ 15% (สำหรับกลุ่มตัวอย่างในออสเตรเลีย) เป็นประเภทเกิดจากการใช้ทักษะกระบวนการ

Clements and Ellerton (1995, อ้างใน วนิตา หงษ์ณี, 2540 : 37) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวัดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ โดยสัมภาษณ์นักเรียนที่ทำแบบทดสอบเลือกตอบ และแบบทดสอบตอบสั้นที่คู่ขนานกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (เกรด 8) จำนวน 115 คน ในเมืองเมลเบิร์น (Melbourne) เครื่องมือในการศึกษาวิจัยเป็นแบบทดสอบเลือกตอบคู่ขนานกับแบบทดสอบเลือกตอบคู่ขนานกันแบบทดสอบตอบสั้น ฉบับละ 16 ข้อ ในวิชาคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์เพื่อวัดความเข้าใจ โดยแบ่งนักเรียนแต่ละห้องเป็น 2 กลุ่ม ทำแบบทดสอบ ครึ่งห้องทำแบบทดสอบแบบเลือกตอบและอีกครึ่งห้องทำแบบทดสอบแบบตอบสั้น เมื่อทำเสร็จชุดแรกสลับกันทำอีกชุดหนึ่งหลังจากนั้น 1 สัปดาห์ตามไปสัมภาษณ์วิธีการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน เพื่อวัดความเข้าใจในการแก้ปัญหาโดยสัมภาษณ์แบบทดสอบฉบับละ 8 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนร้อยละ 16 ของแบบทดสอบตอบสั้นเป็นนักเรียนที่ให้คำตอบผิดถึงแม้ว่าจะมีความรู้ ทักษะ ความคิดรวบยอด และเข้าใจคำถาม สำหรับผลการศึกษาค้นคว้าวัดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแบบทดสอบแบบเลือกตอบพบว่านักเรียนร้อยละ 34 ของนักเรียนที่ทำแบบทดสอบสามารถจำแนกได้ว่าผู้ตอบถูกและมีความเข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง และร้อยละ 35 ของนักเรียนที่ทำแบบทดสอบแบบตอบสั้น สามารถจำแนกได้ว่าผู้ตอบถูกและมีความเข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง นอกจากนี้ยังพบว่า 1 ใน 3 ของการตอบของนักเรียนตอบถูกโดยไม่มีความรู้อย่างแท้จริง และตอบไม่ถูกโดยมีความเข้าใจบางส่วนหรือความเข้าใจไม่สมบูรณ์



สำหรับผลการศึกษาในประเทศไทยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน ได้มีผู้นำกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมานมาใช้ดังนี้

กรรณิการ์ ปวนกาศ (2543) ได้ทำการศึกษาความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อวิเคราะห์ จำแนก และจัดกลุ่มความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสอง โดยใช้เทคนิคการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมาน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่ แบบทดสอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการกำลังสอง แแถบับบันทึกเสียง แบบบันทึกคำตอบ แบบบันทึกการสัมภาษณ์ และแบบวิเคราะห์ความผิดพลาดรายคน ซึ่งผู้ศึกษาได้สร้างและปรับปรุงจากรูปแบบเดิม กลุ่มนักเรียนที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนเมืองปานวิทยาที่ได้ผลการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เป็น 0 หรือ 1 จำนวน 10 คน

ผลการศึกษาพบว่าความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนมีทั้งหมด 80 ความผิดพลาด เป็นความผิดพลาดประเภทการทำความเข้าใจร้อยละ 45 ความผิดพลาดประเภทการเปลี่ยนรูปร้อยละ 48.75 ความผิดพลาดประเภทการใช้ทักษะกระบวนการร้อยละ 5 และความผิดพลาดประเภทการสรุปตอบร้อยละ 1.25

วนิดา หงษ์ณี (2540) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาสภาพความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้เทคนิคการสัมภาษณ์ของนิวมาน และเปรียบเทียบความแตกต่างของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการตอบแบบทดสอบแบบเลือกตอบกับแบบตอบสั้น กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2539 ของกลุ่มโรงเรียนมัธยมศึกษากลุ่มที่ 2 จังหวัดนครพนม กรมสามัญศึกษากระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 196 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบและแบบตอบสั้น เรื่องร้อยละ ฉบับละ 15 ข้อ และแบบสัมภาษณ์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นตามเทคนิคการสัมภาษณ์ของนิวมาน เพื่อถามความเข้าใจในการแก้ปัญหามathematics ด้วยข้อสอบที่เป็นตัวแทน ฉบับละ 6 ข้อ การวิเคราะห์ข้อมูลศึกษาสภาพความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ใช้ค่าร้อยละ เปรียบเทียบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้ไคสแควร์ ( $\chi^2$  - test)

ผลการวิจัยพบว่าสภาพความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้วยเทคนิคการสัมภาษณ์ของนิวมาน เมื่อวัดด้วยแบบทดสอบแบบเลือกตอบ พบว่าจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการอ่านโจทย์ ความเข้าใจโจทย์ การแปลโจทย์ ทักษะการคิดคำนวณ และการประมวลคำตอบ คิดเป็นร้อยละ 99.5, 86.2 – 98.5, 51.0 – 78.6, 40.8 – 73.5 และ 41.8 – 71.4 ตามลำดับ และเมื่อวัดด้วยแบบทดสอบแบบตอบสั้น พบว่าจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถใน 5 ขั้นตอนดังกล่าว คิดเป็นร้อยละ 99.0 – 99.5, 83.7 – 97.4, 62.8 – 86.2, 33.7 – 75.0 และ 28.1 – 77.0 ตามลำดับ

จากการศึกษาวิจัยโดยใช้กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิเวศน์ที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น ทำให้พบสิ่งที่เป็นประโยชน์กับครุคณิตศาสตร์ 2 ประเด็น คือ องค์ประกอบทางภาษาในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ และความบกพร่องในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน ผู้ศึกษาเห็นว่าถ้านำกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิเวศน์มาใช้แล้วจะทำให้สามารถจำแนกความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการในแต่ละขั้นของการแก้ปัญหาของนักเรียนชนเผ่าลาหู่แต่ละคนได้ละเอียดและชัดเจนยิ่งขึ้น เพื่อให้มีการปรับปรุงการเรียนการสอนให้บรรลุจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนต่อไป



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved