

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การศึกษาเรื่อง การวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 โรงเรียนบ้านเมืองนะ อำเภอเชียงดาว จังหวัดเชียงใหม่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 10 คน โดยใช้กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมาน มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์หาความผิดพลาดและสาเหตุของความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ เรื่องการประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในหัวข้อย่อย “การนำไปใช้” โดยมีรายละเอียดผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังต่อไปนี้

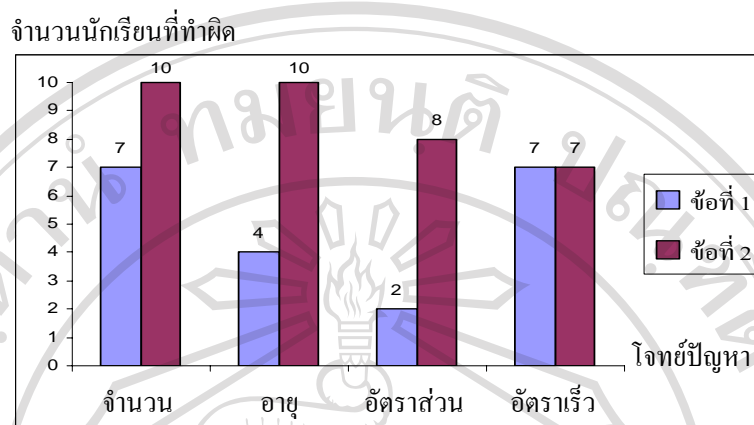
1. ผลการวิเคราะห์หาความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ
  - 1.1 ผลการวิเคราะห์ความผิดพลาดจากการทำแบบทดสอบ
  - 1.2 ผลการวิเคราะห์ความผิดพลาดที่พบครั้งแรกในการสัมภาษณ์ตามกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมาน
  - 1.3 ผลการวิเคราะห์ความผิดพลาดที่พบทั้งหมดในทุกขั้นตอนของการสัมภาษณ์ตามกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมาน
2. ผลการวิเคราะห์หาสาเหตุของความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ

### ผลการวิเคราะห์หาความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ

#### ผลการวิเคราะห์ความผิดพลาดจากการทำแบบทดสอบ

ผลจากการที่ผู้ศึกษาได้นำแบบทดสอบโจทย์ปัญหาสมการ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในหัวข้อย่อย “การนำไปใช้” ไปดำเนินการทดสอบกับกลุ่มนักเรียนชนเผ่าลาหู่ที่ใช้ในการศึกษา โดยแบ่งแบบทดสอบโจทย์ปัญหาสมการออกเป็น 4 หน่วย หน่วยละ 2 ข้อ คือ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว ซึ่งการทดสอบในแต่ละหน่วยผู้ศึกษาได้บันทึกคำตอบที่นักเรียนตอบผิดลงในตารางบันทึกคำตอบจากแบบทดสอบ และได้แสดงจำนวน

นักเรียนที่ทำผิดในแต่ละข้อของการทำแบบทดสอบโจทย์ปัญหาแต่ละหน่วยด้วยกราฟ ปราบกฏผล ดังภาพต่อไปนี้



ภาพ 2 แสดงจำนวนนักเรียนที่ทำผิดในแต่ละข้อของการทำแบบทดสอบจำแนกตามประเภทของโจทย์ปัญหา

จากภาพ 2 แสดงให้เห็นว่าในการทำแบบทดสอบโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุข้อ 2 ที่ไม่มีนักเรียนคนใดสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง สำหรับโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนข้อ 2 พบว่ามีนักเรียนทำผิดมากเป็นอันดับสอง แต่ในข้อ 1 กลับพบจำนวนนักเรียนทำผิดน้อยที่สุด

**ผลการวิเคราะห์ความผิดพลาดที่พบครั้งแรกในการสัมภาษณ์ตามกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมาน**

หลังจากที่ผู้ศึกษาได้ดำเนินการสัมภาษณ์กลุ่มนักเรียนที่ใช้ในการศึกษามา สัมภาษณ์ในข้อที่ทำผิดเป็นรายบุคคลและบันทึกผลการสัมภาษณ์ตามกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของ นิวมานในการแก้โจทย์ปัญหาสมการลงในแบบบันทึกการสัมภาษณ์เสร็จสิ้นแล้ว ผู้ศึกษาได้นำแบบบันทึกการสัมภาษณ์มาวิเคราะห์หาความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหามาบันทึกลงในแบบวิเคราะห์ความผิดพลาดรายคน (Diagnostic profile sheet) โดยผู้ศึกษาได้พิจารณาจากความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในขั้นตอนเริ่มแรกของการแก้โจทย์ว่าเป็นความผิดพลาดที่ทำให้นักเรียนแต่ละคนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ข้อนั้น ๆ ซึ่งสามารถสรุปผลการวิเคราะห์หาความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในหัวข้อย่อย “การนำไปใช้” โดยสรุปผลการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคนและสรุปจำนวนนักเรียนที่พบความผิดพลาดในแต่ละขั้นตอนของแต่ละข้อ ดังตารางที่ 3 และตารางที่ 4 ตามลำดับต่อไปนี้

ตาราง 3 แสดงจำนวนความผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคนตามประเภทของความผิดพลาด

ประเภทความผิดพลาด	จำนวนความผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคน										รวม
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
การอ่าน	-	-	-	-	-	-	1	1	-	1	3
การทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะ	1	1	6	3	1	2	4	1	1	-	20
การเปลี่ยนรูป	1	4	-	2	1	3	1	3	2	4	21
การใช้ทักษะการคิดคำนวณ	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1
การตรวจคำตอบ	-	-	-	-	1	-	1	-	1	-	3
การสรุปตอบ	-	-	1	1	-	-	-	1	-	1	4
ความสะเพร่า	1	-	-	-	1	-	-	1	-	-	3
รวม	3	5	7	6	4	5	7	8	4	6	55

จากตารางที่ 3 จะเห็นได้ว่าผลการวิเคราะห์ความผิดพลาดที่พบในการแก้โจทย์ปัญหาทั้งหมด 55 ข้อผิดพลาด โดยที่นักเรียนส่วนมากเกิดความผิดพลาดในขั้นการเปลี่ยนรูปมากถึง 21 ข้อผิดพลาดและขั้นการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะมากเป็นอันดับสองอีก 20 ข้อผิดพลาด ในขณะที่พบความผิดพลาดในขั้นการอ่าน การตรวจสอบคำตอบ และความสะเพร่าทำกันคือ 3 ข้อผิดพลาด สำหรับขั้นการใช้ทักษะการคิดคำนวณพบเพียง 1 ข้อผิดพลาดเท่านั้น

จากนั้นผู้ศึกษาได้สรุปจำนวนนักเรียนที่เกิดความผิดพลาดในแต่ละขั้นตอนของแต่ละข้อพบว่ากลุ่มนักเรียนที่ใช้ในการศึกษาเกิดความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและอายุในข้อ 2 มากที่สุด โดยที่ไม่มีนักเรียนคนใดที่สามารถแก้โจทย์ปัญหาข้อดังกล่าวได้ถูกต้องซึ่งนักเรียนจำนวน 9 คน เกิดความผิดพลาดประเภทการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนในขณะที่โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุมีนักเรียน 9 คน เกิดความผิดพลาดประเภทการเปลี่ยนรูป ส่วนโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนข้อ 1 เกี่ยวกับอัตราเร็วข้อ 1 และ 2 มีนักเรียน 7 คนที่ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ สำหรับโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนข้อ 2 พบว่ามีนักเรียนเพียง 2 คนเท่านั้นที่ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ ดังตาราง 4

ตาราง 4 แสดงจำนวนข้อผิดพลาดของนักเรียนในแต่ละประเภทของโจทย์ปัญหาแต่ละข้อ

ประเภทโจทย์ปัญหา	ข้อ	จำนวนข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดความผิดพลาด ในแต่ละประเภท							รวม	
		การอ่าน	การทำความเข้าใจ	การตีความเฉพาะ	การเปลี่ยนรูป	การใช้ทักษะการ คิดคำนวณ	การตรวจคำตอบ	การสรุปตอบ		ความสะเพร่า
		จำนวน	1	3	3	1	-	-		-
	2	-	9	1	-	-	-	-	10	
อายุ	1	-	2	1	1	-	-	-	4	
	2	-	1	9	-	-	-	-	10	
อัตราส่วนและร้อยละ	1	-	1	-	-	-	-	1	2	
	2	-	1	4	-	3	-	-	8	
อัตราเร็ว	1	-	2	5	-	-	-	-	7	
	2	-	1	-	-	-	4	2	7	
รวม		3	20	21	1	3	4	3	55	

## ผลการวิเคราะห์ความผิดพลาดที่พบทั้งหมดในทุกขั้นตอนของการสัมภาษณ์ตาม

## กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมาน

จากการสัมภาษณ์นักเรียนแต่ละคนตามกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมานในทุกขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหา นอกจากผู้ศึกษาจะได้พบความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในขั้นตอนเริ่มแรกของการสัมภาษณ์ว่าเป็นความผิดพลาดที่ทำให้นักเรียนแต่ละคนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ข้อนั้น ๆ แล้ว ผู้ศึกษายังได้พบความผิดพลาดในขั้นตอนอื่น ๆ ที่มีความแตกต่างกันในแต่ละข้อ ซึ่งรายละเอียดความผิดพลาดทั้งหมดของนักเรียนที่พบในขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหามีดังนี้

1. ความผิดพลาดจากการอ่าน พบว่ามีนักเรียนอ่านออกเสียงคำว่า “จุด” ไม่ได้ 1 คน และอ่านออกเสียงคำว่า “จุด” ผิดเป็น “จุน” กับ “จน” และอ่านออกเสียงคำว่า “เร็ว” ผิดเป็น “เร็ว” กับ “ลวด” จำนวน 2 คน

2. ความผิดพลาดจากการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะ พบว่านักเรียนที่เกิดข้อผิดพลาดในขั้นนี้ ไม่สามารถบอกความหมายของคำว่า “สองเท่าของผลต่าง” ได้จำนวน 1 คน นอกจากนั้นยังพบข้อผิดพลาดจากการบอกความหมายของคำศัพท์เฉพาะคำอื่น ๆ ที่มีอยู่ในโจทย์ ปัญหาสมการไม่ได้หรือไม่ถูกต้อง ได้แก่คำว่า “สี่เหลี่ยมผืนผ้า” “ด้านยาว” “ด้านกว้าง” “ความยาวแต่ละด้าน” “ผลต่าง” “สองเท่าของผลต่าง” “สามในห้า” “อัตราส่วน” และคำว่า “อัตราเร็ว” ซึ่งแสดงรายละเอียดข้อผิดพลาดในความเข้าใจความหมายของศัพท์เฉพาะแต่ละคำปรากฏผลดังตาราง 5

ตาราง 5 แสดงข้อผิดพลาดของนักเรียนในการอธิบายความหมายของคำศัพท์เฉพาะ

คำศัพท์เฉพาะ	ข้อผิดพลาดที่พบของนักเรียน
สี่เหลี่ยมผืนผ้า	<ul style="list-style-type: none"> <li>- รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านกว้างคูณด้านยาว</li> <li>- มีด้านเท่าสองด้าน ด้านขนานสองด้าน</li> <li>- มีสองด้าน ด้านหนึ่งยาว ด้านหนึ่งสั้น</li> <li>- มีด้านข้างสี่ด้าน</li> </ul>
ด้านยาว	<ul style="list-style-type: none"> <li>- แนวตั้งที่มีด้านยาวที่สุดในสองด้าน</li> <li>- ด้านที่มีความยาวสองด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า</li> <li>- เส้นที่ตั้ง</li> <li>- ด้านที่กว้าง</li> </ul>
ด้านกว้าง	<ul style="list-style-type: none"> <li>- แนวนอนที่มีความกว้าง มีสองด้าน</li> <li>- ด้านที่กว้างสองด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า</li> <li>- เส้นที่นอน</li> <li>- ด้านที่ยาว</li> </ul>
ความยาวแต่ละด้าน	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ความยาวที่ยาวที่สุดที่มีสองด้าน</li> <li>- ด้านยาวกับด้านกว้างมาลบกัน</li> <li>- ความยาวของแต่ละด้านยาวเท่ากัน</li> <li>- ความยาวด้านที่ยาวกว่า</li> </ul>
ผลต่าง	<ul style="list-style-type: none"> <li>- สองจำนวนที่ต่างกัน</li> <li>- จำนวนสองจำนวนที่แตกต่างกัน</li> <li>- จำนวนสองจำนวนที่มีความต่างกัน</li> </ul>

ตาราง 5 แสดงข้อผิดพลาดของนักเรียนในการอธิบายความหมายของคำศัพท์เฉพาะ (ต่อ)

คำศัพท์เฉพาะ	ข้อผิดพลาดที่พบของนักเรียน
สองเท่าของผลต่าง	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 2x</li> <li>- คูณแล้วลบ</li> <li>- จำนวนสองจำนวนที่มีผลต่างกัน</li> <li>- ผลต่างของ 2x</li> <li>- จำนวนสองจำนวนที่มีความแตกต่างกันเป็นสองเท่า</li> <li>- สองเท่าลบกับจำนวนนั้น ๆ</li> <li>- 2x คูณกับผลต่างที่ได้</li> <li>- เอา 2x มาลบ</li> </ul>
สามในห้า	- ใน 5 จำนวนมี 3 จำนวนที่แตกต่างกัน
อัตราส่วน	- เศษหนึ่งส่วนสอง
เครื่องหมาย “ % ”	- 70 ส่วน 30 เปอร์เซนต์
อัตราเร็ว	<ul style="list-style-type: none"> <li>- เวลาคูณกับชั่วโมง</li> <li>- อัตราเร็วคูณกับชั่วโมง</li> </ul>

จากตารางที่ 5 พบว่าในการบอกความหมายของศัพท์เฉพาะคำว่า “สองเท่าของผลต่าง” พบความผิดพลาดของนักเรียนที่มีความแตกต่างมากที่สุดถึง 8 ข้อผิดพลาด รองลงมาได้แก่คำว่า “สี่เหลี่ยมผืนผ้า” “ด้านยาว” “ด้านกว้าง” และ “ความยาวแต่ละด้าน” พบข้อผิดพลาดจำนวน 4 ข้อผิดพลาดเท่ากัน

3. ความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป ความผิดพลาดในขั้นนี้พบว่านักเรียนไม่สามารถบอกแนวคิดหรือแสดงวิธีการเปลี่ยนรูปจากโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งพบข้อผิดพลาดของนักเรียนจากการสัมภาษณ์ในขั้นนี้ทั้งหมดจำนวน 40 ข้อผิดพลาด ดังรายละเอียดในตาราง 6

ตาราง 6 แสดงข้อผิดพลาดของนักเรียนในการเปลี่ยนรูปจากโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ข้อความโจทย์ปัญหา	คำตอบที่ถูกต้อง	ข้อผิดพลาดที่พบ	จำนวนข้อผิดพลาด
จะจูนำลวดหนามชนิดหนึ่งยาว 60 เมตร ไปล้อมรั้วรอบที่นารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มี ด้านยาวเป็นสี่เท่าของด้านกว้าง ได้พอลิจงหาความยาวแต่ละด้านของที่นาแปลงนี้	ให้ $x$ แทนความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $4x + 4x + x + x = 60$	$x + 4x = 60$	5
		$x(x - 4x) = 60$	1
สองเท่าของผลต่างของเงินจ่อไว้กับเงินนาลอแสะเป็น 10 บาท ถ้านาลอแสะมีเงิน 6 บาท จ่อไว้จะมีเงินกี่บาท	ให้ $x$ แทนเงินของจ่อไว้ $2x - 12 = 10$ หรือ $12 - 2x = 10$	$2x - 6 = 10$	3
		$2x - x = 10 - 6$	1
		$x + 6 = 10$	1
		$6(x - x) = 10$	1
		$x + 2x + 6 = 10$	1
ตูนีมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของพี่ชาย ถ้าผลรวมอายุของตูนีกับพี่ชายเป็น 48 ปี จงหาอายุของตูนีและพี่ชาย	ให้ $x$ แทนอายุของพี่ชาย $x + \frac{x}{2} = 48$	$x + 2 + x = 48$	1
		$x(x - 24) = 48$	1
		$x + x - \frac{1}{2} = 48$	1
สามในห้าของอายุแม่มากกว่าอายุของ อีบวยอยู่ 3 ปี ถ้าอีบวยมีอายุ 15 ปี แม่จะมีอายุเท่าไร	ให้ $x$ แทนอายุของแม่ $\frac{3}{5}x - 3 = 15$	$\frac{3}{5}x + 3 = 15$	3
		$x + \frac{3}{5}x + 3 = 15$	1
		$2\left(\frac{3}{5} + x\right) = 15$	1
		$\frac{3}{5} - 3 - 15 = x$	1
		$\frac{3}{5}x + x = 15$	1

ตาราง 6 แสดงข้อผิดพลาดของนักเรียนในการเปลี่ยนรูปจากโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ (ต่อ)

ข้อความโจทย์ปัญหา	คำตอบที่ถูกต้อง	ข้อผิดพลาดที่พบ	จำนวนข้อผิดพลาด
		$x \frac{3}{5} + 3 - 15 = x$	1
		$x + 3 + \frac{3}{5}x + 3 = 15$	1
		$x + 3 = 15$	1
อัตราส่วนของต้นส้มต่อต้นมะม่วงในสวนของลุงยะแสเป็น 6 : 7 ถ้าในสวนของลุงยะแสมีต้นส้มอยู่ 30 ต้น จงหาจำนวนต้นมะม่วง	ให้ x แทนจำนวนต้นมะม่วง $\frac{30}{x} = \frac{6}{7}$	$\frac{6}{7} \times \frac{x}{13} = 30$	1
นาฟูแต่ได้รับดินสอจากครูครูณี 30 % ของดินสอที่ครูครูณีมีทั้งหมด ต่อมาอินอยให้อีก 2 แท่ง ทำให้นาฟูแต่มีดินสอ 17 แท่ง จงหาว่าเดิมครูครูณีมีดินสอทั้งหมดเท่าไร	ให้ x แทนดินสอที่ครูครูณีมีทั้งหมด $\frac{30}{100}x + 2 = 17$	$x + \frac{30}{100}x + 2 = 17$ $\frac{30}{100} \times \frac{x}{2} = 17$ $x + \frac{30}{100} - 2 = 17$ $x = \frac{30}{100} \times 17 + 2$ $x = \frac{30}{100} + 2 + 17$	1 1 1 1
ลอสื่อเริ่มออกเดินจากหมู่บ้านกองผักปังไปโรงเรียนเมื่อเวลา 7.00 น. ด้วยอัตราเร็ว 5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าลอสื่อมาถึงโรงเรียนเวลา 9.00 น. ระยะทางจากหมู่บ้านกองผักปังห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร	ให้ x แทนระยะทางจากหมู่บ้านกองผักปังถึงโรงเรียน $x = 5 \times 2$	$5 \times x = 2$ $5 \times 3 = x$ $9.00x - 7.00x = 5$ $5 \times 60 = x \times 60$ $7 \times 5 = 9 \times x$ $9.00x + 7.00x = 5$ $5 \times x = 1$	1 1 1 1 1 1 1



#### 4. ความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ

4.1 ความผิดพลาดจากการเดาคำตอบที่ผิด ความผิดพลาดในชั้นตอนนี้ พบว่านักเรียนได้แสดงวิธีการคิดโดยละเอียดการคำนวณที่ถูกต้องเพียงเพื่อให้ได้คำตอบหรือตัวเลขตรงกับที่นักเรียนเดาเอาไว้ ซึ่งพบทั้งหมดจำนวน 4 ข้อผิดพลาด ยกตัวอย่างเช่น นักเรียนเดาคำตอบที่ผิดเอาไว้ก่อนการคำนวณจากสมการว่าต้องได้คำตอบเป็น 16 จากนั้นนักเรียนได้แสดงวิธีการแก้สมการ  $x + 2 + x = 48$  ว่าได้  $3x = 48$  ซึ่งเป็นการคำนวณที่ผิดแต่นักเรียนยังทำต่อไปโดยนักเรียนได้ให้เหตุผลว่าอยากได้ 3 เพื่อเอามารวม 48 แล้วเท่ากับ 16 ตามที่นักเรียนต้องการ นอกจากนี้ยังพบข้อผิดพลาดอีก 3 ข้อผิดพลาดที่เกิดจากการเดาคำตอบที่ผิดเอาไว้ก่อนแล้วจึงค่อยเปลี่ยนรูปจากโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์โดยนำตัวแปรและตัวเลขมาดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบตรงตามที่เดาเอาไว้โดยไม่สนใจเงื่อนไขของโจทย์ ยกตัวอย่างเช่น สมการ  $x + 6 = 10$  และสมการ  $2x - x = 10 - 6$  ซึ่งเป็นสมการที่ได้สร้างสมการขึ้นมาหลังจากที่นักเรียนได้เดาคำตอบเอาไว้แล้วว่าเป็น 4

4.2 ความผิดพลาดจากการเลือกการกระทำทางคณิตศาสตร์มาใช้ไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการ ความผิดพลาดในชั้นตอนนี้ ผู้ศึกษาพบว่าในการสร้างประโยคสัญลักษณ์ถึงแม้ว่านักเรียนได้กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการอย่างถูกต้องแล้ว แต่นักเรียนได้เลือกการกระทำทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการสร้างประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้องและไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการ ซึ่งพบมากถึง 23 ข้อผิดพลาด ตัวอย่างเช่น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนที่ว่า “สองเท่าของผลต่างของเงินจ่อไวกับเงินนาลอแสดเป็น 10 บาท ถ้านาลอแสดมีเงิน 6 บาท จ่อไวจะมีเงินกี่บาท” เมื่อกำหนดให้  $x$  แทนเงินของจ่อไว จะได้สมการที่ถูกต้องคือ  $2(x - 6) = 10$  พบว่ามีนักเรียนได้เขียนสมการเป็น  $2\left(\frac{x}{6}\right) = 10$  ซึ่งเป็นการเลือกการกระทำทางคณิตศาสตร์มาใช้

ผิด ๆ โดยโจทย์ต้องการให้ใช้การลบแต่นักเรียนเลือกใช้การหารแทน

4.3 ความผิดพลาดจากการนำการกระทำทางคณิตศาสตร์ที่ตรงกับที่โจทย์ต้องการให้ทำแล้วมาใช้คำนวณอย่างผิด ๆ ความผิดพลาดชั้นตอนนี้ ผู้ศึกษาไม่พบข้อผิดพลาดจากประโยคสัญลักษณ์ที่นักเรียนสร้างได้ถูกต้องตรงกับที่โจทย์ต้องการ แต่พบข้อผิดพลาดในการคำนวณอย่างผิด ๆ จากประโยคสัญลักษณ์ที่นักเรียนสร้างไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการ ยกตัวอย่างเช่น จากสมการ  $x + 3 = 15$  นักเรียนคำนวณโดยการนำพจน์ที่เป็นค่าคงที่กับตัวแปรมาบวกกันได้  $3x = 15$  จำนวน 3 ข้อผิดพลาด นอกจากนี้ยังพบข้อผิดพลาดจากการคูณตัวแปรกับจำนวนที่อยู่ในวงเล็บไม่ถูกต้องอีก 2 ข้อผิดพลาด ยกตัวอย่างเช่น  $x(x - 40) = 60$  จำนวนเป็น  $x - 40 = 60$

4.4 ความผิดพลาดจากการคิดคำนวณ ความผิดพลาดในขั้นนี้พบว่านักเรียนได้คิดคำนวณเกี่ยวกับจำนวนหรือค่าคงตัวไม่ถูกต้อง ซึ่งสามารถแบ่งความผิดพลาดในขั้นนี้ได้ 6 ลักษณะ ดังรายละเอียดตามตารางต่อไปนี้

ตาราง 7 แสดงลักษณะความผิดพลาดจากการคิดคำนวณของนักเรียน

ลักษณะความผิดพลาด	ตัวอย่างความผิดพลาด
1) ลบจำนวนไม่ถูกต้อง	$3x - 5x = 2x$ $30 - 88 = 58$
2) คูณจำนวนไม่ถูกต้อง	$48 \times 2 = 50$
3) คูณเศษส่วนไม่ถูกต้อง	$\frac{30}{100} \times \frac{x}{2} = 17$ ได้ $15 + 100x = 17$ (นำ $30 \div 2$ และ $100 \times x$ )
4) ลืมคูณ ค.ร.น. กับทุกจำนวนเพื่อทำให้หายไป	$\frac{3}{5} \times 5 - 3 - 15 = x$ (ลืมนำ 5 ไปคูณกับ $-3, -15$ และ $x$ ) $x \times 2 + x - \frac{1}{2} \times 2 = 48 \times 2$ (ลืมนำ 2 ไปคูณกับ $x$ )
5) ทำเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมไม่ถูกต้อง	$\frac{1}{5} = 5$ (นำ $5 \div 1$ ) $\frac{5}{16} = 3.2$ (นำ $16 \div 5$ ) $\frac{35}{9} = 4$ (นำจำนวนใกล้เคียงมาตอบ)
6) ลำดับขั้นตอนในการคำนวณผิด	$\frac{30}{100} \times 17 + 2 = \frac{30}{100} \times 19$ (นักเรียนบวกก่อนคูณ)

4.5 ความผิดพลาดจากการตรวจสอบคำตอบ ในขั้นการตรวจสอบคำตอบ พบว่านักเรียนไม่ได้ตรวจสอบคำตอบจากเงื่อนไขในโจทย์ แต่นักเรียนแสดงวิธีตรวจคำตอบโดยการนำตัวเลขจากการแก้สมการไปแทนที่ตัวแปรในสมการที่สร้างขึ้นซึ่งเป็นวิธีการตรวจคำตอบที่ผิดพบมากถึง 11 ข้อผิดพลาด นอกจากนั้นอีก 8 ข้อผิดพลาดเป็นข้อผิดพลาด

จากการที่นักเรียนได้พยายามนำคำตอบไปคำนวณกับตัวเลขในโจทย์อีกครั้งอย่างไม่ถูกต้องตามเงื่อนไขของโจทย์

5. ความผิดพลาดจากการสรุปตอบ พบในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว ข้อ 2 โดยโจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องการคำตอบที่เป็นเวลา แต่นักเรียนสรุปตอบเป็นจำนวนชั่วโมง ซึ่งพบทั้งหมด 4 ข้อผิดพลาด

6. ความผิดพลาดจากความสะเพร่า ความผิดพลาดในขั้นนี้พบว่าในระหว่างการสัมภาษณ์นักเรียนสามารถตอบคำถามและแสดงวิธีคิดในทุกขั้นตอนของการได้ข้อถูกต้อง ผู้ศึกษาจึงได้สรุปข้อผิดพลาดที่ทำให้นักเรียนทำแบบทดสอบผิดในครั้งแรกว่าเกิดจากความสะเพร่า เนื่องจากการทำแบบทดสอบครั้งแรกของนักเรียน 1 ข้อผิดพลาด พบว่านักเรียนได้คำนวณ  $30 \times 7$  เท่ากับ 21 แต่ในระหว่างการสัมภาษณ์นักเรียนแสดงการคำนวณได้อย่างถูกต้องและอีก 2 ข้อผิดพลาดเกิดความสะเพร่าในขั้นการสรุปตอบ คือ ในตอนแรกนักเรียนได้สรุปคำตอบเป็นจำนวนชั่วโมง แต่ในการสัมภาษณ์นักเรียนได้สรุปตอบใหม่เป็นเวลา

#### ผลการวิเคราะห์หาสาเหตุของความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ

หลังจากที่ผู้ศึกษาได้นำแบบบันทึกการสัมภาษณ์ (NEAG) มาวิเคราะห์หาความผิดพลาดที่ทำให้นักเรียนแต่ละคนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาข้อนั้น ๆ ในแต่ละขั้นตอนของการการแก้โจทย์ปัญหาสมการแล้ว ผู้ศึกษาได้ทำการถอดบทสัมภาษณ์จากเครื่องบันทึกเสียงเพื่อนำคำตอบที่ได้จากการสัมภาษณ์ของนักเรียนมาวิเคราะห์หาสาเหตุที่ทำให้นักเรียนแต่ละคนเกิดข้อผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งสรุปผลการวิเคราะห์หาสาเหตุของความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนในแต่ละขั้นตอน ได้ดังนี้

##### 1. ความผิดพลาดจากการอ่าน

ผู้ศึกษาได้วิเคราะห์หาสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความผิดพลาดในขั้นการอ่านว่ามีสาเหตุเนื่องมาจากนักเรียนกลุ่มที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชนเผ่าลาหู่ที่มีปัญหาด้านการใช้ภาษาไทยในการสื่อสารอยู่แล้ว จึงทำให้มีนักเรียนบางคนอ่านออกเสียงคำบางคำในโจทย์ปัญหาไม่ได้หรืออ่านออกเสียงได้ไม่ชัดเจน โดยเฉพาะคำว่า “ขาด” เป็นคำที่นักเรียนออกเสียงได้ไม่ชัดเจนมากกว่าคำอื่น ๆ และจากการสอบถามครูผู้สอนวิชาภาษาไทย พบว่านักเรียนชนเผ่าลาหู่มีปัญหาในการอ่านออกเสียงสระอะ สระเอือ และคำที่สะกดด้วยแม่กด

##### 2. ความผิดพลาดจากการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะ

ผู้ศึกษาได้วิเคราะห์ถึงสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความผิดพลาดในขั้นนี้ว่าเกิดจากสาเหตุสองประการคือ ประการแรกเกิดจากการที่นักเรียนมีปัญหาในด้านการใช้ภาษาไทย

จึงส่งผลให้บอกคำจำกัดความของคำศัพท์ไม่ได้ เนื่องจากในระหว่างการสัมภาษณ์มีนักเรียนจำนวน 5 คนได้บอกผู้ศึกษาไปในการทำงานเดียวกันว่าไม่รู้จะอธิบายยังไง อธิบายไม่ถูกว่าหมายถึงอะไร ยกตัวอย่างเช่นคำว่า “สี่เหลี่ยมผืนผ้า” “ด้านยาว” “ด้านกว้าง” และ “ความยาวแต่ละด้าน” นักเรียนไม่สามารถสื่อสารด้วยภาษาพูดได้แต่พอผู้ศึกษาให้เขียนอธิบายโดยการวาดรูปประกอบ กลับพบว่านักเรียนสามารถวาดรูปและอธิบายได้อย่างถูกต้อง ดังตัวอย่างบทสัมภาษณ์บางตอนของนักเรียนคนที่ 6 ดังนี้

- ครู คำนี้ ... (ครูชี้ไปที่คำว่า “สี่เหลี่ยมผืนผ้า”) ... หมายความว่าอะไรคะ  
 นักเรียน ... สี่เหลี่ยมผืนผ้า ... ไม่ได้คะ  
 ครู ไม่ได้นะคะ ... อะต่อไป ... คำนี้ ... (ครูชี้ไปที่คำว่า “ด้านยาว”) ...  
 หมายความว่ายังไงคะ  
 นักเรียน ด้าน ... ด้านยาว ... ยาว ... มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า ...  
 ครู มันเป็นอย่างนี้ละคะ ... อธิบายจากรูปได้ไหม ... มันเป็นอย่างนี้  
 นักเรียน ... (นักเรียนวาดรูป ) ... สี่เหลี่ยมผืนผ้า ... หมายความว่ามีความ  
 ด้านข้าง 4 ด้านคะ  
 ครู อืม ... มีด้านข้าง 4 ด้าน ... ต่อไปนะคะ ... คำนี้ ... (ครูชี้ไปที่คำว่า “ด้าน  
 ยาว”) ... หมายความว่ายังไงคะ  
 นักเรียน ... หมายความว่ามีความด้านยาวแค่สองข้างคะ ....  
 ครู แล้วคำนี้ละคะ ... (ครูชี้ไปที่คำว่า “ด้านกว้าง”) ... หมายความว่ายังไงคะ  
 นักเรียน ... ด้านกว้าง ... มีแค่สองข้าง ...  
 ครู เหมือนกันไหม  
 นักเรียน ไม่เหมือนคะ เพราะว่า ... ตรงนี้เป็นด้านยาว ... (นักเรียนชี้ไปที่ด้านยาว  
 ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า) ... ตรงนี้เป็นด้านกว้าง... (นักเรียนชี้ไปที่ด้านกว้าง  
 ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า) ... ทำให้ด้านกว้างมันไม่ยาวเท่าด้านยาวคะ

สาเหตุประการที่สองนักเรียนเกิดจาก นักเรียนมีความเคยชินกับคำบางคำที่พบบ่อย ๆ ในโจทย์ปัญหาจึงทำให้ไม่สามารถแยกความแตกต่างของคำศัพท์เฉพาะได้ เช่นคำว่า “สองเท่าของผลต่าง” กับคำว่า “สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่ง” ซึ่งนักเรียนมีความเข้าใจว่าหมายถึง  $2x$  เหมือนกัน

### 3. ความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป

สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความผิดพลาดในขั้นตอนนี้มีสามประการคือ ประการแรกเกิดจากนักเรียนกำหนดตัวแปรไม่ตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการจึงทำให้สร้างสมการผิด

ประการที่สองเกิดจากการที่นักเรียนมองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในโจทย์จึงทำให้เลือกการกระทำทางคณิตศาสตร์ที่ไม่มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขในโจทย์ และประการสุดท้าย เกิดจากการที่นักเรียนเดาคำตอบที่ผิด ๆ ไว้ก่อนแล้วจึงสร้างสมการเพื่อให้ได้คำตอบตรงกับที่คาดคะเนเอาไว้ซึ่งไม่เป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์ต้องการ ตัวอย่างเช่น ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนคนที่ 4 ที่ใช้คำถามว่า “สองเท่าของผลต่างของเงินจ่อไวกับเงินนาลอแสะเป็น 10 บาท ถ้านาลอแสะมีเงิน 6 บาท จ่อไวจะมีเงินกี่บาท” มีบทสัมภาษณ์บางตอนหลังจากที่นักเรียนเขียนสมการ  $x + 6 = 10$  ดังนี้

ครู ... ทำไมหนูต้องเอามาวกกัน ...

นักเรียน ครูจาก ... สองเท่าของผลต่างของเงินจ่อไวกับเงินนาลอแสะค่ะ .... เอามาวกกันก็เพื่อจะได้ให้ ... เท่ากับ 4 ... ดังนั้นเงินของจ่อไวคือ 4 บาทค่ะ

ครู อืม ... บอกครูได้ไหมว่าหนูเขียนสมการ ... หนูต้องการอะไร

นักเรียน ... ต้องการเงินของจ่อไวค่ะ

ครู เท่าไหร่

นักเรียน หนูคิด ... ว่าจ่อไวต้องมีเงินเป็น 4 ค่ะ

ครู แล้วไงต่อคะ

นักเรียน ... ตามความเข้าใจของหนูค่ะ เออ ... x มาบวก 6 แล้วหนูกี่ ... ให้ได้เท่ากับ 10 อย่างนี้ค่ะ

ครู ทำไมหนูต้องเอา x มาบวกกับ 6

นักเรียน ... เพราะ ... โจทย์ ... บอกว่าเงินจ่อไวกับเงินนาลอแสะเป็น 10 บาทค่ะ ...

หนูก็เลยคิดว่า... เงินจ่อไวต้องเป็น 4 บาท ... แล้วเราต้องหาสมการ

อะไรพวกนี้ให้ได้ 4 ค่ะ

ครู หนูก็เลยเอา x มาบวก 6 แล้วเท่ากับ 10

นักเรียน ค่ะ ... แล้วย้ายข้างแล้วเอา 10 ลบ 6 ได้เท่ากับ 4

ครู อืม ... จึงจะได้ 4 ตามที่หนูต้องการ

นักเรียน ค่ะ ...

#### 4. ความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ

สาเหตุประการแรกที่ทำให้นักเรียนเกิดความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการเกิดจากการละเลยความถูกต้องในการคิดคำนวณเพียงเพื่อต้องการให้ได้คำตอบตรงกับที่คาดคะเนเอาไว้ ตัวอย่างเช่น ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุของนักเรียนคนที่ 7 ที่ใช้คำถาม

ว่า “ตุนีมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของพี่ชาย ถ้าผลรวมอายุของตุนีกับพี่ชายเป็น 48 ปี จงหาอายุของตุนีและพี่ชาย” มีบทสัมภาษณ์บางตอนดังนี้

นักเรียน      เอาอายุของพี่ชายกับอายุของตุนี .... มาคูณกันค่ะ  
 .... (นักเรียนเขียน      ให้  $x$  แทนอายุของพี่ชาย  
 $x-24$  แทนอายุของตุนี  
 $x(x-24) = 48$  )

ครู              หนูเอา 24 มาจากไหนคะ

นักเรียน      เอามาจากครึ่งของ 48 ค่ะ

ครู              ... ทำไมหนูต้องเอามาคูณกัน

นักเรียน      .... เพื่อให้ได้สองตัวนี้บวกกันได้ 72 ... (นักเรียนชี้ไปที่ 24 กับ 48)

ครู              อืม ... ที่นี้ให้แสดงวิธีคิดหรือวิธีหาคำตอบนะคะให้ครูดู พร้อม ๆ กับอธิบายให้ครูฟังไปด้วย

นักเรียน      เอา  $x$  คุณเข้าไปในวงเล็บค่ะ ... ได้  $x$  ลบ 24 ค่ะ ....

$$\begin{aligned} \text{(นักเรียนเขียน)} \quad x-24 &= 48 \\ x &= 48 + 24 \end{aligned}$$

นักเรียน      ได้  $x$  เป็น ... 72 ค่ะ

สาเหตุประการที่สองเกิดจากการนำการกระทำทางคณิตศาสตร์มาใช้คำนวณอย่างผิด ๆ เช่น โจทย์ต้องการให้ใช้การลบแต่นักเรียนเลือกใช้การหารแทน หรือโจทย์ต้องการให้ใช้การบวกแต่นักเรียนเลือกใช้การคูณแทน เป็นต้น

สาเหตุประการที่สามเกิดจากความขาดระเบียบในการเขียนอธิบายการคิดคำนวณ เช่น นักเรียนคำนวณ  $48 \times 2$  ได้เท่ากับ 50 เพราะระหว่างกระบวนการสัมภาษณ์พบว่านักเรียนได้เขียนเครื่องหมาย “คูณ” แบบเร่งรีบ จึงทำให้เข้าใจผิดว่าเป็นเครื่องหมาย “บวก” ตามตัวอย่างการเขียนอธิบายของนักเรียนคนที่ 8 ดังภาพต่อไปนี้

ลิขสิทธิ์ในมหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
 Copyright © by Chiang Mai University  
 All rights reserved

9 น. หานอายุของพี่ชาย  
 $\frac{1}{2}x$  หานอายุของพี่ชาย  
 $x + \frac{1}{2}x = 49$   
 $x \times 2 + \frac{1}{2}x \times 2 = 48 + 2$   
 $2x + x = 50$   
 $3x = 50$   
 $x = \frac{50}{3}$   
 $x = 16.66$

ภาพ 3 แสดงตัวอย่างการเขียนแสดงวิธีการแก้สมการของนักเรียนคนที่ 8

สาเหตุประการที่สี่เกิดจากการตรวจสอบคำตอบที่ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขของโจทย์ ประการที่ห้าเกิดจากการคิดคำนวณจำนวนที่ไม่ถูกต้อง เช่น การหารโดยการนำตัวหารมาเป็นตัวตั้ง การลบโดยการนำตัวลบมาเป็นตัวตั้ง และประการสุดท้ายเกิดจากการลำดับความสำคัญของเครื่องหมายในการคำนวณผิขั้นตอน เช่น ทำการบวกก่อนการคูณ เป็นต้น

#### 5. ความผิดพลาดจากการสรุปตอบ

สาเหตุความผิดพลาดในขั้นนี้ เกิดจากการที่นักเรียนไม่มีความระมัดระวังในการสรุปคำตอบ เมื่อได้ตัวเลขจากการคำนวณแล้วรีบสรุปตอบโดยไม่กลับไปอ่านหรือทบทวนคำถาม ทำให้นักเรียนสรุปคำตอบไม่ตรงตามที่โจทย์ปัญหาต้องการ

#### 6. ความผิดพลาดจากความสะเพร่า

สาเหตุเกิดขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ และเกิดจากความรีบร้อนในการสรุปตอบโดยไม่มีการตรวจสอบโจทย์ปัญหาก่อนสรุปตอบทำให้ตอบผิดไปจากที่โจทย์ต้องการ