

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การสร้างแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ตามลำดับดังต่อไปนี้

1. การจัดการเรียนการสอน
2. หลักสูตรการเรียนการสอนช่วงชั้นที่ 2
3. ลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์และการสอนคณิตศาสตร์
4. สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
5. ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหา

ทักษะที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผล

ทักษะที่ 3 ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

ทักษะที่ 4 ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

ทักษะที่ 5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

6. การสร้างแบบทดสอบ
7. การหาคุณภาพของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
8. เกณฑ์ปกติ
9. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### การจัดการเรียนการสอน

1. การจัดการเรียนการสอนตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 มาตรา 22 กำหนดแนวทางในการจัดการศึกษาไว้ว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด ฉะนั้นครูผู้สอนและผู้จัดการศึกษาจะต้องเปลี่ยนแปลงบทบาทจากการเป็นผู้ชี้นำ ผู้ถ่ายทอดความรู้ ไปเป็นผู้ช่วยเหลือ ส่งเสริม และสนับสนุนผู้เรียนใน

การแสวงหาความรู้จากสื่อและแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ และให้ข้อมูลที่ถูกต้องแก่ผู้เรียน เพื่อนำข้อมูลเหล่านั้นไปใช้สร้างสรรค์ความรู้ของตนซึ่งการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานนอกจากจะมุ่งปลูกฝังด้านปัญญา พัฒนาการคิดของผู้เรียนให้มีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีวิจารณญาณแล้วยังมุ่งพัฒนาความสามารถทางอารมณ์ โดยการปลูกฝังให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของตนเอง เข้าใจตนเอง เห็นอกเห็นใจผู้อื่น สามารถแก้ปัญหาข้อขัดแย้งทางอารมณ์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ในการจัดการเรียนรู้ในสาระการเรียนรู้ต่าง ๆ มีกระบวนการและวิธีการที่หลากหลาย ผู้สอนต้องคำนึงถึงพัฒนาการทางด้านร่างกาย และสติปัญญา วิธีการเรียนรู้ ความสนใจ และความสามารถของผู้เรียนเป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่อง ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ในแต่ละช่วงชั้นควรใช้รูปแบบ / วิธีการที่หลากหลาย เน้นการจัดการเรียนการสอนตามสภาพจริง การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้ร่วมกัน การเรียนจากธรรมชาติ การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง และการเรียนรู้แบบบูรณาการ การใช้การวิจัยเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนรู้ การเรียนรู้คู่คุณธรรม ทั้งนี้ต้องพยายามนำกระบวนการจัดการ กระบวนการอนุรักษ์และพัฒนาสิ่งแวดล้อม กระบวนการคิดและกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ไปสอดแทรกในการเรียนการสอนทุกกลุ่มสาระการเรียนรู้ เนื้อหาและกระบวนการต่าง ๆ ข้ามกลุ่มสาระการเรียนรู้ ซึ่งการเรียนรู้ในลักษณะองค์รวม การบูรณาการ เป็นการกำหนดเป้าหมายการเรียนรู้ร่วมกัน ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยนำกระบวนการเรียนรู้จากกลุ่มสาระเดียวกันหรือต่างกลุ่มสาระการเรียนรู้มาบูรณาการในการจัดการเรียนการสอน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544, หน้า 21)

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติพุทธศักราช 2542 ได้ให้ความสำคัญกับแนวทางในการจัดกระบวนการเรียนรู้สำหรับให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องดำเนินการตามเป็นการเฉพาะ โดยกำหนดไว้ในมาตรา 24 หมวดที่ 4 ว่าด้วยการจัดกระบวนการเรียนรู้ ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 2)

- 1) จัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล
- 2) จัดให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ปัญหา
- 3) จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติ ให้ทำได้ คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่านและเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง
- 4) จัดการเรียนการสอนโดยผสมผสานสาระความรู้ด้านต่าง ๆ อย่างได้สัดส่วนสมดุลกัน รวมทั้งปลูกฝังคุณธรรม ค่านิยมที่ดีงามและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ไว้ในทุกวิชา

5) ส่งเสริมสนับสนุนให้ผู้สอนสามารถจัดบรรยากาศ สภาพแวดล้อม สื่อการเรียน และอำนวยความสะดวกเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และมีความรอบรู้ รวมทั้งสามารถใช้การวิจัยเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนรู้ ทั้งนี้ผู้สอนและผู้เรียนอาจเรียนรู้ไปพร้อมกันจากสื่อการเรียนการสอนและแหล่งวิทยาการประเภทต่าง ๆ

6) จัดการเรียนรู้ให้เกิดขึ้นได้ทุกเวลาทุกสถานที่ มีการประสานร่วมมือกับบิดามารดา ผู้ปกครองและบุคคลในชุมชนทุกฝ่าย เพื่อร่วมกันพัฒนาผู้เรียนตามศักยภาพ

## 2. การจัดการเรียนการสอนตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2544

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 มีความมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ มีคุณธรรม กระบวนการเรียนรู้ และบูรณาการตามความเหมาะสมของแต่ละระดับการศึกษา โดยยึดหลักความมีเอกภาพด้านนโยบายและมีความหลากหลายในการปฏิบัติ กำหนดจุดหมายที่เป็นมาตรฐานการเรียนรู้ในภาพรวม 12 ปี มีสาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ 8 กลุ่มสาระ มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นแบ่งเป็นช่วงชั้นละ 3 ปี ซึ่งถือเป็นมาตรฐานที่จำเป็นสำหรับการพัฒนา คุณภาพชีวิต ความเป็นไทย ความเป็นพลเมืองดีของชาติ การดำรงชีวิตและการประกอบอาชีพ ตลอดจนเพื่อการศึกษาต่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาและเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต โดยถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด สามารถพัฒนาตามธรรมชาติ และเต็มตามศักยภาพ เป็นหลักสูตรที่เปิดโอกาสให้สถานศึกษาจัดหลักสูตรได้ยืดหยุ่นทั้ง ด้านเนื้อหาสาระ เวลา และการจัดการเรียนรู้ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 1)

การจัดการศึกษาตามแนวทางในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 กำหนดให้มีลักษณะที่เป็นหลักสูตรแกนกลาง มุ่งเน้นความสำคัญทั้งด้านความรู้ ความคิด ความสามารถ คุณธรรม กระบวนการเรียนรู้ และความรับผิดชอบต่อสังคม เพื่อพัฒนาคนให้มีความ สมดุล โดยยึดหลักผู้เรียนสำคัญที่สุด (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544, หน้า 2) มุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคน ให้สามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ ผู้สอนและผู้จัดการศึกษาจะต้องแปลงบทบาทจากการเป็นผู้ ชี้นำให้จมาเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ เป็นผู้ช่วยเหลือ ส่งเสริม สนับสนุนให้ผู้เรียนแสวงหาความรู้จากสื่อ และแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ และให้ข้อมูลที่ถูกต้องแก่ผู้เรียนให้มีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีวิจารณญาณแล้วยังมุ่งเน้นการฝึกทักษะกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้ป้องกันและแก้ไขปัญหา (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 3) การศึกษา ขั้นพื้นฐานได้กำหนดหลักสูตรเป็น 4 ช่วงชั้น ตามระดับพัฒนาการของผู้เรียน ดังนี้

ช่วงชั้นที่ 1 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3

ช่วงชั้นที่ 2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6

ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6

การศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนดสาระการเรียนรู้ 8 กลุ่มสาระ คือ ภาษาไทย คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม สุขศึกษาและพลศึกษา ศิลปะ การงานอาชีพและเทคโนโลยี ภาษาต่างประเทศ สาระการเรียนรู้ทั้ง 8 กลุ่มนี้เป็นพื้นฐานสำคัญที่ผู้เรียนทุกคนต้องเรียนรู้ โดยอาจจัดเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มแรก ประกอบด้วย ภาษาไทย คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม เป็นสาระการเรียนรู้ที่สถานศึกษาต้องใช้เป็นหลักในการจัดการเรียนการสอนเพื่อสร้างพื้นฐานการคิด และเป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและวิกฤตของชาติ กลุ่มที่สอง ประกอบด้วย สุขศึกษาและพลศึกษา ศิลปะ การงานอาชีพและเทคโนโลยี และภาษาต่างประเทศ เป็นสาระการเรียนรู้ที่เสริมสร้างพื้นฐานความเป็นมนุษย์และสร้างศักยภาพในการคิดและการทำงานอย่างสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544, หน้า 5)

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุข และมีความเป็นไทย มีศักยภาพในการศึกษาต่อ และประกอบอาชีพ จึงกำหนดจุดมุ่งหมายซึ่งถือเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดคุณลักษณะอันพึงประสงค์ดังต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544, หน้า 4)

1. เห็นคุณค่าของตนเอง มีวินัยในตนเอง ปฏิบัติตนตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนา หรือศาสนาที่ตนนับถือ มีคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมอันพึงประสงค์
2. มีความคิดสร้างสรรค์ ใฝ่รู้ ใฝ่เรียน รักการอ่าน รักการเขียน และรักการค้นคว้า
3. มีความรู้อันเป็นสากล รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงและความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการมีทักษะและศักยภาพในการจัดการ การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยี ปรับวิธีการคิด วิธีการทำงานได้เหมาะสมกับสถานการณ์
4. มีทักษะและกระบวนการ โดยเฉพาะทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ทักษะการคิด การสร้างปัญญา และทักษะในการดำเนินชีวิต
5. รักการออกกำลังกาย ดูแลตนเองให้มีสุขภาพและบุคลิกภาพที่ดี
6. มีประสิทธิภาพในการผลิตและการบริโภค มีค่านิยมเป็นผู้ผลิตมากกว่าผู้บริโภค
7. เข้าใจในประวัติศาสตร์ของชาติไทย ภูมิใจในความเป็นไทย เป็นพลเมืองดี ยึดมั่นในวิถีชีวิต และการปกครองระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข

8. มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์ภาษาไทย ศิลปะ วัฒนธรรม ประเพณี กีฬา ภูมิปัญญาไทย  
ทรัพยากรธรรมชาติและพัฒนาลิ่งแวดล้อม

9. รักประเทศชาติและท้องถิ่น มุ่งทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามให้สังคม

## หลักสูตรการเรียนการสอนช่วงชั้นที่ 2

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานกำหนดให้สถานศึกษาต้องจัดสาระการเรียนรู้ให้ครบ 8 กลุ่มสาระ ในทุกชั้นให้เหมาะสมกับธรรมชาติการเรียนรู้และระดับพัฒนาการของผู้เรียน โดยช่วงชั้นที่ 1 และ 2 คือ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 - 3 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 - 6 การศึกษาระดับนี้เป็นช่วงแรกของการศึกษาภาคบังคับ หลักสูตรที่จัดขึ้นมุ่งเน้นให้ผู้เรียนพัฒนาคุณภาพชีวิต กระบวนการเรียนรู้ทางสังคม ทักษะพื้นฐานด้านการอ่าน การเขียน การคิดคำนวณ การคิดวิเคราะห์ การติดต่อสื่อสารและพื้นฐานความเป็นมนุษย์เน้นการบูรณาการอย่างสมดุลทั้งในด้านร่างกาย สติปัญญา อารมณ์ สังคมและวัฒนธรรม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544, หน้า 9)

ในการจัดการศึกษาภาคบังคับ 9 ปี ควรเน้นให้ผู้เรียนมีทักษะในการอ่าน การเขียน การคิดเลข การคิดวิเคราะห์ และการใช้คอมพิวเตอร์ ด้วยวิธีการสอนที่ยึดหัวข้อเรื่องจากกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์หรือสังคมศึกษาเป็นหลักตามความเหมาะสมของท้องถิ่น บูรณาการการเรียนรู้ด้วยกลุ่มสาระต่าง ๆ เข้ากับหัวข้อเรื่องที่เรียนอย่างสมดุล ช่วงชั้นที่ 1 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3 และช่วงชั้นที่ 2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6 ควรกำหนดจำนวนเวลาสำหรับการเรียนตามสาระการเรียนรู้รายปี ให้เหมาะสมและสอดคล้องกับความจำเป็นในการสอนเพื่อเน้นทักษะพื้นฐาน เช่น การอ่าน การเขียน การคิดเลข และการคิดวิเคราะห์ โดยเฉพาะช่วงชั้นที่ 1 ซึ่งจะต้องจัดให้ผู้เรียนเรียนอย่างสนุกเพลิดเพลิน ซึ่งในแต่ละคาบเวลาไม่ควรใช้เวลายาวเกินความสนใจของผู้เรียน นอกจากผู้สอนจะจัดให้เป็น สำหรับในช่วงชั้นที่ 2 ผู้เรียนซึ่งได้ผ่านการเรียนการเล่นเป็นกลุ่มมาแล้วในช่วงนี้จึงมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเริ่มทำงานเป็นทีม การสอนตามหัวข้อเรื่องจึงเป็นเรื่องสำคัญ หัวข้อเรื่องขนาดใหญ่สามารถจัดทำเป็นหัวข้อย่อย ทำให้ผู้เรียนรับผิดชอบไปศึกษาค้นคว้าตามหัวข้อย่อยเหล่านี้ เป็นการสร้างความรู้ของตนเองและใช้กระบวนการวิจัยควบคู่กับการเรียนตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 แนะนำผลงานมาแสดงทำให้ผู้เรียนทุกคนได้เรียนรู้ผลงานของกันและกันในรูปแบบแฟ้มสะสมผลงาน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544, หน้า 30-31)

การจัดการเรียนรู้ในช่วงชั้นที่ 2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6 การจัดการเรียนรู้มีลักษณะคล้ายกับช่วงชั้นที่ 1 แต่จะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เลือกเรียนในสิ่งที่ตนสนใจ มุ่งเน้นทักษะการทำงานเป็นกลุ่ม การสอนแบบบูรณาการ โครงการ การใช้หัวเรื่องในการจัดการเรียนการสอน เพื่อมุ่งให้ผู้เรียนเกิดทักษะในการคิด การค้นคว้าแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง สามารถสร้างสรรค์ผลงานแล้วนำไปแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับผู้อื่น โดยมีเวลาเรียนวันละประมาณ 4-5 ชั่วโมง การจัดเวลาเรียนในกลุ่มภาษาไทยและคณิตศาสตร์อาจใช้เวลาลดลงเหลือประมาณร้อยละ 40 ของเวลาเรียนในแต่ละสัปดาห์ โดยให้เวลากับกลุ่มวิทยาศาสตร์มากขึ้น สำหรับการเรียนภาษาไทยและคณิตศาสตร์ แม้เวลาเรียนจะลดลงยังคงต้องฝึกฝน ทบทวนอยู่เป็นประจำเพื่อพัฒนาทักษะขั้นพื้นฐานในระดับที่สูงขึ้น โดยจัดเวลาเรียนในแต่ละกลุ่มสาระและกิจกรรมพัฒนาผู้เรียนประมาณร้อยละ 20 ส่วนเวลาที่เหลือจัดกิจกรรมอื่น ๆ ได้ตามความเหมาะสม

## ลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์และการสอนคณิตศาสตร์

### 1. ลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

วิชาคณิตศาสตร์ที่คนทั่วๆ ไปมักเรียกว่าวิชาเลขนั้นถือว่าเป็นศาสตร์บริสุทธิ์สาขาหนึ่ง ที่เป็นวิทยาศาสตร์สาขาแรก ๆ ที่เกิดขึ้นในโลก นับตั้งแต่สมัยโบราณมาแล้ว Polya (1962) ได้บันทึกคำกล่าวของ Descartes ปรัชญาเมธีคนสำคัญสมัยกรีกโบราณไว้ว่า “ถ้าฉันพบความจริงเรื่องใหม่ทางวิทยาศาสตร์ ฉันสามารถจะกล่าวได้ว่า ความจริงทางวิทยาศาสตร์เหล่านั้นได้มาจากหลักการทางคณิตศาสตร์ 5-6 ข้อ ที่ฉันได้ค้นพบมาก่อน แม้ในการสงครามยุทธวิธีแก้ไขปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ก็ช่วยให้ฝ่ายฉันเป็นผู้ชนะสงคราม การแก้ปัญหาคือความสำเร็จของผู้มีปัญญา และความมีปัญญานี้เป็นพรสวรรค์สำหรับมนุษยชาติในการแก้ไขปัญหามาโดยเฉพาะ” Frederick H. Bell (1978) กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ว่า “ลักษณะที่สำคัญของมนุษยชาติที่แตกต่างอย่างสำคัญจากสิ่งที่มีชีวิตอื่นคือ มนุษย์มีความสามารถในการแก้ไขปัญหาคือ การพัฒนาของมนุษยชาติจะดูได้จากความสามารถที่จะร่วมมือกันแก้ปัญหามา ไม่ใช่เพียงเพื่อความอยู่รอดของชีวิต แต่เพื่อประโยชน์ในการดำเนินกิจการต่าง ๆ ที่มนุษย์สนใจร่วมกัน ในอดีตที่ผ่านมาเรื่องที่เกี่ยวข้องกับเกมส์ ปัญหาชวนคิด การแข่งขันต่าง ๆ จะมีเรื่องของความสามารถในการแก้ไขปัญหามาเกี่ยวข้องกับอยู่ด้วยเสมอและพื้นฐานที่สำคัญในการแก้ไขปัญหานั้น ๆ คือ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์” (สมศักดิ์ โสภณพิณีจ , 2543, หน้า 41 )

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญวิชาหนึ่ง คณิตศาสตร์มิได้มีความหมายเพียงตัวเลขและสัญลักษณ์เท่านั้น คณิตศาสตร์มีความหมายกว้างมาก ซึ่งจะสรุปได้ดังนี้ (ยุพิน พิพิธกุล, 2530, หน้า 2 - 3)

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดขึ้นนั้น เป็นจริงหรือไม่ ด้วยวิธีคิดเราก็สามารถจะนำคณิตศาสตร์ไปแก้ไขปัญหาทางวิทยาศาสตร์ได้ คณิตศาสตร์ช่วยให้คนเป็นผู้ที่มีเหตุผล เป็นคนใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดสิ่งที่แปลกและใหม่ คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญของเทคโนโลยีด้านต่าง ๆ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่จำเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากมนุษย์จะต้องตอบคำถามประเภทนี้ เช่น คนในครอบครัวมีเท่าไร มีสัตว์เลี้ยงกี่ตัว จึงเกิดจำนวนนับ เกิดวิชาเลขคณิตขึ้น เช่น ถ้าเพิ่มขึ้น 1 คน ใช้วิธีบวก ถ้าหายไป 1 คน ใช้วิธีลบ

ถ้าถามว่าเกิดที่ไหนก็จะมีคำตอบเรื่องคู่อันดับ เช่น นภาพรเกิดที่สงขลา นภดลเกิดที่สกลนคร ก็เขียนเป็น (นภาพร, สงขลา), (นพดล, สกลนคร)

จะเห็นว่า คณิตศาสตร์นั้นตอบสนองคำถามของมนุษย์ แต่เมื่อมนุษย์คิดกว้างขวางขึ้นคณิตศาสตร์ก็ขยายตัวออกไปตามความต้องการของมนุษย์ จึงเกิดคณิตศาสตร์สาขาต่าง ๆ อีกมากมาย

2. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดของมนุษย์ มนุษย์สร้างสัญลักษณ์แทนความคิดนั้น ๆ และสร้างกฎในการนำสัญลักษณ์มาใช้ เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจตรงกัน คณิตศาสตร์จึงมีภาษาเฉพาะของตัวเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วย สัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้องเป็นภาษาที่มีตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิด เป็นภาษาสากลที่ทุกชาติ ทุกภาษาที่เรียนคณิตศาสตร์จะเข้าใจตรงกันเช่น  $x + 5 = 28$  ทุกคนที่เข้าใจคณิตศาสตร์จะอ่านประโยคสัญลักษณ์นี้ได้ และเข้าใจความหมายตรงกัน

3. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีรูปแบบ (Pattern) เราจะเห็นว่าความคิดทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องมีแบบแผน มีรูปแบบไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริง เช่น จำนวนที่ 1, 3, 5, 7, ... เพิ่มขึ้นทีละสอง, จำนวนคู่ 2, 4, 6, 8, ... เพิ่มขึ้นทีละสอง

4. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีเหตุมีผล คณิตศาสตร์จะเริ่มต้นด้วยเรื่องง่าย ๆ ก่อน เช่น เริ่มต้นด้วย อนิยาม ได้แก่ จุด เส้นตรง ตรีศานาบ เรื่องง่าย ๆ นี้จะเป็นพื้นฐานนำไปสู่เรื่องอื่น ๆ ต่อไป เช่นนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท การพิสูจน์

5. คณิตศาสตร์ เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่น ๆ ความงามของคณิตศาสตร์ ก็คือความมีระเบียบและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิด มีความคิดสร้างสรรค์ มีจินตนาการ มีความคิดริเริ่ม ที่จะแสดงความคิดใหม่ ๆ และแสดงโครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกนำมาประยุกต์ ปรับปรุง พัฒนาร่วมกับศาสตร์สาขาอื่นจนทำให้มนุษย์เรามีประสิทธิภาพในการแก้ไขปัญหาได้ดียิ่งขึ้น สามารถพัฒนามนุษย์โลกให้เกิดการวิวัฒนาการทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีอย่างมากมาจนถึงทุกวันนี้ ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล ความจริง กระบวนการคิด และการแก้ปัญหา ซึ่งนับได้ว่าเป็นแก่นแท้ของการนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน การรู้จักการคิด บวก ลบ คูณ หาร หรือแก้สมการ เพียงเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ต้องการเท่านั้น

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาศักยภาพของบุคคลในด้านการสื่อสาร และการสืบเสาะ และเลือกสรรสารสนเทศ การตั้งข้อสันนิษฐาน การให้เหตุผล การเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานในการพัฒนาทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนพื้นฐานในการพัฒนาวิชาการอื่น ๆ ในการจัดการเรียนรู้ กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้ และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์เพื่อพัฒนาคุณภาพของชีวิตและพัฒนาคุณภาพของสังคมไทยให้ดี (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544, หน้า 189)

คณิตศาสตร์มีความสำคัญ ต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดเหตุการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม คณิตศาสตร์เป็นเรื่องในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น

นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาคนให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ที่มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข



## 2. หลักการสอนคณิตศาสตร์

2.1 การสอนคณิตศาสตร์โดยทั่วไปจะมีจุดมุ่งหมายที่สำคัญ 4 ประการคือ (สมศักดิ์ โสภณพินิจ , 2543, หน้า 43)

2.1.1 ช่วยให้ผู้เรียนแต่ละคนสามารถพัฒนาพลังทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ดังนั้นหลักสูตรจะต้องเตรียมพร้อม เพื่อเปิดโอกาสให้เด็กได้รับเนื้อหาที่สำคัญเพียงพอกับความ ต้องการ โครงสร้างของหลักสูตรจะต้องสัมพันธ์กันในแต่ละระดับ และมีความเหมาะสมกับระดับ ความรู้หรือวัยของผู้เรียน

2.1.2 ช่วยสร้างเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ มีโลกทัศน์ทาง คณิตศาสตร์สามารถใช้คณิตศาสตร์สื่อความหมายได้อย่างเป็นสากล

2.1.3 สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานที่ดี ในการเชื่อมโยงกับ ศาสตร์สาขาอื่น ๆ และสามารถประยุกต์ใช้ได้เหมาะสมในการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลและเป็น ระบบ

2.1.4 เพื่อฝึกฝนและสร้างเสริมประสบการณ์ ซึ่งไม่สามารถจะตัดส่วนผสม อย่างไม่อย่างหนึ่งออกไปได้ เช่นการปรุงอาหาร การสอนจำเป็นต้องให้เนื้อหาที่จำเป็นอย่าง ครบถ้วน ครูต้องพยายามฝึกทุกคนและปลูกฝังพื้นฐานคณิตศาสตร์ให้กับทุกคนได้

ผลการศึกษาค้นคว้าและวิจัยของนักคณิตศาสตร์หลายท่านแสดงให้เห็นว่า การสอน คณิตศาสตร์ให้ได้ผล สามารถช่วยเสริมสร้างให้ผู้เรียนบรรลุจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ดีวิธีหนึ่งคือการสอนให้ผู้เรียนได้เรียนและรู้จักใช้กลวิธีหรือยุทธวิธีในการแก้ไขปัญหา เมื่อพบโจทย์หรือปัญหาที่ต้องแก้ หรือต้องการหาคำตอบ อันจะเป็นแนวทางให้เขาได้สามารถ พัฒนายุทธวิธีเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาลงจริง ๆ ในชีวิตของเขาได้ตามสมควรต่อไป

## 2.2 หลักการสอนคณิตศาสตร์

2.2.1 ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก เช่นการยกตัวอย่างอาจจะยกเป็นตัวเลข ง่าย ๆ เสียก่อนแล้วก็ไปสู่สัญลักษณ์

2.2.2 เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียน การสอนรูปธรรมประกอบได้ เช่น การแยกตัวประกอบ  $a^3 + b^3$  ,  $a^3 - b^3$  ฯลฯ

2.2.3 สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูจะทบทวนเรื่องใดก็ควรทบทวน ให้หมด การรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่ เช่น เส้นสัมผัส เส้นขนาน คุณสมบัติ ของสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจและจำได้แม่นยำขึ้น

2.2.4 เปลี่ยนวิธีการสอน ไม่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย ผู้สอนควรจะสอนให้ สนุกสนานและน่าสนใจซึ่งอาจจะมี กลอน เพลง เกม การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูน ปริศนา ต้องรู้จักสอดแทรกสิ่งกระตุ้นพรกัละน้อยให้บทเรียนน่าสนใจ

2.2.5 ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงจูงใจที่จะเรียน ด้วยเหตุ นี้ในการสอนจึงมีการนำเข้าสู่บทเรียนเร้าใจเสียก่อน

2.2.6 สอนให้ผ่านประสาทสัมผัส ผู้สอนอย่าพูดเฉย ๆ โดยไม่ให้เห็นตัวอักษร ไม่เขียนกระดานดำ เพราะการพูดเฉย ๆ ไม่เหมาะกับวิชาคณิตศาสตร์

ผู้เรียน : ตาคู หูฟัง มือเขียน ปากตอบ

คำว่า “มือเขียน” นั้นผู้เรียนน่าจะ ได้จดไปพร้อม ๆ กับการสอนของผู้สอน ไม่ใช่ นั่งฟังอย่างใจลอย

ผู้สอน : ตาคู หูฟัง มือเขียน ปากถาม

ผู้สอนก็ควรจะเขียนกระดานดำ สรุปตามขั้นตอน จะให้ผู้เรียนจดตรงไหน ก็ควรจะบอกนอกจากนั้นผู้สอนจะต้องกวาดสายตาให้ทั่วทั้งชั้น เพื่อควาผู้เรียนคนใดไม่สนใจ

2.2.7 ควรจะคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรม ใหม่ควรจะต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม

2.2.8 เรื่องที่สัมพันธ์กันก็ควรจะสอนไปพร้อม ๆ กัน เช่น เขตที่เท่ากันกับเขตที่ เทียบเท่ากัน ยูเนียนกับอินเตอร์เซกชัน

2.2.9 ให้ผู้เรียนมองเห็นโครงสร้าง ไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา

2.2.10 ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป ผู้สอนบางคนชอบให้โจทย์ยาก ๆ เกิน หลักสูตรซึ่งอาจจะทำให้ผู้เรียนที่เรียนอ่อนท้อถอย แต่ถ้าผู้เรียนที่เรียนเก่ง ก็อาจจะชอบ ควรจะ ส่งเสริมเป็นราย ๆ ไป การสอนต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสม

2.2.11 สอนให้นักเรียนสามารถสรุปความคิดรวบยอดหรือมโนคติ (Concept) ให้นักเรียนได้คิดสรุปเอง การยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง จนนักเรียนเห็นรูปแบบ จะช่วย ให้นักเรียนสรุปได้ ครูอย่ารีบบอกเกินไป

2.2.12 ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้

2.2.13 ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียน น่าเรียน ยิ่งขึ้น วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนหนัก ครูจึงไม่ควรจะเคร่งเครียด

2.2.14 ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้น และตื่นตัวอยู่เสมอ

2.2.15 ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อที่จะนำสิ่งที่แปลกและใหม่ มาถ่ายทอดให้ผู้เรียน และผู้สอนควรจะเป็นผู้ที่มีความกระตือรือร้นในอาชีพของตน จึงจะทำให้สอนได้ดี

การสอนตามปกติมีอยู่หลายวิธี เช่น การสอนแบบบรรยายความ การสอนแบบสาธิต การสอนแบบทำการทดลอง การสอนแบบแบ่งเป็นกลุ่มย่อย การสอนโดยใช้เครื่องมือช่วย เช่นการสอนโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (CAI = Computer Aid Instruction) ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ไม่ใช่วิธีการสอนของครูตามปกติที่จุดมุ่งหมายจะให้ผู้เรียนเข้าใจบทเรียน แต่เป็นวิธีการที่ครูสอนให้เด็กรู้จักคิด คิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างมีระบบด้วยตนเอง

### 2.3 การจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์

การจัดกระบวนการเรียนรู้สำหรับกลุ่มสาระคณิตศาสตร์นั้น ผู้ที่เกี่ยวข้องควรคำนึงถึงต่อไปนี้ กระบวนการเรียนรู้ควรจัดให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลรวมทั้งวุฒิภาวะของผู้เรียน ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะการคิดคำนวณพื้นฐานมีความสามารถในการคิดในใจ ตลอดจนพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มศักยภาพ

การจัดเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ต้องคำนึงถึงความง่าย ยาก ความต่อเนื่อง และลำดับขั้นของเนื้อหา และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ต้องคำนึงถึงลำดับขั้นของการเรียนรู้ โดยจัดกิจกรรมให้ผู้เรียน ได้มีโอกาสเรียนรู้จากประสบการณ์จริง รวมทั้งปลูกฝังนิสัยในการรัก การศึกษาและแสวงหาความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควรจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ที่งดงามและสมดุลทั้งสามด้าน คือ

#### 1) ด้านความรู้ ประกอบด้วยสาระการเรียนรู้ 5 สาระ ดังนี้

1.1 จำนวนและการดำเนินการ

1.2 การวัด

1.3 เรขาคณิต

1.4 พีชคณิต

1.5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

#### 2) ด้านทักษะ / กระบวนการ ประกอบด้วย 5 ทักษะ / กระบวนการที่สำคัญดังนี้

2.1 การแก้ปัญหา

2.2 การใช้เหตุผล

2.3 การสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำเสนอ

2.4 การเชื่อมโยง

2.5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### 3) ด้านคุณธรรมจริยธรรมและค่านิยม ได้แก่

#### 3.1 ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

3.2 สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

การส่งเสริมสนับสนุนให้ผู้สอนสามารถจัดบรรยากาศสภาพแวดล้อม สื่อการเรียน การสอน รวมทั้งอำนวยความสะดวกเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและจำเป็น ทั้งนี้ควรให้การสนับสนุนให้ผู้สอนสามารถดำเนินการวิจัยและพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นได้ทุกเวลาสถานที่ ควรมีการประสานความร่วมมือกับหน่วยงานและบุคคลทั้งหลายที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาคณิตศาสตร์ เช่น สถานศึกษา โรงเรียน บ้าน สมาคม ชมรม ชุมนุม ห้องสมุด พิพิธภัณฑ์ สวนคณิตศาสตร์ สร้างสรรค์ ห้องกิจกรรมคณิตศาสตร์ หรือห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ มุมคณิตศาสตร์ พ่อแม่ ผู้ปกครอง ครู อาจารย์ ศึกษานิเทศก์ และภูมิปัญญาท้องถิ่น

วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ถูกนำมาใช้ประโยชน์แก่การดำรงชีวิต เป็นการนำระบบทางคณิตศาสตร์มาช่วยทำให้การดำรงชีวิตที่ดีขึ้น สะดวกขึ้น แต่ในขณะเดียวกันคณิตศาสตร์ ก็เป็นศาสตร์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับชีวิตที่ดีขึ้น สะดวกขึ้น แต่ในขณะเดียวกันคณิตศาสตร์ ก็เป็นศาสตร์ที่ ไม่เกี่ยวข้องกับชีวิตมากนัก และมีความเจริญของศาสตร์ได้โดยมิต้องข้องแวะกับความ เป็นอยู่ของชีวิตดังเช่น คณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เมื่อพิจารณาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นหลักสูตรที่ใช้มาตรฐาน เป็นแกนนำ กล่าวคือ เน้นผู้เรียนว่า ควรรู้อะไรและสามารถทำอะไรได้ ดังนั้น การเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานนี้ คงไม่ใช่การเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่หนักไปทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์มากเกินไป หรือคณิตศาสตร์ประยุกต์น้อยเกินไป

### สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เป็นการศึกษาเพื่อปวงชนที่เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตลอดชีวิต ตามศักยภาพทั้งนี้เพื่อให้เยาวชนเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียงสามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้นรวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 2) เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปีแล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต สาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้นี้เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มหนึ่งใน 8 กลุ่มสาระ เมื่อพิจารณาจุดหมายของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนดให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการ โดยเฉพาะทางคณิตศาสตร์ ทักษะการคิด การสร้างปัญญา ทักษะในการดำเนินชีวิตมีความคิดสร้างสรรค์ รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลง มีทักษะและศักยภาพในการสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีตลอดทั้งมีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมอันพึงประสงค์ สาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้ในกลุ่มพื้นฐานสำคัญที่ผู้เรียนทุกคนต้องเรียนรู้

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิด และการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผล มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณและเป็นระบบตลอดจนมีทักษะการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบสามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งเป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน ยิ่งกว่านั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ทำให้มีการพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมากมาในทุกวัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 1)

วิสัยทัศน์ของกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ คือ เยาวชนทุกคนเป็นผู้ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อ ดังนั้นจึงเป็นความรับผิดชอบของสถานศึกษาที่ต้องจัดสาระการเรียนรู้ที่เหมาะสมแก่ผู้เรียนแต่ละคน ทั้งนี้เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

### 1. คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 2 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6)

เมื่อผู้เรียนจบการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 2 ผู้เรียนควรจะสามารถดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544, หน้า 3)

- 1) มีความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการของจำนวนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และสร้างโจทย์ได้
- 2) มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ของจำนวน พร้อมทั้งสามารถนำความรู้ไปใช้ได้
- 3) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ สามารถวัดปริมาณดังกล่าวได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
- 4) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ
- 5) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้
- 6) สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา พร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและแก้สมการนั้นได้
- 7) เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลในรูปแผนภูมิต่าง ๆ สามารถอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิรูปวงกลม ตาราง และกราฟ รวมทั้งใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการอภิปรายเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้
- 8) มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน และในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ

## 2. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้เป็นเป้าหมายคุณภาพของผู้เรียน เมื่อเรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐานและเมื่อจบในแต่ละช่วงชั้น สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนมีดังนี้

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ ประกอบด้วยมาตรฐาน 4 มาตรฐาน

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
- มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหาได้
- มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้
- มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 : การวัด ประกอบด้วยมาตรฐาน 3 มาตรฐาน

- มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด
- มาตรฐาน ค 2.2 วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้
- มาตรฐาน ค 2.3 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต ประกอบด้วยมาตรฐาน 2 มาตรฐาน

- มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้
- มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิยาม (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 : พีชคณิต ประกอบด้วยมาตรฐาน 2 มาตรฐาน

มาตรฐาน ค 4.1 อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป ( pattern ) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ประกอบด้วยมาตรฐาน 3 มาตรฐาน

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยมาตรฐาน 5 มาตรฐาน

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### 3. ความหมายของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ต้องการให้ผู้เรียนรู้สาระดังนี้ คือ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่ง The Common Curriculum “Provincial Standards Mathematics Grades 1-9 (1995) ได้ให้ความหมายของสาระการเรียนรู้สรุปโดยสังเขป ดังนี้



## 1) จำนวนและการดำเนินการ

## จำนวนเลข

การระลึกู้เกี่ยวกับจำนวนตัวเลขที่ได้จากความหมายที่หลากหลายของจำนวน ซึ่งมีองค์ประกอบ 5 ส่วนคือ

- 1.1 การพัฒนาความหมายของตัวเลข
- 1.2 การสำรวจจำนวนที่สัมพันธ์กับการจัดทำ
- 1.3 การเข้าใจขนาดและปริมาณของตัวเลข
- 1.4 การพัฒนาความสามารถในการรู้จักผลของการจัดกระทำกับจำนวนตัวเลข
- 1.5 การพัฒนาความสามารถในการวัดวัตถุทั่ว ๆ ไป ในสถานการณ์จริง

ผู้เรียนทุกคนต้องได้รับประสบการณ์ในห้องเรียนอย่างมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้เกิดพัฒนาการรู้จักจำนวนตัวเลข ประสบการณ์ที่เหมาะสมยอมทำให้ผู้เรียนมีโอกาสจัดกระทำกับวัตถุต่าง ๆ และสามารถใช้อธิบายความคิดของตนออกมาได้

## เศษส่วนและสัดส่วน

ความคิดรวบยอดและการคำนวณเกี่ยวกับเศษส่วน ควรสอนโดยใช้วัตถุที่เป็นรูปธรรม โมเดลต่าง ๆ เช่น วัสดุ แผนภาพ นำมาใช้ในการสอนเศษส่วนและทศนิยม ในการหาค่าที่เท่ากันของเศษส่วน และเข้าใจวิธีการคำนวณเศษส่วนและทศนิยม สำหรับสัญลักษณ์ของเศษส่วนควรสอนเมื่อเด็กได้พัฒนาความคิดรวบยอดในภาษาพูดแล้วเพื่อจะได้เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์

## 2) การวัด

## ความสำคัญของการวัด

ผู้เรียนทุกคนจำเป็นต้องเข้าใจเกี่ยวกับการวัดเพราะเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน และการสอนหัวข้ออื่น ๆ ทางคณิตศาสตร์มักมีข้อตกลงเบื้องต้นว่าผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการวัดมาแล้ว นอกจากนี้ยังเป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนสาระอื่น ๆ อีก เช่น วิทยาศาสตร์ สิ่งแวดล้อม และเทคโนโลยี การสอนเรื่องการวัดที่ดีไม่ใช่การสอนเพียงทักษะการวัด แต่ควรให้ผู้เรียนมีความสามารถทางการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ด้วย

## ลักษณะการวัด

การวัดแบบต่าง ๆ เช่น ความยาว พื้นที่ ความจุและปริมาณต้องอยู่บนพื้นฐานของการแก้ปัญหาที่แท้จริงในสถานการณ์ประจำวัน สาระการวัดจะมีความสัมพันธ์กับหัวข้ออื่น ๆ ของคณิตศาสตร์และสาขาอื่น ๆ หรือจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจลักษณะของการวัดได้ดีขึ้น ทำให้ผู้เรียนเข้าใจหน่วยการวัดที่เหมาะสมกับวัตถุประสงค์ของการวัดในแต่ละแบบ

### 3) ความสามารถทางเรขาคณิตและมิติสัมพันธ์

#### ความสามารถทางมิติสัมพันธ์

ทุกคนต้องเกี่ยวข้องกับวัตถุรอบ ๆ ตัวในลักษณะของมิติสัมพันธ์อยู่เสมอ ดังนั้นผู้เรียนจำเป็นต้องเรียนรู้สิ่งแวดล้อมที่เต็มไปด้วยวัตถุเรขาคณิต เพื่อเรียนรู้คุณสมบัติทางเรขาคณิตและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเหล่านั้น

#### ทักษะการสื่อสาร

ผู้เรียนต้องพัฒนาทักษะการสื่อสารทางเรขาคณิตซึ่งเรขาคณิตเป็นการอธิบายวัตถุและความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนไหวในอากาศที่ว่าง การสอนเรขาคณิตสมัยก่อนจะให้ความสำคัญที่การพิสูจน์คุณสมบัติต่าง ๆ แต่ปัจจุบันจะสอนการสื่อสาร หลักการรูปศัพท์และภาษาทางเรขาคณิต อธิบายสิ่งที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน บทบาทของผู้สอนในด้านการพัฒนาทักษะการสื่อสารก็คือการปรับภาษาเฉพาะของเด็กให้เป็นศัพท์เฉพาะทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

### 4) พีชคณิตและแบบรูป (Pattern)

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์หนึ่งที่ว่าด้วยเรื่องเกี่ยวกับการสำรวจค้นหาเพื่อทำความเข้าใจในแบบชนิดต่าง ๆ “แบบรูป” (Pattern) จะเกี่ยวข้องกับพีชคณิตเป็นส่วนใหญ่จำนวนเรขาคณิต และข้อมูล ซึ่งล้วนเป็นสิ่งที่ทำให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการจำ การขยายความสามารถสร้างสรรค์ และนำแบบรูปชนิดต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ในชีวิต ดังนั้นคณิตศาสตร์จะเป็นเสมือนเครื่องมือช่วยผู้เรียนให้พัฒนาระบบ และสติปัญญาจากสิ่งแวดล้อมที่อยู่รอบตัวผู้เรียน

#### แบบรูป (Pattern)

แบบรูป คือการเชื่อมต่อที่ผู้เรียนจำเป็นต้องสร้างขึ้นระหว่างคณิตศาสตร์และโลกที่เขาอาศัยอยู่ การสำรวจค้นหาแบบรูปจะทำให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ และเกิดความซาบซึ้งในความงามของคณิตศาสตร์

#### การสร้างโมเดลทางพีชคณิต

การสร้างโมเดลทางพีชคณิต เป็นวิธีการที่มีคุณค่ามากในการแก้ปัญหา

โดยทั่วไป เริ่มเรียนวิธีการสร้างสมการ (โมเดล) พีชคณิตในม.3 และเรียนตลอดไปจนจบมัธยมศึกษาตอนปลาย เพื่อให้พัฒนาทักษะสำคัญนี้ให้สามารถใช้ประโยชน์ในชีวิตอย่างมีประสิทธิภาพ

### 5) การจัดการข้อมูลและความน่าจะเป็น

ความเกี่ยวข้องกับโลกที่เป็นจริง

โปรแกรมทางคณิตศาสตร์ต้องให้ความสำคัญกับการจัดการข้อมูลและความน่าจะเป็น กราฟ สถิติ และความน่าจะเป็นมีความเกี่ยวข้องกันอย่างมาก เรื่องเหล่านี้เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาในชีวิตอยู่มาก กิจกรรมที่ช่วยให้เด็กได้มีโอกาสคิด ใช้ ทำความเข้าใจ และตีความหมายต่าง ๆ นั้นคือการพัฒนาความรู้และเข้าใจเกี่ยวกับตัวเลข กิจกรรมที่เกี่ยวกับการจัดการข้อมูล และความน่าจะเป็นจะช่วยให้เข้าใจบริบทในการใช้ทักษะการคำนวณและทำให้ผู้เรียนมีโอกาสตีความ อภิปรายสารสนเทศต่าง ๆ ที่อาจประยุกต์ใช้แนวคิดและทักษะทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ได้ด้วย กิจกรรมเหล่านี้ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะในการคิด วิเคราะห์และแก้ปัญหาได้

ความน่าจะเป็น

การศึกษาความน่าจะเป็นในระยะปีแรก ๆ นั้นมักเกิดโดยบังเอิญและอย่างไม่เป็นทางการ เช่นเกมส์และปัญหาง่าย ๆ ในชีวิต ในปีต่อมาจึงจะให้คำนิยามเกี่ยวกับทฤษฎีความน่าจะเป็น

การประยุกต์ กราฟ สถิติ และความน่าจะเป็นไม่ควรสอนแยกกัน แต่ควรใช้เป็นเครื่องมือในการประยุกต์ แนวคิดทางคณิตศาสตร์และทักษะคณิตศาสตร์ ควรเน้นกิจกรรมในการรวบรวมข้อมูลแปลความหมายข้อมูล การตั้งสมมุติฐาน โดยกิจกรรมนี้อาจเริ่มจากการรวบรวมสถิติจากโครงการ กราฟ ปฏิทิน และรายงานพยากรณ์อากาศ ในช่วงชั้นต้น ๆ และเพิ่มการทดลองเกี่ยวกับความน่าจะเป็นที่มีความซับซ้อนมากขึ้นในชั้นสูงขึ้น อย่างไรก็ตามไม่ว่าในระดับใดกิจกรรมต้องมีความเป็นรูปธรรม คิดได้ด้วยสมองของผู้เรียนและบนพื้นฐานของประสบการณ์ของผู้เรียน

### 6) ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

#### 6.1 การแก้ปัญหา

ผู้เรียนใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ ช่วยค้นพบผลการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การปัญหาควรเป็นจุดเน้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ทำให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์เป็นประโยชน์ของคณิตศาสตร์ในโลกรอบ ๆ ตัวเป็นวิธีการสืบเสาะหาความรู้และการนำไปใช้ ซึ่งการเชื่อมโยงกับการสอนในทุกสาระของคณิตศาสตร์

การสอนในชั้นเรียนควรทำให้ผู้เรียนมีประสบการณ์และแก้ปัญหา กว้างขวางและหลากหลายในบรรยากาศที่กระตุ้นและส่งเสริมความพยายามของผู้เรียน ตามอุดมคติผู้เรียนควรได้แลกเปลี่ยนการคิดและกลยุทธ์ซึ่งกันและกัน และกับผู้สอนควรได้เรียนรู้ วิธีการหลากหลายในการแทนค่าและแก้ปัญหา นอกจากนี้ควรได้คุณค่ากับกระบวนการแก้ปัญหา มากเท่ากับการให้คุณค่าแก่ผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา ผู้เรียนควรมีประสบการณ์มาก ๆ เกี่ยวกับการตั้งปัญหาบนพื้นฐานของโลกแห่งความเป็นจริง และบนการจัดระบบข้อมูล

## 6.2 การให้เหตุผล

ผู้เรียนจำเป็นต้องได้รับการพัฒนาให้เกิดความเชื่อมั่นในความสามารถด้าน เหตุผลและทำการคิดการตัดสินใจ ทั้งในเรื่องที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์และในชีวิตอื่น ๆ ความสามารถในด้านเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนมีสมรรถนะของการรับรู้ในทางคณิตศาสตร์ มีตรรกะ ในการคิดและสามารถอธิบายให้เหตุผลต่าง ๆ ให้ผู้อื่นรับรู้ข้อเท็จจริงได้

การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงตรรกะขึ้นอยู่กับพัฒนาการ ด้านเชาวน์ปัญญาและการใช้ภาษาของผู้เรียน ผู้เรียนในชั้นประถมศึกษาในฐานะนักคิดเชิงรูปธรรม ซึ่งใช้บริบทเชิงรูปธรรม และกายภาพสนับสนุนเหตุผลของตน และพัฒนาขึ้นเรื่อยๆ เมื่ออยู่ชั้น มัธยมศึกษาด้วยการถ่ายโยง การให้เหตุผลที่เป็นรูปธรรมและนามธรรม แม้ผู้เรียนที่อยู่ในระดับสูง แล้ว ก็ยังมีความจำเป็นในการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อการสนับสนุนการให้เหตุผล

## 6.3 การสื่อสาร

คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่ต้องทำให้มีความหมายแก่ผู้เรียน ถ้าผู้เรียนต้องการ สื่อสารความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้อย่าง มีประสิทธิผล ความสามารถในการสื่อสารทั่ว ๆ ไปจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจภาษาคณิตศาสตร์และ เป็นเหมือนสะพานที่ช่วยให้ผู้เรียนแปลข้อความต่างๆให้เป็นภาษาเชิงนามธรรมและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ การสื่อสารมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้ผู้เรียนสามารถ เชื่อมโยงสิ่งที่ใช้แทนความคิด ทางคณิตศาสตร์ในด้านกายภาพ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ คำพูด และสมองเข้าด้วยกัน เพื่อให้ ได้มาซึ่งการรับรู้ในคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ทั้งในฐานะที่เป็นชนิดของระบบการสื่อสารและ ในฐานะที่เป็นเครื่องมือ เมื่อผู้เรียนเข้าใจได้ว่าตัวแทนสิ่งหนึ่งสามารถอธิบายสถานการณ์ต่าง ๆ ได้มาก และวิธีการในการแทนที่ปัญหาวิธีหนึ่งอาจช่วยได้มากเท่าวิธีอื่น ๆ แล้ว ผู้เรียนก็จะเริ่ม เข้าใจในพลัง ความยืดหยุ่น และประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์

การสื่อสารเป็นเรื่องสำคัญสำหรับผู้เรียนในการมีโอกาสได้ “พูดเป็นคณิตศาสตร์” ควรมีการปะทะสังสรรค์ระหว่างเพื่อนร่วมชั้นเรียน ช่วยให้ผู้เรียนได้สร้างความรู้ ได้เรียนรู้ที่จะคิดเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การอธิบายว่าแก้ปัญหอย่างไร ช่วยให้เด็กได้ทำ ความกระจำในวิธีการคิดและพัฒนาความเข้าใจที่ลึกซึ้ง ให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการ “ทำคณิตศาสตร์” กิจกรรมในการค้นหาการสืบเสาะหาความรู้ พรรณนา และอธิบายความคิด เชิงคณิตศาสตร์ ส่งเสริมสนับสนุนพัฒนาการทางทักษะคณิตศาสตร์ ผ่านกิจกรรมที่มีความเกี่ยวข้องกับชีวิตของตนเอง เป็นสิ่งที่เห็นได้ชัดเจนในการอภิปราย นั่นคือ ผู้เรียนควรมอง วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการทำ ความเข้าใจ อธิบาย และตอบสนองต่อโลกรอบ ๆ ตัวของเขาเอง

#### 6.4 การเชื่อมโยง

ผู้เรียนควรรู้ว่าความคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์อย่างไรกับสาระนั้น และกับชีวิตประจำวัน หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ต้องสอนแบบบูรณาการให้เห็น ความเชื่อมโยงใน เนื้อหาต่าง ๆ ไม่แยกออกจากกันเดี่ยว ๆ และสอนให้เกิดความตระหนักในประโยชน์ของ วิชาคณิตศาสตร์ทั้งในและนอกโรงเรียน

สำหรับในชั้นเรียนซึ่งเน้นเรื่องการเชื่อมโยง ต้องนำแนวคิดที่เชื่อมโยงกับ หัวข้อหรือกระบวนการมาใช้เพื่อให้แน่ใจในความต่อเนื่องระหว่างบทเรียน บทเรียนต่าง ๆ ต้องให้ เวลาเพื่อให้สามารถสำรวจ อภิปราย และสร้างความเข้าใจในความเชื่อมโยง แต่ละหัวข้อในวิชา คณิตศาสตร์จะเชื่อมโยงกันและกัน ผู้เรียนจะต้องเปรียบเทียบให้เห็นความแตกต่างของมโนทัศน์ และวิธีการต่าง ๆ ผู้สอนต้องช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาแนวคิดเชิงนามธรรมและใช้วิธีการต่าง ๆ ในการแทนที่ปัญหาหรือมโนทัศน์ สร้างความเข้าใจให้ผู้เรียนว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์ ในการเรียนรู้ในวิชาอื่น ๆ และใช้กับงานในชีวิตประจำวันอย่างไร ซึ่งผู้สอนสามารถประสานกับ ผู้สอนที่สอนวิชาอื่น ๆ ให้การเรียนรู้ข้ามวิชาเพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสได้สำรวจถึงการนำความรู้ทาง คณิตศาสตร์ไปใช้ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีพลังและยืดหยุ่น ที่สามารถจะนำไปใช้แก้ปัญหาได้หลากหลาย นำไปใช้ในการบรรยายและสร้างโมเดลของ ปรากฏการณ์จริงในโลก สื่อสารแนวคิดและสารสนเทศที่ซับซ้อน

## 6.5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ลักษณะและกระบวนการเรียนรู้อย่างสร้างสรรค์ เกิดจากการรวบรวม ผสมผสานและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ใหม่จากความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เดิม เพื่อมองหาแนวทางในการแก้ปัญหา ความบกพร่อง ความขาดหาย ด้วยการตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับปัญหา ข้อบกพร่องและทดสอบสมมติฐานที่ตั้งขึ้น เพื่อจะทำให้ผลกระท่างชัดเจนสมบูรณ์ และขั้นสุดท้าย ก็เป็นการแจ้งและสื่อสารผลที่เกิดขึ้นจากการค้นพบ

การเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะสมกับวัยให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอนหรือการให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลาย ๆ แนวคิด ได้ร่วมกันแก้ปัญหา โดยอภิปรายร่วมกัน ช่วยเสริมเติมเต็มทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์หลากหลาย การจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีโอกาสตั้งปัญหาขึ้นเอง ให้มีโครงสร้างของปัญหาล้ายกับปัญหาเดิมที่ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาแล้ว จะช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาเดิมอย่างแท้จริง และเป็นการส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียนด้วย การฝึกแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นเรื่องสำคัญและน่าสนใจมีประสิทธิภาพมากกว่าการเรียนรู้แบบบังคับหรือยึดครูเป็นจุดศูนย์กลางตลอดเวลา เพราะทำให้ผู้เรียนมีอิสระที่จะคิด พัฒนาสติปัญญาของตนเองอย่างสร้างสรรค์

การประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ช่วยให้ได้ข้อมูลสารสนเทศ ซึ่งแสดงถึงพัฒนาการและความก้าวหน้าในการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ คือ

1) ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น รวมทั้งการนำความรู้ดังกล่าวไปประยุกต์

2) ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน เพื่อการเป็นพลเมืองที่มีคุณภาพ รู้จักแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ปรับตัวและดำรงชีวิตอย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544, หน้า 209)

ข้อมูลสารสนเทศเหล่านี้ส่งเสริมให้ผู้สอนและผู้เรียนทราบจุดเด่น จุดด้อย ด้านการสอนและการเรียนรู้ และเกิดแรงจูงใจที่จะพัฒนาตน

### ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การกำหนดให้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสาระหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากนักการศึกษาคณิตศาสตร์ตระหนักถึงความสำคัญและจำเป็นไม่เพียงแต่ประเทศไทยเท่านั้นที่หันมาสนใจส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในทุกระดับชั้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ยังมีประเทศอื่น ๆ อีกทั่วโลกที่สนใจส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วยเช่นกัน เช่น ออสเตรเลีย สิงคโปร์ และสหรัฐอเมริกา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 4)

สำหรับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นเรื่องที่สำคัญ เพราะต้องการให้สิ่งเหล่านี้เกิดขึ้นในกระบวนการเรียนการสอน หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ คือ สาระที่ 6 ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 5 ทักษะ ดังนี้

ทักษะที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหา

ทักษะที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผล

ทักษะที่ 3 ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

ทักษะที่ 4 ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

ทักษะที่ 5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

#### ทักษะที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหา

ทุกคนในสังคมล้วนแต่ต้องเผชิญกับปัญหาต่าง ๆ และการตัดสินใจต้องอาศัยการคิด การศึกษาและรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ โดยอาศัยทักษะพื้นฐานในการคิดคำนวณ ความคิดและประสบการณ์ ตลอดจนความรู้ที่เคยเรียนหรือทราบมาก่อน เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาและให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ต้องการ

ปัญหามีการให้ความหมายว่า เป็นงานที่บุคคลเผชิญอยู่และต้องการหาคำตอบแต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ประกอบด้วยสิ่งสำคัญ 3 ประการ คือ ความต้องการที่จะค้นหา คำตอบ ตอบคำถามของปัญหานั้นไม่ได้ทันทีทันใดและต้องใช้ความพยายามอย่างสม่ำเสมอ และแก้ปัญหา นั้นได้ ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในวิธีการแก้ปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา (สิริพร ทิพย์คง, 2544, หน้า 9) ในการแก้ปัญหาต่างๆ นักเรียนต้องใช้ความคิดซึ่งอาศัยกระบวนการ

การทางสมองประสบการณ์ ความรู้ที่ได้ศึกษามา ความพยายาม และการหยั่งรู้ เพื่อจะตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา นั้น องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาได้มีดังนี้ ประสบการณ์ จิตพิสัยและสติปัญญา

การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ผึกฝนและพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียนตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต้องเป็นจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์พร้อมทั้งนำเสนอแนวคิดต่าง ๆ เกี่ยวกับการเรียนการสอน การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน ที่เชื่อว่าจะทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพดีขึ้น

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 6 - 7)

Adam (อ้างในปานทอง กลุณาศิริ, 2546, หน้า 31) ได้อธิบายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาที่เป็นภาษา ปัญหาที่เป็นคำพูดและปัญหาที่เป็นเรื่องราวหรือสถานการณ์ซึ่งเกี่ยวข้องกับปริมาณ นอกจากนี้ยังได้ให้ความเห็นว่า ปัญหาจะแตกต่างกับแบบฝึกหัดตรงที่แบบฝึกหัดไม่ต้องอาศัยการตัดสินใจทำเท่ากับปัญหา

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2536) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาเกี่ยวกับสาระ ได้แก่ ปัญหาตามที่ปรากฏอยู่ในหนังสือทั่วไป เป็นปัญหาที่นำความรู้เกี่ยวกับวิธีคำนวณที่เรียนมาแล้วมาใช้หาคำตอบของสภาพการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า ปัญหาชนิดนี้มุ่งขยายประสบการณ์ด้านการคิดคำนวณมากกว่าการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหอย่างแท้จริง



2. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เป็นปัญหาที่มุ่งเน้นกระบวนการในการหาคำตอบมากกว่าตัวคำตอบเอง ในการหาคำตอบบางครั้งไม่จำเป็นต้องนำการบวก ลบ คูณ หารมาใช้ แต่ใช้กระบวนการคิดอื่นๆ ปัญหาชนิดนี้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดี และยังส่งเสริมวิธีการคิดอย่างสร้างสรรค์และสร้างความรู้สึกรักทำท้ออีกด้วย

Charles (อ้างในอรุณศรี เหลืองธานี, 2542, หน้า 41) ได้จำแนกโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาขั้นตอนเดียว (one – step problems) มีลักษณะที่สำคัญ คือเป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องการคำตอบเพียงคำตอบเดียว ใช้หลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัวในการแก้ปัญหาและมีวิธีการคำนวณเพื่อหาคำตอบไม่ยุ่งยากซับซ้อน

2. โจทย์ปัญหาหลายขั้นตอน (multi – step problems) มีลักษณะที่สำคัญ คือ ในการคิดคำนวณปกติที่ต้องการคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ การแก้โจทย์ปัญหาต้องใช้วิธีการที่ซับซ้อน คือ การทำความเข้าใจปัญหาต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาและการประเมินผลการแก้ปัญหาโดยลักษณะที่สำคัญอีกประการหนึ่งคือในการแก้ปัญหาคงต้องเน้นการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล

การแก้ปัญหาคงเป็นกระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ปัญหาของคนหนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหาคงต้องมีการวางแผน การรวบรวมข้อมูลต่างๆ การกำหนดสารสนเทศที่ต้องการเพิ่มเติม มีการแสดงความคิดเห็น เสนอแนะแนวทางวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย การตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นที่เชื่อถือและยอมรับกัน โดยทั่วไป คือ กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (George Polya ปี ค.ศ. 1887 – 1985 ) มีทั้งหมด 4 ขั้นตอน (อ้างในสิริพร ทิพย์คง, 2544, หน้า 38 ) คือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้การวาดรูปและแยกแยะสถานการณ์หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วนๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) ผู้เรียนมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่างๆ ในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น เป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนการแก้ปัญหาดังนี้

2.1 โจทย์ปัญหาลักษณะนี้เคยพบมาก่อนหรือไม่ มีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหาที่เคยทำมาแล้วอย่างไร

2.2 เคยพบโจทย์ปัญหาลักษณะนี้เมื่อไรและใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา

2.3 ถ้าอ่านโจทย์ปัญหาครั้งแรกแล้วไม่เข้าใจควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้งแล้ววิเคราะห์ความแตกต่างของปัญหานี้กับปัญหาที่เคยทำมาก่อน

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 9) เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตร ที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล ( Looking back ) เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ได้ตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าวๆ

#### ยุทธวิธีแก้ปัญหา

ในการแก้ปัญหานี้ นอกจากนักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหานั้นแล้ว การเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุดก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่จะช่วยในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนมีความคุ้นเคยกับยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นที่เหมาะสมและหลากหลายแล้ว นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีเหล่านั้นมาใช้ได้ทันที ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นเป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป
2. การสร้างตาราง
3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ
4. การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด
5. การคาดเดาและตรวจสอบ
6. การทำงานแบบย้อนกลับ
7. การเขียนสมการ
8. การเปลี่ยนมุมมอง
9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย
10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์
11. การให้เหตุผลทางอ้อม

## ทักษะที่ 2 ความสามารถในการให้เหตุผล

กิจกรรมในชีวิตประจำวันที่ทำอยู่จะมีการให้เหตุผลอยู่เสมอ เช่น มีการให้เหตุผลในการเลือกซื้อสินค้า ในการเลือกประกอบอาชีพ ในการมาทำงานสายหรือในการตัดสินใจความต่าง ๆ เป็นต้น ในบรรดาการให้เหตุผลเหล่านั้น มีทั้งการให้เหตุผลที่สามารถกระทำได้ในทันทีที่ใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิม ๆ และการให้เหตุผลที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนเราไม่สามารถกระทำได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ ทักษะกระบวนการและเทคนิควิธีหลายอย่างในการให้เหตุผลซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอน/กระบวนการในการให้เหตุผล มีเทคนิควิธีในการให้เหตุผลที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการให้เหตุผลมาก่อน เราก็สามารถให้เหตุผลได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 44)

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องใช้การคิดอย่างเป็นระบบ คิดอย่างมีเหตุผล ต้องใช้เหตุผลมาช่วยในการเรียนรู้และแก้ปัญหาได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

โดยทั่วไป มนุษย์มักจะใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึกซึ่งมนุษย์แต่ละคนอาจมีอยู่เล็กน้อยแตกต่างกัน มาช่วยแก้ปัญหา เช่น เมื่อน้ำตาลทรายกำลังจะขึ้นราคา น้ำตาลทรายมักจะขาดตลาด ชาวบ้านและแม่ค้ามักรีบสะสมน้ำตาลทรายในราคาเดิมก่อนขึ้นราคา หรือในวันที่ฝนตกตอนเช้า คนในเมืองใหญ่มักจะออกจากบ้านเร็วกว่าปกติ เพราะคิดว่าการจราจรน่าจะติดขัดมากกว่าวันที่ฝนไม่ตกตอนเช้า ในทางคณิตศาสตร์ เรียกการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึก ดังกล่าวข้างต้นว่า การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ มนุษย์จะมีการให้เหตุผลแบบสหัชญาณมากหรือน้อยนั้น ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ นอกจากการให้เหตุผลแบบสหัชญาณแล้ว นักการศึกษาได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ระบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนี้ว่า ข้อความคาดการณ์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วให้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

การให้เหตุผลเป็นการอ้างหลักฐานเพื่อต้องการยืนยันในสิ่งที่ต้องการพิสูจน์หรือสิ่งที่เกิดขึ้นภายหลังหรือข้อสรุปว่าเป็นความจริง โดยใช้ความรู้ที่มีอยู่หรือประสบการณ์ต่างๆ ช่วยในการยืนยัน (ทิพย์วัลย์ สัจจันทร์และคณะ, 2546, หน้า 80) การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ ด้วย (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 198)

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผลดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง
3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

สมาคมครุคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (2000, p.56, อ้างใน คงรัฐ นवलเปง, 2547) ได้ให้ข้อเสนอแนะไว้ในการพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ควรให้ผู้เรียนฝึกพูดหรือเขียนเพื่อแสดงความคิดหรือยืนยันวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง รู้จักการคาดการณ์หรือคาดเดาคำตอบ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไปได้สมเหตุสมผล รวมถึงได้ฝึกการใช้ความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงที่มีอยู่ในการสรุปสู่ข้อเท็จจริงใหม่โดยการใช้วิธีการให้เหตุผลต่าง ๆ

จุดมุ่งหมายการวัดเหตุผลทางคณิตศาสตร์ (สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์, 2529, หน้า 50) เพื่อดูความสามารถทางด้านหลักการ วิธีการ การแปลความ การตีความ การขยายความ การไล่เลียงหาเหตุผล การเปรียบเทียบขั้นตอนการพิสูจน์ และการประเมินค่า

ความสามารถในด้านเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนมีสมรรถนะของการรับรู้ในทางคณิตศาสตร์ มีตรรกะในการคิดและสามารถอธิบายให้เหตุผลต่าง ๆ ให้ผู้อื่นรับรู้ข้อเท็จจริงได้ซึ่งการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงตรรกะขึ้นอยู่กับการพัฒนาการด้านเชาวน์ปัญญาและการใช้ภาษาของผู้เรียน ผู้เรียนในชั้นประถมศึกษาในฐานะนักคิดเชิงรูปธรรมซึ่งใช้บริบทเชิงรูปธรรม และกายภาพสนับสนุนเหตุผลของตน และพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ เมื่ออยู่ชั้นมัธยมศึกษาด้วยการถ่ายโยง การให้เหตุผลที่เป็นรูปธรรมและนามธรรม แม้ผู้เรียนที่อยู่ในระดับสูงแล้ว ก็ยังมีความจำเป็นในการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อการสนับสนุนการให้เหตุผล (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544, หน้า 13)

### ทักษะที่ 3 ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่ต้องทำให้มีความหมายแก่ผู้เรียน ถ้าผู้เรียนต้องการสื่อสารความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้อย่างมีประสิทธิภาพความสามารถในการสื่อสารทั่ว ๆ ไป จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจภาษาคณิตศาสตร์และเป็นเหมือนสะพานที่ช่วยให้ผู้เรียนแปลข้อความต่างๆให้เป็นภาษาเชิงนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสิ่งที่ใช้แทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในด้านกายภาพ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ คำพูด และสมองเข้าด้วยกัน เพื่อให้ได้มาซึ่งการรับรู้ในคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ทั้งในฐานะที่เป็นชนิดของระบบการสื่อสารและในฐานะที่เป็นเครื่องมือ เมื่อผู้เรียนเข้าใจได้ว่าตัวแทนสิ่งหนึ่งสามารถอธิบายสถานการณ์ต่าง ๆ ได้มากและวิธีการในการแทนที่ปัญหาวิธีหนึ่งอาจช่วยได้มากกว่าวิธีอื่น ๆ แล้ว ผู้เรียนก็จะเริ่มเข้าใจพลังความยืดหยุ่น และประโยชน์ของคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544, หน้า 13)

เนื้อหาความรู้วิชาคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่เป็นนามธรรม ที่ต้องใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (เช่น ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชันต่าง ๆ หรือแบบจำลอง) เข้าช่วยสื่อความหมายและนำเสนอให้ความรู้ที่มีความกะทัดรัดและชัดเจนเช่นสัญลักษณ์  $\pi$  แทนอัตราส่วนของความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมต่อความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเดียวกัน ซึ่งเป็นจำนวนอตรรกยะที่เท่ากับ  $3.141592653589793238462\dots$  ใช้สัญลักษณ์  $f(x)$  แทนฟังก์ชันของตัวแปร  $x$  ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดของ  $f$  ใช้สมการ  $y = 2x + 1$  แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร  $x$  และ  $y$  ใช้กราฟแท่งหรือแผนภูมิรูปวงกลม เพื่อนำเสนอข้อมูล

เมื่อต้องแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่เพียงจะอ่านเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและค้นหาคำตอบ แต่ยังคงพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผลการวิเคราะห์จากแบบรูป การนำเสนอข้อความคาดการณ์ ตลอดจนการแสดงวิธีทำ และการให้เหตุผล โดยใช้ข้อความ สัญลักษณ์ ตัวแปร สมการ ตาราง กราฟ ตัวแบบหรือแบบจำลองหรือตัวแบบคณิตศาสตร์เชิงคณิตศาสตร์อื่น ๆ มาช่วยในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 65)

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะ ให้ผู้เรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น ขั้นตอนในการดำเนินการเริ่มจากการกำหนดโจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์ กำหนดตัวแปร เขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปของสมการหรือสมการตามเงื่อนไขที่กำหนด และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 201)

การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้นอีกด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 70)

ปรมะ สตะเวทิน (2541, หน้า 7) ได้กล่าวว่า การสื่อสาร คือกระบวนการของการถ่ายทอดสารจากบุคคลฝ่ายหนึ่งซึ่งเรียกว่า ผู้ส่งสาร ไปยังบุคคลอีกฝ่ายหนึ่งซึ่งเรียกว่าผู้รับสาร สวนิต ยมาภัย (2533, หน้า 17) ได้กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึงการนำเรื่องราวต่าง ๆ ที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึกร่วมกัน โดยอาศัยเครื่องนำไปโดยวิธีใดวิธีหนึ่งให้ไปถึงจุดหมายปลายทางที่ต้องการจนทำให้เกิดการกำหนดรู้ความหมายแห่งเรื่องราวขึ้นร่วมกันได้

Morgan (1999, p.129-130) ได้กล่าวว่า การเรียนคณิตศาสตร์ก็เปรียบเสมือนการเรียนภาษาต่างประเทศ ทั้งนี้เนื่องจากคณิตศาสตร์มีรูปแบบและแนวทางที่เฉพาะเจาะจงในการใช้ภาษาคำศัพท์ สัญลักษณ์ รวมถึงการพัฒนาคำใหม่ ๆ ขึ้นมาใช้หรือบางคำก็เป็นคำที่ใช้ในชีวิตประจำวัน แต่ปรับใหม่มีความหมายใหม่ในเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจทำให้เกิดความสับสนกับผู้เรียนได้ ดังนั้นครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ภาษาคำศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงความคิดเห็นของตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจและใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารได้อย่างถูกต้อง

### การสร้างการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เจรารุส โพลลา (Gerarus Polla, n.d., p. 2) ได้แนะนำว่าในการสร้างการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนต้องมีการเรียนรู้ร่วมกัน โดยมีการปฏิบัติ ดังต่อไปนี้

1. ใช้ให้เป็นกิจกรรมและเป็นปกติสม่ำเสมอ
2. ใช้ประสบการณ์เดิมทั้งในด้านการอ่านและการสรุปความ
3. ใช้สัญลักษณ์ที่เป็นขั้นเป็นตอน เป็นของจริง สถานการณ์จริง ซึ่งเป็นสิ่งที่สามารถส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้ขั้นตอนจากสถานการณ์จริงดังนี้
  - 3.1 ใช้ภาษาที่เป็นธรรมชาติของนักเรียนเอง
  - 3.2 ใช้สื่อรูปภาพ
  - 3.3 ให้คำนียามตามสถานการณ์
  - 3.4 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้โจทย์ปัญหา
4. ใช้สถานการณ์จริงและคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องสัมพันธ์กันมากที่สุด
 

สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (1989 อ้างใน Boyd, P.C. and Cooper, S.B., 1998, p. 102-105) ได้ให้ความหมายว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ หรือภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อการทำ ความเข้าใจ การแสดงความคิดเห็นหรือการแสดง ความสัมพันธ์ต่างๆ ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์โดยในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นผู้เรียนจะต้อง

  1. เชื่อมโยงสิ่งที่เป็นรูปธรรม รูปภาพ หรือ ไดอะแกรมเข้ากับความคิดทางคณิตศาสตร์
  2. สะท้อนและให้เหตุผลเกี่ยวกับความคิดหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
  3. เชื่อมโยงภาษาในชีวิตประจำวันเข้ากับภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
  4. ตระหนักว่าการอภิปราย การอ่าน การเขียนและการฟังเป็นส่วนสำคัญของการเรียนรู้และการใช้คณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 201) ดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ

#### ทักษะที่ 4 ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนมีความรู้และมีพื้นฐานเพียงพอที่จะนำไปศึกษาต่อ นั้น จำเป็นต้องบูรณาการหรือเชื่อมโยงเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน นอกจากนี้เชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังต้องมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และการแก้ปัญหา เช่นในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้เรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรมมาช่วย หรือในงานศิลปะและการออกแบบก็ใช้ความรู้เรื่องเรขาคณิตมาช่วย

นอกจากนั้นแล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวันอีก เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินพร้อมผลประโยชน์ที่อาจได้รับ เพื่อไว้ใช้ในชว่บั้นปลายของชีวิต

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะ/กระบวนการที่นักเรียนควรจะได้เรียนรู้ ผูกพันทักษะ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนเพราะการที่นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 98)

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระและหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (1991) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยง คือการผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกัน ให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกันซึ่งแบ่งออกเป็น

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีหรือกะทัดรัดขึ้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 99)

ทำให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตประจำวัน ช่วยผู้เรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนมีความหมาย



2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคมศึกษา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อ นั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา ยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบ สร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่างๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะเวลาทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในชว่บั้นปลายของชีวิต (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 203)

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่นๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

### ทักษะที่ 5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นทักษะ/กระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน การฝึกฝนความคิดริเริ่มสร้างสรรค์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีกระบวนการคิด จินตนาการในการประยุกต์ ที่จะนำไปสู่การคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ที่แปลกใหม่ที่คนส่วนใหญ่คาดคิดไม่ถึงหรือมองข้ามตลอดจนส่งเสริมให้นักเรียนมีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ อยากรู้ อยากเห็น อยากค้นคว้าและทดลองสิ่งใหม่ ๆ อยู่เสมอ

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นกระบวนการคิดที่อาศัยความรู้พื้นฐาน จินตนาการ และวิจารณ์ญาณ ในการพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์มีหลายระดับ ตั้งแต่ระดับพื้นฐานที่สูงกว่าความคิดพื้น ๆ เพียงเล็กน้อย ไปจนกระทั่งเป็นความคิดที่อยู่ในระดับสูงมากบางครั้งมากจนไร้ขอบเขตจำกัด คนอื่นคิดไปไม่ถึง จนมองดูเหมือนว่าเป็นการเพื่อฝัน

นักคณิตศาสตร์และนักจิตวิทยา ที่มีความสนใจในกระบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ คือ ฮาดามาร์ด (Hadamard, 1945) เป็นนักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส ได้ทำการศึกษาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (the Mathematical Creativity) และอธิบายกระบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ด้วยทฤษฎีจิตวิเคราะห์ (Psychoanalysis) และทฤษฎีการสัมพันธ์เชื่อมโยง (The Association theory) เข้าด้วยกัน ได้กล่าวว่า กระบวนการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มีอยู่ 4 ขั้นตอน คือ (นวลน้อย เจริญผล, 2548, หน้า 18)

1. ขั้นเตรียม (Preparation) เป็นขั้นตอนที่ได้รับปัญหาและบุคคลมีการกระทำต่อปัญหานั้นในระดับที่รู้ตัว (Conscious) อย่างเป็นระบบ (Systematic) โดยวิธีการเชิงตรรก (Logical Approach) ซึ่งความพยายามในระดับที่รู้ตัวนี้ จะเป็นการกระตุ้นในแนวทางทั่ว ๆ ไปในการแก้ปัญหา ซึ่งแนวทางดังกล่าวจะเข้าสู่กระบวนการขั้นความคิดฟักตัว (Incubation) ต่อไป

2. ขั้นความคิดฟักตัว (Incubation) เป็นขั้นตอนที่มีกระบวนการคิดที่ไม่รู้ตัว (Unconscious Thinking Processes) ซึ่งเป็นขั้นตอนที่เกิดการรวมกันของความคิดต่าง ๆ แบบสุ่ม และมีเพียงความคิดที่ดีเท่านั้นที่จะขึ้นสู่ระดับความมีสติรู้ตัว (Consciousness)

3. ขั้นรู้แจ้ง (Illumination) เป็นขั้นที่เกิดจุดวิกฤติ (Critical Point) ซึ่งเกิดขึ้นในระดับที่รู้ตัว ตรวจสอบ เสนอผลงานและการนำไปใช้

4. ขั้นตรวจสอบ เสนอผลงานและการนำไปใช้ เป็นขั้นตอนสุดท้ายของกระบวนการคิดสร้างสรรค์ซึ่งเกิดในระดับรู้ตัว

ในการตรวจสอบความชัดเจนและความถูกต้องนั้น วิธีการหนึ่งที่ทำได้คือ การพูดสื่อสารซึ่งกระทำได้ 2 ลักษณะคือ การพูดสื่อสารกับตนเองและการพูดสื่อสารกับบุคคลอื่น

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ระดับพื้นฐาน เป็นความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่เกิดขึ้นกับผู้คนเกือบตลอดเวลาเมื่อต้องการแก้ปัญหาเฉพาะหน้าหรือแก้ปัญหาที่ใช้วิธีการไม่ยุ่งยาก เช่น การเดินป่าหรือเดินทางไกลในสมัยก่อนที่ยังไม่มีความสะดวกในการเดินทาง การเตรียมข้าวปลาอาหารไม่อาจนำภาชนะถ้วยชามไปได้ ชาวบ้านจึงมีการหุงข้าวโดยใช้กระบอกลมไฟแทนหม้อข้าว ซึ่งต่อมาได้พัฒนาเป็นข้าวหลามอย่างที่เรารู้จักกันสำหรับถ้วยชามใส่กับข้าวก็ใช้ใบไม้ตามธรรมชาติ เช่น ใบตอง ใบบัวห่ออาหาร เมื่อเรือหรือหลังคารั่ว ก็รู้จักนำชันมาผสมกับน้ำมันสนหรือน้ำมันมะกอกเป็นวัสดุอุดรอยรั่ว รู้จักดัดแปลงเครื่องยนต์ขนาดเล็กใส่เรือหางยาวแทนเครื่องยนต์ดีเซลที่นำเข้ามาจากต่างประเทศซึ่งมีราคาแพง หรือดัดแปลงสร้างรถอีแต๋นเป็นรถเอนกประสงค์ทางการเกษตร

สำหรับความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ระดับพื้นฐานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เช่น ในสมัยโบราณชาวบ้านดัดแปลงทำทะนานจากกะลามะพร้าว เพื่อเป็นเครื่องมือในการตวง และใช้ศอกของตนเองเป็นเครื่องมือในการวัดความยาว

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ระดับสูง เป็นความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่ส่งผลกระทบต่อประโยชน์ที่กว้างขวางต่อมวลมนุษย์ เช่น การคิดสร้างเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หลอดไฟฟ้า และคอมพิวเตอร์ ในปัจจุบันก็มีการคิดสร้างเครื่องมือและอุปกรณ์ทางการแพทย์ที่ทันสมัย คิดหาเทคนิควิธีการแพทย์ใหม่ ๆ ที่สามารถรักษาโรคเฉพาะทางได้ง่ายและสะดวกขึ้น เช่น การผ่าตัดโดยใช้กล้องจุลทรรศน์ส่องตามสาย การใช้แสงเลเซอร์ในการผ่าตัดตา การผลิตวัสดุนาโนเพื่อใช้ในวงการแพทย์และอุตสาหกรรม เป็นต้น

สำหรับความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ระดับสูงในทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้จากผลงานของนักคณิตศาสตร์ที่เป็นผู้ให้กำเนิดวิชาการบางแขนงทางคณิตศาสตร์ เช่น วิชาแคลคูลัส ซึ่งเป็นวิชาหนึ่งที่มีประโยชน์อย่างมากในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ทฤษฎีกราฟที่มีประโยชน์ในการวางแผนงานจัดระบบการขนส่งหรือลอจิสติกส์(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 133 - 135)

กิลฟอร์ด (Guilford, 1967) มีความเห็นว่า ความคิดสร้างสรรค์เป็นลักษณะความคิดเอนกนัย (Divergent Thinking) คือความคิดหลายทิศทาง หลายแง่ หลายมุม คิดไว้วางไกล ลักษณะความคิดเอนกนัยไปสู่การประดิษฐ์สิ่งแปลกใหม่ รวมถึงการคิดค้นพบวิธีการแก้ปัญหาได้สำเร็จ ลักษณะของความคิดแบบเอนกนัย ประกอบด้วย

1) ความคิดริเริ่ม (Originality) เป็นลักษณะความคิดเพื่อให้ได้ความคิดที่มีลักษณะแปลกใหม่ แตกต่างไปจากความคุ้นเคยหรือความคิดพื้น ๆ เป็นความคิดที่เกิดขึ้นครั้งแรกที่แตกต่างจากความคิดพื้น ๆ ที่มีอยู่เดิม และอาจไม่เคยมีใครนึกหรือคิดมาก่อน โดยอาจแสดงออกในลักษณะ

ทางกระบวนการคิด หรือลักษณะทางผลผลิตซึ่งในบางครั้งความคิดริเริ่มอาจไม่ใช่สิ่งใหม่ซึ่งไม่เคยปรากฏมาก่อน แต่เป็นการประยุกต์ดัดแปลงให้ดีขึ้นให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งสิ่งประดิษฐ์ส่วนใหญ่ล้วนอาศัยแนวทางการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ผู้ที่มีความคิดริเริ่มจะต้องมีกล้าคิดนอกกรอบ กล้าลองเพื่อทดสอบความคิดของตน และบ่อยครั้งที่ต้องอาศัยความคิดจินตนาการในการประยุกต์ กล่าวคือ ต้องคิดสร้างและหาทางทำให้เกิดผลงานด้วย ดังเช่น นักคณิตศาสตร์ที่สร้างสรรค์ผลงานออกมาให้คนรุ่นต่อ ๆ มาได้ศึกษา เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ ๆ เช่น วิชาแคลคูลัส ทฤษฎีเกม และการวิจัยดำเนินการซึ่งเป็นวิทยาการที่มีประโยชน์ต่อมวลมนุษยชาติ ทำให้เกิดการพัฒนาและสร้างความเจริญให้แก่โลกสืบต่อ ๆ มา สำหรับความคิดริเริ่มที่ดี ความคิดจินตนาการและความพยายามที่จะสร้างผลงานควรเป็นสิ่งคู่กัน

2) ความคิดคล่องแคล่ว (Fluency) หมายถึง ความสามารถในการผลิตความคิดที่แตกต่าง และหลากหลายภายใต้กรอบจำกัดของเวลา อันนำไปสู่ความคิดอย่างมีคุณภาพเพื่อการแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ การคิดให้ได้คำตอบจำนวนมากที่แตกต่างกันหรือวิธีที่หลากหลายเป็นตัวบ่งบอกถึงความเข้าใจและความคล่องแคล่วของสมองของนักเรียนที่จะกลั่นเอาคำตอบของปัญหาออกมา ซึ่งกิลฟอร์ดเชื่อว่า ผู้ที่มีความคิดคล่องมากจะมีโอกาสสร้างคำตอบที่แปลกและเฉียบคมได้มากกว่าผู้ที่มีความคิดคล่องน้อยกว่า

3) ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) เป็นความสามารถในการคิดปรับเปลี่ยนตามสถานการณ์ คิดนอกกรอบของความคิดที่ไม่อยู่ภายใต้กฎเกณฑ์หรือความคุ้นเคยเดิม ความยืดหยุ่นทำให้สามารถมองเห็นสิ่งต่าง ๆ ในแง่มุมใหม่ ๆ เป็นความคิดพื้นฐานที่จะนำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ ความคิดยืดหยุ่นเป็นตัวเสริมให้ความคิดคล่องมีความแปลกแตกต่างกันออกไป

ในความคิดคล่องที่มีการคิดให้ได้คำตอบจำนวนมากที่แตกต่างกันผู้ที่มีความคิดยืดหยุ่นยังต้องจัดหมวดหมู่ของคำตอบให้มีความแปลกแตกต่างกันออกไปและไม่มีการซ้ำซ้อนกัน จากนั้นจึงนำเอาความคิดที่ได้ทั้งหมดมาพิจารณาเปรียบเทียบกันว่า ความคิดใดจะเป็นความคิดที่ดีที่สุด และให้ประโยชน์คุ้มค่าโดยคำนึงถึงหลักเกณฑ์ในการพิจารณา เช่น ประโยชน์ที่ได้ เวลาการลงทุน ความยากง่าย ซึ่งกิลฟอร์ดเชื่อว่า ผู้ที่มีความคิดยืดหยุ่นสูงจะมีโอกาสสร้างสรรค์สิ่งใหม่ ๆ ได้มากกว่าผู้ที่คิดซ้ำ ๆ อยู่ในแนวทางเดิมตลอดเวลา

4) ความละเอียดลออ (Elaboration) เป็นการคิดตกแต่งในรายละเอียดอย่างลุ่มลึกหลายแง่มุมของแต่ละคำตอบของปัญหา เพื่อขยายความคิดหลักให้ครบถ้วน สมบูรณ์ ซึ่งความคิดละเอียดลออขึ้นนี้จะสัมพันธ์กับความสามารถในการสังเกต ไม่ละเอียดในรายละเอียดเล็ก ๆ น้อย

## การสร้างแบบทดสอบ

### 1. วิธีการสร้างแบบทดสอบ

การสร้างเครื่องมือจะต้องมีการวางแผนการสร้าง ดังนี้ (ฤตินันท์ สมุทร์ทัย, 2545, หน้า 100)

1. จุดมุ่งหมายของการวัด ก่อนที่จะสร้างเครื่องมือจะต้องรู้จุดมุ่งหมายของการวัดว่าวัดเพื่ออะไร เพราะถ้าจุดมุ่งหมายของการวัดต่างกัน แนวของเครื่องมือก็แตกต่างกันด้วย
2. การวิเคราะห์หลักสูตร (Curriculum analysis) ได้แก่ การแยกแยะความมุ่งหมายและเนื้อหาวิชาในหลักสูตรว่ามีรายละเอียดปลีกย่อยอะไรบ้าง
3. สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร การกำหนดสิ่งที่จะวัดในทางการศึกษา ก็คือการกำหนดลักษณะพฤติกรรมนั่นเอง ซึ่งตัวลักษณะเชิงพฤติกรรมเหล่านี้กำหนดได้จากจุดมุ่งหมายของหลักสูตร โดยเฉพาะในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำเป็นต้องกำหนดลักษณะออกมาให้ได้ว่ามีพฤติกรรมลักษณะใดบ้าง วิธีที่จะกำหนดลักษณะสิ่งที่วัดจากจุดมุ่งหมายของหลักสูตรหรือรายวิชา จึงจำเป็นที่ต้องทำการวิเคราะห์หลักลักษณะของสิ่งที่วัดออกมาให้ได้ ซึ่งต้องใช้วิธีการที่เรียกว่า การวิเคราะห์หลักสูตรหรือการวิเคราะห์รายวิชา
4. การสร้างเครื่องมือ หลังจากทำการสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรแล้วจะทำให้เราทราบว่า เราต้องสร้างเครื่องมือวัดพฤติกรรมในด้านใดบ้าง และแต่ละด้านจะวัดอะไร ซึ่งถ้าเป็นพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยเครื่องมือที่ใช้ส่วนใหญ่ก็คือ ข้อสอบอาจเป็นแบบปรนัยหรืออัตนัย โดยให้พิจารณาจากเนื้อหาและจุดประสงค์ ถ้าเป็นพฤติกรรมด้านจิตพิสัย การวัดอาจทำได้โดยการสังเกตหรือการให้รายงานตนเอง เครื่องมือที่ต้องสร้างก็คือ แบบสังเกต แบบตรวจสอบรายการ หรือแบบสอบถาม และถ้าเป็นพฤติกรรมด้านทักษะพิสัย การวัดอาจทำได้โดยการให้ลงมือปฏิบัติงานหรือการสังเกตพฤติกรรมการทำงาน เครื่องมือที่เหมาะสมน่าจะเป็นแบบบันทึกการสังเกตแบบประเมินการปฏิบัติงาน ฯลฯ
5. การทดลองใช้ หลังจากสร้างเครื่องมือแล้วควรมีการนำไปทดลองใช้ก่อนใช้จริง เพื่อตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ นั้น ๆ ว่ามีคุณภาพตามที่ต้องการแล้วหรือไม่
6. การวิเคราะห์หาคุณภาพ การวิเคราะห์หาคุณภาพเครื่องมือเป็นขั้นตอนต่อจากการทดลองใช้ คือการนำเอาผลการทดลองมาวิเคราะห์หาคุณภาพของเครื่องมือในด้านความเชื่อมั่น ความยากง่าย อำนาจจำแนก ฯลฯ

7. การนำไปใช้จริง จากการวิเคราะห์หาคุณภาพของเครื่องมือ อาจพบว่ายังมีคุณภาพไม่ตรงตามที่ต้องการ หากสามารถปรับปรุงได้ ควรทำการปรับปรุง และถ้ายังไม่แน่ใจว่าจะมีคุณภาพตามที่ต้องการหรือไม่ อาจต้องนำไปทดลองใช้อีกครั้งหนึ่ง แล้วนำมาวิเคราะห์หาคุณภาพจนได้คุณภาพตามที่ต้องการแล้วจึงจะนำไปใช้จริงในโอกาสต่อไป

ชวาล แพรัตกุล (2516, หน้า 123 - 138) ได้ชี้แนะว่าคุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีมี 10 ประการ ดังต่อไปนี้

1. แบบทดสอบที่ดีต้องเที่ยงตรง
2. แบบทดสอบที่ดีต้องยุติธรรม
3. แบบทดสอบที่ดีต้องถามลึก
4. แบบทดสอบที่ดีต้องช่วยผู้เป็นตัวอย่าง
5. แบบทดสอบที่ดีต้องจำเพาะเจาะจง
6. แบบทดสอบที่ดีต้องปรนัย
7. แบบทดสอบที่ดีต้องมีประสิทธิภาพ
8. แบบทดสอบที่ดีต้องมีความยากพอเหมาะ
9. แบบทดสอบที่ดีต้องมีอำนาจจำแนก
10. แบบทดสอบที่ดีต้องเชื่อมั่นได้

## 2. การสร้างข้อสอบแบบปรนัย

ข้อสอบแบบปรนัยที่นิยมใช้และรู้จักกันดีมี 4 ประเภท คือ (ภัทรา นิคมานนท์ ,2529, หน้า 88 – 100 )

2.1 แบบถูก – ผิด ( True – False ) ข้อสอบแบบถูก – ผิดที่แท้ก็คือ ข้อสอบแบบเลือกตอบที่มี 2 ตัวเลือกผู้ตอบมีโอกาสเลือกตอบเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง อาจตอบว่าใช่-ไม่ใช่, ถูก-ผิด, จริง-ไม่จริง เป็นต้น ตัวคำถามของข้อสอบประเภทนี้มักจะเขียนในรูปประโยคบอกเล่าธรรมดา หรืออาจเป็นรูปคำถาม โดยมีข้อความถูกบ้างผิดบ้างคละเคล้ากันไป ซึ่งผู้ตอบจะเลือกตัดสินใจว่าข้อความนั้นถูกหรือผิด จริงหรือเท็จ ใช่หรือไม่ใช่

2.2 แบบเติมคำ (Completion) ข้อสอบแบบเติมคำเป็นข้อสอบประเภทให้ตอบสั้น ๆ มีขอบเขตในการตอบภาคคำถามอาจอยู่ในรูปคำถามหรือในรูปประโยคบอกเล่าที่เป็น ข้อความไม่สมบูรณ์ โดยเว้นช่องว่างสำหรับให้เติมคำ หรือข้อความ ให้ได้ความถูกต้องสมบูรณ์

### 2.2.1 ข้อแนะนำในการสร้างข้อสอบแบบเติมคำ

- 1) เขียนคำสั่งให้ชัดเจนว่าต้องการให้นักเรียนตอบอย่างไร และตอบที่ไหน
- 2) คำถามหรือข้อความต้องชัดเจน รัดกุม ไม่มีลักษณะเป็นการแนะนำตอบ และตอบได้หลายอย่าง
- 3) พยายามเขียนปัญหาหรือคำถามให้มีคำตอบเฉพาะเจาะจง ไม่กว้างเกินไป
- 4) ไม่ควรลอกข้อความจากหนังสือ โดยเว้นข้อความบางตอนออก
- 5) ช่องว่างที่เว้นให้เติมควรเว้นให้มากพอสำหรับการตอบแต่ละข้อ
- 6) ช่องว่างที่เว้นให้เติมควรจะให้อยู่ตอนท้ายของประโยคหรือท้ายข้อความ
- 7) การใช้ข้อความเป็นประโยคคำถามจะช่วยให้คำถามมีความจำเพาะเจาะจง
- 8) แต่ละข้อไม่ควรให้ช่องสำหรับเติมหลายแห่ง
- 9) คำตอบที่ต้องการให้เติมควรเน้นสิ่งสำคัญและจำเป็นจริง ๆ
- 10) ในตัวปัญหาควรมีข้อมูลมากพอที่ผู้สอบจะหาคำตอบได้

### 2.2.2 การตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบเติมคำ

- 1) ถ้าข้อสอบข้อใดมีคำตอบได้หลายอย่าง ครูควรให้คะแนนคำตอบที่ถูกต้องทุกคำตอบ
- 2) แต่ละช่องที่ให้เติมคำตอบควรมีคะแนนเท่ากัน
- 3) ไม่ควรหักคะแนนคำตอบที่ถูกแต่สะกดผิด
- 4) ข้อที่นักเรียนตอบผิด ควรเขียนคำตอบที่ถูกไว้ก่อนจะคืนข้อสอบ

ให้นักเรียน

- 5) เพื่อความสะดวกในการตอบ อาจให้นักเรียนเขียนคำตอบในกระดาษคำตอบเวลาตรวจให้คะแนนก็เอาคำตอบมาวางเทียบจะทำให้ตรวจเร็วขึ้น

2.3 แบบจับคู่ (Matching) ข้อสอบแบบจับคู่เป็นข้อสอบปรนัยประเภทกำหนดคำหรือข้อความเป็น 2 คอลัมน์แล้วกำหนดให้ผู้เลือกตอบคำหรือข้อความจากคอลัมน์หนึ่งไปใส่ในคำหรือข้อความอีกคอลัมน์หนึ่งที่มีความสัมพันธ์หรือสอดคล้องกัน ข้อสอบประเภทนี้คล้ายกับข้อสอบแบบเลือกตอบแต่ตัวเลือกไม่แน่นอนตายตัวเพราะตัวเลือกจะลดลงเรื่อย ๆ เมื่อเลือกตอบไปแล้ว

2.4 แบบเลือกตอบ (Multiple Choices) ข้อสอบแบบเลือกตอบเป็นข้อสอบปรนัยที่นิยมใช้กันมากกว่าข้อสอบปรนัยแบบอื่น ข้อสอบประเภทนี้มีส่วนประกอบที่สำคัญอยู่ 2 ส่วน คือ ตอนนำ หรือตัวคำถาม (Stem) และตัวเลือก (Choice หรือ options) ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ตัวถูก (Correct Choice) และตัวลวง (Decoys หรือ Distracters)

ข้อสอบแบบเลือกตอบที่ดีนั้น ตัวเลือกทุกตัวจะมีน้ำหนักพอ ๆ กัน ถ้าไม่มีความรู้ในข้อนั้นจริงจะเห็นว่าถูกหมดทุกข้อ และในการสอบแต่ละครั้ง ตัวเลือกแต่ละตัวจะมีโอกาสถูกเลือกพอ ๆ กัน สำหรับข้อสอบแบบเลือกตอบที่มีลักษณะถูกหรือผิดอย่างเด่นชัดทำให้ข้อสอบคุณค่าและขาดคุณลักษณะความเป็นปรนัยอันเป็นคุณสมบัติสำคัญของข้อสอบประเภทนี้

#### 2.4.1 หลักในการเขียนข้อสอบประเภทเลือกตอบ

- 1) เขียนตัวคำถามหรือตอนนำให้อยู่ในรูปประโยคคำถามที่สมบูรณ์
- 2) เน้นเรื่องที่ถามให้ชัดเจนและตรงจุด
- 3) ใช้ภาษาให้เหมาะกับระดับผู้สอบ
- 4) คำถามควรสั้นและชัดเจน
- 5) พยายามหลีกเลี่ยงการใช้คำถามปฏิเสธหรือปฏิเสธซ้อน
- 6) ใช้ตัวเลือกปลายเปิดให้เหมาะสม
- 7) ใช้คำถามให้คุ้มงานสอบ
- 8) ข้อเดียวต้องมีคำตอบเดียว
- 9) เขียนตัวถูก – ผิด ให้ถูกหรือผิดตามหลักวิชา
- 10) เขียนตัวเลือกให้เป็นอิสระขาดจากกัน
- 11) เรียงลำดับตัวเลือกที่เป็นตัวเลข
- 12) พยายามใช้รูปภาพช่วย
- 13) หลีกเลี่ยงคำถามที่เน้นคำตอบ

#### 2.4.2 หลักเกณฑ์ในการเขียนตัวเลือก (วิญญาณ วิศาลาภรณ์, 2533, หน้า 131 – 137)

- 1) ตัวเลือกควรจะมีความเป็นเอกพันธ์หรืออยู่ในตระกูลเดียวกัน
- 2) ตัวเลือกทุกตัวควรมีที่ท้าวาจะถูก
- 3) ตัวเลือกควรจะมี ความยาวใกล้เคียงกัน
- 4) ตัวเลือกควรจะเป็นคำที่สามารถต่อความกับตัวปัญหาได้อย่างสอดคล้อง

และถูกหลักภาษา

- 5) ตัวเลือกแต่ละตัวควรจะเป็นอิสระแก่กัน
- 6) ควรหลีกเลี่ยงคำที่ชี้แนะคำตอบ



- 7) ควรหลีกเลี่ยงตัวเลือกแบบปลายปิดปลายเปิด
- 8) ถ้าใช้ตัวเลือก “ถูกทุกข้อ” เป็นตัวคำตอบควรจะเขียนเป็นตัวเลือกตัวแรก
- 9) ควรจะเรียงลำดับตัวเลือกที่เป็นตัวเลข
- 10) ควรเลี่ยงการใช้ตัวซ้ำในตัวเลือก
- 11) ให้คำตอบถูกมีเพียงข้อเดียว
- 12) ให้ความถูกต้องเป็นสากล
- 13) ควรจะกระจายตำแหน่งของตัวถูกหรือคำตอบ
- 14) เขียนตัวเลือกด้วยภาษาที่เหมาะสมกับระดับนักเรียน
- 15) ควรจะมีตัวเลือก 4 หรือ 5 ตัวเลือก

#### 2.4.3 การตรวจให้คะแนนข้อสอบแบบเลือกตอบ

- 1) ทำเฉลยไว้ล่วงหน้า
- 2) ตรวจด้วยมือหรือตรวจได้ด้วยเครื่อง
- 3) ข้อสอบแต่ละข้อควรมีคะแนนเท่ากัน
- 4) ถ้าจะหักคะแนนข้อผิดควรจะบอกนักเรียนล่วงหน้าก่อนที่จะทำการสอบ

#### การหาคุณภาพของแบบวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ คือ การหาข้อมูลเพื่อประกอบการตัดสินใจคุณภาพของเครื่องมือในด้านต่าง ๆ และเพื่อนำผลมาใช้ในการปรับปรุงแก้ไขให้เครื่องมืออื่น ๆ ให้มีคุณภาพตามที่ต้องการต่อไป (ถุติพันธ์ สมุทร์ทัย, 2545, หน้า 169)

คุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีควรมีคุณลักษณะ ดังนี้

1. มีความเที่ยงตรง (Validity) ความเที่ยงตรงในการสร้างแบบทดสอบ หมายถึง แบบทดสอบสามารถวัดในสิ่งที่ต้องการวัด โดยวัดได้อย่างครบถ้วนและถูกต้อง

ความเที่ยงตรง หมายถึงคุณสมบัติ ที่จะนำไปให้ผู้ ใช้ บรรลุถึงวัตถุประสงค์ แบบวัดที่ดีมีความเที่ยงตรงสูง ก็คือแบบทดสอบที่สามารถทำหน้าที่วัด สิ่งที่เราต้องการจะวัดได้อย่างถูกต้องตามความมุ่งหมาย คือคะแนนจากข้อสอบนั้น สามารถให้ความหมายแก่เราตรงตามที่เราปรารถนา(ชวาล แพร์ตกุล, 2509, หน้า 111)ซึ่งความเที่ยงตรงสามารถแบ่งออกเป็น 4 ด้าน คือ

1.1 ความเที่ยงตรงด้านเนื้อหา (Content Validity) หมายถึง สามารถวัดเนื้อหาสาระที่ต้องการวัดได้ครบถ้วน ข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหาหมายถึงข้อสอบที่สามารถวัดเนื้อหาได้ครบถ้วนตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร หรือวัดได้ครบตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ นอกจากวัดเนื้อหาได้ครบแล้วยังวัดได้ตรงตามลักษณะธรรมชาติของเนื้อหาวิชานั้นด้วย

ทำโดยการสร้างตารางกำหนดรายละเอียดแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชา (ควรมีอย่างน้อย 3 คน) แต่ละคนพิจารณาลงความคิดเห็นว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการวัดหรือไม่ โดยกำหนดคะแนนความคิดเห็นไว้ ดังนี้ (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์, 2527, หน้า 69)

- +1 เมื่อแน่ใจว่าจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือขอบเขตนั้นชัดเจนและครอบคลุมเนื้อหา
- 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือขอบเขตนั้นชัดเจนและครอบคลุมเนื้อหา
- 1 เมื่อแน่ใจว่าจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือขอบเขตนั้นไม่ชัดเจนและครอบคลุมเนื้อหา

ให้นำผลที่ได้มาหาคะแนนเฉลี่ยในแต่ละจุดประสงค์ หากค่าดัชนีที่คำนวณได้มากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 ถือว่าจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือขอบเขตเนื้อหาที่กำหนดไว้ชัดเจนและครอบคลุมเนื้อหาดีแล้ว แต่ถ้าค่าดัชนีที่คำนวณได้น้อยกว่า 0.5 แสดงว่าข้อสอบไม่วัดหรือไม่เป็นตัวแทนจุดประสงค์ต้องปรับปรุงใหม่

ความเที่ยงตรงชนิดนี้ใช้หลักสูตรภาคเนื้อหาวิชา เป็นเกณฑ์สำหรับตัดสินชี้ขาด ซึ่งก็คือ ใช้เนื้อหาวิชาที่อยู่ทางซ้ายของตารางวิเคราะห์หลักสูตร เป็นเกณฑ์นั่นเอง คือใช้เนื้อหาวิชาเป็นหลักสำหรับวินิจฉัยว่า ข้อสอบฉบับนี้ สามารถวัดความรู้ของเด็กในเรื่องนี้ เวลา นี้ ได้จริงหรือไม่ (ชวาล แพรัตกุล, 2509, หน้า 113)

1.2 ความเที่ยงตรงด้านโครงสร้าง (Construct Validity) หมายถึง ความสามารถของแบบทดสอบ ที่จะวัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ได้ตรงตามที่ระบุไว้ในหลักสูตร ในภาคความมุ่งหมายหรือไม่ นั่นคือ แบบทดสอบฉบับนั้น สามารถวัด พฤติกรรมต่าง ๆ ตามแนวตั้งของตารางวิเคราะห์หลักสูตร ได้ครบถ้วนปานใดนั่นเอง คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบฉบับนี้ สามารถช่วยให้เราลงสรุปได้ใหม่ว่า ใครมีสมรรถภาพสมองด้านความจำ ความเข้าใจ ทักษะคิดและอื่น ๆ ปานใดและมีสัดส่วนมากน้อย ตรงตามความมุ่งหมายของวิชานั้น ๆ หรือไม่ (ชวาล แพรัตกุล, 2509, หน้า 113)

ความเที่ยงตรงด้านโครงสร้าง หมายถึง เครื่องมือนั้นสามารถวัดพฤติกรรมและสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ได้ตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ และเป็นไปตามหลักการของทฤษฎีนั้น ๆ การสร้างแบบทดสอบให้มีความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง ผู้สร้างจะต้องศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนวิชานั้นจากหลักสูตรก่อนว่ามีพฤติกรรมใดบ้างที่กำหนดไว้ในจุดมุ่งหมายนั้น ๆ แบบทดสอบต้องวัดจุดมุ่งหมายนั้น ๆ อย่างครบถ้วน มิใช่ถามแต่ความจำเป็นส่วนใหญ่

## วิธีการคำนวณค่าความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง มี 4 วิธี ดังนี้

1.2.1 คำนวณจากค่าความสัมพันธ์ เป็นการคำนวณค่าความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบที่ต้องการหาความเที่ยงตรงโดยเอาคะแนนที่ได้จากการทดสอบกับคะแนนที่ได้จากการทดสอบแบบทดสอบมาตรฐานที่วัดลักษณะเดียวกัน ไปคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

นอกจากนี้ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างที่คำนวณจากค่าสหสัมพันธ์ยังหาโดยคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของแบบทดสอบแต่ละส่วน (Parts) หรือแต่ละจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมกับคะแนนรวมของแบบทดสอบ แล้วคำนวณค่าเฉลี่ยจากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ในแต่ละส่วน กับคะแนนรวมเป็นค่าความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง

1.2.2 วิธีคำนวณจากกลุ่มที่รู้ช้อยู่แล้ว (Known – group technique) เป็นวิธีที่เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยระหว่างกลุ่มที่รู้ว่ามีลักษณะที่ต้องการวัดกับกลุ่มที่รู้ว่ามีลักษณะที่ต้องการวัด เช่น ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ทำได้โดยนำแบบทดสอบคณิตศาสตร์ไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างที่เรียนวิชาเอกคณิตศาสตร์ (กลุ่มที่รู้ทางคณิตศาสตร์) กับกลุ่มที่เรียนวิชาเอกภาษาไทย (กลุ่มที่ไม่รู้หรือรู้น้อยทางคณิตศาสตร์) แล้วคำนวณคะแนนเฉลี่ยของทั้ง 2 กลุ่ม มาทดสอบนัยสำคัญทางสถิติ

1.2.3 วิธีคำนวณจากการวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor Analysis) การวิเคราะห์องค์ประกอบเป็นการพิสูจน์ว่า ข้อสอบแต่ละข้อเมื่อสอบแล้วจะมีข้อมูลทางตัวเลขยืนยันได้ไหมว่า วัดคุณลักษณะใด วัดคุณลักษณะเดียวกัน หรือวัดก็ลักษณะ เป็นไปตามการจัดคุณลักษณะเมื่อเขียนข้อสอบตั้งแต่แรกหรือไม่ นั่นก็คือเพื่อจะพิสูจน์โครงสร้างของข้อสอบว่าเป็นแบบใด เป็นไปตามโครงสร้างหรือทฤษฎีที่ตั้งไว้หรือไม่นั่นเอง (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ, 2542 , หน้า 325)

ส.วาสนา ประวาลพฤษ์ (2544, หน้า 7-8) กล่าวว่า การวิเคราะห์องค์ประกอบยึดหลักที่ว่า ตัวแปรหรือข้อมูลต่างๆ ที่มีความสัมพันธ์กันนั้น สัมพันธ์กันเนื่องมาจากตัวแปรต่างๆ เหล่านี้มีองค์ประกอบร่วมกันอยู่ (Common Factor) สังเกตได้จากการจับกลุ่มของตัวแปรหรือค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร การจับกลุ่มของตัวแปรซึ่งเกิดขึ้นจากความสัมพันธ์ระหว่างกันของตัวแปร ทำให้ทราบถึงโครงสร้างและแบบแผนของข้อมูลทำให้หาองค์ประกอบร่วมของตัวแปรได้ และสามารถหาน้ำหนักขององค์ประกอบของตัวแปรแต่ละตัวได้ ดังนั้น การวิเคราะห์องค์ประกอบจึงเป็นวิธีการทางสถิติที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อจะเสนอชุดของตัวแปรหลายๆ ตัว ในรูปของตัวแปรสมมติโดยกำหนดให้เป็นองค์ประกอบร่วม (Common Factor) ที่มีจำนวน

น้อยลง ในขั้นแรกของการวิเคราะห์จะต้องหาค่าสหสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ที่จะศึกษาในรูปของเมตริกสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งหมด (Intercorrelation Matrix)

การวิเคราะห์องค์ประกอบมักจะทำใน 2 ลักษณะ คือ

1. ค้นหาว่ามีองค์ประกอบ อะไรบ้าง (Exploratory)
2. ยืนยันหรือทดสอบสมมติฐานว่ามีองค์ประกอบนั้น ๆ ในคุณลักษณะ (trait)

นั้นจริงหรือไม่ (Confirmatory)

ทั้งนี้จุดมุ่งหมายของการวิเคราะห์องค์ประกอบอาจจำแนกได้ ดังนี้

1. ช่วยบรรยายเกี่ยวกับโดเมน (Domain) ที่ต้องการศึกษา
2. ช่วยตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ศึกษา
3. ช่วยจัดประเภทของตัวแปร
4. วิเคราะห์ความสัมพันธ์ร่วมระหว่างตัวแปร
5. วิเคราะห์โครงสร้างองค์ประกอบ (Factorial Structure) ของตัวแปรที่เป็น

เกณฑ์และระบุตัวแปรที่จะเป็นประโยชน์ในสมการถดถอย

6. เป็นการพิสูจน์ข้อค้นพบของตนเองกับผู้อื่น
7. ลดข้อมูลให้น้อยลงเพื่อให้ได้ลักษณะร่วมที่ซ่อนอยู่
8. ใช้ในการทดสอบหาความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) ของ

แบบวัด

9. ช่วยในการสร้างแบบวัดลักษณะต่าง ๆ

สำหรับการใช้วิธีวิเคราะห์องค์ประกอบเพื่อหาค่าความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง

(อุทุมพร จามรมาน, 2532, หน้า 31) กล่าวว่ามีวิธีการดังนี้

1. สร้างสมมติฐานเกี่ยวกับตัวแปรทางจิตวิทยาว่า น่าจะประกอบด้วยตัวประกอบอะไรบ้าง
2. สร้างข้อความที่วัดตัวประกอบดังกล่าว
3. ตรวจสอบความสอดคล้องและถูกต้องในเชิงวัดก่อนรวบรวมข้อมูล
4. รวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนของประชากร
5. ทำการวิเคราะห์ตัวประกอบ ว่าได้ตัวประกอบตามที่ตั้งสมมติฐานไว้หรือไม่ ถ้าใช่ก็แสดงว่ามีความตรงเชิงโครงสร้าง

ขั้นตอนการวิเคราะห์ของเทคนิค Factor Analysis แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้  
(กัลยา วานิชย์บัญชา, 2544, หน้า 253 – 254)

ขั้นที่ 1 : การสร้างเมทริกซ์สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรทุกคู่ (Correlation matrix) ในขั้นแรกนี้จะมีการพิจารณาความสัมพันธ์ของตัวแปรทุกคู่โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

1.1 ถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรคู่ใดมีค่าใกล้ +1 หรือ -1 แสดงว่าตัวแปรคู่นั้นมีความสัมพันธ์กันมากควรอยู่ใน Factor เดียวกัน

1.2 ถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรคู่ใดมีค่าใกล้ศูนย์ แสดงว่าตัวแปรคู่นั้นไม่มีความสัมพันธ์กันหรือสัมพันธ์กันน้อยมากควรอยู่คนละ Factor

1.3 ถ้ามีตัวแปรที่ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น ๆ หรือมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น ๆ ที่เหลือน้อยมาก ควรตัดตัวแปรนั้นออกจากการวิเคราะห์

ขั้นที่ 2 : การสกัดปัจจัย (Factor Extraction)

วัตถุประสงค์ของการสกัดปัจจัย คือการหาจำนวน Factor ที่สามารถใช้แทน ตัวแปรทั้งหมดทุกตัวได้ วิธีการสกัดปัจจัยมีหลายวิธี ในที่นี้จะกล่าวถึงวิธี Principal Component Analysis : PCA ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมมากที่สุด

Principal Component Analysis หรือในที่นี้เรียกย่อ ๆ ว่า PCA เป็นเทคนิคที่มีวัตถุประสงค์ที่จะนำรายละเอียดของตัวแปรที่มีจำนวนตัวแปรมาก ๆ มาไว้ในปัจจัยที่มีเพียงไม่กี่ปัจจัยโดยจะพิจารณาจากรายละเอียดทั้งหมดจากแต่ละตัวแปร

ในการวิเคราะห์ ขั้นตอนที่ 2 นี้จะทำให้สามารถประมาณค่า Factor loading ได้แล้วใช้ Factor loading ในการพิจารณาว่ามีตัวแปรใดบ้างที่ควรอยู่ใน Factor เดียวกัน ในแต่ละ Factor ให้พิจารณาว่าค่า Factor loading ของแต่ละตัวแปร ถ้า Factor loading ของตัวแปรใดมีค่ามาก (เข้าสู่ +1 หรือ -1) ควรจัดตัวแปรนั้นอยู่ใน Factor ดังกล่าว

ขั้นที่ 3 : การหมุนแกนปัจจัย (Factor Rotation)

กรณีที่ค่า Factor loading มีค่ากลาง ๆ ทำให้ไม่สามารถจัดตัวแปรว่าควรอยู่ใน Factor ใดได้นั้น จะต้องทำการหมุนแกน ดังนั้นวัตถุประสงค์ของการหมุนแกนปัจจัย คือ เพื่อให้ค่า Factor loading ของตัวแปร มีค่ามากขึ้นหรือลดลงจนกระทั่งทำให้ทราบว่าตัวแปรนั้น ควรอยู่ใน Factor ใด หรือไม่ควรอยู่ใน Factor ใด

วิธีการหมุนแกนปัจจัย มี 2 วิธี คือ

1. Orthogonal Rotation เป็นการหมุนแกนปัจจัยไปแล้วยังคงทำให้ Factor ตั้งฉากกัน หรือเป็นอิสระกันแต่ทำให้ค่า Factor loading เพิ่มขึ้นหรือลดลง มี 3 วิธี

1.1 Quartimax หมุนแกนโดยเน้นการเปลี่ยนแฉวให้ง่ายขึ้น โดยจะพยายามทำให้มีจำนวนปัจจัยน้อยที่สุด ในการอธิบายตัวแปรแต่ละตัว

1.2 Varimax หมุนแกนโดยเน้นการเปลี่ยนคอลัมน์ให้ง่ายขึ้น คือเกิดการแปรผันของคอลัมน์ใน Factor Pattern Matrix เป็นเทคนิคที่ทำให้มีจำนวนตัวแปรที่น้อยที่สุด มีค่า Factor loading มากในแต่ละปัจจัย จึงเป็นที่นิยมใช้มากที่สุด

1.3 Equamax ใช้วิธีประนีประนอมระหว่าง Quartimax กับ Varimax

2. Oblique Rotation เป็นการหมุนแกนปัจจัยไปในลักษณะที่ Factor ไม่ตั้งฉากกัน หรือ Factor ไม่เป็นอิสระกัน มี 2 วิธี คือ

2.1 Oblimin หมุนแกนโดยยึด reference axes

2.2.1 Quatimin  $r = 0$  most oblique

2.2.2 Biquartimin  $r = 0.5$  least oblique

2.2.3 Covarimin  $r = 1$  least oblique

2.2 Oblimax หมุนแกนโดยไม่ใช้ reference axes แต่ใช้ Pattern Matrix หมุนแกนเช่นเดียวกับ Equamax Orthogonal

ขั้นที่ 4 : การคำนวณค่า (Factor Score)

เมื่อสามารถจัดตัวแปรที่มีอยู่จำนวนมากเหลือเป็นกลุ่มตัวแปรไม่กี่กลุ่ม สามารถคำนวณหาค่า Factor Score ของแต่ละ case ได้

เงื่อนไขของเทคนิค Factor Analysis

- 1) Factor (F) และ error (e) จะต้องเป็นอิสระกัน
- 2) ตัวแปรควรเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ และกรณีที่มีตัวแปรเชิงกลุ่มผสมอยู่ด้วย จะต้องเปลี่ยนตัวแปรเชิงกลุ่มให้อยู่ในรูปตัวแปรเทียม (Dummy variable)
- 3) ความสัมพันธ์ระหว่าง Factor และตัวแปรอยู่ในรูปเชิงเส้น (Linear) เท่านั้น
- 4) สำหรับเทคนิค Principal Component analysis ตัวแปรแต่ละตัว หรือข้อมูล ไม่จำเป็นต้องมีการแจกแจงแบบปกติ แต่ถ้าตัวแปรบางตัวมีการแจกแจงเบ้ค่อนข้างมาก และมีค่าผิดปกติ (Outlier) ผลลัพธ์ที่ได้อาจจะไม่ถูกต้อง

5) จำนวนข้อมูล (Case) ควรมากกว่าจำนวนตัวแปรอย่างน้อย 10 เท่า

ระดับตัดสินที่นิยมใช้กันมากสำหรับตัวถ่วงตัวประกอบคือ .30 นั่นคือ ไม่มีตัวแปรใดกับตัวถ่วงตัวประกอบที่มีค่าต่ำกว่า .30 (อุทุมพร ทองอุไทย, 2523, หน้า 309)

1.2.4 วิธีคำนวณจากการวิเคราะห์หลายลักษณะหลายวิธี (Multitrait - Multimethod Analysis) เป็นการหาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบที่ประกอบด้วยลักษณะที่วัดมีสองลักษณะหรือมากกว่าสองลักษณะ คือ ความเที่ยงตรงเชิงเหมือน และความเที่ยงตรงเชิงจำแนก

1.3 ความเที่ยงตรงตามสภาพ (Concurrent Validity) หมายถึง ลักษณะของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตรงตามสภาพความเป็นจริงของผู้ที่ถูกวัดในขณะนั้น เช่น คนที่สามารถทำโจทย์เลขบวก ลบมาตราเงินในห้องเรียนได้ดี จะสามารถคิดเงินทอนในการซื้อขายที่ตลาดได้เช่นกัน ความเที่ยงตรงตามสภาพนี้เราไม่สามารถวัดได้จริง ๆ โดยใช้แบบทดสอบ แต่เราต้องเอาคะแนนของเด็กไปเปรียบเทียบกับสภาพจริงของเด็กดูว่าสอดคล้องกันหรือไม่

ความเที่ยงตรงชนิดนี้ไม่เหมือนกับ 2 อย่างแรก ความเที่ยงตรงตามเนื้อหาและตามโครงสร้างนั้น เราสามารถสร้างเป็นข้อคำถามสอบวัดได้โดยตรง ส่วนความเที่ยงตรงเชิงสภาพเราไม่สามารถถามวัดได้จริง ๆ ในแบบทดสอบเลย วิธีหาความเที่ยงตรงชนิดนี้ ก็โดยตรวจสอบว่าแบบทดสอบนั้น สามารถให้คะแนนเด็กกระจายออกเป็นระยะกว้างหรือไม่ และคะแนนเหล่านั้นต่างก็สอดคล้องกับความเก่ง - อ่อน หรือกับความฉลาด - โง่งของเด็ก ตามสภาพข้อเท็จจริงและประจักษ์พยาน เท่าที่ปรากฏในปัจจุบันหรือเปล่า ถ้าคะแนนชุดใดกระจายไม่เกาะกันเป็นกระจุกที่ปลายใดปลายหนึ่งแล้ว ก็จัดว่าแบบทดสอบนั้นมีความเที่ยงตรงตามสภาพได้ คือเป็นแบบทดสอบที่สามารถจำแนกเด็กออกเป็นประเภท ๆ ได้ถูกต้อง ตรงตามสภาพความจริงของเขานั้นเอง วิธีหาความเที่ยงตรงนี้อีกแบบหนึ่ง ก็โดยเอาคะแนนสอบของเด็กแต่ละคน มาเรียงกันตามอันดับให้ลดหลั่นกัน จากสูงลงไปหาต่ำ แล้วนำอันดับนั้นไปเทียบกับอันดับความสามารถของเขาตามที่ เราสังเกตเห็นจากที่สอนในชั้น ว่าอันดับทั้งสองชนิดนี้ สอดคล้องต้องกันมากน้อยปานใด ก็ตีราคาความเที่ยงตรง ไปตามนั้น ๆ ก็ได้ เราใช้สภาพความจริง ตามที่เราสังเกตเห็นในปัจจุบันเป็นตัวเกณฑ์

1.4 ความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive Validity) หมายถึง เครื่องมือที่สามารถให้ข้อมูลได้สอดคล้องกับผลการเรียนในภายหน้า วิธีหาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบชนิดนี้ทำได้โดยนำคะแนนสอบที่ได้ไปหาความสัมพันธ์กับคะแนนที่ได้ในอนาคตว่ามีความสอดคล้องตรงกันน่าเชื่อถือได้หรือไม่เพียงใด

ความเที่ยงตรงชนิดนี้คล้ายกับความเที่ยงตรงตามสภาพ ต่างกันที่กาลเวลาเท่านั้น ถ้าแบบทดสอบใดสามารถให้คะแนนสอดคล้องกับข้อเท็จจริงในปัจจุบัน ก็นับว่ามีความเที่ยงตรงตามสภาพ ถ้าสอดคล้องกับผลการเรียนในภายภาคหน้า หรือกับความสำเร็จ ในอนาคตของเด็ก ก็เป็นความเที่ยงตรงตามพยากรณ์ ถ้ามีความเที่ยงตรงตามพยากรณ์แล้ว ก็ต้องมีตามสภาพแน่ แต่แบบทดสอบที่มีความเที่ยงตรงตามสภาพแล้ว ไม่แน่ว่าจะต้องมีตามพยากรณ์ด้วยเสมอไป

วิธีหาความเที่ยงตรงชนิดนี้ โดยเทียบหาความสัมพันธ์สอดคล้องระหว่างคะแนนของแบบทดสอบนั้นกับผลสัมฤทธิ์ข้างหน้า โดยยกให้ผลสัมฤทธิ์ในอนาคต เป็นตัวเกณฑ์การวัดผลโดยใช้ข้อสอบ ลักษณะความเที่ยงตรงตามเนื้อหา และความเที่ยงตรงตามโครงสร้างมีความสำคัญมาก เพราะทำให้ข้อสอบนั้นวัดเนื้อหาได้ครบถ้วน และตรงตามจุดมุ่งหมายของการวัด

2. มีความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ระดับความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบในทุกครั้ง หรืออีกความหมายหนึ่งหมายถึง ความคงที่ภายในของคะแนนที่ได้จากการวัดครั้งเดียวกันด้วยแบบทดสอบฉบับเดียวผลที่ได้คงที่แน่นอน ข้อสอบนั้นสามารถให้คะแนนคงที่แน่นอน ไม่แปรผัน นั่นคือจะใช้วัดกี่ครั้งก็ได้ผลเหมือนเดิมไม่เปลี่ยนแปลง มีความถูกต้องและเชื่อถือได้ โดยปกติค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบที่คำนวณได้จะนำมาเทียบกับเกณฑ์ ดังนี้ (สมใจ ฤทธิสนธิ, 2537, หน้า 143)

ค่าความเชื่อมั่นระหว่าง .00 - .40	ถือว่า มีความเชื่อมั่นต่ำ
ค่าความเชื่อมั่นระหว่าง .41 - .70	ถือว่า มีความเชื่อมั่นปานกลาง
ค่าความเชื่อมั่นระหว่าง .71 - .90	ถือว่า มีความเชื่อมั่นสูง
ค่าความเชื่อมั่นระหว่าง .91 - 1.00	ถือว่า มีความเชื่อมั่นสูงมาก

การหาความเชื่อมั่นสามารถหาได้หลายวิธี ซึ่งในแต่ละวิธีจะเหมาะสมกับชนิดของเครื่องมือแตกต่างกันออกไป วิธีหาค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบทำได้หลายวิธีดังนี้ (ภัทรานิคมานนท์, 2536, หน้า 54)

2.1 การสอบซ้ำ (Test-Retest) เป็นการนำข้อสอบชุดเดียวกันไปสอบเด็กกลุ่มเดียวกัน 2 ครั้งในเวลาห่างกันพอสมควร แล้วนำคะแนนทั้ง 2 ชุดนั้นมาหาความสัมพันธ์กัน ค่าที่ได้คือค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบ วิธีการเช่นนี้เรียกว่า “Measure of Stability”

2.2 ใช้ข้อสอบคู่ขนาน (Parallel tests หรือ Equivalence tests) ข้อสอบคู่ขนานหมายถึงข้อสอบ 2 ชุด ที่มีลักษณะและคุณภาพใกล้เคียงกันมากที่สุด ทั้งด้านเนื้อหา ความยากง่าย อำนาจจำแนก ลักษณะคำถาม และจำนวนข้อคำถาม จนอาจกล่าวได้ว่าเป็นข้อสอบฉบับเดียวกันสามารถใช้แทนกันได้ การหาความเชื่อมั่นของข้อสอบทำได้โดย นำข้อสอบคู่ขนานไปทดสอบ



นักเรียนกลุ่มเดียวกันทั้ง 2 ฉบับในเวลาเดียวกัน แล้วนำคะแนนจากการทำข้อสอบ 2 ชุดนี้มาหาความสัมพันธ์กัน ก็จะได้ค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบทั้ง 2 ฉบับ วิธีการนี้เรียกว่า “Measure of Equivalence test”

2.3 วิธีแบ่งครึ่งข้อสอบ (Split-half) วิธีการแบ่งครึ่งข้อสอบเป็นการแก้ปัญหาความยากในการสร้างข้อสอบคู่ขนาน โดยการใช้ข้อสอบฉบับเดียวสอบเด็กกลุ่มเดียวเพียงครั้งเดียว แต่ได้คะแนน 2 ชุด เช่นเดียวกับการสอบซ้ำหรือการใช้ข้อสอบคู่ขนาน วิธีที่จะให้ได้คะแนน 2 ชุดจากการสอบครั้งเดียวนั้นทำได้โดยการตรวจข้อสอบ 2 ครั้ง ๆ ละครึ่งฉบับ การแบ่งตรวจข้อสอบครึ่งละครึ่งฉบับอาจแบ่งเป็นข้อคู่ กับข้อคี่ หรือครึ่งแรก ครึ่งหลัง หรือวิธีอื่นใดก็ได้ที่อาจทำให้ข้อสอบที่แบ่งเป็น 2 ตอนนั้นมีลักษณะคล้ายข้อสอบคู่ขนาน 2 ฉบับ แต่โดยทั่วไปนิยมแบ่งเป็นข้อคี่และข้อคู่มากกว่า

2.4 วิธีคูเดอริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson method) การหาความเชื่อมั่นของข้อสอบ โดยวิธีนี้เป็นวิธีที่เรียกว่า “Internal-consistency” อีกวิธีหนึ่งเป็นการหาความคงที่ภายในของข้อสอบฉบับหนึ่ง ๆ สูตรที่ใช้ในการคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นมี 2 สูตร คือ KR-20 และ KR-21

2.5 โดยใส่สูตร The Coefficient of Alpha ( $\alpha$ ) ได้จากการปรับปรุงสูตร KR-20 ให้ใช้ได้ทั้งข้อสอบประเภทถูกให้ 1 คะแนน ทำผิดให้ 0 คะแนน หรือเครื่องมือชนิดอื่นอาจจะเป็นข้อสอบอัตนัย หรือเครื่องมือวัดทัศนคติที่มีคะแนนเต็มแต่ละข้อไม่เท่ากัน แต่ต้องเป็นการวัดที่เป็นข้อมูลต่อเนื่อง (ต่าย เชียงฉิน, 2526, หน้า 68)

3. มีความเป็นปรนัย (Objectivity) หมายถึง ความชัดเจน ความถูกต้อง และการเข้าใจตรงกัน คุณสมบัติความเป็นปรนัยของแบบทดสอบที่สำคัญ ได้แก่คุณสมบัติ 3 ประการ ดังนี้

3.1 ชัดแจ้งในความหมายของคำถาม ข้อสอบที่มีความเป็นปรนัย ทุกคนที่อ่านข้อสอบไม่ว่าจะเป็นผู้สอบหรือผู้ตรวจข้อสอบย่อมจะเข้าใจตรงกัน ไม่ตีความไปกันคนละแง่แตกต่างกัน ภาษาที่ใช้จะต้องชัดเจน นักเรียนที่สอบทุกคนต้องอ่านเข้าใจความหมายได้แจ่มแจ้งชัดเจน ถูกต้องตรงกันและตรงตามวัตถุประสงค์ของคำถามที่ต้องการ (บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์, 2535, หน้า 48)

3.2 ตรวจให้คะแนนได้ตรงกันหรือมาตรฐานการให้คะแนนในที่นี้ หมายถึง การเฉลยข้อสอบ ข้อสอบที่มีความเป็นปรนัยไม่ว่าจะเป็นผู้ออกข้อสอบหรือใครก็ตามสามารถตรวจให้คะแนนได้ตรงกันหรือเฉลยตรงกัน ข้อสอบที่ผู้ตรวจเฉลยไม่ตรงกัน แสดงให้เห็นถึงความไม่ชัดเจนในคำถามหรือคำตอบ ต้องมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแน่นอนไม่ขึ้นอยู่กับอารมณ์ของผู้ตรวจ จะให้ใครตรวจ จะตรวจเวลาใดก็ตามจะได้คะแนนเท่ากันเสมอ (บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์, 2535, หน้า 48)

3.3 แปลความหมายของคะแนนได้ตรงกัน โดยทั่วไปข้อสอบปรนัยนั้นผู้ตอบถูกจะได้ 1 คะแนน ตอบผิดจะได้ศูนย์คะแนน จำนวนคะแนนที่ได้จะแทนจำนวนข้อที่ถูกทำให้สามารถแปลความหมายได้ชัดเจนว่าใครเก่ง อ่อนอย่างไร ตอบถูกมากน้อยต่างกันเพียงไร

การที่จะสรุปว่า ข้อสอบชนิดใดฉบับไหนจะเป็นปรนัยหรือไม่เป็นนั้นจะต้องใช้การพิสูจน์หรือการทดลองตรวจสอบให้เห็นจริงก่อนเสมอ มิใช่ใช้ลมปาก หรือนั่งนึกนอนนึกลงข้อยุติเอาเอง และก็ต้องมิใช่โดยการอ้างอิงว่าเป็นปรนัยเพราะหลักการนั้นเกณฑ์นี้หรือเพราะตามระเบียบนั้นตำราโน้นด้วย จึงจะน่าเชื่อถือ (ชวาล แพร์ตกุล, 2509, หน้า 119)

4. มีความยากง่าย (Difficulty) หมายถึง อัตราส่วนของจำนวนคนที่ตอบแบบทดสอบแต่ละข้อได้ถูกต้อง คำนวณได้จากจำนวนผู้ที่ตอบข้อสอบนั้นถูกหารด้วยจำนวนผู้ที่ตอบข้อนั้นทั้งหมด ดังนั้นค่าความยากง่ายของแบบทดสอบจึงมีค่ามากที่สุดเท่ากับ 1 และน้อยที่สุดเท่ากับ 0 ถ้ามีค่า 0 แสดงว่าไม่มีนักเรียนตอบข้อสอบข้อนั้นถูกเลย หมายความว่าข้อนั้นยากมากที่สุด ถ้ามีค่า 1 แสดงว่า นักเรียนทำข้อนั้นถูกหมดทุกคน หมายความว่า ข้อนั้นง่ายมากที่สุด ฉะนั้นข้อใดมีค่าความยากง่ายยิ่งน้อย หรือ ยิ่งใกล้ 0 ข้อนั้นก็ยิ่งยากมาก ถ้าค่าความยากง่ายยิ่งมากหรือยิ่งใกล้ 1 ข้อนั้นก็ยิ่งง่ายมาก (บุญธรรม กิจปริดาภิสุทธิ, 2524, หน้า 139) เกณฑ์พิจารณาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ และระดับความยากง่ายของแบบทดสอบสามารถแบ่งได้ดังนี้

4.1 ข้อสอบที่มีความยากง่ายตั้งแต่ .00 ถึง .19 แสดงว่าข้อสอบนั้นอยู่ในระดับยากมาก

4.2 ข้อสอบที่มีความยากง่ายระหว่าง .20 ถึง .40 แสดงว่าข้อสอบนั้นอยู่ในระดับค่อนข้างยาก

4.3 ข้อสอบที่มีความยากง่ายระหว่าง .41 ถึง .60 แสดงว่าข้อสอบนั้นอยู่ในระดับปานกลาง

4.4 ข้อสอบที่มีความยากง่ายระหว่าง .61 ถึง .80 แสดงว่าข้อสอบนั้นอยู่ในระดับค่อนข้างง่าย

4.5 ข้อสอบที่มีความยากง่ายระหว่าง .81 ถึง 1.00 แสดงว่าข้อสอบนั้นอยู่ในระดับง่ายมาก

ข้อสอบที่ดีควรมีค่าความยากง่ายอยู่ในช่วงที่เหมาะสม คือ มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง .20 ถึง .80 ข้อสอบที่ใช้ในการสอบคัดเลือกนิมใช้ข้อสอบที่ค่อนข้างไปทางยาก คือ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .05 ถึง .50 (ต่าย เชียงฉี และครุณ หาญตระกูล, 2542, หน้า 24)

คะแนนที่เด็กสอบได้นั้นขึ้นอยู่กับความยากง่ายของข้อสอบเป็นประการสำคัญ มิได้ขึ้นอยู่กับข้อคำถามมากนัก หรือขึ้นอยู่กับจำนวนเวลาที่ใช้ทำมากนัก หากข้อสอบยากแล้ว ถึงจะให้มีมากข้อและให้ทำทั้งวันเด็ก ๆ ก็ยังคงได้คะแนนต่ำอยู่นั่นเอง ข้อสอบที่ดีเป็นอุดมคติ จะต้องให้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับหรือสูงกว่า 50% ของคะแนนเต็มเล็กน้อย

ข้อสอบดี ต้องการคำถามที่มีเด็กตอบถูกบ้างผิดบ้าง ฉะนั้น ข้อที่ยากสุดและง่ายสุด จึงไม่มีประโยชน์ เพราะเด็กพร้อมกันทำผิดหมดหรือถูกหมดทั้งชั้น กลายเป็นทุกคนไม่ได้คะแนน หรือทุกคนได้คะแนนขึ้นลงพร้อม ๆ กันหมด ไม่รู้ว่าใครเก่งกว่ากันแน่ (ชวาล แพริตกุล, 2509, หน้า 121)

5. มีอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นความสามารถของข้อสอบ หรือแบบทดสอบ ที่แยกแยะนักเรียนออกเป็นกลุ่ม เป็นประเภทได้อย่างชัดเจน ถ้วนถี่และครบถ้วน ตั้งแต่อ่อนสุด จนถึงเก่งสุดแม้จะ โง่งฉลาดเก่งกว่ากันอยู่นิดหนึ่ง ก็สามารถชี้บอกได้ เช่นแยกนักเรียนเก่งกับ นักเรียนไม่เก่งออกจากกันได้ ข้อสอบที่นักเรียนเก่งส่วนมากตอบถูก และนักเรียนอ่อนส่วนมาก ตอบผิดข้อสอบข้อนั้นแสดงว่ามีอำนาจจำแนก ข้อสอบใดนักเรียนเก่งกับนักเรียนอ่อนส่วนมาก ตอบถูกพอ ๆ กันแสดงว่าไม่มีอำนาจจำแนก แยกนักเรียนเก่งกับนักเรียนอ่อนออกจากกันไม่ได้ เพราะนักเรียนเก่งหรืออ่อนตอบถูกได้พอ ๆ กัน (บุญธรรม กิจปริดาภิสุทธิ, 2535, หน้า 47) ค่าอำนาจจำแนกจะมีความหมายในรูปสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง +1 ถ้าแบบทดสอบข้อนั้นมีค่าอำนาจจำแนกเข้าใกล้ +1 ก็แสดงว่าแบบทดสอบข้อนั้นสามารถจำแนก คนเก่งและคนอ่อน ได้ถูกต้องสูงมาก แต่ถ้าข้อใดมีค่าอำนาจจำแนกเป็นลบ หรือเข้าใกล้ 0 หมายความว่านักเรียนเก่งกับนักเรียนไม่เก่งตอบถูกเท่ากัน แสดงว่าข้อนั้นไม่มีอำนาจจำแนก คนเก่งก็ทำถูกคนไม่เก่งก็ทำถูกหรือคนเก่งก็ทำผิด คนไม่เก่งก็ทำผิด ข้อสอบข้อนั้นไม่สามารถแยก นักเรียนเก่งกับนักเรียนไม่เก่งออกจากกันได้ ถ้ามีค่าตัวเลขติดลบมากก็ยิ่งแยกคนไม่เก่งกับ คนเก่งออกจากกันได้มาก นั่นคือคนเก่งจะทำข้อนั้นผิดส่วนคนไม่เก่งจะทำข้อนั้นถูก (บุญธรรม กิจปริดาภิสุทธิ, 2524, หน้า 140) แสดงว่าแบบทดสอบข้อนั้นจำแนกคนเก่งออกจากคนอ่อน ไม่ได้ดี ข้อสอบที่ดีนั้นจะต้องเป็นข้อสอบที่แยกคนเก่งกับคนไม่เก่งออกจากกันได้ ในลักษณะที่คน เก่งตอบถูกมากกว่าคนไม่เก่ง และยังมีจำนวนคนที่ตอบถูกมากกว่ากันเท่าใดก็ยิ่งดี นั่นหมายความว่าแบบทดสอบที่ดีควรมีค่าอำนาจจำแนกมากกว่า หรือเท่ากับ .20 (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 185)

5.1 ค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่า .20 คือมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในระดับต่ำ

5.2 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ถึง .40 คือมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในระดับปานกลาง

5.3 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .41 ถึง 1.00 คือมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในระดับสูง

อำนาจจำแนก ก็คือความเที่ยงตรงตามสภาพนั่นเอง ข้อสอบที่ดีจะต้องให้คะแนนกระจายกว้าง ตั้งแต่จวนเต็มจนถึงใกล้ศูนย์ และมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ตรง 50% ด้วย นั่นคือ สามารถวัดเด็กได้ทุก ๆ ระดับความสามารถ อย่างละเอียดลออและอย่างครบถ้วน

6. มีความหมายในการทดสอบ (Meaningfulness) แบบทดสอบที่ดีนั้นผลของการวัดที่ได้จะต้องมีความหมายตรงกับความเป็นจริงและตรงกับที่ต้องการวัด เช่น คนเก่งควรตอบถูกและคนอ่อนควรตอบผิด โดยคำตอบที่ได้ควรมีความหมายแน่นอน (บุญธรรม กิจปรีดาวิสุทธิ, 2535, หน้า 48)

7. มีความสามารถนำไปใช้ได้ (Usability) แบบทดสอบที่ดีต้องสามารถนำไปใช้ได้ ในสถานการณ์ที่ต้องการได้เป็นอย่างดี ดังนี้ (บุญธรรม กิจปรีดาวิสุทธิ, 2535, หน้า 49)

7.1 สามารถดำเนินการสอบได้ง่าย (Easy of Administration) คือสามารถนำไปใช้ได้ง่าย สะดวกไม่ยุ่งยากซับซ้อน ไม่ก่อให้เกิดปัญหาที่จะทำให้ไม่เข้าใจกระบวนการสอบ ทั้งผู้ดำเนินการสอบและนักเรียนที่สอบ

7.2 สามารถใช้เวลาสอบพอดี (Time Required of Administration) คือให้เวลาไม่สั้นหรือไม่ยาวนานเกินไป ถ้าใช้เวลายาวนานเกินไปจะทำให้ให้นักเรียนที่สอบเหนื่อยอ่อน และเบื่อหน่าย ขาดการสนใจให้ยากตอบ พฤติกรรมที่แท้จริงจึงไม่แสดงออก แต่ถ้าให้เวลาน้อยเกินไป นักเรียนที่สอบจะตึงเครียด และวิตกกังวลมากเกินไป มีผลต่อการแสดงพฤติกรรมที่แท้จริงด้วย

7.3 สามารถให้คะแนนได้ง่าย (Easy of Scoring) คือตรวจให้คะแนนได้สะดวก รวดเร็ว และมีความยุติธรรมมาก

7.4 สามารถแปลผลและนำไปใช้ได้ง่าย (Easy of Interpretation and Application) คือ ผลการสอบที่ได้ แปลผลให้ถูกต้องได้ง่าย สะดวกและนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

7.5 สามารถสร้างข้อสอบคู่ขนาน หรือข้อสอบเปรียบเทียบได้ (Availability of Equivalent or Comarables Forms) ข้อสอบที่ดีจะต้องสร้างข้อสอบที่วัดเนื้อหาเดียวกัน มีระดับความยากง่ายพอ ๆ กันมีอำนาจจำแนกพอ ๆ กันได้ครั้งละหลาย ๆ ข้อ เพื่อใช้แทนกันหรือใช้เปรียบเทียบกันได้

7.6 สามารถประหยัดค่าใช้จ่ายในการสอบ (Cost of Testing) ควรพิจารณาความประหยัดตลอดกระบวนการทดสอบ ตั้งแต่การสร้างไปจนถึงการนำไปใช้ การตรวจให้คะแนน และการเก็บเอาไว้ใช้ได้

8. ความมีประสิทธิภาพ (Efficiency) ข้อสอบที่มีประสิทธิภาพสามารถให้คะแนนได้เที่ยงตรงและเชื่อถือมากที่สุดโดยใช้เวลาแรงงาน และเงินน้อยที่สุด แต่ประโยชน์ที่ได้จากการสอบคุ้มค่า (ภัทรานิคมานนท์, 2536, หน้า 67) ข้อสอบที่ดี จะต้องสามารถอำนวยความสะดวกจากการสอบได้สูงที่สุด การที่จะให้รู้แน่ ว่าควรกำหนดเวลาเป็นเท่าใดนั้น ก็ต้องทดลองสอบกันดูจริงกับนักเรียน โดยจับเวลาดูว่า เด็กส่วนใหญ่ประมาณ 90 – 95 % ที่ตั้งอกตั้งใจทำงานจริงๆ ต้องใช้เวลาทำกี่ยาที ก็คือเวลานั้นเป็นเวลาที่เหมาะของแบบทดสอบนั้น

9. มีความยุติธรรม (Fair) คือ โจทย์ข้อถามทั้งหลาย ไม่มีช่องแฉะให้เด็กฉลาดใช้ไหวพริบเอาได้ถูก ไม่เปิดโอกาสให้เด็กเกียจคร้าน ที่ดูตำราแต่ลวก ๆ ตอบได้ดี ข้อสอบที่ดีต้องไม่เปิดโอกาสให้เด็กได้เปรียบเสียเปรียบกัน การที่ข้อสอบจะให้ความเสมอภาคเช่นนี้ได้ก็ต้องการออกคำถามให้ครอบคลุมหลักสูตรนั่นเอง ข้อสอบดี ๆ สมัยปัจจุบัน จึงนิยมใช้คำถามแบบเลือกตอบเพราะจะได้มีโอกาสวัดได้ทั่วและแผ่ความยุติธรรมได้ดี

10. คำถามถามลึก (Searching) ข้อสอบที่ถามลึกไม่ถามแต่เพียงความรู้ความจำเท่านั้น แต่จะถามวัดความเข้าใจ การนำความรู้ที่ได้เรียนไปแล้วมาแก้ปัญหา วิเคราะห์ ตลอดจนสร้างสรรค์สิ่งใหม่ขึ้นมา จนท้ายที่สุดคือการประเมินผล แบบทดสอบที่ดีต้องการจะวัดความลึกซึ้งของวิทยาการ ตามแนวตั้ง มากกว่าที่จะวัดตามแนวกว้างว่ารู้มามากน้อยปานใด โจทย์สมัยใหม่ จะไม่ถามแค่ผิว ๆ ความรู้ จะต้องถามลึก ตั้งแต่ระดับความเข้าใจในการแปลความ ตีความ และขยายความลงไป

11. คำถามช่วย (Exemplary) คือข้อคำถามนั้น มีลักษณะท้าทายเชิญชวนให้เด็กคิด และประพฤติปฏิบัติไปตามนั้น ๆ คำถามช่วย ได้แก่ คำถามที่มีลักษณะท้าทายให้เด็กอยากคิดอยากทำการเรียงคำถามจากข้อง่ายไปหายากก็เป็นวิธีหนึ่งที่ทำให้ข้อสอบมีลักษณะท้าทายน่าทำ ทำให้เด็กตื่นเต้นและขยันให้สมองพัฒนาความคิด อันจะเป็นผลสัมฤทธิ์ดีตัวเขาไปในอนาคต คำถามแบบนี้ปลูกทั้งสมองเด็กและครู ให้เกิดความคิดใหม่ ๆ แปลก ๆ ไม่ใช่คำถามที่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย (Monotonous)

12. จำเพาะเจาะจง (Definite) คือ เด็กอ่านคำถามแล้วต้องเข้าใจแจ่มชัดว่าครูถามอะไร หรือให้คิดให้ทำอะไร คำถามที่ดีต้องไม่ถามกว้างเกินไป ไม่ถามคลุมเครือหรือเล่นสำนวนให้เด็กงง เด็กอ่านแล้วต้องเข้าใจชัดเจนว่าครูถามอะไร ส่วนจะตอบได้หรือไม่อยู่ที่ความสามารถของผู้ตอบเป็นสำคัญ

## เกณฑ์ปกติ

เกณฑ์ปกติ เป็นส่วนประกอบสำคัญของแบบทดสอบมาตรฐานใช้สำหรับตีความหมายคะแนนที่ได้จากการทดสอบ ทำให้ทราบระดับความสามารถของผู้ถูกทดสอบแต่ละคนได้ทันทีโดยไม่ต้องเปรียบเทียบกับคะแนนของคนอื่น ๆ ที่สอบพร้อมกัน เพราะการตีความหมายคะแนนใช้อ้างอิงเกณฑ์ปกติ การสร้างเกณฑ์ปกติจะทำได้เมื่อแบบทดสอบที่พัฒนามีคุณสมบัติรายชื่อและทั้งฉบับเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด แล้วนำแบบทดสอบดังกล่าวไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง หลังจากนั้นจึงนำเอาผลคะแนนการทดสอบมาสร้างเกณฑ์ปกติ เพื่อใช้สำหรับตีความหมายคะแนนดิบที่ได้มาจากการทดสอบโดยแบบทดสอบมาตรฐานต่อไป ซึ่งจะเห็นได้ว่าเกณฑ์ปกติของแบบทดสอบเป็นข้อเท็จจริงทางสถิติที่บรรยายการแจกแจงของคะแนนจากประชากรที่นิยามไว้อย่างดีแล้ว และเป็นคะแนนที่จะบอกระดับความสามารถของผู้สอบว่าอยู่ในระดับใดของกลุ่มประชากร แต่ในทางปฏิบัติประชากรที่นิยามไว้อย่างดี (Well defined population) ก็คือกลุ่มตัวอย่างที่ดีของประชากรนั่นเอง และต้องมีจำนวนมากพอที่จะสามารถเป็นตัวแทนของประชากรด้วย ไม่อย่างนั้นเกณฑ์ปกติที่ได้จะเชื่อมั่นหรือเชื่อถือไม่ได้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 313) ทั้งนี้เกณฑ์ปกติยังมีลักษณะเด่นที่สำคัญคือ สามารถใช้เปรียบเทียบความสามารถในการทำแบบทดสอบเมื่อมีการสอบในวิชาที่แตกต่างกัน หรือข้อสอบต่างชุดกัน (เกียรติสุดา ศรีสุข, 2545, หน้า 90) ดังนั้นการเลือกใช้เกณฑ์ปกติจึงมีความสำคัญมาก เพื่อให้การแปลผลของคะแนนสอบที่ได้มีความถูกต้อง ชัดเจนควรคำนึงถึงสิ่งสำคัญ (ต่าย เชิญณี, 2526, หน้า 193)

1. ความเป็นตัวแทนที่ดี ซึ่งเกณฑ์ปกติจะต้องสร้างมาจากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนที่ดีของประชากร
2. ความเที่ยงตรง คือ เมื่อนำคะแนนดิบไปเทียบกับเกณฑ์ปกติที่ทำไว้แล้ว สามารถแปลความหมายได้ตรงกับความเป็นจริง และเกณฑ์ปกตินั้นจะต้องเกี่ยวข้องกับเรื่องที่กำลังศึกษานั้น ๆ
3. ความทันสมัย เนื่องจากเกณฑ์ปกติขึ้นอยู่กับความสามารถของประชากรกลุ่มนั้น ๆ ซึ่งมีการพัฒนาอยู่ตลอดเวลา ดังนั้นเกณฑ์ปกติต้องมีการเปลี่ยนแปลง โดยทั่วไปแล้วควรเปลี่ยนเกณฑ์ปกติทุก ๆ 5 ปี จึงจะทันสมัย แต่ถ้าเนื้อหาในหลักสูตรเปลี่ยนแปลงเมื่อไร ข้อสอบทั้งหลายก็ต้องเปลี่ยนแปลงด้วย ดังนั้นเกณฑ์ปกติก็ต้องเปลี่ยนแปลงอยู่แล้วแต่กรณีเนื้อหาหลักสูตรไม่เปลี่ยนแปลง เกณฑ์ปกติของข้อสอบมาตรฐานชุดนั้นควรเปลี่ยนแปลงเรื่อย ๆ ตามความจำเป็น เกณฑ์ปกติเดิมก็สามารถเอามาใช้เปรียบเทียบผลการพัฒนาของนักเรียนกลุ่มนั้นได้ ถึงแม้ว่าจะสร้างเกณฑ์ใหม่ไว้แล้วก็ตาม (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 314)

### 1. ประเภทของเกณฑ์ปกติ

ถ่าย เชียงฉี (2526, หน้า 193) ได้แบ่งประเภทของเกณฑ์ปกติเป็น 2 ประเภทใหญ่ ดังนี้

1. เกณฑ์ปกติระดับชาติ (National Norms) หมายถึง เกณฑ์ปกติ หรือคุณลักษณะปานกลางที่ได้มาจากประชากร หรือกลุ่มตัวอย่างที่มาจากทั้งประเทศ

2. เกณฑ์ปกติระดับท้องถิ่น (Local Norms) หมายถึง เกณฑ์ปกติหรือคุณลักษณะปานกลางที่ได้มาจากประชากร หรือกลุ่มตัวอย่างที่มาจากท้องถิ่นใด ท้องถิ่นหนึ่ง อาจจะเป็นระดับจังหวัด อำเภอ ตำบล หรือระดับโรงเรียนก็ได้

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543, หน้า 315) ได้แบ่งประเภทของเกณฑ์ปกติเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. เกณฑ์ปกติระดับชาติ (National Norms) หมายถึง เกณฑ์ปกติ หรือคุณลักษณะปานกลางที่ได้มาจากกลุ่มตัวอย่างหรือประชากรที่มาจากทั้งประเทศ ต้องมีการกำหนดวัน เดือน ปีของการสร้างไว้ด้วย เพื่อให้ทราบว่าเกณฑ์ปกตินั้นทันสมัยหรือไม่

2. เกณฑ์ปกติระดับท้องถิ่น (Local Norms) หมายถึง เกณฑ์ปกติหรือคุณลักษณะปานกลางที่ได้มาจากกลุ่มตัวอย่างหรือประชากรที่มาจากท้องถิ่นใดท้องถิ่นหนึ่ง โดยอาจจะเป็นระดับจังหวัดหรืออำเภอ เพื่อใช้ประโยชน์ในการเปรียบเทียบความสามารถในทางวิชาการของนักเรียนคนหนึ่งกับนักเรียนทั้งจังหวัดหรืออำเภอ ว่านักเรียนเก่งหรืออ่อนกว่าคนอื่นเพียงใด จะได้นำแนวทางปรับปรุง แก้ไขได้ทัน

3. เกณฑ์ปกติของโรงเรียน (School Norms) หมายถึง เกณฑ์ปกติที่ใช้ในการประเมิน เปรียบเทียบนักเรียนแต่ละคนกับนักเรียนส่วนรวมของโรงเรียน และใช้ประเมินการพัฒนาของโรงเรียนได้ด้วย โดยดูจากการศึกษาแต่ละปีว่า เค้น หรือด้อย กว่าปีที่สร้างเกณฑ์ปกติเอาไว้

## 2. ชนิดของเกณฑ์ปกติ

ต่าย เชียงฉี (2526, หน้า 193 - 196) ได้กล่าวถึงชนิดของเกณฑ์ปกติ ดังนี้

1. เกณฑ์ปกติเทียบชั้นเรียน (Grade Norms) เป็นเกณฑ์ปกติที่ใช้เทียบคะแนนดิบกับชั้นเรียนของนักเรียน ว่าคนที่สอบได้คะแนนดิบเท่านี้ คะแนนจะเทียบได้กับความสามารถกลาง ๆ ของนักเรียนชั้นใด เกณฑ์ปกติชนิดนี้โดยมากจะใช้กับข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2. เกณฑ์ปกติเทียบอายุ (Age Norms) เป็นเกณฑ์ปกติที่ใช้เทียบคะแนนดิบกับอายุของนักเรียน ว่าคนที่สอบได้คะแนนดิบเท่านี้จะเทียบได้กับคนที่อายุเท่าใด เกณฑ์ปกติชนิดนี้โดยมากจะใช้กับสมรรถภาพที่มีการพัฒนาการไปตามอายุ เช่น เซาว์ปัญญา และส่วนมากจะใช้กับวัยเด็กที่กำลังเจริญเติบโต

3. เกณฑ์ปกติเปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile Norms) เป็นเกณฑ์ปกติที่ใช้เทียบคะแนนดิบกับตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ เกณฑ์ปกติชนิดนี้ใช้มากในข้อสอบมาตรฐาน

4. เกณฑ์ปกติคะแนนมาตรฐาน (Standard Score Norms) เป็นเกณฑ์ปกติที่ใช้เทียบคะแนนดิบกับคะแนนมาตรฐาน คะแนนมาตรฐานอาจจะเป็น Z - Score , T - Score , CEEB - Score, Stanine, ect. เกณฑ์ชนิดนี้พบมากในข้อสอบมาตรฐานเช่นเดียวกับเกณฑ์ปกติเปอร์เซ็นต์ไทล์

ต่าย เชียงฉี (2526, หน้า 197) ได้กล่าวถึงการเลือกใช้เกณฑ์ปกติว่าในข้อสอบมาตรฐานทุกฉบับจะมีเกณฑ์ปกติไว้ให้เทียบเพื่อใช้ในการแปลผลของคะแนน เพื่อให้การแปลผลของคะแนนได้ถูกต้อง การเลือกใช้เกณฑ์ปกติมีความสำคัญมากซึ่งจะต้องคำนึงถึงสิ่งสำคัญต่อไปนี้

1. เกณฑ์ปกตินั้นจะต้องเกี่ยวข้องกับโดยตรงกับเรื่องที่ศึกษา (Relevance) และมีความเที่ยงตรง หมายถึง การนำคะแนนดิบไปเทียบกับเกณฑ์ปกติที่ทำไว้แล้ว สามารถแปลความหมายได้ตรงตามความเป็นจริง

2. ต้องเป็นเกณฑ์ปกติที่สร้างมาจากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนที่ดีของประชากร (Representative)

3. เกณฑ์ปกตินั้นจะต้องทันสมัย (Up to date) เกณฑ์ปกติขึ้นอยู่กับความสามารถของประชากรกลุ่มนั้น ๆ การพัฒนาคนมีอยู่ตลอดเวลา ดังนั้นเกณฑ์ปกติต้องมีการเปลี่ยนแปลงควรมีการศึกษาใหม่เพื่อให้ทันสมัย

4. เกณฑ์ปกตินั้นจะต้องมีรายละเอียดอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องเพียงพอ (Adequately Described)



3. การแปลงคะแนนดิบเป็นคะแนนมาตรฐานที่ปกติ (Normalized T-Scores) สามารถแปลงได้โดยตรงตามขั้นตอน ดังนี้ (กนกทิพย์ พัฒนาพัวพันธ์, 2543, หน้า 119)

3.1 เขียนคะแนนดิบเรียงจากน้อยไปมาก

3.2 นับความถี่ของคะแนน (f) จากรอยคะแนน

3.3 กำหนดความถี่สะสมแบบน้อยกว่า (cf)

3.4 กำหนดผลต่างของความถี่สะสมกับครึ่งหนึ่งของความถี่  $\left[ cf - \frac{1}{2}(f) \right]$

3.5 ผลที่ได้จากขั้นที่ 4 คิดเป็นร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์  $\frac{100}{N} \left[ cf - \frac{1}{2}(f) \right] \%$

3.6 นำค่าร้อยละ หรือ เปอร์เซ็นต์ ที่คำนวณได้จากข้อ 2.5 อ่านค่าคะแนนจากตาราง (Normalized T-Scores) เพื่อหาดำแหน่งคะแนนมาตรฐาน และแปลงค่าของเปอร์เซ็นต์เป็นคะแนนมาตรฐานที่ปกติ ในกรณีที่ค่าไม่ตรงกันให้ใช้ค่าใกล้เคียงจะได้คะแนนที่ปกติ

4. การแปลความหมายคะแนนมาตรฐานที่ปกติ นิยมแปลความหมายของคะแนนให้อยู่ในรูปของเปอร์เซ็นต์ที่อยู่เหนือคนอื่น

การแปลค่าความหมายของคะแนนให้อยู่ในรูปเปอร์เซ็นต์ หรือค่าร้อยละที่อยู่เหนือคนอื่นทำได้โดยการนำค่าคะแนนมาตรฐานที่ปกติที่ได้มาเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ หรือค่าร้อยละที่อยู่เหนือคนอื่นจะทำให้ทราบว่าตนเองมีความสามารถอยู่เหนือคนอื่นประมาณเท่าใดยกตัวอย่าง ค.ช.ศินุพลได้คะแนนมาตรฐานที่ปกติเท่ากับ 67 คะแนน ดังนั้น ค.ช.ศินุพล มีความสามารถในการทำแบบทดสอบอยู่เหนือคนอื่นประมาณร้อยละ 95.54

#### 5. การประเมินผลคะแนนมาตรฐานที่ปกติ

การประเมินผลคะแนนมาตรฐานที่ปกติ หมายถึง การประเมินคะแนนว่ามีคุณภาพสูงหรือต่ำเพียงใด ซึ่งเป็นการชี้ขาด หรือสรุปอย่างมีหลักเกณฑ์ โดยสามารถพิจารณาจากเกณฑ์ ดังนี้ (ชวาล แพรัตกุล, 2520, หน้า 53)

1. คะแนนมาตรฐานที่ปกติที่ต่ำกว่า 35 แปลว่า ความสามารถอยู่ในระดับอ่อน

2. คะแนนมาตรฐานที่ปกติตั้งแต่ 35-44 แปลว่า ความสามารถอยู่ในระดับยังไม่พอใช้

3. คะแนนมาตรฐานที่ปกติตั้งแต่ 45-54 แปลว่า ความสามารถอยู่ในระดับพอใช้

4. คะแนนมาตรฐานที่ปกติตั้งแต่ 55-64 แปลว่า ความสามารถอยู่ในระดับดี

5. คะแนนมาตรฐานที่ปกติตั้งแต่ 65 ขึ้นไป แปลว่า ความสามารถอยู่ในระดับดีมาก ถ้าคะแนนมาตรฐานที่ปกติมีค่าเท่ากับ 50 แปลว่าความสามารถอยู่ในระดับปานกลาง

## 6. ประโยชน์ของเกณฑ์ปกติ

สำหรับประโยชน์ของเกณฑ์ปกติสามารถอธิบายได้ ดังนี้ (ชวาล แพรัตกุล, 2509, หน้า 366)

6.1 ใช้สำหรับเปลี่ยนคะแนนดิบให้เป็นหน่วยที่มีความหมายมากยิ่งขึ้น การวัดความสามารถใด ๆ มีความจำเป็นที่จะต้องปรับคะแนนของแต่ละวิชาให้เป็นหน่วยเดียวกันเสียก่อน จึงจะสามารถนำมาเปรียบเทียบและอธิบายความหมายของตัวเลขนั้นได้ชัดเจน และมีหลักเกณฑ์มากขึ้น

6.2 ใช้ในการประเมินผลการศึกษา โดยผู้สอนสามารถทราบถึงประสิทธิภาพในการสอนของตน และทราบคุณภาพทางการเรียนของเด็กว่ามีผลสัมฤทธิ์ถึงระดับใด ความต้องการที่จะวัด และตีราคาคุณภาพของการศึกษาว่ามีมาตรฐานสูง – ต่ำ เพียงใด

6.3 ใช้ในการแนะแนวทางด้านการเรียน เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนย่อมมีระดับความรู้ที่แตกต่างกัน ดังนั้นเกณฑ์ปกติสามารถใช้ในแนวทางพิจารณาปรับปรุง แก้ไข ส่งเสริมความสามารถให้เพิ่มขึ้นได้

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สุวิทย์ นวมะวัฒน์ (2530) ได้สร้างแบบทดสอบวัดความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถภาพสมองด้านการรู้และเข้าใจทางรูปภาพกับความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถภาพสมองด้านการรู้และเข้าใจทางรูปภาพกับความคิดสร้างสรรค์ พร้อมทั้งหาสมรรถภาพทางสมองด้านการรู้และเข้าใจทางรูปภาพแบบต่าง ๆ ที่เป็นตัวทำนายที่ดี ในการทำนาย ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2528 สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาอำเภอเมืองเชียงใหม่ จำนวน 378 คน โดยวิธีสุ่มแบบกลุ่มหลายขั้นตอน เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบทดสอบวัดสมรรถภาพทางสมองด้านการรู้และเข้าใจทางรูปภาพ จำนวน 6 ฉบับ และแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์จำนวน 1 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่า สมรรถภาพสมองด้านการรู้และเข้าใจทางรูปภาพทั้ง 6 แบบ คือ แบบหน่วยแบบกลุ่ม แบบความสัมพันธ์ แบบระบบ แบบการแปลงรูป และแบบการคาดการณ์ มีความสัมพันธ์กับความคิดสร้างสรรค์ในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .001 ทั้งหมด และในการหาประสิทธิภาพในการทำนายความคิดสร้างสรรค์นั้น พบว่า สมรรถภาพสมองด้านการรู้และเข้าใจรูปแบบความสัมพันธ์มีประสิทธิภาพในการทำนายสูงสุดและสมรรถภาพสมองด้านการรู้และเข้าใจทางรูปภาพแบบการแปลงรูปมีประสิทธิภาพในการทำนายต่ำสุด

จรัญ ไชยศักดิ์ (2540) ได้สร้างแบบวัดทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างแบบวัดทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พร้อมทั้งหาค่าความยากง่าย อำนาจจำแนก ค่าความเชื่อมั่น ค่าความเที่ยงเชิงโครงสร้าง การสร้างเกณฑ์ปกติ และการจัดทำคู่มือการใช้ แบบวัดทักษะนี้ใช้ทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในอำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชนและสังกัดกรมสามัญศึกษาจำนวน 473 คนและ 225 คน ตามลำดับแบบวัดทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ประกอบด้วย 13 ทักษะ จำนวน 73 ข้อ มีค่าความยากง่ายโดยเฉลี่ยเท่ากับ 0.51 อำนาจจำแนกเท่ากับ 0.35 ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.8031 ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ ได้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป

ศติยา เชยชุ่ม (2545) ได้ศึกษาความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบวัดการรับรู้สมรรถภาพของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบวัดการรับรู้สมรรถภาพของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีวิธีการวัดต่างกัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 ในสังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดลำปาง จำนวน 581 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบแบ่งชั้น และกลุ่มตัวอย่างที่เป็นครูประจำชั้นของกลุ่มตัวอย่างนักเรียน จำนวน 83 คน ซึ่งได้มาตามห้องเรียนของนักเรียนที่สุ่มได้ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาเป็นแบบทดสอบวัดการรับรู้สมรรถภาพของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 2 ฉบับ โดยฉบับแรกเป็นฉบับที่ให้นักเรียนประเมินตนเอง และฉบับที่ 2 เป็นฉบับที่ให้ครูประเมินนักเรียน ในแต่ละฉบับวัดลักษณะ 5 ด้าน คือด้านการรับรู้สมรรถภาพทางการเรียน การรับรู้เกี่ยวกับการยอมรับทางสังคม การรับรู้สมรรถภาพทางกีฬา การรับรู้ลักษณะสภาพร่างกาย และด้านการรับรู้เกี่ยวกับพฤติกรรม การแสดงออก พบว่าการศึกษาความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างแบบหลายลักษณะหลายวิธีของแบบทดสอบวัดการรับรู้สมรรถภาพของนักเรียน ในฉบับที่ให้นักเรียนประเมินตนเองและฉบับที่ให้ครูประเมินนักเรียน มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงเหมือนมีค่าสูงกว่า 0.50 ทุกค่า และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงจำแนก มีค่าต่ำกว่าค่าความเที่ยงตรงเชิงเหมือนทุกค่า ซึ่งแสดงว่าแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับ มีความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างแบบหลายลักษณะหลายวิธี ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างแบบความสอดคล้องภายในของแบบทดสอบวัดการรับรู้สมรรถภาพของนักเรียนฉบับที่ให้นักเรียนประเมินตนเองและฉบับที่ให้ครูประเมินนักเรียนพบว่ามีค่าอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และเมื่อเปรียบเทียบค่าความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับนี้ มีค่าแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างแบบการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน ของแบบทดสอบวัดการรับรู้สมรรถภาพของนักเรียน ฉบับที่ให้นักเรียน

ประเมินตนเองและฉบับที่ให้ครูประเมินนักเรียน มีโครงสร้างที่สอดคล้องกับแนวโครงสร้างของ ฮาร์เตอร์

วรรณฤติ พัทธอม (2545) ได้ศึกษาการพัฒนาแบบประเมินทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 5-6 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างและพัฒนาแบบประเมินทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 5-6 พร้อมทั้งหาคุณภาพ เกณฑ์ปกติ และสร้างคู่มือการใช้แบบประเมิน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นครูประจำชั้นและนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 - 6 ปีการศึกษา 2545 ของโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดพะเยาจำนวน 937 คน พบว่าได้แบบประเมินทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 5-6 ด้านทักษะการเรียนรู้ ทักษะการคิด และทักษะการสื่อสาร 3 ประเภท คือ แบบทดสอบ 3 ฉบับ มีจำนวน 34 ข้อ 33 ข้อ 33 ข้อ ตามลำดับ แบบประเมินตนเองของนักเรียน จำนวน 3 ฉบับ ฉบับละ 30 ข้อ แบบประเมินพฤติกรรมนักเรียนของครู จำนวน 3 ฉบับ ฉบับละ 30 ข้อ คุณภาพของแบบประเมินทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ประเภทแบบทดสอบ ฉบับที่ 1 ด้านทักษะการเรียนรู้ ฉบับที่ 2 ด้านทักษะการคิดและ ฉบับที่ 3 ด้านทักษะการสื่อสาร ทั้ง 3 ฉบับ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .8255 .8125 และ .8076 ตามลำดับ ค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนกทั้งฉบับมีค่าความยากง่ายเท่ากับ .60 .60 และ .63 ตามลำดับ และค่าอำนาจจำแนกเท่ากับ .49 .47 และ .49 ตามลำดับ แบบประเมินทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 5-6 ประเภทแบบประเมินตนเองของนักเรียน ฉบับที่ 1 ด้านทักษะการเรียนรู้ ฉบับที่ 2 ด้านทักษะการคิด และ ฉบับที่ 3 ด้านทักษะการสื่อสาร ทั้ง 3 ฉบับ มีความเชื่อมั่นเท่ากับ .9656 .9427 และ .9508 ตามลำดับ และทั้ง 3 ฉบับมีค่าอำนาจจำแนกทุกข้อ โดยพิจารณาจากการทดสอบค่าที่ระดับนัยสำคัญ .001 แบบประเมินทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ประเภทแบบประเมินพฤติกรรมนักเรียนของครู ฉบับที่ 1 ด้านทักษะการเรียนรู้ ฉบับที่ 2 ด้านทักษะการคิด และฉบับที่ 3 ด้านทักษะสื่อสาร ทั้ง 3 ฉบับ มีค่าความเชื่อมั่นโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์อัลฟาเท่ากับ .9675 .9579 และ .9626 ตามลำดับ และทั้ง 3 ฉบับมีค่าอำนาจจำแนกทุกข้อ โดยพิจารณาจากการทดสอบค่าที่ระดับนัยสำคัญ .001

ศรียรรณ ชูรินทร์ (2546) ได้ใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์เพื่อเสริมสร้างความคิดสร้างสรรค์และการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปรินทร์รอยแผลส์วิทยาลัยเชียงใหม่ โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนก่อนและหลังเรียนด้วยรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์และศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนปรินทร์รอยแผลส์วิทยาลัย อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 55 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการสอนเรื่อง การตวง สร้างตามขั้นตอนรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์ แบบประเมินความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการแก้โจทย์ปัญหาเรื่อง การตวง วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าความถี่ (f) และค่าร้อยละ ผลการศึกษาปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์มีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยก่อนเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 7.27 และหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.07 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่กำหนดไว้ และนักเรียนส่วนมากมีความคล่องในการคิด มีความคิดยืดหยุ่น และมีความคิดละเอียดลอออยู่ในระดับ 2 (ร้อยละ 50.91 , ร้อยละ 67.27 , ร้อยละ 58.18) ส่วนความคิดริเริ่มนักเรียนส่วนใหญ่ร้อยละ 65.45 อยู่ในระดับ 1

คงรัฐ นวลแบ่ง (2547) ได้สร้างแบบประเมินโดยการใช้คำถามปลายเปิดเพื่อประเมินทักษะการสื่อสารและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาลักษณะและวิธีการในการนำข้อมูลย้อนกลับที่ได้จากการตรวจงานแบบวิพากษ์ผลไปปรับปรุงการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตลอดจนพัฒนาเกณฑ์การประเมินทักษะการสื่อสารและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่ใช้ในการศึกษาคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 ของโรงเรียนสา จังหวัดน่าน ปีการศึกษา 2546 จำนวน 39 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องสถิติ 5 หน่วยการเรียนรู้และเรื่องลำดับและอนุกรม 4 หน่วยการเรียนรู้ บันทึกการตรวจการบ้าน บันทึกการเรียนรู้อของนักเรียน แบบบันทึกการอภิปรายและบันทึกประจำวันของครู การวิจัยนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล พร้อมทั้งวิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าความถี่ ร้อยละ และการวิเคราะห์เนื้อหาแล้วสะท้อนผลการปฏิบัติและปรับแผนการปฏิบัติงานในแต่ละวงจรการวิจัย รวมทั้งสิ้น 3 วงจร จากนั้นนำเสนอผลการวิจัยโดยใช้ตารางและการพรรณนาความ ผลการวิจัยพบว่า การตรวจงานแบบวิพากษ์ผลที่มีทั้งการวิพากษ์ผลแบบรายข้อและแบบภาพรวมทำให้นักเรียนมีการพัฒนาและปรับปรุงการเรียนคณิตศาสตร์ของตนเอง นักเรียนกระตือรือร้นที่จะแก้ไขการบ้านที่ทำผิดมาส่งใหม่

นงลักษณ์ แก้วมาลา (2547) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการแก้ปัญหโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การแก้ปัญหโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 นักเรียนที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนหนองแค “ศรีกิจพิทยา” อำเภอหนองแค จังหวัดสระบุรี จำนวน 320 คน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เรื่อง การแก้ปัญหโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พิชิต แก้วทอง (2549) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถของนักเรียนในด้านการแก้ปัญหและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ในด้าน การฟัง อ่าน เขียน อภิปรายและนำเสนอที่ได้จากกิจกรรมที่พัฒนา ดำเนินการวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนต้นหนองควาย อำเภอพาน จังหวัดเชียงราย ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบบบันทึกหลังการสอน แบบทดสอบหลังเรียน บันทึกการเรียนรู้อ และแบบสัมภาษณ์ ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์พบว่านักเรียนสามารถระบุสิ่งที่ปัญหากำหนดให้ สิ่งที่ปัญหาต้องการเขียนวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหอยู่ในระดับดีมาก ส่วนวิธีการตรวจคำตอบนักเรียนพัฒนาอยู่ในระดับดี ในด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนสามารถพัฒนาในด้านการฟัง อ่าน เขียน อภิปราย อยู่ในระดับดี ส่วนการนำเสนออยู่ในระดับปานกลาง