

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ มีระเบียบแบบแผนในการคิด ทั้งยังสามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ส่งผลให้มนุษย์เป็นบุคคลที่มีความสมบูรณ์ทั้งทางร่างกายและจิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข ดังที่ กรมวิชาการ(2545 : 1) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญในการพัฒนานักเรียนให้เป็นคนที่มีคุณภาพ เป็นผู้มีความรู้ ความสามารถมีทักษะต่าง ๆ และสามารถนำความรู้ความสามารถ และทักษะต่างๆ เหล่านั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาพื้นฐานที่นักเรียนจะต้องเรียนตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรของกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 6 กลุ่มสาระ โดยสาระที่ 1-5 เป็นสาระที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต และการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 เป็นสาระเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นนักเรียนที่จะจบในแต่ละช่วงชั้นจะต้องมีความรู้ในด้านเนื้อหาและทักษะ/กระบวนการที่นำมาใช้ในการเรียนด้านเนื้อหาควบคู่กันไป

พีชคณิตเป็นสาระหนึ่งที่มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการอธิบายและวิเคราะห์ แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆ ได้ และให้นักเรียนสามารถใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้ จากที่ได้มีการกำหนดให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ได้ ดังนั้นจึงเห็นได้ว่า แบบรูปเป็นเนื้อหาที่เป็นส่วนหนึ่งของสาระการเรียนรู้พีชคณิตและเป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องสมการและฟังก์ชันในระดับสูง ซึ่งจากคำกล่าวของนักคณิตศาสตร์และนักการศึกษาหลายท่านตระหนักถึงความสำคัญของแบบรูป

ในวิชาคณิตศาสตร์ อาทิเช่น Sawyer (1988 : 7) กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นการศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นไปได้ทั้งหมด สอดคล้องกับ Devlin (1994 : 3) ที่กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ของแบบรูป ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า แบบรูปมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก การเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดีนั้น นักเรียนจะต้องเข้าใจโครงสร้างของวิชา กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ตลอดจนแบบรูปในวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2543 : 3) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการหาแบบรูปเป็นศักยภาพหนึ่งทางคณิตศาสตร์ที่จะฝึกให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต มองหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่กำหนดให้ ค้นหาลักษณะร่วม จนสรุปเป็นกฎเกณฑ์ นั่นคือความรู้ทางคณิตศาสตร์หลายอย่างได้มาจากการสังเกต มองหาความสัมพันธ์ ค้นหาแบบรูป เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วนำข้อความคาดการณ์ไปตรวจสอบหาเหตุผล ทำให้ได้กฎสูตร หรือ ทฤษฎีบทต่อไป

การที่นักเรียนจะวิเคราะห์แบบรูปได้นั้นจำเป็นต้องใช้อย่างยิ่งที่จะต้องใช้การให้เหตุผลในการวิเคราะห์แบบรูปไปพร้อม ๆ กัน ซึ่งสอดคล้องกับที่ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2539 : 52-53) ได้กล่าวไว้ว่า ยุทธวิธีการค้นหาแบบรูปอาศัยการให้เหตุผลแบบอุปนัยเพื่อใช้คาดการณ์คำตอบ ช่วยให้เห็นแบบรูปของคำตอบหรือข้อสรุปที่ควรจะเป็น ซึ่งมีประโยชน์มากในชีวิตจริง การค้นหาแบบรูปจะต้องใช้การให้เหตุผลในการแก้ปัญหาเพื่อคาดการณ์คำตอบ และใช้เหตุผลอธิบายในการสร้างข้อสรุป ในการจัดการเรียนการสอนในเรื่องแบบรูปจึงจำเป็นต้องให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูปนั่นเอง ดังนั้นการเรียนรู้เกี่ยวกับแบบรูปและการให้เหตุผลนั้นมีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน การที่นักเรียนจะเรียนรู้แบบรูปได้นักเรียนจะต้องพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลไปพร้อม ๆ กัน

การให้เหตุผลเป็นทักษะ/กระบวนการหนึ่งที่นักเรียนจะต้องเรียนรู้และพัฒนาความสามารถของการให้เหตุผล เนื่องจากการให้เหตุผลเป็นทักษะ/กระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบจดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและยาวนานกว่า (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2550 : 38)

โรงเรียนบ้านปางขุม อำเภอสะเมิง จังหวัดเชียงใหม่ เป็นโรงเรียนขยายโอกาสขนาดเล็ก ที่มีจำนวนนักเรียนเพียง 111 คน เปิดสอนในระดับชั้นอนุบาลจนถึงชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น นักเรียนทั้งหมดเป็นนักเรียนชาวเขาเผ่าลีซอและกระเหรี่ยง จากการจัดการเรียนการสอนของ โรงเรียนที่เน้นให้มีการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 โดย กำหนดให้นักเรียนได้เรียนตามสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 ซึ่งจะเห็นว่า การจัดการเรียนการสอนเรื่อง แบบรูปนั้น ได้มีการจัดการเรียน การสอนตั้งแต่ในระดับประถมศึกษาจนถึงมัธยมศึกษาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานดังกล่าว แต่นักเรียนยังไม่เข้าใจในเรื่องแบบรูปเท่าที่ควร ซึ่งอาจเป็นผลมาจากการจัดการเรียนการสอน เรื่อง แบบรูป เน้นให้นักเรียนหาคำตอบจากแบบรูป ซึ่งเป็นการสอนโดยเน้นเนื้อหามากกว่าการเน้น ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาเรื่องแบบรูปได้ ส่งผลให้ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งมีประสบการณ์ในการเรียนเรื่องแบบรูปมาตั้งแต่ในระดับ ประถมศึกษา ไม่สามารถให้เหตุผลในการอธิบายแบบรูปที่กำหนดให้ได้ ส่งผลให้การเรียนในเรื่อง แบบรูปไม่ประสบความสำเร็จ

เมื่อวิเคราะห์ถึงปัญหาที่เกิดขึ้นจากการที่นักเรียนไม่สามารถอธิบายเหตุผลจากแบบรูปที่ กำหนดให้ได้ พบว่า นักเรียนไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ได้ เช่น แบบรูป 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 , ... นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่า แต่ละพจน์มีความสัมพันธ์กัน อย่างไร และเมื่อนักเรียนหาพจน์ถัดไป นักเรียนสามารถหาพจน์ถัดไปได้ แต่ไม่สามารถบอก ความสัมพันธ์ของแบบรูปได้ นอกจากนี้ นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปที่ได้จากแบบรูปได้ โดยนักเรียนไม่สามารถหาพจน์ที่อยู่ไกลและพจน์ทั่วไปของแบบรูป ซึ่งนักเรียนจะว่างไว้ ไม่เขียน อะไรลงในกระดาษคำตอบ เมื่อสอบถามนักเรียนบอกว่า ทำไม่ได้ หรือไม่เข้าใจ จึงเห็นได้ว่า นักเรียนขาดทักษะการให้เหตุผลในการเรียน เรื่อง แบบรูป

เมื่อวิเคราะห์ถึงสาเหตุของปัญหาดังกล่าวข้างต้น พบว่า การจัดการเรียนการสอนนั้น ครูจัดการเรียนการสอนเรื่อง แบบรูป โดยยึดเนื้อหาเป็นหลัก เน้นการสอนเนื้อหา มุ่งเน้นให้ นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาและลักษณะของแบบรูปที่นำเสนอไม่หลากหลาย เพียงพอที่นักเรียนจะเข้าใจในเนื้อหาอย่างแท้จริง กอปรกับการเรียนการสอนในระดับ มัธยมศึกษาตอนต้นมีจำนวนชั่วโมงและเนื้อหาในเรื่องแบบรูปค่อนข้างน้อยทำให้ครูไม่สามารถ จัดการเรียนการสอนในเรื่องแบบรูปได้อย่างเต็มที่ ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ในเรื่องแบบ รูปไปใช้ในเนื้อหาพีชคณิตในระดับสูงโดยเฉพาะอย่างยิ่งเรื่องสมการ และทำให้นักเรียนขาด โอกาสในการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการให้เหตุผล อีกทั้งยังไม่มี กิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลในการตอบคำถามของตนเอง

จากปัญหาดังกล่าวผู้ศึกษาจึงสนใจที่จะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง แบบรูป ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ฝึกคิดและแสดงเหตุผลในการวิเคราะห์แบบรูปและสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับการหาพจน์ถัดไป พจน์ที่อยู่ไกล และพจน์ทั่วไปของแบบรูป เกี่ยวกับแบบรูปชนิดต่าง ๆ ผ่านสถานการณ์ในเรื่องแบบรูปที่หลากหลายเพื่อเป็นการส่งเสริมการให้เหตุผล ของนักเรียน อีกทั้งยังเป็นการเตรียมความพร้อมในการเรียนพีชคณิตในระดับที่สูงขึ้น

วัตถุประสงค์ของการศึกษา

เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านปางขุม จังหวัดเชียงใหม่

ขอบเขตของการศึกษา

1. ขอบเขตทางด้านเนื้อหา คือ เนื้อหาเรื่อง แบบรูป ในรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. ขอบเขตในการศึกษา คือ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
3. กลุ่มที่ใช้ในการศึกษา คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนบ้านปางขุม อำเภอสะเมิง จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 6 คน

นิยามศัพท์เฉพาะ

แบบรูป หมายถึง การแสดงลักษณะสำคัญร่วมกันหรือความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ เช่น รูปเรขาคณิต ชุดของจำนวน หรือรูปภาพต่าง ๆ ด้วยการนำสิ่งเหล่านั้นมาเรียงลำดับกันตามกฎเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งชนิดของแบบรูปที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ ประกอบด้วย แบบรูปของรูปภาพ แบบรูปของรูปเรขาคณิต และแบบรูปของจำนวน ทั้งที่เป็นแบบรูปซ้ำ และแบบรูปเพิ่ม

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แบบรูป หมายถึง การแสดงแนวคิดที่ได้จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของพจน์และค่าของแต่ละพจน์ที่กำหนดไว้ในแบบรูปของรูปภาพ แบบรูปของรูปเรขาคณิต และแบบรูปของจำนวน ทั้งที่เป็นแบบรูปซ้ำ และแบบรูปเพิ่ม และแนวคิดที่ได้จากการสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับการหาพจน์ถัดไป พจน์ที่อยู่ไกล และพจน์ทั่วไปของแบบรูป

การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แบบรูป หมายถึง การพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผล จากการจัดการเรียนรู้ เรื่อง แบบรูป ที่ให้

นักเรียนปฏิบัติทั้งกิจกรรมกลุ่มและรายบุคคล ที่เน้นใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดง
 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แบบรูป นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงและ
 ใช้สื่อการเรียนการสอนที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน โดยให้นักเรียนได้วิเคราะห์
 แบบรูปและสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับการหาพจน์ถัดไป พจน์ที่อยู่ไกล และพจน์ทั่วไปของแบบรูป

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. นักเรียนได้รับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลในเรื่องแบบรูป และสามารถ
 แสดงคำตอบได้อย่างมีเหตุผล
2. ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในการพัฒนาความสามารถในการให้
 เหตุผลในเนื้อหาอื่น ๆ