

บทที่ 2

เอกสารที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาในครั้งนี้ ผู้ศึกษาได้ค้นคว้าเอกสารที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ อันจะเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาในครั้งนี้ ดังนี้

1. แบบรูป
 - ความหมายของแบบรูป
 - ประเภทของแบบรูป
 - แบบรูปในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551
 - การจัดการเรียนการสอนเรื่อง แบบรูป
2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - ความหมาย
 - ประเภทของการให้เหตุผล
 - ความสำคัญของการให้เหตุผล
 - การเรียนการสอนโดยการพัฒนาการให้เหตุผล
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

แบบรูป

ความหมายของแบบรูป

การศึกษาเรื่องแบบรูปได้มีผู้ให้ความหมายของแบบรูปไว้ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2550: 36) ได้ให้ความหมายของแบบรูปไว้ว่า แบบรูปเป็นการแสดงความสัมพันธ์ที่แสดงลักษณะสำคัญร่วมกันของรูปเรขาคณิต หรือชุดของจำนวน ด้วยการนำสิ่งต่าง ๆ หรือนำจำนวนมาเรียงลำดับกันตามกฎเกณฑ์ เมื่อมองเห็นกฎเกณฑ์จากการสังเกตและวิเคราะห์แล้ว สามารถคาดเดาได้ว่า สิ่งของหรือจำนวนต่อไปคืออะไร นอกจากนี้ยังกล่าวว่า แบบรูปเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ของรูปเรขาคณิต และรูปอื่น ๆ หรือจำนวน ด้วยการนำสิ่งเหล่านั้นมาเรียงลำดับกันตามกฎเกณฑ์ที่กำหนด

Stephen (1996) ได้กล่าวถึงแบบรูปว่า แบบรูปอยู่รอบๆ ตัวเรา โดยแบบรูปจะปรากฏอยู่ในธรรมชาติ การออกแบบ สถาปัตยกรรม วิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ แบบรูปมักใช้ในการหากฎต่าง ๆ นอกจากนี้แบบรูปจะช่วยฝึกทักษะการคิด การวิเคราะห์ การสังเกต การเชื่อมโยง และความสัมพันธ์ของตัวแปร ความสัมพันธ์ที่แตกต่างกัน

Golos (1981) กล่าวถึงแบบรูปไว้ว่า แบบรูปเป็นสิ่งที่อยู่รอบ ๆ ตัวเรา แบบรูปในคณิตศาสตร์จึงถูกนำมาใช้อย่างกว้างขวาง แบบรูปเป็นศิลปะของการคิดคำนวณ โดยสามารถแบ่งแบบรูปได้เป็นกลุ่มใหญ่ ๆ ได้แก่ แบบรูปในธรรมชาติ แบบรูปของจำนวน แบบรูปของรูปสมมาตร แบบรูปของความคิด และแบบรูปที่ไม่เป็นระบบ

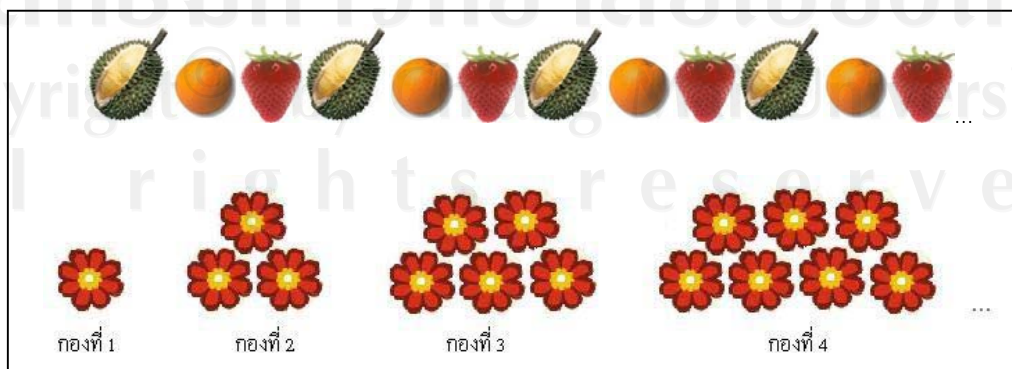
ดังนั้นจากความหมายดังกล่าวสามารถสรุปได้ว่า แบบรูปเป็นการแสดงลักษณะสำคัญร่วมกันหรือความสัมพันธ์ที่แสดงลักษณะสำคัญร่วมกันของสิ่งต่าง ๆ เช่น รูปเรขาคณิต ชุดของจำนวน หรือรูปภาพต่าง ๆ ด้วยการนำสิ่งเหล่านั้นมาเรียงลำดับกันตามกฎเกณฑ์ที่กำหนดเมื่อมองเห็นกฎเกณฑ์จากการสังเกตและวิเคราะห์แล้ว สามารถคาดเดาได้ว่าสิ่งของหรือจำนวนต่อไปคืออะไร

ประเภทของแบบรูป

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประเภทของแบบรูปไว้ จึงสามารถแบ่งประเภทของแบบรูปออกได้เป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

1. แบบรูปของรูปภาพ (Pattern in Picture)

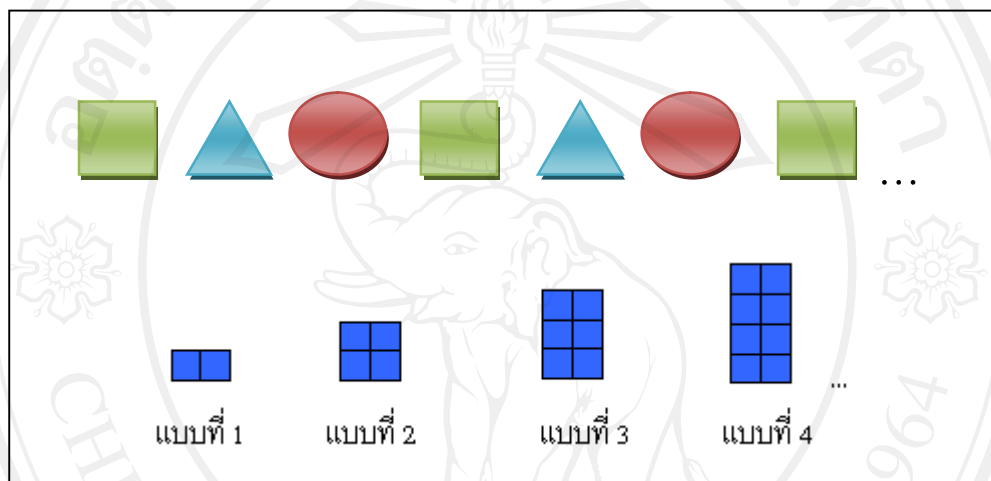
สสวท. (2550: 34) ได้กล่าวว่า แบบรูปของรูปภาพ เช่น ภาพลวดลายผ้า ลายเหล็กตัด เป็นแบบรูปที่มีความสัมพันธ์แบบต่างสี ต่างรูปร่าง ต่างขนาด ซึ่งสามารถบอกความสัมพันธ์ บอกภาพหรือบอกจำนวนภาพในลำดับที่กำหนดได้ ดังภาพที่ 1 แสดงแบบรูปของรูปภาพ ซึ่งเป็นแบบรูปการเรียงตัวของรูปทุเรียน รูปส้ม และรูปสตอเบอรี่ซ้ำกันไปเรื่อย ๆ ซึ่งแบบรูปนี้เป็นแบบรูปซ้ำ และแบบรูปการเรียงตัวของดอกไม้ ซึ่งเป็นแบบรูปเพิ่ม



ภาพ 1 แบบรูปของรูปภาพ

2. แบบรูปของรูปเรขาคณิต (Pattern in Geometry)

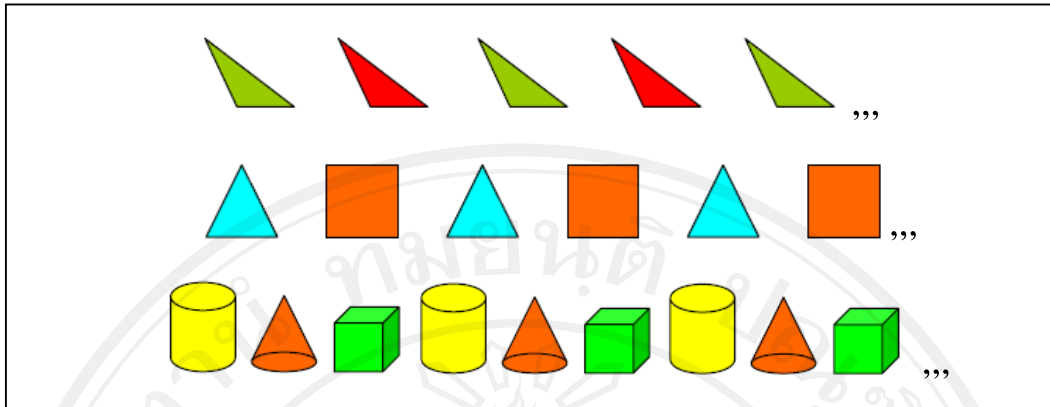
Marie (2008: 280) ได้กล่าวว่า แบบรูปของรูปเรขาคณิตเป็นความสัมพันธ์ของลำดับของรูปเรขาคณิตที่เปลี่ยนจากรูปหนึ่งไปอีกรูปหนึ่ง ซึ่งลำดับที่เปลี่ยนไปทำให้สามารถคาดเดาได้ว่ารูปต่อไปเป็นอย่างไร ดังภาพที่ 2 แสดงแบบรูปของรูปเรขาคณิตเป็นรูปสี่เหลี่ยม รูปสามเหลี่ยม รูปวงกลม เรียงซ้ำกันไปเรื่อย ๆ และแบบรูปของรูปเรขาคณิตเป็นการเรียงกันของกระเบื้องในห้องน้ำที่เพิ่มขึ้นทีละ 2



ภาพ 2 แบบรูปของรูปเรขาคณิต

นอกจากนี้ สสวท.(2551: 38) ได้ยกตัวอย่างแบบรูปของรูปเรขาคณิต ดังภาพที่ 3 เป็นแบบรูปของรูปสามเหลี่ยมที่มีขนาดเท่ากันแต่สีต่างกัน คือ รูปสามเหลี่ยมสีเขียวและรูปสามเหลี่ยมสีแดง ซ้ำกันไปเรื่อย ๆ แบบรูปของรูปเรขาคณิตสองมิติที่ต่างรูปร่าง และต่างสีกัน คือ รูปสามเหลี่ยมสีฟ้า และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสีส้มซ้ำกันไปเรื่อย ๆ และแบบรูปของรูปเรขาคณิตสามมิติ มีความสัมพันธ์คือ ต่างสี ต่างรูปร่างซ้ำกันเป็นชุด ชุดละสามรูป คือ รูปทรงกระบอกสีเหลือง รูปกรวยสีส้ม และรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากสีเขียว ซึ่งแบบรูปทั้งหมดเป็นแบบรูปซ้ำ

ลิขสิทธิ์ © by Chiang Mai University
All rights reserved



ภาพ 3 แบบรูปของรูปเรขาคณิต

3. แบบรูปของจำนวน (Pattern in Number)

Warren and Cooper (2008: 114) ได้กล่าวว่า แบบรูปของจำนวนเป็นการสร้างแบบรูปจากตัวเลข มี 2 แบบ คือ เป็นแบบรูปของจำนวนที่เป็นแบบรูปซ้ำ เช่น 122122122... ซึ่งค่าของตัวเลขไม่มีความหมาย ส่วนแบบรูปอีกแบบ เป็นแบบรูปเพิ่ม เช่น 3, 7, 11, 15, 19,... ค่าของจำนวนจะมีรูปแบบที่สัมพันธ์กัน

สสวท.(2551: 28) ได้ยกตัวอย่างแบบรูปของจำนวน ดังต่อไปนี้

5 , 13 , 21 , 29 , ...

ซึ่งแบบรูปดังกล่าวเป็นแบบรูปเพิ่ม โดยนี้มีความสัมพันธ์ คือ เพิ่มขึ้นทีละ 8 เท่า ๆ กัน โดยเริ่มต้นที่ 5

ดังนั้น จำนวนในลำดับที่ 1 คือ 5 ได้จาก $5 + [(1 - 1) \times 8]$

จำนวนในลำดับที่ 2 คือ 13 ได้จาก $5 + [(2 - 1) \times 8]$

จำนวนในลำดับที่ 3 คือ 21 ได้จาก $5 + [(3 - 1) \times 8]$

จำนวนในลำดับที่ 4 คือ 29 ได้จาก $5 + [(4 - 1) \times 8]$

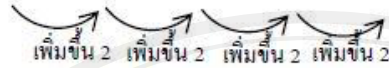
ดังนั้น จำนวนในลำดับที่ 5 คือ 37

จำนวนในลำดับที่ 6 คือ 45

จำนวนในลำดับที่ 7 คือ 53

1, 3, 5, 7, ..., 99

พิจารณา 1, 3, 5, 7, 9, ..., 99



ซึ่งแบบรูปดังกล่าวเป็นแบบรูปเพิ่ม โดยมีความสัมพันธ์แบบเพิ่มขึ้นทีละ 2 เท่า ๆ กัน โดยเริ่มต้นที่ 1

จำนวนในลำดับที่ 1 คือ 1 ได้จาก $(2 \times 1) - 1$

จำนวนในลำดับที่ 2 คือ 3 ได้จาก $(2 \times 2) - 1$

จำนวนในลำดับที่ 3 คือ 5 ได้จาก $(2 \times 3) - 1$

จำนวนในลำดับที่ 4 คือ 7 ได้จาก $(2 \times 4) - 1$

จำนวนในลำดับที่ n คือ $2n - 1$ ได้จาก $(2 \times n) - 1$; $n = 1, 2, 3, \dots$

ดังนั้น จำนวนในลำดับที่ 10 ($n = 10$) ได้จาก $(2 \times 10) - 1 = 19$

จำนวนในลำดับที่ 35 ($n = 35$) ได้จาก $(2 \times 35) - 1 = 69$

2, 4, 6, 8, ...

พิจารณา 2, 4, 6, 8, ...



ซึ่งแบบรูปดังกล่าวเป็นแบบรูปเพิ่ม โดยมีความสัมพันธ์แบบเพิ่มขึ้นทีละ 2 เท่า ๆ กัน โดยเริ่มต้นที่ 2

จาก จำนวนในลำดับที่ 1 คือ 2 ได้จาก 2×1

จำนวนในลำดับที่ 2 คือ 4 ได้จาก 2×2

จำนวนในลำดับที่ 3 คือ 6 ได้จาก 2×3

จำนวนในลำดับที่ 4 คือ 8 ได้จาก 2×4

จำนวนในลำดับที่ n คือ $2n$ ได้จาก $2 \times n$; $n = 1, 2, 3, \dots$

ดังนั้น จำนวนในลำดับที่ 10 ($n = 10$) ได้จาก $2 \times 10 = 20$

จำนวนในลำดับที่ 100 ($n = 100$) ได้จาก $2 \times 100 = 200$

จำนวนในลำดับที่ 350 ($n = 350$) ได้จาก $2 \times 350 = 700$

จากแบบรูปของจำนวนข้างต้น อาจกล่าวได้ว่า ชุดของจำนวนที่เรียงลำดับจากน้อยไปมาก หรือจากมากไปน้อย โดยที่ผลต่างของสองจำนวนที่อยู่ติดกันเท่ากันเสมอ เป็นแบบรูปอย่างหนึ่งของจำนวน กล่าวได้ว่า เป็นแบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงทีละเท่า ๆ กัน นอกจากนี้ยังพบว่า ในการนำเสนอแบบรูปของจำนวนนั้น จะมี 2 ลักษณะ คือ ถ้าแบบรูปใดมีจำนวนสุดท้าย ต้องเขียนจำนวนสุดท้ายด้วยเสมอ แต่ถ้าแบบรูปใดไม่มีจำนวนสุดท้าย หรือมีจำนวนต่อไปเรื่อย ๆ ไม่สิ้นสุดให้เขียนสัญลักษณ์ “...” เช่น

5, 10, 15, 20, 25, ... (เป็นแบบรูปที่ไม่มีจำนวนสุดท้าย)

54, 50, 46, 42, 38, ..., 2 (เป็นแบบรูปที่มีจำนวนสุดท้ายคือ 2)

นอกจากนี้ยังมีแบบรูปที่อยู่ในลักษณะของการประยุกต์ เป็นแบบรูปของการคูณของจำนวนในตัวอย่างที่ 1 และแบบรูปของการบวกในตัวอย่างที่ 2 ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1

$$1 \times 9 = 9$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$3 \times 9 = 27$$

$$4 \times 9 = 36$$

$$5 \times 9 = 45$$

$$6 \times 9 = 54$$

$$7 \times 9 = 63$$

$$8 \times 9 = 72$$

$$9 \times 9 = 81$$

$$10 \times 9 = 90$$

พิจารณาผลคูณที่ได้ จะพบว่า ตัวเลขในหลักหน่วยจะลดลงทีละ 1 จาก 9, 8, 7, ..., 0 และ

ตัวเลขในหลักสิบจะเพิ่มขึ้นทีละ 1 จาก 0, 1, 2, ..., 9

ตัวอย่างที่ 2

ในประวัติศาสตร์ Gauss (1777 – 1855) ซึ่งตอนนั้นอายุของเขายังน้อยอยู่สามารถหา

ผลบวกของ $1 + 2 + 3 + \dots + 50 + 51 + \dots + 98 + 99 + 100$ ได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งเขามี

วิธีหาดังนี้

แบบรูปในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

ตาราง 1 การวิเคราะห์ตัวชี้วัดชั้นปี เรื่อง แบบรูป

ระดับชั้น	ตัวชี้วัดชั้นปี
ป.1	1. บอกจำนวนและความสัมพันธ์ ในแบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นทีละ 1 ทีละ 2 และลดลงทีละ 1 2. บอกรูปและความสัมพันธ์ในแบบรูปของรูปที่มีรูปร่าง ขนาด หรือสี ที่สัมพันธ์กันอย่างไรอย่างหนึ่ง
ป.2	1. บอกจำนวนและความสัมพันธ์ ในแบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้น ทีละ 5 ทีละ 10 ทีละ 100 และลดลงทีละ 2 ทีละ 10 ทีละ 100 2. บอกรูปและความสัมพันธ์ในแบบรูปของรูปที่มีรูปร่าง ขนาด หรือสี ที่สัมพันธ์กันอย่างไรอย่างหนึ่ง

ตาราง 1 (ต่อ)

ระดับชั้น	ตัวชี้วัดชั้นปี
ป.3	1. บอกจำนวนและความสัมพันธ์ ในแบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นทีละ 3 ทีละ 4 ทีละ 25 ทีละ 50 และลดลงทีละ 3 ทีละ 4 ทีละ 5 ทีละ 25 ทีละ 50 และแบบรูปซ้ำ 2. บอกรูปและความสัมพันธ์ในแบบรูปของรูปที่มีรูปร่าง ขนาด หรือสีที่มีความสัมพันธ์กันสองลักษณะ
ป.4	1. บอกจำนวนและความสัมพันธ์ในแบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงทีละเท่ากัน 2. บอกรูป และความสัมพันธ์ในแบบรูปของรูปที่กำหนดให้
ป.5	บอกจำนวนและ ความสัมพันธ์ในแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้
ป.6	แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป
ม.1	วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้

จากตารางที่ 1 พบว่า นักเรียน ได้เรียนเรื่อง แบบรูป ตั้งแต่ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จนถึงมัธยมศึกษาปีที่ 1

นอกจากนี้ยังพบว่า กรมวิชาการ (2551 : 48-50) ได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนเพิ่มเติมไว้ว่า เมื่อนักเรียนจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จะต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูป และอธิบายความสัมพันธ์ได้ เมื่อนักเรียนจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้ แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาพร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรเดียวค่าหนึ่งตัวและแก้สมการนั้นได้ และเมื่อนักเรียนจบมัธยมศึกษาปีที่ 3 นักเรียนจะต้องสามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้

การเรียนการสอนเรื่อง แบบรูป

การเรียนการสอน เรื่อง แบบรูปนั้น สสวท.(2544: 195) ได้กล่าวว่า การฝึกให้นักเรียนรู้จักคิด และให้เหตุผล เรื่อง แบบรูปอย่างสมเหตุสมผลนั้น ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนและคอยช่วยเหลือโดยใช้คำถามกระตุ้น ให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกัน อาจเป็นการทำกิจกรรมกลุ่มให้มากยิ่งขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย เป็นโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง แบบรูป ได้มีนักการศึกษาได้ให้แนวทางในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

สสวท.(2551: 40-41) ได้กล่าวถึง คำถามกระตุ้นความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า คำถามประเภทนี้จะช่วยให้นักเรียนได้มุ่งความสนใจไปที่กลยุทธ์หรือกลวิธีใดวิธีหนึ่งโดยเฉพาะ และช่วยให้นักเรียนได้สังเกตเห็นแบบรูปและความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการช่วยสร้างกรอบแนวคิดคำถามประเภทนี้สามารถใช้เป็น “ตัวช่วย” เมื่อนักเรียนคิดไม่ออก (เมื่อนักเรียนคิดไม่ออก แทนที่จะใช้คำถามที่กระตุ้นให้เกิดการคิดทางคณิตศาสตร์ คุณครูจำนวนไม่น้อยอดไม่ได้ที่จะบอกหรือสอน ซึ่งการกระทำเช่นนี้ นอกจากจะไม่ช่วยกระตุ้นให้เกิดการคิดแล้ว ยังทำให้นักเรียนเกิดความเคยชินกับการไม่ต้องคิดเองอีกด้วย) ดังนั้นเมื่อนักเรียนคิดไม่ออกหรือทำไม่ได้ ครูควรจะใช้คำถามที่กระตุ้นให้เกิดการคิด เช่น รูปที่กำหนดให้ มีอะไรเหมือนกัน รูปที่กำหนดให้ มีอะไรต่างกัน นักเรียนสามารถนำรูปที่กำหนดให้มาจัดกลุ่มได้หรือไม่ นักเรียนสังเกตเห็นแบบรูปหรือไม่ แบบรูปนี้จะช่วยให้นักเรียนหาคำตอบได้อย่างไร นักเรียนคิดว่ารูปต่อไปจะเป็นรูปอะไร ทำไมนักเรียนมีวิธีบันทึกสิ่งที่นักเรียนได้พบอย่างไร จึงจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นแบบรูป เพิ่มขึ้นอีก จะเกิดอะไรขึ้น ถ้า... เป็นต้น ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง แบบรูปนั้นการใช้คำถามที่กระตุ้นการคิดทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญอย่างมากในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนได้ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แบบรูป ซึ่งสอดคล้องกับประจักษ์ สุดประเสริฐ (2524: 143) กล่าวว่า การใช้คำถามนั้นเมื่อต้องการให้เกิดการเรียนรู้แบบใด เราก็ควรเลือกใช้ระดับของคำถามให้เหมาะสมกับการเรียนนั้น ซึ่งครูจะต้องรู้จักวิธีการสื่อความหมายโดยการใช้คำถามให้มีประสิทธิภาพต่อนักเรียนแต่ละกลุ่มด้วย ครูสามารถใช้คำถามขั้นสูงในการถามเกี่ยวกับความเข้าใจ ความสัมพันธ์ ความเหมือนหรือความแตกต่าง การตีความ การนำเอาหลักเกณฑ์โดยทั่วไปไปใช้ในการแก้ปัญหา

นอกจากประเด็นการใช้คำถามในการกระตุ้นนักเรียนแล้วนั้น ในการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แบบรูป ยังได้มีผู้กล่าวถึงประเด็นอื่นๆ

อาทิเช่น Baybara (อ้างใน Kennedy & Tipp, 1994: 190-191) ได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีโอกาสพูดหรือเขียนแสดงความคิดเห็นที่มีเหตุผลจากงานที่ทำ ควรให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการทำงานด้วยตัวของนักเรียนเอง ครูผู้สอนควรยอมเสียเวลาที่จะให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มและตอบคำถามและสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่จะช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลจากข้อเสนอแนะดังกล่าวทำให้เห็นว่า การจัดการเรียนการสอนนั้นจะต้องเน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ซึ่งทิสนา แคมมณี (2550: 144) ได้กล่าวถึง การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นกระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเองว่า เป็นการจัดสภาพของการเรียนการสอนที่ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนดำเนินการศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนสามารถเลือกหัวข้อ เนื้อหา วิธีการ และสื่อการเรียนรู้ได้ตามความสนใจ โดยผู้สอนช่วยส่งเสริมผู้เรียนให้เกิดความใฝ่รู้ ช่วยพัฒนาทักษะในการเรียนรู้ด้วยตนเอง และช่วยให้คำปรึกษาแนะนำตามความเหมาะสมเกี่ยวกับการหาแหล่งความรู้ วิธีการศึกษาค้นคว้าความรู้ การวิเคราะห์ และการสรุปความรู้ สอดคล้องกับวณิช บรรจง (2519: 125) ได้กล่าวถึงวิธีสอนที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองว่า เป็นการมุ่งหวังที่จะหลีกเลี่ยงการบอกความรู้ ครูเป็นผู้แนะนำนักเรียนด้วยถ้อยคำที่เลือกไว้อย่างดี เพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิดกระทำกิจกรรม ขวนขวายค้นคว้าทดลองเรื่องราวต่าง ๆ ที่ต้องการทราบด้วยตนเอง ประโยชน์ของการสอนวิธีนี้ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกรรมวิธีของการเรียนรู้ นักเรียนเกิดความสนใจ เพราะนักเรียนได้มีโอกาสทดลองค้นคว้าด้วยตนเอง การใช้วิธีการสอนแบบนี้ผู้สอนจะต้องค่อยทำค่อยไป กล่าวคือ แนวการสอนควรให้นักเรียนปรับตัวทีละน้อย ๆ โดยให้นักเรียนได้เริ่มค้นคว้าด้วยตนเองจากหนังสือ จากนั้นค่อยให้นักเรียนค้นคว้าข้อเท็จจริงต่าง ๆ โดยไม่ใช่หนังสือ ข้อเสียของการสอนวิธีนี้ คือ ทำให้การดำเนินล่าช้า

ในการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แบบรูป นั้น การจัดกิจกรรมการสอนอีกประเด็นหนึ่งที่ได้กล่าวถึง คือ การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นกิจกรรมกลุ่ม ได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึง การจัดการเรียนการสอนที่เน้นกิจกรรมกลุ่ม อาทิเช่น ทิสนา แคมมณี (2550: 90) ได้กล่าวไว้ว่า กิจกรรมกลุ่ม เป็นกระบวนการในการทำงานร่วมกันของบุคคลตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป โดยมีวัตถุประสงค์ร่วมกัน และมีการดำเนินงานร่วมกัน โดยผู้นำกลุ่มและสมาชิกกลุ่มต่างก็ทำหน้าที่ของตนเองอย่างเหมาะสม และมีกระบวนการทำงานที่ดี เพื่อนำกลุ่มไปสู่วัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการทำกิจกรรมกลุ่มที่ดีจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดทักษะทางสังคม และขยายขอบเขตของการเรียนรู้ให้กว้างขวางขึ้น นอกจากนี้กรมวิชาการ (2534: 266) ได้กล่าวไว้ว่า กิจกรรมกลุ่ม คือ การแบ่งกลุ่มทำกิจกรรมที่ครูจำแนก

นักเรียนออกเป็นกลุ่มๆตั้งแต่กลุ่มละ 2 คน ขึ้นไป จะมากจะน้อยเท่าใดขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของลักษณะและปริมาณงานที่ครูมอบหมายให้ และ Button (1947 อ้างใน กัลยา สุริย์, 2546) ได้กล่าวว่า กิจกรรมกลุ่มเป็นสิ่งที่จัดขึ้น โดยมีจุดมุ่งหมายที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้เติบโตและพัฒนา โดยเฉพาะทักษะด้านสังคม และด้านความสัมพันธ์กับบุคคลอื่น ดังนั้น การจัดกิจกรรมกลุ่มจึงเป็นการสร้างโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการติดต่อสัมพันธ์กับบุคคลอื่นๆ ในบรรยากาศที่ส่งเสริมซึ่งกันและกัน

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง แบบรูป การจัดกิจกรรมการสอนอีกประเด็นหนึ่งที่สำคัญ คือ การใช้สื่อการเรียนการสอนที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เห็น ว่า แบบรูปเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนและจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเรื่อง แบบรูปได้ดีขึ้น สอดคล้องกับที่ สำนักคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2539: 161) ได้อธิบายลักษณะของการใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันว่า เป็นความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะสามารถนำความรู้ ความเข้าใจ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์หรือเรื่องราวในชีวิตประจำวันได้ และครูควรสอนและพูดชี้แนะให้เห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ ยกตัวอย่างประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในชีวิตประจำวันเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ หรือนำเหตุการณ์ที่นักเรียนพบเห็นมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรม มีการสร้างสถานการณ์ของโจทย์ที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะแตกต่างกันให้นักเรียนได้ฝึกคิด เป็นต้น นอกจากนี้ สสวท. (2545: 200) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้ให้มีการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันนั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรม สถานการณ์ หรือปัญหาที่สอดคล้องในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้นักเรียนได้นำความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น และเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

จากที่กล่าวมา ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แบบรูป จำเป็นต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สามารถกระตุ้นให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แบบรูป ในการศึกษาจึงออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่กระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงการให้เหตุผล โดยเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง การใช้คำถามกระตุ้นความคิดทางคณิตศาสตร์ การจัดกิจกรรมที่เน้นกิจกรรมกลุ่ม และการใช้สื่อการเรียนการสอนเกี่ยวกับแบบรูปที่มีอยู่ในชีวิตประจำวันของนักเรียน

การให้เหตุผล

ความหมายของการให้เหตุผล

นักการศึกษาและนักการศึกษาจิตศาสตร์กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลไว้ดังนี้ สวท. (2550: 38) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางจิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง กระบวนการการคิดทางจิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางจิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจง ความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

ซัชชัย คุ่มทวี (2534: 121) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลว่า หมายถึงลักษณะหนึ่งของการคิดที่พยายามอธิบายเหตุการณ์บางอย่าง ไม่ว่าจะเป็นการใช้หลักฐานการสังเกตหรือข้อความ ต่างๆ ที่ได้รับการยอมรับ

ทิสนา แยมมณี (2542: 144) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผลว่า เป็นการคิดที่มี จุดมุ่งหมายเพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็น ข้อเท็จจริงและพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัยและ อุปนัย

นอกจากนี้ Greenwood (อ้างใน จิรา ลำดวนหอม, 2546: 14) ได้กล่าวไว้ว่า การคิดทาง จิตศาสตร์ยังเป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุ ข้อผิดพลาด และสร้างยุทธวิธีใหม่ การให้เหตุผลจึงเป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งหา ผลลัพธ์หรือคำตอบ ทำให้เกิดการเรียนรู้จิตศาสตร์ที่เกิดประโยชน์ เกิดการพัฒนาความคิดและให้ เหตุผลในตัวนักเรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางจิตศาสตร์ หมายถึง การแสดง แนวคิดเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อความคาดการณ์ ข้อสรุป หรือคำตอบที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่ กำหนดให้ โดยเป็นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผล หรือการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล เพื่อให้เกิดความเข้าใจและสามารถสรุปความคิดรวบยอดแล้วขยายหลักการไปสู่สิ่งอื่น เป็นกระบวนการในการสร้างข้อสรุป ทุกสิ่งทุกอย่างที่เราทำและคิดจะเกี่ยวข้องกับการสร้างข้อสรุป กล่าวคือ เมื่อเราเรียนรู้ วิเคราะห์ ตัดสิน สรุปอ้างอิง ประเมิน ฯลฯ เราจะต้องมีการสร้างข้อสรุป จากข้อมูลและความเชื่อของเราเสมอ

ประเภทของการให้เหตุผล

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงประเภทของการให้เหตุผลไว้ ดังนี้

สวท. (2545: 1) ได้กล่าวถึง ประเภทของการให้เหตุผล มีอยู่ 2 วิธี ได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Induction Reasoning)

การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลโดยยึดความจริง จากส่วนย่อยที่พบเห็นไปสู่ความจริงที่เป็นส่วนรวม เช่น เราพบว่า ทุกเช้าพระอาทิตย์จะขึ้นทางทิศตะวันออก และตอนเย็นพระอาทิตย์จะตกทางทิศตะวันตก จึงให้ข้อสรุปว่า พระอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก และตกทางทิศตะวันตก ในวิชาคณิตศาสตร์ก็มีการใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อสรุปคำตอบหรือช่วยในการแก้ปัญหาเช่นกัน เช่น

จากแบบรูป 1 , 3 , 5 , 7 , 9 ถ้าต้องการหาจำนวนนับถัดจาก 9 อีก 5 จำนวน เมื่อใช้ข้อสังเกตจากแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้พบว่า แต่ละจำนวนมีค่าเพิ่มขึ้นทีละสอง โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยที่ได้จากการสังเกตข้างต้นจะได้จำนวนนับอีก 5 จำนวน ซึ่งได้แก่ 11 , 13 , 15 , 17 และ 19

นั่นคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นวิธีการสรุปผลในการค้นหาความจริงจากการสังเกต หรือการทดลองหลายครั้งจากกรณีย่อย ๆ แล้วนำมาสรุปเป็นความรู้ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการนำความรู้พื้นฐาน ซึ่งอาจเป็นความเชื่อ ข้อตกลง กฎ หรือบทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและยอมรับว่าเป็นจริง เพื่อหาเหตุผลนำไปสู่ข้อสรุป เช่น

- เหตุ 1) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน 2 คู่
2) รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน 2 คู่ และด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

ผลสรุป 3) รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

เรียกข้อความหรือประโยคในข้อ 1) และ 2) ว่า เหตุ หรือข้อกำหนดที่ให้มา (Premise) เรียกข้อความหรือประโยคในข้อ 3) ว่า ผล หรือข้อสรุป (Conclusion) และเรียกวิธีการสรุปข้อเท็จจริง ซึ่งเป็นผลมาจากเหตุซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย

O'Daffer (อ้างใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540: 38) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภทได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Induction Reasoning)

เป็นกระบวนการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหาทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นนิมิต หรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการสรุปผลโดยใช้ประสบการณ์ หรือใช้เหตุการณ์เฉพาะ ซึ่งเกิดขึ้นซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ครั้ง มาคาดคะเนผลสรุป หรือนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

ผลสรุปที่ได้อาจเป็นจริงหรือเท็จก็ได้ และมีข้อพึงระวังว่า ในการตรวจสอบการให้เหตุผลแบบอุปนัยนั้นหากพบว่า มีอย่างน้อย 1 ตัวอย่างที่ไม่เป็นไปตามข้อสรุปก็จะถือว่า การให้เหตุผลนั้นใช้ไม่ได้แล้ว เพราะไม่เป็นจริง

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผล ในการสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏ เป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม ลัจพจน์ และทฤษฎีบท ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หลักการที่เป็นจริงเสมอ

Searles (1956: 1-10) ได้แบ่งประเภทการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักย่อยไปหาหลักใหญ่ เป็นการสรุปจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วหากฎหรือเกณฑ์ทั่วไปในการรวมส่วนย่อย ๆ เข้าด้วยกัน โดยแบ่งเป็นความสามารถในด้านต่างๆ ต่อไปนี้

1.1 ด้านการอุปมาอุปไมย เป็นความสามารถด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ซึ่งต้องวิเคราะห์คำถามและหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของหรือเรื่องต่าง ๆ โดยพิจารณาถึงโครงสร้างแล้วขยายหลักการนั้นออกไปสู่สิ่งอื่นที่มีความสัมพันธ์เป็นลักษณะเดียวกับของเดิม

1.2 ด้านการจัดเข้าพวก เป็นความสามารถในการจำแนกแยกสิ่งของออกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสมและถูกต้อง

1.3 ด้านการจัดลำดับ เป็นความสามารถในการที่จะมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขภายใต้เงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่ง

1.4 ด้านการสรุปรวบยอด เป็นความสามารถในการใช้เหตุการณ์ที่กำหนดให้ซึ่งประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อย แล้วสรุปผลตามข้อความนั้นอย่างถูกต้อง

2. การใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักใหญ่ไปหาหลักย่อย หมายความว่า เป็นการนำเอาความรู้เดิมที่เป็นส่วนใหญ่มาเป็นข้ออ้าง แล้วดูความสัมพันธ์ ความสอดคล้องหรือคล้อยตาม เพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เป็นส่วนย่อยซึ่งเป็นสรุปที่สมเหตุสมผล

Heller and others (อ้างใน ขอบใจ สาสิตร์, 2545: 23) ได้แบ่งประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบบอกทิศทาง เป็นลักษณะคำถามเชิงคุณภาพ ปัญหาที่ใช้เหตุผลเชิงคุณภาพแบบนี้เรียกว่า คำถามเชิงทิศทาง (Directional Questions) โดยคำถามจะถามเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนว่า มีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร อาจเพิ่ม ลดลง หรือเท่าเดิม เมื่อกำหนดให้เศษและส่วนของอัตราส่วนมีค่าเพิ่มขึ้นลดลง หรือเท่าเดิม โดยแบ่งลักษณะค่าของอัตราส่วนที่เปลี่ยนไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ ดังนี้

- 1.1 เศษเพิ่มและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้
- 1.2 เศษเพิ่มและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
- 1.3 เศษเพิ่มขึ้นและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
- 1.4 เศษเท่าเดิมและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนลดลง
- 1.5 เศษเท่าเดิมและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเท่าเดิม
- 1.6 เศษเท่าเดิมและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
- 1.7 เศษลดลงและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนลดลง
- 1.8 เศษลดลงและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนลดลง
- 1.9 เศษลดลงและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้

2. การให้เหตุผลเชิงตัวเลข คือเป็นลักษณะคำถามเชิงตัวเลข โดยคำถามจะถามหาค่าตัวแปร การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เช่น เศษส่วน $A = \frac{8}{24}$ เท่ากับเศษส่วน $B = \frac{x}{6}$ แล้วให้หาค่า x สามารถทำได้โดยให้ค่า x ซึ่ง ในการหาค่า x สามารถทำได้โดยให้ $\frac{8}{24} = \frac{x}{6}$ จะได้ $x = 2$

จากข้อมูลข้างต้นจะเห็นว่า ได้มีการแบ่งประเภทของการให้เหตุผลไว้หลายแบบ ซึ่งผู้ศึกษาเห็นว่า การให้เหตุผลที่สำคัญมีอยู่ 2 วิธี คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย

ความสำคัญของการให้เหตุผล

ในเรื่องของความสำคัญของการให้เหตุผลได้มีนักวิชาการหลายท่านได้กล่าวถึง

สสวท. (2550: 38) ได้กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะ/กระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างมีระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ในการทำงานและดำเนินชีวิต ดังนั้น การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจของการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความ

เข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้
นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและยาวนานกว่าเดิม

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (อ้างใน กฤษณะ โสขุมมา, 2546: 9) ได้กล่าว
ไว้ว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นั่นคือ
การให้เหตุผลและการพิสูจน์นั้น เป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอัน
ลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง ซึ่งได้กำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและ
การพิสูจน์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาล – ระดับ 12 ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

การให้เหตุผลนั้นเป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานของการ
เรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจาก
การให้เหตุผล การแสดงเหตุผลมีคุณค่ามากกว่าการที่นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง ดังนั้นการพัฒนา
ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนได้
พัฒนานอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ การเน้นการให้เหตุผลช่วยให้
เห็นว่า คณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่ให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบและมีความหมาย และทักษะการ
ให้เหตุผลสามารถนำไปประยุกต์กับสาขาอื่น ๆ ได้ การเรียนรู้ในสิ่งต่าง ๆ การแก้ปัญหาในชีวิต
จริง หรือในการทำงาน จะไม่มีใครคอยบอกว่าถูกหรือผิด จะต้องพิจารณาตนเองด้วยเหตุและผล
ดังนั้นการพัฒนานักเรียนให้เป็นผู้ที่สามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาได้นั้น ต้องพัฒนาให้เขามีความคิด
อย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการพิจารณาตัดสินใจ

การเรียนการสอนโดยการพัฒนาการให้เหตุผล

ในเรื่องของการพัฒนาการให้เหตุผลได้มีผู้เสนอแนะแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลไว้
หลายท่าน ดังนี้

Gilford and Hofner (อ้างใน ชีรา ลำดวนหอม, 2546: 17) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับการ
พัฒนาการให้เหตุผลไว้ว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการ
ส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวจึงเป็นสิ่งสำคัญที่
โรงเรียนต้องจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือใน
สถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม สอดคล้องกับ สสวท.(2544: 195) ที่กล่าวว่า การฝึกให้นักเรียนรู้จัก
คิด และให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชา

คณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ด้วย นอกจากนี้ยังได้เสนอแนะ องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผล ดังนี้

1. ควรให้นักเรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผล
2. ให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตัวเอง
3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้ว นักเรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” นักเรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่นักเรียนตอบมามีบางส่วนถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมกับเพื่อนได้บ้าง เพื่อให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด ที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล จากบรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอธิบาย แลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาาร่วมกัน การคิดอย่างมีเหตุผลสามารถพัฒนาได้โดยใช้กิจกรรมที่เป็นการผสมผสานการฝึกการคิดและให้เหตุผลควบคู่ไปกับการสอนเนื้อหาวิชาตามปกติ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จารุมาศ คำอ้น (2548) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาโดยใช้แบบรูปที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านปางอู่ จังหวัดเชียงใหม่เป็นการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนก่อนและหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้แบบรูป ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลการใช้แบบรูปของนักเรียนระหว่างดำเนินการจัดกิจกรรมโดยใช้แบบรูปในระยะแรกนักเรียนยังไม่สามารถให้เหตุผลในการใช้แบบรูปได้ ต้องได้รับการกระตุ้นจากผู้สอนโดยใช้คำถาม และแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ทำให้ในระยะต่อมานักเรียนสามารถให้เหตุผลในการใช้แบบรูปได้ ซึ่งความสามารถใน

การให้เหตุผลของหลังจากจัดกิจกรรมโดยใช้แบบรูปสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิชญ์ นภาพันท์ (2551) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาลักษณะการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย โดยมองการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย โดยเป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ ได้แบ่งการศึกษออกเป็น 2 ตัวบ่งชี้ คือ ลักษณะการให้เหตุผล เรื่อง แบบรูป และลักษณะการให้เหตุผล เรื่อง ประโยคเปิด ซึ่งลักษณะการให้เหตุผลเรื่อง แบบรูป ได้ดำเนินการ ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเรื่อง แบบรูป แล้วจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ตามลักษณะของการให้เหตุผลที่นักเรียนเขียนแสดงในแบบทดสอบ และสัมภาษณ์เพิ่มเติมกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ผลการวิจัยพบว่า ลักษณะการให้เหตุผลเรื่อง แบบรูป ของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายสามารถจำแนกออกได้เป็น 4 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่ม 0 เป็นกลุ่มของนักเรียนที่ใช้เหตุผลในเชิงประจักษ์ เช่น การนำจำนวนที่กำหนดให้ในโจทย์มาเป็นคำตอบ ทำให้นักเรียนกลุ่มนี้ไม่สามารถหาค่าของพจน์ใด ๆ ในแบบรูปได้เลยแม้แต่พจน์ที่อยู่ถัดไปจากพจน์ที่กำหนดให้ กลุ่ม 1 เป็นกลุ่มของนักเรียนที่ใช้เหตุผลที่เกิดจากการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างค่าของแต่ละพจน์ในรูปของความสัมพันธ์เวียนเกิดทำให้นักเรียนกลุ่มนี้สามารถหาค่าของพจน์ถัดไป และพจน์ที่อยู่ใกล้ ๆ ได้ แต่ไม่สามารถหาค่าของพจน์ที่อยู่ไกล ๆ และพจน์ทั่วไปของแบบรูปได้ กลุ่ม 2 เป็นกลุ่มของนักเรียนที่ใช้เหตุผลเชิงอุปนัยเพื่อสร้างความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของพจน์และค่าของพจน์ในแต่ละตำแหน่ง ทำให้นักเรียนกลุ่มนี้สามารถหาค่าของพจน์ต่าง ๆ ในแบบรูปได้อย่างสมบูรณ์ และ กลุ่ม 3 เป็นกลุ่มของนักเรียนที่สามารถพิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของพจน์และค่าของพจน์ในแต่ละตำแหน่งจากเงื่อนไขที่กำหนดให้ในแบบรูป ทำให้นักเรียนกลุ่มนี้สามารถหาค่าของพจน์ต่าง ๆ ในแบบรูปได้อย่างสมบูรณ์ เช่นเดียวกับนักเรียนกลุ่ม 2 แต่มีข้อแตกต่างที่นักเรียนกลุ่มนี้สามารถอธิบายได้อย่างชัดเจนว่าตัวเลขที่ปรากฏในสูตรแทนพจน์ทั่วไปมีความหมายและที่มาอย่างไร ในขณะที่นักเรียนกลุ่ม 2 ไม่สามารถอธิบายได้รวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล

กฤษณะ โสขุม (2546) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้วิจัยได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง แบบรูป และการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการสังเกต หาความสัมพันธ์ หาข้อความคาดการณ์ ให้เหตุผลสนับสนุนหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ ภายใต้การแนะนำของครู ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลมากกว่าร้อยละ

ละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ดังนั้นสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

จิรา ลำนวนหอม (2546) ได้ทำการวิจัยเรื่องการจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ยึดหลักการจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นาคาดการณ์ รวมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ชี้แจงเหตุผล และแก้ปัญหาาร่วมกัน ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ และใช้วิธีการสอนที่หลากหลาย ทั้งให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นรายบุคคล เป็นคู่ เป็นกลุ่มย่อยและเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ดังนั้นสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ทรงชัย อักษรคิด (2546) ได้ทำการวิจัยเรื่องการจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูป โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้ชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูป ซึ่งมีทั้งหมด 10 กิจกรรม โดยแต่ละกิจกรรมจะมีการเก็บคะแนนเพื่อประเมินผลระหว่างเรียน หลังจากทำกิจกรรมที่ 1 ถึง 5 เสร็จแล้ว ทำการประเมินผลหลังเรียน ครั้งที่ 1 และหลังจากทำกิจกรรมที่ 6 ถึง 10 เสร็จแล้ว ทำการประเมินผลหลังเรียน ครั้งที่ 2 ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องแบบรูปมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ดังนั้นสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถเพียงพอ ในการเรียนเรื่อง แบบรูป ตามกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า จากการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาโดยใช้แบบรูป ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล การศึกษาลักษณะการให้เหตุผลและการจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล เป็นการศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและการให้เหตุผล ทำให้เห็นว่า การให้เหตุผลและแบบรูปเป็นสิ่งที่สอดคล้องกัน การที่จะให้นักเรียนเรียนเรื่อง แบบรูปได้นั้นจะต้องอาศัยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลแล้วนั้นจะสามารถอธิบายแบบรูปได้ดี เมื่อพัฒนาให้นักเรียนให้เหตุผลได้ จะทำให้นักเรียนมีความสามารถในการเรียนเรื่องแบบรูปได้ดียิ่งขึ้น ดังนั้นผู้ศึกษาจึงมีความสนใจที่จะศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนา

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แบบรูป โดยนำมาใช้ในการพัฒนา
 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แบบรูป ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
 โรงเรียนบ้านปางขุม จังหวัดเชียงใหม่



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
 Copyright© by Chiang Mai University
 All rights reserved