

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้มี วัตถุประสงค์เพื่อ พัฒนาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กลยุทธ์การแนะนำ เนื้อหาที่นำมาใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ได้แก่ เรื่องคู่อันดับและกราฟ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัยตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นพัฒนาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดโดยใช้กลยุทธ์การแนะนำ จำนวน 10 แผน มีแนวทางในการจัดกิจกรรมการสอนเริ่มจากครูผู้สอนนำเสนอสถานการณ์ปัญหาแล้วให้นักเรียนเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง เมื่อแก้ปัญหาเสร็จแล้วนักเรียนออกมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน ในขั้นนำเสนอผู้วิจัยได้นำกลยุทธ์การแนะนำแทรกไว้ในระหว่างการนำเสนอ ซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ คือ การพูดอธิบายให้เห็นภาพ (Illustration) การพูดถึงวิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง (Redirection) การพูดถึงความผิดพลาด (Particularization) และการพูดสรุปนัยทั่วไป (Generalization) ซึ่งผู้วิจัยขอนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล โดยแบ่งออกเป็น 2 ตอน ได้แก่

ตอนที่ 1 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระหว่างเรียน

ตอนที่ 2 การเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่มีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดก่อนเรียนและหลังเรียน

ตอนที่ 1 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระหว่างเรียน

เมื่อผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนตามแผน การจัดการเรียนรู้ทั้ง 10 แผนเรียบร้อยแล้วผู้วิจัยได้วิเคราะห์พฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระหว่างเรียนในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องคู่อันดับและกราฟ

ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครู แบบบันทึกพฤติกรรม การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนในการจัดกิจกรรมใครเป็นเจ้าของร้านอะไร ในขั้นของการนำเสนอ ครูผู้วิจัยได้คัดเลือกนักเรียนออกมานำเสนอจำนวน 4 กลุ่ม จากทั้งหมด 10 กลุ่ม โดยคัดเลือกจากผลงาน

นักเรียนที่เขียนลงในกระดาษนำเสนอ พฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนแต่ละกลุ่มเป็นดังนี้

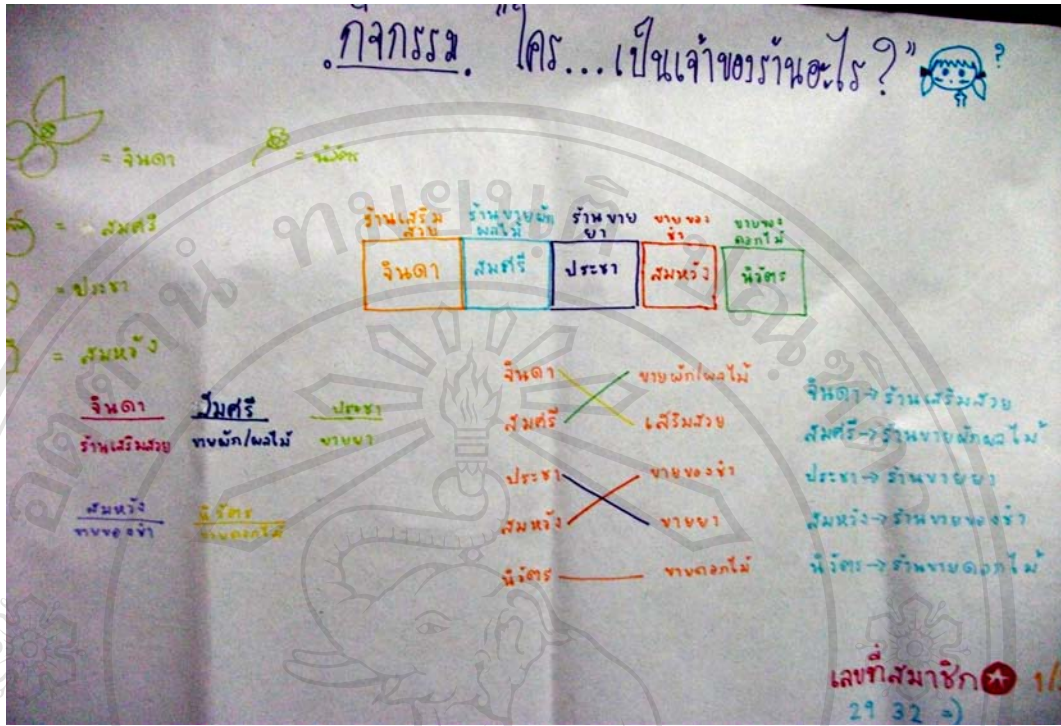
กลุ่ม 1 การนำเสนอของนักเรียนเป็นการยือ่านผลงานที่เขียนไว้ในกระดาษนำเสนอ ภาษาที่ใช้ในการนำเสนอเป็นภาษาที่ไม่เป็นทางการ มีการพูดถูกบ้างผิดบ้าง พูดติดขัดไม่ชัดเจน

กลุ่ม 2 การนำเสนอของนักเรียนเป็นการยือ่านกระดาษนำเสนอที่ได้เขียนไว้ เสียงพูดค่อนข้างเบา ยังไม่ชัดเจนเท่าที่ควร การนำเสนอของกลุ่มนี้ใช้เวลาน้อย นำเสนอผลงานอย่างรวดเร็ว

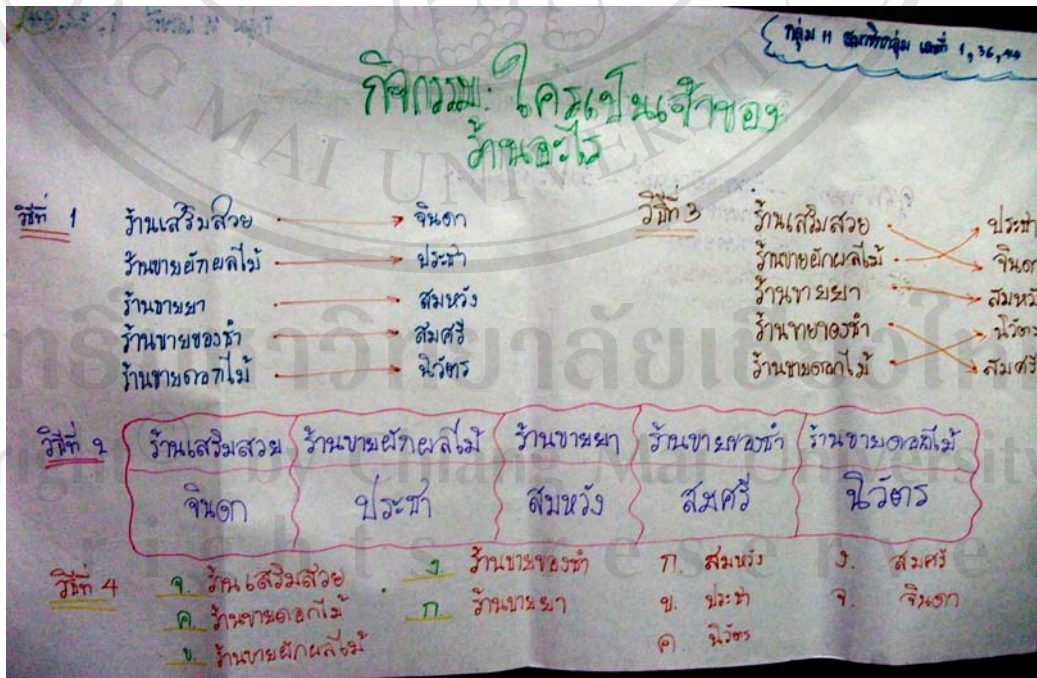
กลุ่ม 3 การนำเสนอของนักเรียนยังไม่มี ความมั่นใจในการพูดนำเสนอ การนำเสนอส่วนใหญ่เป็นการอ่านเหมือนกับสองกลุ่มที่ผ่านมา การใช้ภาษาในการนำเสนอเป็นภาษาที่ไม่เป็นทางการและยังไม่ชัดเจน

กลุ่ม 4 การนำเสนอของนักเรียนเป็นการพูดบรรยายเกี่ยวกับแบบรูปที่ใช้แทนการจับคู่ นักเรียนมีการสบตากับผู้ฟังเป็นระยะ ภาษาที่ใช้ในการนำเสนอเป็นภาษาที่ไม่เป็นทางการ พูดอธิบายได้ค่อนข้างชัดเจนกว่ากลุ่มอื่น

หลังจากที่ทั้ง 4 กลุ่มนำเสนอผลงานเรียบร้อยแล้ว ครูผู้วิจัยนำกระดาษนำเสนอของทั้ง 4 กลุ่มติดบนกระดาน และให้นักเรียนในชั้นร่วมพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นถึงวิธีการเขียนแสดงการจับคู่ของแต่ละกลุ่ม เริ่มจากกลุ่มที่ 1 ครูผู้วิจัยยกประเด็นการจับคู่โดยใช้การโยงเส้นแบบไม่มีหัวลูกศร และโยงเส้นแบบมีลูกศรให้นักเรียนพูดอธิบายแสดงความคิดเห็นว่าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

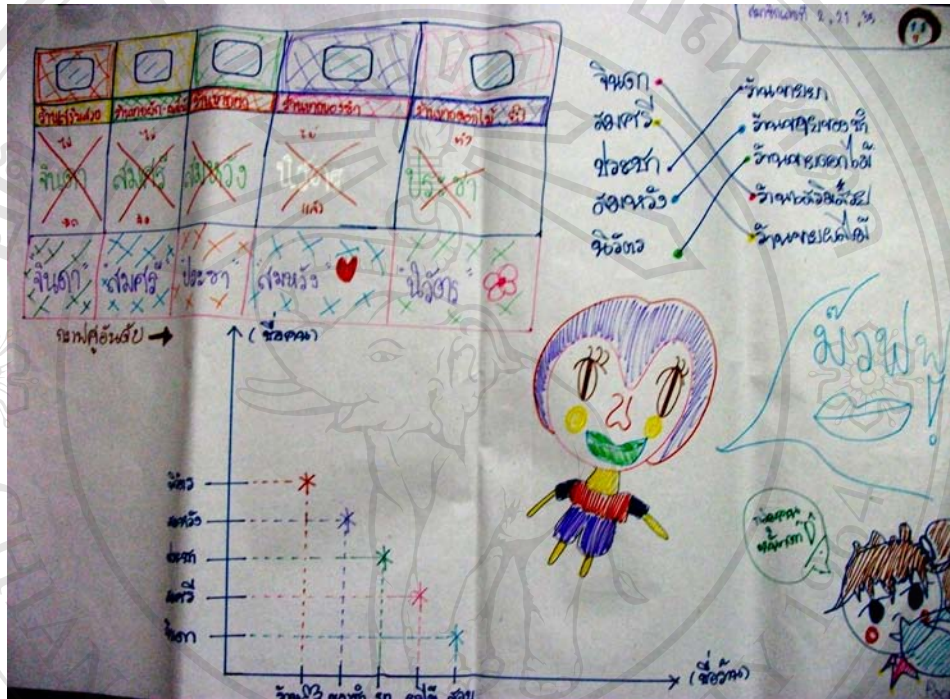


รูป 1 ตัวอย่างการโยงเส้นแบบไม่มีหัวลูกศร



รูป 2 ตัวอย่างการโยงเส้นแบบมีหัวลูกศร

จากคำถามดังกล่าวมีนักเรียนตอบว่าการจับคู่โดยใช้การโยงเส้นแบบไม่มีหัวลูกศร (รูป 1) และโยงเส้นแบบมีลูกศร (รูป 2) ให้ความหมายทั้งเหมือนและมีนักเรียนบางคนก็คิดว่าแตกต่างกัน โดยนักเรียนที่ตอบว่าเหมือนกันคิดว่าจะมีหัวลูกศรหรือไม่มีหัวลูกศรก็แสดงการจับคู่ได้เหมือนกัน ส่วนนักเรียนที่ตอบว่าต่างกันคิดว่าหัวลูกศรแสดงลำดับจากจุดเริ่มต้น ไปจุดปลาย



รูป 3 ตัวอย่างการจับคู่โดยใช้กราฟ

นอกจากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นของกลุ่มที่เขียนแสดงการจับคู่โดยใช้กราฟ (ดังรูป 3) กลุ่มที่เป็นเจ้าของผลงานบอกว่าในบทเรียนนี้จะได้เรียนเรื่องกราฟจึงคิดว่าสามารถเขียนแสดงการจับคู่โดยใช้กราฟได้ แต่ก็มีนักเรียนคนหนึ่งแสดงความคิดเห็นขัดแย้งว่า ไม่สามารถเขียนแสดงการจับคู่โดยใช้กราฟได้ เนื่องจากชื่อร้านและชื่อเจ้าของร้านไม่ใช่ปริมาณไม่มีการเพิ่มขึ้นหรือลดลงเหมือนอุณหภูมิจึงไม่สามารถนำมาเขียนบนเส้นจำนวนได้

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบสังเกตพฤติกรรม การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ส่งผลให้เกิดพฤติกรรม การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ ดังตาราง

ตาราง 2 ผลของพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ เรื่องคู่อันดับและกราฟ ในกิจกรรม ใครเป็นเจ้าของร้านอะไร

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมการสื่อสารด้านการพูด
<p>- การใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง (Redirection)</p>	<p>การพูดอธิบายโดยใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ</p> <p>นักเรียนที่ออกมานำเสนอทั้ง 4 กลุ่มได้พูดนำเสนอรูปแบบการจับคู่ที่เขียนแสดงแทนระหว่างเจ้าของกิจการกับกิจการที่เหมือนกันและแตกต่างกัน ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนพูดนำเสนอการจับคู่โดยใช้รูปแบบการวาดภาพกิจการกับเจ้าของกิจการ - นักเรียนพูดนำเสนอการจับคู่โดยใช้รูปแบบตาราง - นักเรียนพูดนำเสนอการจับคู่โดยวิธีการโยงเส้นแบบมีหัวลูกศรและไม่มีหัวลูกศร - นักเรียนพูดนำเสนอการจับคู่โดยวิธีการจับคู่แบบ ก, ข, ค, ง <p>การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนพูดนำเสนอการจับคู่โดยใช้เครื่องหมายเท่ากับ - นักเรียนพูดนำเสนอการจับคู่โดยจับคู่ในรูปแบบกราฟ - นักเรียนพูดนำเสนอการจับคู่การจับคู่ในรูปแบบคู่อันดับ

จากแบบสังเกตพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดโดยใช้กลยุทธ์การพูดถึงวิธีการหรือมุมมองที่แตกต่างในการคิดแก้ปัญหาส่งผลให้เกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด 2 แบบคือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมสื่อสารโดยการพูดอธิบายโดยใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ และพูดอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องคู่อันดับและกราฟ

ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครู แบบบันทึกพฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด ของนักเรียน ในการจัดกิจกรรมความสัมพันธ์ในกลุ่มเพื่อน ในระหว่างที่นักเรียนคิดเงื่อนไขความสัมพันธ์นักเรียนแต่ละกลุ่มต่างตั้งใจคิดความสัมพันธ์ของตนเองเพื่อที่จะได้นำไปสัมภาษณ์เพื่อน ในการสัมภาษณ์ครูผู้วิจัยสังเกตเห็นว่า เมื่อนักเรียนสัมภาษณ์เพื่อนเสร็จแล้วนักเรียนได้นำความสัมพันธ์นั้นมาเขียนในรูปคู่อันดับ และนักเรียนทุกคนสามารถแต่งเรื่องราวจากความสัมพันธ์ที่ตนเองไปสัมภาษณ์เพื่อน ได้ เมื่อทุกกลุ่มแต่งเรื่องความสัมพันธ์ในกลุ่มเพื่อนเสร็จ ครูผู้วิจัยใช้วิธีขอตัวแทนกลุ่มที่อยากออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน พฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนแต่ละกลุ่มเป็นดังนี้

กลุ่ม 1 กลุ่มนี้มีรูปแบบการนำเสนอโดยการสมมติตนเองเป็นพิธีกรที่กำลังดำเนินรายการพูดนำเสนอเป็นไปอย่างธรรมชาติ ไม่มีการเงินอาย นำเสนอโดยใช้วิธีการเล่าเรื่องราวความสัมพันธ์ที่ตนเองไปสัมภาษณ์เพื่อน ความสัมพันธ์ที่ได้คือ สัตว์ที่ชอบ เพลงที่ชอบ อาหารที่ชอบ สีที่ชอบ บุคคลที่ชื่นชอบ อาชีพในอนาคต ของสะสม และสถานที่ท่องเที่ยวในฝัน นักเรียนสามารถนำเสนอเรื่องราวจากการไปสัมภาษณ์เพื่อนๆ ได้อย่างสนุกสนาน ดึงดูดความสนใจของผู้ฟังเป็นอย่างดี ในระหว่างการนำเสนอได้สอดแทรกความคิดเห็นส่วนตัวและมุกตลกไปด้วย ทำให้เพื่อนๆ ชื่นชอบสังเกตได้จากเสียงหัวเราะของผู้ฟังตลอดการนำเสนอ

กลุ่ม 2 กลุ่มนี้เริ่มต้นจากการแนะนำตัวเอง การนำเสนอเป็นการอ่านจากใบกิจกรรมและสลับกับการพูดแสดงความคิดเห็น ความสัมพันธ์ที่ใช้ในการสัมภาษณ์เพื่อนคือ สีที่ชอบ กีฬาที่ชอบ สัตว์ที่ชอบ รายการโทรทัศน์ที่ชอบ และเพลงที่ชอบ ภาษาที่ใช้เป็นภาษาที่เข้าใจง่ายแต่ยังคิดตรงที่การพูดยังไม่ชัดเจน เนื่องจากผู้พูดมีการหัวเราะและเงินอายในสิ่งที่ตนเองนำเสนอ

กลุ่ม 3 กลุ่มนี้การนำเสนอเริ่มจากการแนะนำตัวเอง และชี้แจงถึงวัตถุประสงค์ในการไปสัมภาษณ์เพื่อน ความสัมพันธ์ที่ใช้ในการสัมภาษณ์เพื่อนคือ อาหารที่ไม่ชอบ กีฬาที่ชอบ สัตว์ที่ชอบละครที่ชอบ และเพลงที่ชอบ มีการนำเสนอโดยการอ่านจากใบกิจกรรมที่เขียนมา ลักษณะการพูดค่อนข้างเร็ว ไม่ค่อยมีความมั่นใจในตนเองระหว่างการนำเสนอ

กลุ่ม 4 กลุ่มนี้การนำเสนอเริ่มจากการแนะนำตนเอง และชี้แจงถึงวัตถุประสงค์ในการไปสัมภาษณ์เพื่อนๆ ความสัมพันธ์ที่ใช้ในการสัมภาษณ์ คือ วันเกิด สีที่ชอบ กีฬาที่ชอบ วิชาที่ชอบ และคนที่แอบชอบนำเสนอเรื่อง โดยการพูดสลับกับการอ่านในใบกิจกรรม และมีการสอดแทรกความคิดเห็นส่วนตัวของตนเองระหว่างการนำเสนอ มีการกล่าวขอบคุณเพื่อนๆ สำหรับข้อมูลที่ได้ก่อนจบการนำเสนอ

หลังจากทั้ง 4 กลุ่มพูดนำเสนอเรียบร้อยแล้ว ครูผู้วิจัยเปิดประเด็นการอภิปรายตีความสัมพันธ์ที่นักเรียนเขียนไปสัมภาษณ์เพื่อนมีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างจากเพื่อนกลุ่มอื่นอย่างไรบ้าง ผลปรากฏว่า ความสัมพันธ์ที่ไปสัมภาษณ์เพื่อนส่วนใหญ่ เป็นสิ่งที่อยู่ในชีวิตประจำวันจึงมีลักษณะคล้ายๆกับเพื่อนกลุ่มอื่น เช่น วันเกิด สีที่ชอบ อาหารที่ชอบ กีฬาที่ชอบ สัตว์ที่ชอบ เป็นต้น จากการสังเกตของผู้วิจัยพบว่า นักเรียนจะคิดความสัมพันธ์ที่อยู่ใกล้ตัวและเป็นสิ่งที่ตนเองอยากรู้จากเพื่อนเมื่อสัมภาษณ์เพื่อนแล้วนักเรียนสามารถนำข้อมูลมาแต่งเป็นเรื่องราวได้อย่างหลากหลาย มีการสอดแทรกความคิดเห็นส่วนตัวและมุขตลกในการนำเสนอ ทำให้บรรยากาศในการนำเสนอสนุกสนาน ครูผู้วิจัยถามนักเรียนว่า นอกจากการเขียนความสัมพันธ์ในกลุ่มเพื่อนนักเรียนคิดว่าในชีวิตประจำวันเราสามารถเขียนความสัมพันธ์ของอะไรได้บ้าง นักเรียนสามารถตอบได้อย่างหลากหลาย เช่น ความสัมพันธ์ของครูกับนักเรียน พ่อกับแม่ รุ่นพี่กับรุ่นน้อง รวมถึงความสัมพันธ์ในทางคณิตศาสตร์นักเรียนสามารถยกตัวอย่าง เช่น ความสัมพันธ์มากกว่า น้อยกว่า เท่ากับ ราคาราคาซื้อปริมาณสินค้า ราคาร้านน้ำมันกับปริมาณน้ำมัน ค่าโดยสารกับระยะทาง ฯลฯ นอกจากนั้นครูผู้วิจัยได้ถามนักเรียนว่า นักเรียนสรุปวิธีการเขียนความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ให้เกิดความเข้าใจง่ายได้อย่างไร (ควรเขียนในลักษณะใด) และการเขียนคู่อันดับสามารถสลับลำดับกันได้หรือไม่ เพราะเหตุใด นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบอกได้ว่าควรเขียนในรูปของคู่อันดับ เพราะ คู่อันดับเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงการจับคู่กันระหว่างสมาชิก 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กันภายใต้เงื่อนไขบางประการ และคู่อันดับสลับที่กันไม่ได้ การมาก่อนหรือหลังมีความสำคัญมากเพราะการสลับอันดับกันย่อมทำให้ความหมายเปลี่ยนแปลงไป จากการพูดอภิปรายแสดงความคิดเห็นทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจเรื่องความสัมพันธ์และคู่อันดับ สามารถเขียนคู่อันดับแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งสองสิ่งหรือปริมาณสองปริมาณได้

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ ดังตาราง 3

ตาราง 3 ผลของพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำเรื่องคู่อันดับและกราฟ ในกิจกรรม ความสัมพันธ์ในกลุ่มเพื่อน

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมการสื่อสารด้านการพูด
<p>- การใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง (Redirection)</p>	<p>การพูดอธิบายโดยใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนสามารถยกตัวอย่างความสัมพันธ์ในชีวิตประจำวันได้หลากหลาย เช่น ความสัมพันธ์ของครูกับนักเรียน พ่อกับแม่ รุ่นพี่กับรุ่นน้อง - นักเรียนยกตัวอย่างความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสัมพันธ์มากกว่า น้อยกว่า เท่ากับ ราคาสินค้ากับปริมาณสินค้า ราคาน้ำมันกับปริมาณน้ำมัน ค่าโดยสารกับระยะทาง ฯลฯ <p>การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนบอกได้ว่า คู่อันดับ เป็น สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงการจับคู่กันระหว่างสมาชิก 2 กลุ่ม และ คู่อันดับสลับที่กันไม่ได้ เพราะจะทำให้ความหมายเปลี่ยนแปลงไป

ตาราง 3 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
<p>- การพูดสรุปย่อทั่วไป (Generalization)</p>	<p>การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น</p> <ul style="list-style-type: none"> - เมื่อนักเรียนสัมภาษณ์เพื่อนแล้วนำข้อมูลที่ได้มาเรียงลำดับแต่งเป็นเรื่องราวที่น่าสนใจและพูดนำเสนอเรื่องราวได้ตามลำดับ - นักเรียนสามารถพูดสรุปวิธีการคู่อันดับได้อย่างเป็นลำดับขั้น <p>การพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบอกได้ว่าถ้าต้องการเขียนความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ให้เกิดความเข้าใจง่ายควรเขียนในรูปของคู่อันดับ เพราะ คู่อันดับเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงการจับคู่กันระหว่างสมาชิก 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กันภายใต้เงื่อนไขบางประการ - นักเรียนสามารถให้เหตุผลได้ว่าคู่อันดับสลับที่กันไม่ได้ เพราะ การมาก่อนหรือหลังมีความสำคัญมาก ถ้าเกิด การสลับอันดับกันย่อมทำให้ความหมายเปลี่ยนแปลงไป

จากแบบสังเกตพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดโดยใช้กลยุทธ์การพูดถึงวิธีการหรือมุมมองที่แตกต่างในการคิดแก้ปัญหาส่งผลให้เกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์คือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมสื่อสาร โดยการพูดอธิบายโดยใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ พูดอธิบายโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ พูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นลำดับขั้น และการพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล นอกจากนั้นผู้วิจัยได้ใช้กลยุทธ์การพูดสรุปสั้นๆไปกระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการอุปนัยในการหาข้อสรุปหลักการทั่วไปจากข้อสรุปที่มีอยู่ ซึ่งพบพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นคือ นักเรียนสามารถพูดอธิบายโดยการอ้างสาเหตุไปสู่ข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องคู่อันดับและกราฟ

ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของ ครู แบบบันทึกพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียน ในการจัดกิจกรรมรูปอะไร่อยผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอน พบว่าในระหว่างการทำกิจกรรมมีการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน นักเรียนบางคนเริ่มต้นจากการวาดรูปแล้วจึงลงคู่อันดับแต่นักเรียนบางคนก็ไม่ได้เริ่มต้นด้วยการวาดรูป แต่เริ่มด้วยการลงพิกัดคู่อันดับก่อนแล้วจึงลากเส้นเชื่อมต่อกันเป็นรูปภาพ เมื่อนักเรียนวาดรูปเสร็จแล้วครูผู้วิจัยให้นักเรียนตกแต่งรูปให้สวยงาม แล้วเตรียมตัวนำเสนอผลงานของตนเอง ในขั้นของการนำเสนอผู้วิจัยใช้กลยุทธ์การพูดอธิบายให้เห็นภาพ หรือพูดถึงวิธีการเขียนรูปต่างๆตามจินตนาการของนักเรียนหรือสิ่งที่นักเรียนพบเห็นในชีวิตประจำวัน กลยุทธ์การตระหนักถึงความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ครูผู้วิจัยใช้วิธีการสุ่มนักเรียนจำนวน 4 คน ออกมานำเสนอโดยพิจารณาจากผลงานของนักเรียน พฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียน เป็นดังนี้

นักเรียนคนที่ 1 การนำเสนอเริ่มจากการทักทายเพื่อนๆ และบอกวัตถุประสงค์ของการนำเสนอ รวมถึงแนวคิดในการสร้างรูปนี้เริ่มจากการวาดรูปตกลงไปในกราฟก่อนแล้วจึงค่อยกำหนดพิกัดจุดลงไปในรูป แต่การกำหนดพิกัดจุดไม่ได้กำหนดทุกจุดกำหนดเป็นบางจุดที่สำคัญ และสามารถลากเส้นเชื่อมต่อกันได้ จากรูปมีการเขียนคู่อันดับกำกับในแต่ละจุดบนรูปด้วยเพราะจะช่วยให้อ่านค่าพิกัดได้ง่าย จากการตรวจสอบคู่อันดับบนกราฟ ครูผู้วิจัยพบว่านักเรียนสามารถเขียนพิกัดจุดได้ถูกต้องทุกจุด การนำเสนอของนักเรียนคนนี้เป็นลักษณะการพูดคุยเล่าให้เพื่อนฟังได้เป็นการอ่านจากใบกิจกรรมภาษาที่ใช้เป็นภาษาที่เข้าใจง่ายและเป็นกันเอง มีการเปิดโอกาสให้เพื่อนมีส่วนร่วมในการนำเสนอโดยการถามคำถามให้เพื่อนตอบว่ารูปที่ได้เป็นรูปอะไร

นักเรียนคนที่ 2 การนำเสนอเริ่มจากการพูดทักทายแนะนำตัวเอง และชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอครั้งนี้ ลักษณะการพูดยัง พูดไม่ชัดเจน ขาดความมั่นใจในตนเอง รูปที่วาดเป็นรูป

พระจันทร์ครึ่งเสี้ยวมีการลงพิกัดคู่อันดับอยู่เพียง 5 จุด พิกัดที่ลงมีไม่ถูกต้อง 3 จุด และมีจุดหนึ่งที่เขียนพิกัด (-2, -5, -2) แสดงให้เห็นถึงความไม่เข้าใจในการลงพิกัดจุดและการเขียนคู่อันดับ ซึ่งวิธีการทำงานของนักเรียนคือ เริ่มจากวาดรูปก่อนแล้วค่อยลงพิกัดคู่อันดับ สาเหตุที่เขียนพิกัดแค่ 5 จุด เพราะกลัวว่าจะไม่ถูกต้อง ครูผู้วิจัยและเพื่อนๆจึงช่วยกันลงพิกัด(-2,6) ให้นักเรียนดูเป็นตัวอย่าง ให้นักเรียนเข้าใจในการเขียนพิกัดจุดมากขึ้น

นักเรียนคนที่ 3 การนำเสนอของนักเรียนไม่มีการแนะนำตนเองและไม่ได้ชี้แจงถึงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอ แต่นักเรียนได้พูดถึงการทำงานของตนเองโดยเริ่มจากการวาดรูปตามจินตนาการแล้วจึงค่อยกำหนดคู่อันดับ การนำเสนอของนักเรียนเริ่มจากการอ่านคู่อันดับจากใบกิจกรรมของตนเอง เป็นการอ่านสลับกับการพูด น้ำเสียงค่อนข้างเบา และยังขาดความมั่นใจในการนำเสนอ นักเรียนไม่ได้เขียนพิกัดกำกับไว้ในรูป พร้อมกับให้เหตุผลว่า พิกัดจุดมีจำนวนมากกลัวว่าจะเขียนไม่พอจึงไม่ได้เขียนกำกับไว้

นักเรียนคนที่ 4 การนำเสนอเริ่มจากการทักทาย แนะนำตัวเอง และชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอ นักเรียนพูดถึงวิธีการทำงานว่าไม่ได้เริ่มจากการวาดรูปก่อนแต่เริ่มจากการลงพิกัดจุดก่อนแล้วจึงค่อยลากเส้นเชื่อมต่อดูจุดทุกจุดจนออกมาเป็นรูปต้นคริสต์มาส นักเรียนอ่านพิกัดจุดของตนเองตามที่ได้เขียนไว้ในใบกิจกรรม และครูผู้วิจัยได้ตรวจสอบพบว่าถูกต้องทุกพิกัดจุด ลักษณะการนำเสนอเป็นการอ่านพิกัดจุดจากใบกิจกรรมสลับกับการพูดบรรยายวิธีการทำงาน พูดนำเสนอด้วยน้ำเสียงที่ดังฟังได้ชัดเจน มีความมั่นใจในการพูดนำเสนอพอสมควร ภาษาที่ใช้เป็นภาษาที่ไม่เป็นทางการ เข้าใจง่าย

หลังจากที่นักเรียนทั้ง 4 คนนำเสนอเรียบร้อยแล้ว ครูผู้วิจัยเปิดประเด็นการอภิปรายว่ารูปภาพที่เพื่อนออกมานำเสนอทั้งหมดรูปใดที่น่าจะเป็นตัวแทนการลงพิกัดจุดได้ดีที่สุด เพราะอะไร พร้อมให้นักเรียนอธิบายความแตกต่างของรูปทั้ง 4 รูป มีนักเรียนบอกว่ารูปที่ 1 มีการเขียนสเกลและเขียนคู่อันดับกำกับไว้บนจุดทุกจุดในรูป ส่วนรูปที่ 2 ไม่มีการเขียนสเกลและไม่เขียนพิกัดจุดกำกับไว้ในรูป เขียนคู่อันดับไม่ถูกต้องเพราะเขียนคู่อันดับ 3 ตัว คือ (-2,-5,-2) นักเรียนยังสามารถบอกความแตกต่างในการลงคู่อันดับในรูปแต่ละรูปได้ เช่น (4,5) (4, -5) (-4, 5) (-4, -5) นักเรียนสามารถบอกได้ว่าคู่อันดับทั้ง 4 ไม่ได้อยู่บนจุดภาคเดียวกัน โดยแต่ละ คู่อันดับตัวหน้าคือแกน x และตัวหลังคือแกน y รูปที่ 3 มีการเขียนสเกลแต่ไม่ได้เขียนคู่อันดับกำกับไว้ในรูปภาพเช่นเดียวกับรูปที่ 4 ดังนั้นนักเรียนมีความเห็นว่ารูปที่ 1 น่าจะเป็นตัวแทนของการลงพิกัดจุดได้ดีที่สุด

กิจกรรมอีก 1 กิจกรรมมีชื่อว่า รหัสลับ ในกิจกรรมนี้มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเขียนและอ่านคู่อันดับในระนาบพิกัดฉากได้ กิจกรรมรหัสลับเป็นกิจกรรมกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ซึ่งเป็นกลุ่มเดิมแบ่งตามที่นั่งของนักเรียน หลังจากให้นักเรียนได้สถานการณ์ปัญหาและครูให้นักเรียนในกลุ่ม

ช่วยกันสร้างรหัสลับส่งให้เพื่อนกลุ่มอื่นๆ เมื่อสร้างรหัสเสร็จแล้ว แต่ละกลุ่มจะแลกรหัสลับกัน จากนั้น สมาชิกกลุ่ม ช่วยกันแปลความหมายของรหัสลับนั้น เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มถอดรหัสเสร็จเรียบร้อยแล้ว ในขั้นของการนำเสนอครู จัดลำดับแนวคิดของนักเรียนว่าจะนำเสนอของนักเรียนกลุ่มใดก่อนหลัง โดยพิจารณาจากรหัสลับที่ตนเองถอดได้ โดยให้ออกมานำเสนอ จำนวน 4 กลุ่ม พฤติกรรมด้านการพูดของนักเรียนแต่ละกลุ่มเป็นดังนี้

กลุ่ม 1 การนำเสนอเริ่มด้วยการแนะนำตัว และชี้แจงจุดประสงค์การนำเสนอในครั้งนี้ กลุ่มนี้ถอดรหัสได้ว่า ป้าแถมไปคูหนึ่งกับโดนัทสองต่อสองกลางคิก นักเรียนพูดถึงวิธีการถอดรหัสของกลุ่มเริ่มจากการ คูอันดับที่ละตัวโดยคูอันดับตัวแรกคือ แกน x ตัวที่สองคือแกน y แล้วดูว่าตัวอักษรอะไรเอามาเขียนไว้บนคูอันดับ พอถอดรหัสไปเรื่อย ๆ จะมีคูอันดับบางตัวที่ซ้ำก็สามารถเอามาเขียนได้เลย จากการถอดรหัสพบ การสร้างรหัสคิด 1 ตัว แต่พอจะเดาออกว่ารหัสที่เพื่อนต้องการส่งให้คืออะไร การนำเสนอของกลุ่มนี้มีลักษณะของการพูดไม่ได้ย่นอ่านจากที่เขียนไว้ ภาษาที่ใช้ในการพูดเป็นภาษาที่เข้าใจง่าย พูดน้ำเสียงด้วยน้ำเสียงที่ชัดเจน

กลุ่ม 2 การนำเสนอเริ่มจากการพูดแนะนำตัวเอง และชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอ กลุ่มนี้ถอดรหัสได้ไม่ครบ เพราะเพื่อนส่งรหัสมาไม่ถูกต้อง คูอันดับการสลับที่ระหว่างตัวหน้ากับตัวหลัง รหัสที่ถอดได้คือ เราส่งรหัสลับให้เธอแล้วกัน นักเรียนกล่าวว่า วิธีการถอดรหัส ของกลุ่มคือ เขียนลงในกระดาษทศข้างนอกก่อน โดยทุกคนในกลุ่มช่วยกันถอดรหัส บางครั้งมีการถอดรหัสผิดบ้าง เพราะสับสนเรื่องคูอันดับ แต่เพื่อนๆ ในกลุ่มก็ช่วยกันถอดรหัสได้ถูกต้อง การนำเสนอของกลุ่มนี้ใช้วิธีการพูดไม่มีการอ่านจากกระดาษนำเสนอ ผู้พูดนำเสนอมีความมั่นใจในตัวเองไม่มีการเงินอาย ภาษาที่ใช้เข้าใจง่าย และพูดเสียงดังฟังชัด

กลุ่ม 3 การนำเสนอเริ่มจากการแนะนำตัว และชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอครั้งนี้ รหัสลับที่กลุ่มนี้ถอดได้คือ ที่ราบไซบีเรีย อยู่ทางตะวันตกของรัสเซีย จากการถอดรหัสของกลุ่มนี้ไม่มีรหัสตัวใดที่ผิดพลาด นักเรียนกล่าวว่า วิธีการถอดรหัสใช้วิธีการเขียนลงในกระดาษทศเลขก่อน เมื่อถอดรหัสจนครบแล้ว จึงนำมาเขียนลงในกระดาษนำเสนอ ลักษณะการนำเสนอของกลุ่มเวลาพูดมักจะสบตากับครูผู้สอน ไม่ค่อยสบตากับเพื่อนในห้อง ภาษาที่ใช้เข้าใจง่าย แต่ยังพูดเสียงเบาและไม่ค่อยชัดเจนเท่าที่ควร

กลุ่ม 4 การนำเสนอเริ่มจากการแนะนำตัวเอง และชี้แจงวัตถุประสงค์การนำเสนอในวันนี้ กลุ่มนี้ไม่สามารถถอดรหัสที่เพื่อนส่งให้ได้เนื่องจาก รหัสที่เพื่อนส่งมาทั้งหมด 27 ตัว ผิดไป 9 ตัว และเป็นตัวที่อยู่ติดกันจึงไม่สามารถเดาได้ว่าเพื่อนส่งรหัสอะไรมาให้ นักเรียนกล่าวว่า วิธีการถอดรหัสใช้การถอดรหัสทีละคูอันดับ แล้วเขียนว่ารหัสที่ถอดได้เป็นตัวอักษรอะไร การนำเสนอ

ของกลุ่มนี้ใช้วิธีการพูดนำเสนอไม่มีการอ่านข้อความที่เขียนในกระดาษนำเสนอ แต่มีการชี้ให้เห็นในคู่อันดับที่เพื่อนส่งให้ผิดพลาด ภาษาที่ใช้เป็นภาษาที่เข้าใจง่าย พูดเสียงดังฟังชัด

หลังจากที่นักเรียนทั้ง 4 คนนำเสนอเรียบร้อยแล้ว ครูผู้วิจัยเปิดประเด็นการอภิปรายว่า นักเรียนพบข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นระหว่างการทำกิจกรรมนี้อย่างไรบ้าง นักเรียนสามารถบอกได้ว่า ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นพบได้จากการเขียนรหัสที่ผิดพลาดเนื่องจากเกิดความสับสนระหว่างแกน x และแกน y โดยคิดว่าแกนนอนคือแกน y และแกนตั้งคือแกน x ทำให้เขียนรหัสผิดพลาด เมื่อส่งรหัสลับให้เพื่อนกลุ่มอื่นถอดจึงไม่สามารถถอดรหัสได้

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบสังเกตพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ ดังตาราง 4

ตาราง 4 ผลของพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ เรื่องคู่อันดับและกราฟ ในกิจกรรม รูปอะไรเอ๋ยและรหัสลับ

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
<p>- การพูดอธิบายให้เห็นภาพ (Illustration)</p>	<p>การพูดอธิบายโดยใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนสามารถพูดถึงวิธีการเขียนรูปต่างๆตามจินตนาการของนักเรียนหรือสิ่งที่นักเรียนได้พบเห็นในชีวิตประจำวันลงบนกระดาษกราฟ พูดอธิบายวิธีการสร้างรูปของตนเองโดยนักเรียนบางคนเริ่มต้นจากการวาดรูปแล้วจึงลงพิกัดคู่อันดับแต่นักเรียนบางคนก็ไม่ได้เริ่มต้นด้วยการวาดรูป แต่เริ่มด้วยการลงพิกัดคู่อันดับก่อนแล้วจึงลากเส้นเชื่อมต่อกันเป็นรูปภาพต่างๆที่แตกต่างกันไปตามจินตนาการของแต่ละคน

ตาราง 4 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
<ul style="list-style-type: none"> - การใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง (Redirection) - การตระหนักถึงความผิดพลาด (Particularization) 	<p>การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</p> <ul style="list-style-type: none"> - ในการนำเสนอให้นักเรียนพูดถึง วิธีการถอดรหัส ของกลุ่มตนเองโดยอธิบายวิธีการถอดรหัสโดยใช้คำว่า คู่อันดับ และ ได้พูดถึงแกน x แทนคู่อันดับตัวหน้า และ แกน y แทนคู่อันดับตัวหลัง - นักเรียนพูดถึงการเขียนคู่อันดับไม่ถูกต้อง เพราะเขียนคู่อันดับ 3 ตัว คือ (-2,-5,-2) ซึ่งไม่ใช่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และมีการแก้ไขเป็น (-2,-5) - ในกิจกรรมรูปอะไรเอ่ย นักเรียนพูดถึงการเขียนสเกลและเขียนคู่อันดับกำกับในรูป และสามารถบอกความแตกต่างในการลงคู่อันดับในรูปแต่ละรูปได้ เช่น (4,5) (4, -5) (-4, 5) (-4, -5) - นักเรียนใช้คำว่าจุดภาคในการอธิบายลักษณะของคู่อันดับคู่อันดับ

ตาราง 4 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
	<p>การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น</p> <ul style="list-style-type: none"> - ในการนำเสนอ นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการถอดรหัสได้อย่างเป็นลำดับขั้น เช่น นักเรียนพูดอธิบายว่า ใช้วิธีการเขียนรหัสลงในกระดาษทดเลขก่อน เมื่อถอดรหัสจนครบแล้ว จึงนำมาเขียนลงในกระดาษนำเสนอ อีกครั้ง และ ทุกคนในกลุ่มช่วยกันถอดรหัส และมีการตรวจสอบความผิดพลาดในการถอดรหัสทุกครั้ง <p>การพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียน กลุ่มนี้ไม่สามารถถอดรหัสที่เพื่อนส่งให้ได้ โดยให้เหตุผลว่า รหัสที่เพื่อนส่งมาทั้งหมด 27 ตัว ผิดไป 9 ตัว และเป็นตัวที่อยู่ติดกันจึงไม่สามารถ รู้ได้ว่าเพื่อนส่งรหัสอะไรมาให้ - นักเรียนพูดถึงสาเหตุของการเขียนรหัสที่ผิดพลาดเกิดขึ้นเนื่องจากความสับสนระหว่างแกน x และแกน y โดยคิดว่าแกนนอนคือแกน y และแกนตั้งคือแกน x

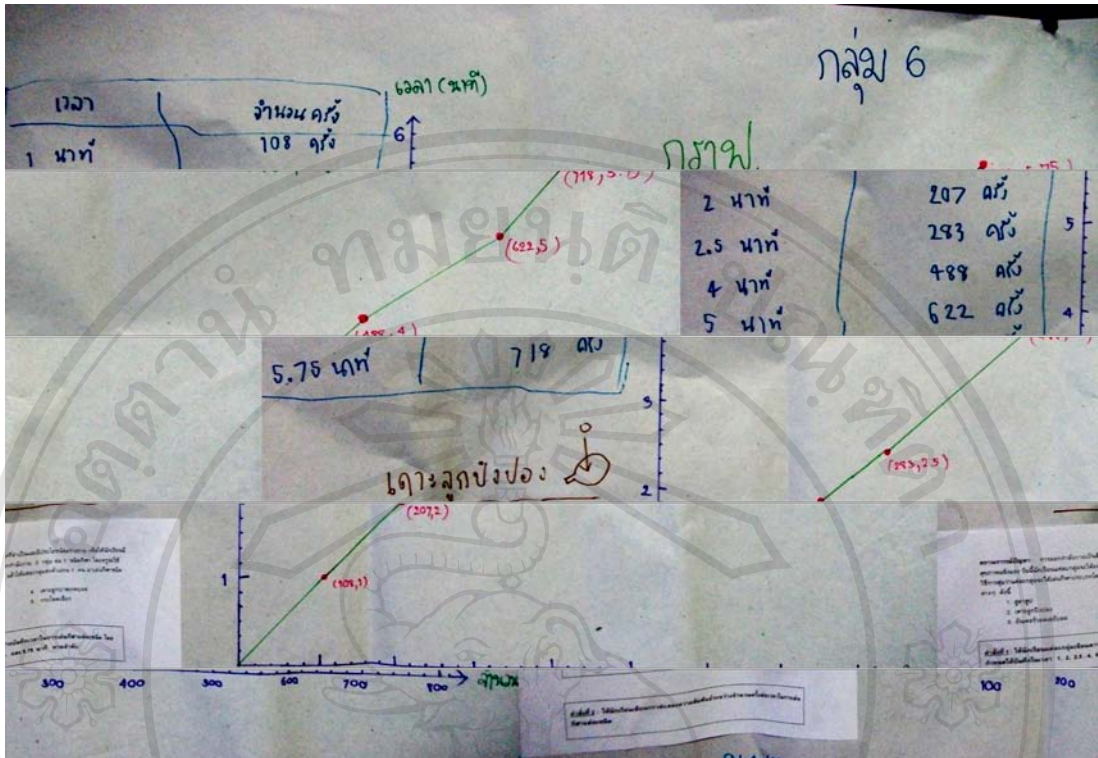
จากแบบสังเกตพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยใช้กลยุทธ์การพูดอธิบายให้เห็นภาพการใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง และการตระหนักถึงความผิดพลาด ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด คือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมสื่อสารโดย

การพูดอธิบายโดยใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น และการพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องคู่อันดับและกราฟ

ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของ ครู แบบบันทึกพฤติกรรมการสื่อสารด้านการพูดของนักเรียนในการจัดกิจกรรมกีฬามหาสนุกพบว่า กิจกรรมนี้เป็นการเล่นกีฬาและให้จับเวลาแล้วบันทึกผลลงในตารางที่กำหนด นักเรียนแบ่งหน้าที่ในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี จากการสังเกตนักเรียนทำกิจกรรมอย่างสนุกสนาน เมื่อทุกกลุ่มบันทึกผลการเล่นกีฬาแต่ละชนิดเรียบร้อยแล้วแต่ละกลุ่มนำข้อมูลที่ได้มาเขียนกราฟ เพื่อเตรียมนำเสนอ โดยครูผู้วิจัยสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอผลงานจำนวน 4 กลุ่ม พฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนแต่ละกลุ่มเป็นดังนี้

กลุ่ม 1 การนำเสนอเริ่มจากการทักทายผู้ฟัง แนะนำตัว และชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอครั้งนี้ กีฬาที่กลุ่มนี้ได้เล่นคือ เคาะลูกปิงปอง การนำเสนอเริ่มด้วยการบอกเวลากับจำนวนครั้งที่เคาะลูกปิงปองได้ ซึ่งพบว่าเมื่อเวลามากขึ้นจำนวนครั้งในการเคาะลูกปิงปองก็มากขึ้นตามไปด้วย นักเรียนเล่าให้เพื่อนๆฟังว่า กลุ่มของเขาได้นำเวลาและจำนวนครั้งที่บันทึกได้มาเขียนเป็นกราฟ โดยให้แกนนอนแทนจำนวนครั้งในการเคาะลูกปิงปองและแกนตั้งแทนเวลาที่ใช้ นักเรียนอธิบายการลงจุดบนกราฟว่าเริ่มจากจุดจากแกนนอนหรือแกน x ก่อน จากนั้นจึงค่อยดูแกนตั้งหรือแกน y เมื่อลงจุดได้ครบทุกจุดแล้วจึงลากเส้นเชื่อมระหว่างจุดทุกจุดจนได้กราฟที่มีลักษณะเป็นเส้นตรง (ดังรูป 4)

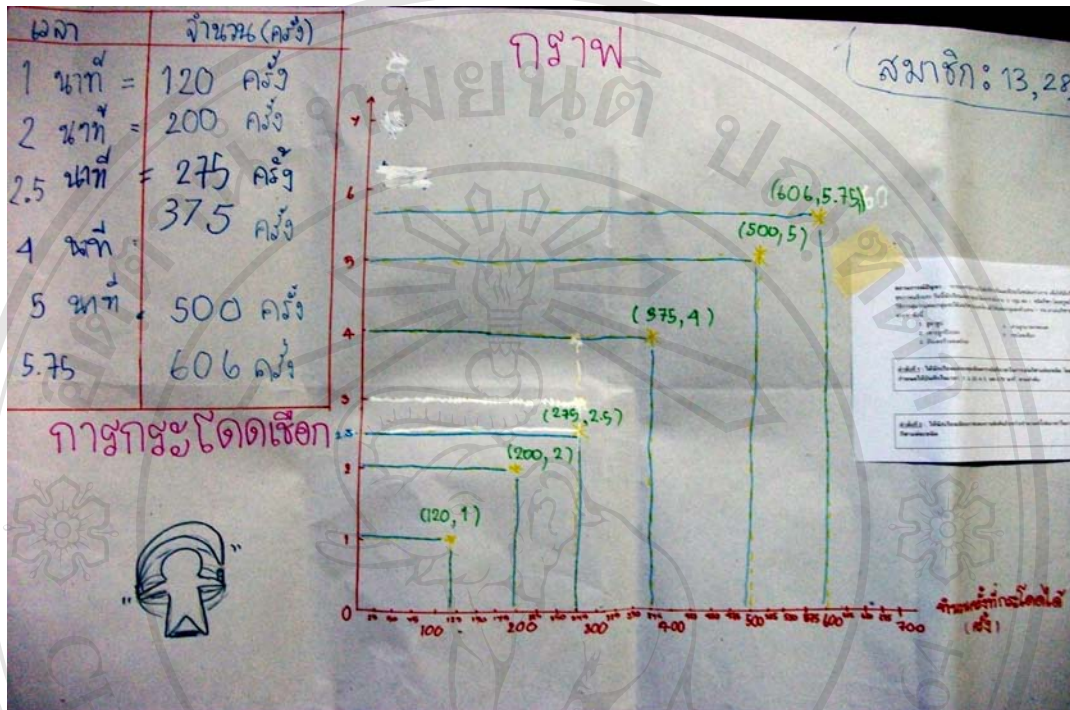


รูป 4 ตัวอย่างกราฟที่มีการลากเส้นเชื่อมต่อระหว่างจุดแต่ละจุด

กลุ่ม 2 การนำเสนอเริ่มด้วยการทักทายและชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอ ชนิดกีฬาที่กลุ่มนี้เล่นคือ กระโดดเชือก ผลปรากฏว่าเมื่อเวลามากขึ้นก็สามารถกระโดดเชือกได้จำนวนมากขึ้นด้วย จากนั้นก็นำข้อมูลที่ได้ออกไปเขียนกราฟโดยให้แกนนอนหรือแกน x แทนเวลา แกนตั้งหรือแกน y แทนจำนวนครั้งที่กระโดดเชือก กลุ่มนี้อธิบายการเขียนสเกลของแกน x ว่าให้แต่ละสเกลห่างกัน 40 ส่วนแกน y ให้สเกลห่างกัน 0.5 การเขียนกราฟทำโดยการเขียนคู่อันดับก่อนจากนั้นจึงนำคู่อันดับที่ได้มาลงจุดในกราฟแล้วลากเส้นเชื่อมต่อด้านได้กราฟเส้นตรง ลักษณะการนำเสนอเป็นการพูดอธิบายแนวคิดประกอบกับการพูดอธิบายในกระดานนำเสนอ ภาษาที่ใช้เป็นภาษาที่ไม่เป็นทางการ พูดเสียงดังฟังชัดตลอดการนำเสนอ

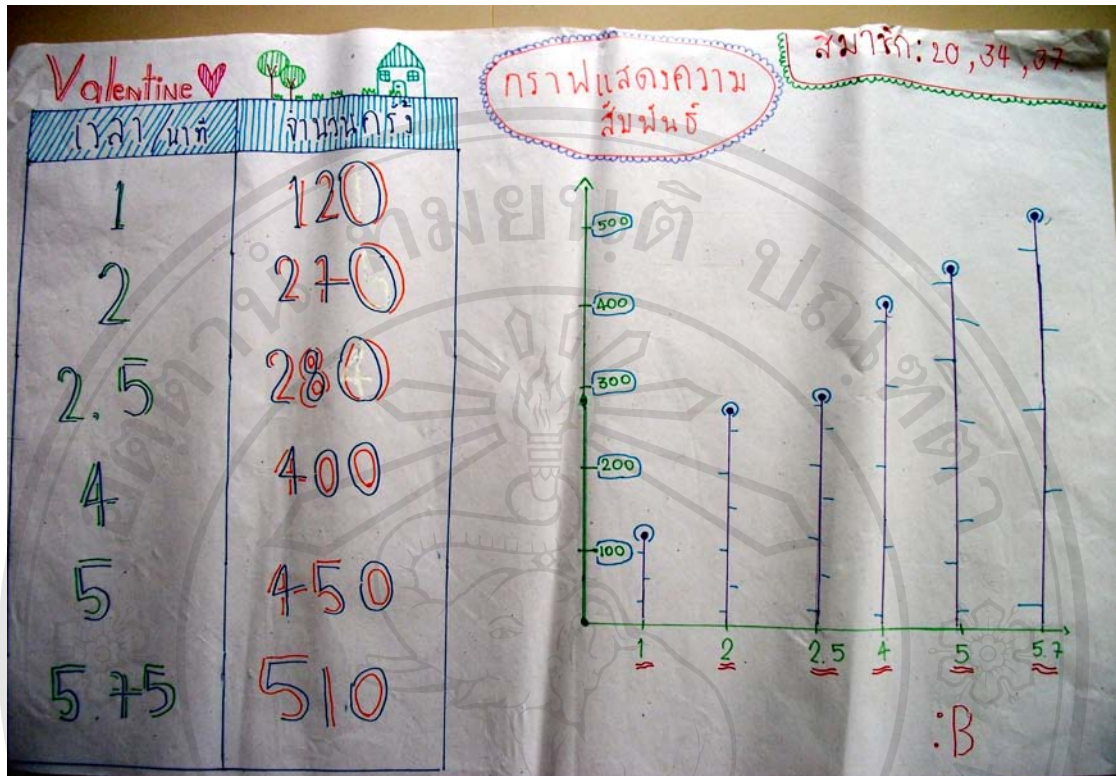
กลุ่ม 3 การนำเสนอเริ่มจากการทักทายผู้ฟัง และชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอครั้งนี้ กีฬาที่กลุ่มนี้ได้เล่นคือ กระโดดเชือก การนำเสนอใช้วิธีการวาดกราฟ เริ่มจากการเขียนแกน กราฟโดยให้แกน x

แทนจำนวนครั้งในการกระโดดเชือก แกน y แทนเวลา กราฟของกลุ่มนี้มีลักษณะเป็นจุดไม่มีการลากเส้นเชื่อมต่อระหว่างจุดแต่ละจุดบนกราฟ (ดังรูป 5)



รูป 5 ตัวอย่างกราฟที่ไม่มีการลากเส้นเชื่อมต่อระหว่างจุดแต่ละจุด

กลุ่ม 4 การนำเสนอไม่มีการทักทายและชี้แจงวัตถุประสงค์เหมือนกลุ่มอื่น กีฬาที่กลุ่มนี้ได้คือการเตะลูกบาสเกตบอล การนำเสนอเริ่มจากการอธิบายถึงแก่นนอนหรือแกน x แทนเวลา ส่วนแกนตั้งหรือแกน y แทนจำนวนครั้ง แต่นักเรียนไม่เขียนกำกับไว้ในกราฟด้วย เมื่อพิจารณาจากสเกลกราฟพบว่าการเขียนสเกลของแกน x และแกน y นั้นผิดพลาดเนื่องจากระยะห่างระหว่างสเกลไม่เท่ากัน แต่นักเรียนที่นำเสนอก็ไม่ได้มีการแก้ไข ลักษณะกราฟที่นักเรียนเขียนก็ไม่ถูกต้อง (ดังรูป) การนำเสนอส่วนใหญ่เป็นการอ่านจากกระดาษนำเสนอ นักเรียนที่นำเสนอไม่มีความมั่นใจ พูดด้วยน้ำเสียงที่เบาและยังไม่ชัดเจน



รูป 6 ตัวอย่างกราฟที่มีระยะห่างระหว่างสเกลไม่เท่ากัน

หลังจากที่นักเรียนทั้ง 4 กลุ่มนำเสนอเรียบร้อยแล้ว ครูผู้วิจัยเปิดประเด็นการอภิปรายว่า จากกราฟที่เพื่อนนำเสนอมีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร มีนักเรียนตอบว่ากราฟของกลุ่ม 1 กับกลุ่ม 2 มีลักษณะเหมือนกันคือเป็นเส้นตรงเหมือนกัน ส่วนกราฟของกลุ่ม 3 ไม่ได้ลากเส้นเชื่อมต่อระหว่างจุด ส่วนกราฟของกลุ่ม 4 มีลักษณะเหมือนต้นถั่ว นั่นคือ ไม่มีการลากเส้นเชื่อมต่อระหว่างจุด และครูผู้วิจัยให้นักเรียนสังเกตการเขียนสเกลของกราฟว่ามีการเขียนสเกลที่ผิดพลาดอย่างไร ซึ่งมีนักเรียนบอกได้ว่าการเขียนสเกลกราฟของกลุ่ม 4 ไม่ถูกต้องเพราะระยะห่างของสเกลไม่เท่ากัน และไม่ได้เขียนกำกับไว้ว่าแกน x และแกน y แทนปริมาณของอะไรจึงทำให้อ่านกราฟไม่ได้ เพื่อนในห้องแนะนำให้เขียนระยะห่างเท่าๆกันเหมือนกับกลุ่มที่ 1, 2, 3 จากนั้นครูผู้วิจัยถามความแตกต่างของวิธีการกำหนดความสัมพันธ์ของแกน x กับแกน y ว่ากลุ่มใดที่เขียนเหมือนกัน นักเรียนส่วนใหญ่ตอบได้ว่ากลุ่ม 1 กับกลุ่ม 3 กำหนดให้แกน x แทนจำนวนครั้ง แกน y แทนเวลา ส่วนกลุ่ม 2 กับกลุ่ม 4 เขียนเหมือนกันโดยกำหนดให้แกน x แทนเวลา แกน y แทนจำนวนครั้ง จากนั้นครูผู้วิจัยให้นักเรียนช่วยกันบอกความแตกต่างของกราฟกลุ่ม 2 ที่มีการลากเส้นเชื่อมกับกลุ่ม 3 ที่ไม่ได้ลากเส้นเชื่อมว่ามีความแตกต่างกันอย่างไร นักเรียนอธิบายว่ากราฟที่ลากเส้นเชื่อมแสดง

ถึงความต่อเนื่องส่วนกราฟที่ไม่ได้ลากเส้นเชื่อมไม่มีความต่อเนื่อง พร้อมทั้งยกตัวอย่างว่าถ้าต้องการทราบว่าเวลา 2 นาที 50 วินาที กระโดดเชือกได้กี่ครั้ง กลุ่ม 2 เราสามารถบอกได้ว่ากระโดดได้ประมาณ 65 ครั้งเพราะดูจากเส้นกราฟ แต่กลุ่ม 3 ไม่สามารถบอกได้ว่า 2 นาที 50 วินาทีกระโดดเชือกได้กี่ครั้งเพราะไม่มีเส้นกราฟเชื่อมต่อไว้

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบสังเกตพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ ดังตาราง 5 ตาราง 5 ผลของพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ เรื่องคู่อันดับและกราฟ ในกิจกรรมกีฬามหาสนุก

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
<p>- การใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง (Redirection)</p>	<p>การพูดอธิบายโดยใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> - ในการอภิปรายมีนักเรียนพูดเปรียบเทียบลักษณะกราฟของกลุ่ม 4 บอกว่ากราฟมีลักษณะเหมือนต้นถั่ว นั่นคือ ไม่มีการลากเส้นเชื่อมต่อระหว่างจุด และอธิบายถึงการเขียนสเกลของกราฟไม่ถูกต้อง เพราะระยะห่างของสเกลไม่เท่ากัน - นักเรียนอภิปรายถึงความแตกต่างของกราฟกลุ่ม 2 ที่มีการลากเส้นเชื่อมกับกลุ่ม 3 ที่ไม่ได้ลากเส้นเชื่อมว่ามีความแตกต่างกัน โดยอธิบายว่ากราฟที่ลากเส้นเชื่อมแสดงถึงความต่อเนื่อง ส่วนกราฟที่ไม่ได้ลากเส้นเชื่อมไม่มีความต่อเนื่อง

ตาราง 5 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
<p>- การตระหนักถึงความผิดพลาด (Particularization)</p>	<p>พร้อมทั้งยกตัวอย่างว่าถ้าต้องการทราบว่าจะใช้เวลา 2 นาที 50 วินาที กระโดดเชือกได้กี่ครั้ง กลุ่ม 2 เราสามารถบอกได้ว่ากระโดดได้ประมาณ 65 ครั้งเพราะดูจากเส้นกราฟ แต่กลุ่ม 3 ไม่สามารถบอกได้ว่า 2 นาที 50 วินาทีกระโดดเชือกได้กี่ครั้ง เพราะไม่มีเส้นกราฟเชื่อมต่อไว้</p> <p>การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนกลุ่ม 4 นำเสนอจำนวนการเคาะลูกบาศก์กับเวลา โดยกำหนดให้แกนนอนหรือแกน x แทนเวลา ส่วนแกนตั้งหรือแกน y แทนจำนวนครั้ง - นักเรียนอภิปรายถึงความแตกต่างของกราฟกลุ่ม 2 ที่มีการลากเส้นเชื่อมกับกลุ่มที่ 3 ที่ไม่ได้ลากเส้นเชื่อมว่ามีความแตกต่างกัน โดยอธิบายว่ากราฟที่ลากเส้นเชื่อมแสดงถึงความต่อเนื่อง เรียกว่ากราฟเส้นตรง ส่วนกราฟที่ไม่ได้ลากเส้นเชื่อมไม่มีความต่อเนื่องเรียกว่ากราฟจุด

ตาราง 5 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
	<p>การพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการเขียนกราฟว่า ต้องกำหนดสเกลให้เท่ากันในแต่ละแกนของกราฟ และสรุปได้ว่ากราฟที่มีลักษณะเป็นจุดแสดงถึงความไม่ต่อเนื่อง ส่วนกราฟที่มีลักษณะเป็นเส้นตรงแสดงถึงความต่อเนื่องของกราฟ

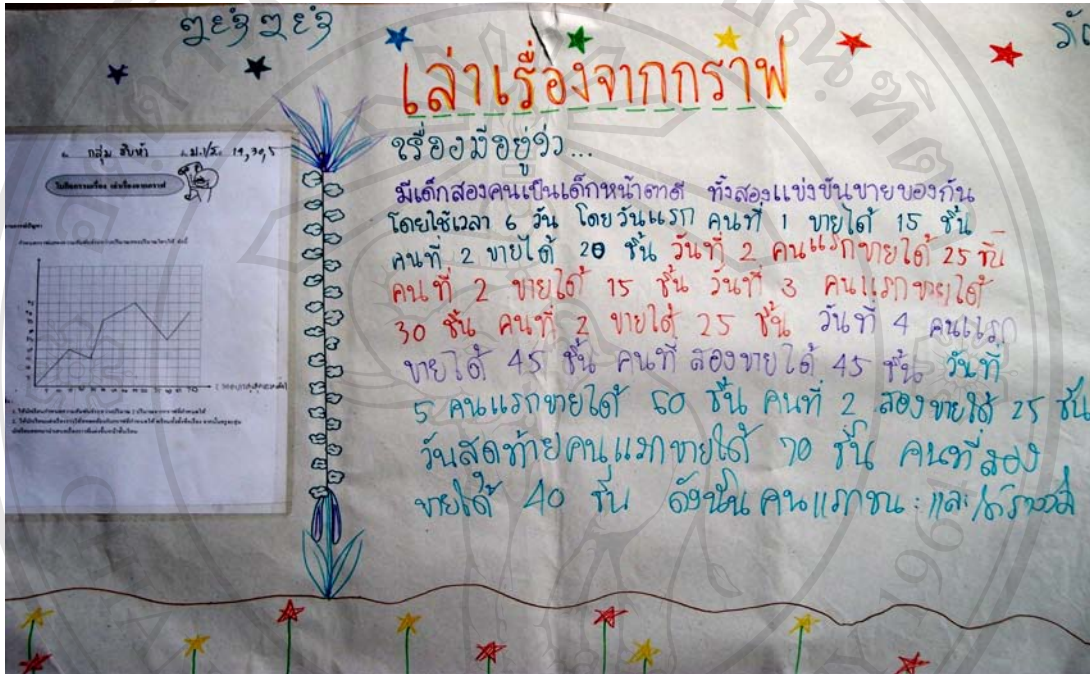
จากแบบสังเกตพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดโดยใช้กลยุทธ์การใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง และการตระหนักถึงความผิดพลาด ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด คือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมสื่อสารโดยการพูดอธิบายโดยใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผลซึ่งไม่ได้กำหนดไว้ในวัตถุประสงค์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่องคู่อันดับและกราฟ

ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครู แบบบันทึกพฤติกรรมสื่อสารด้านการพูดของนักเรียน ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครูผู้วิจัยในการจัดกิจกรรมเล่าเรื่องจากกราฟ ผลของ พฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนแต่ละกลุ่มเป็นดังนี้

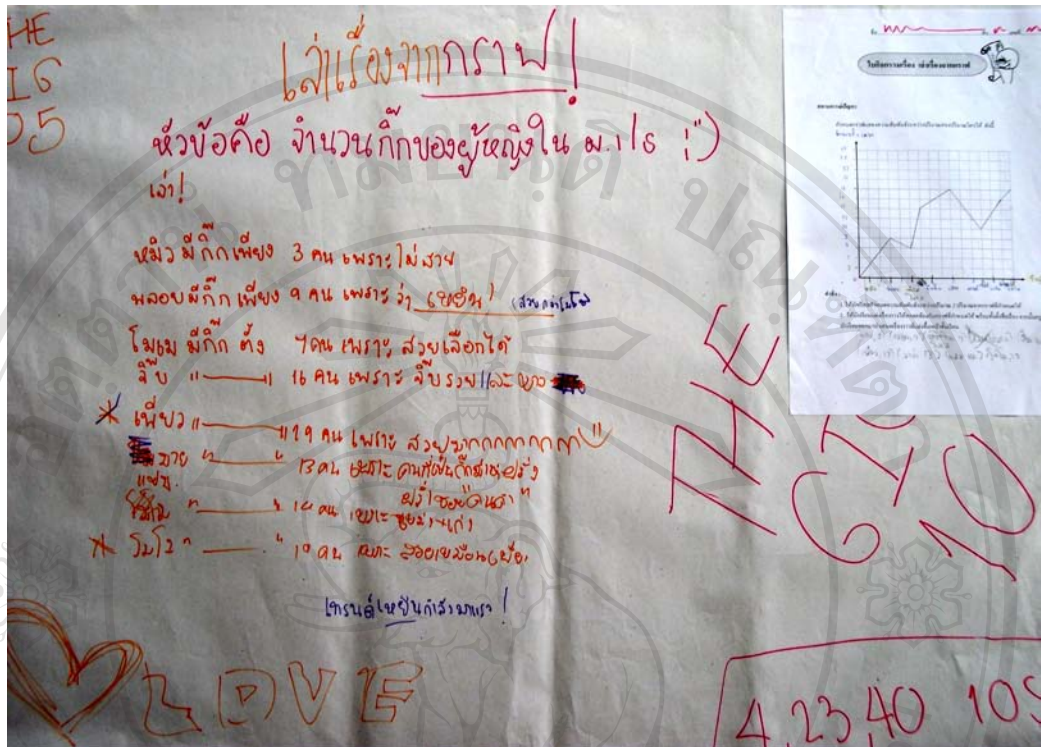
กลุ่ม 1 การนำเสนอเริ่มด้วยการพูดทักทาย มีการชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอ มีชื่อเรื่องว่า “แข่งขันขายสินค้า” ความสัมพันธ์ของกลุ่มนี้เป็นความสัมพันธ์ของยอดการขายสินค้าของคน 2 คน โดยให้แกน x แทนยอดขายสินค้าของคนที่ 1 และแกน y แทนยอดการขายสินค้าของคนที่ 2 นักเรียนกลุ่มนี้ใช้วิธีการอ่านกราฟจากแกน x เปรียบเทียบกับการอ่านกราฟในแกน y เล่าเรื่องราวว่าทั้งสองคนใครที่สามารถขายสินค้าได้ปริมาณมากกว่ากันในระยะเวลา 6 วัน เมื่อนำยอดขายสินค้าทั้งหมดมารวมกันผลปรากฏว่า คนที่ 1 มียอดขายสินค้ามากกว่าคนที่ 2 ดังนั้นจึงชนะการแข่งขันในครั้งนี้

จากการตรวจสอบพบว่านักเรียนสามารถเขียนสเกลในแกน x และแกน y ได้ถูกต้องและสามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้ (ดังรูป 7) การนำเสนอของกลุ่มนี้เป็นการอ่านจากกระดาษนำเสนอสลับกับการพูดเล่าเรื่องราว ภาษาที่ใช้เป็นภาษาอย่างไม่เป็นทางการ เข้าใจง่าย พูดเสียงดังฟังชัด มีการเปิดโอกาสให้เพื่อนๆ มีส่วนร่วมในการนำเสนอ



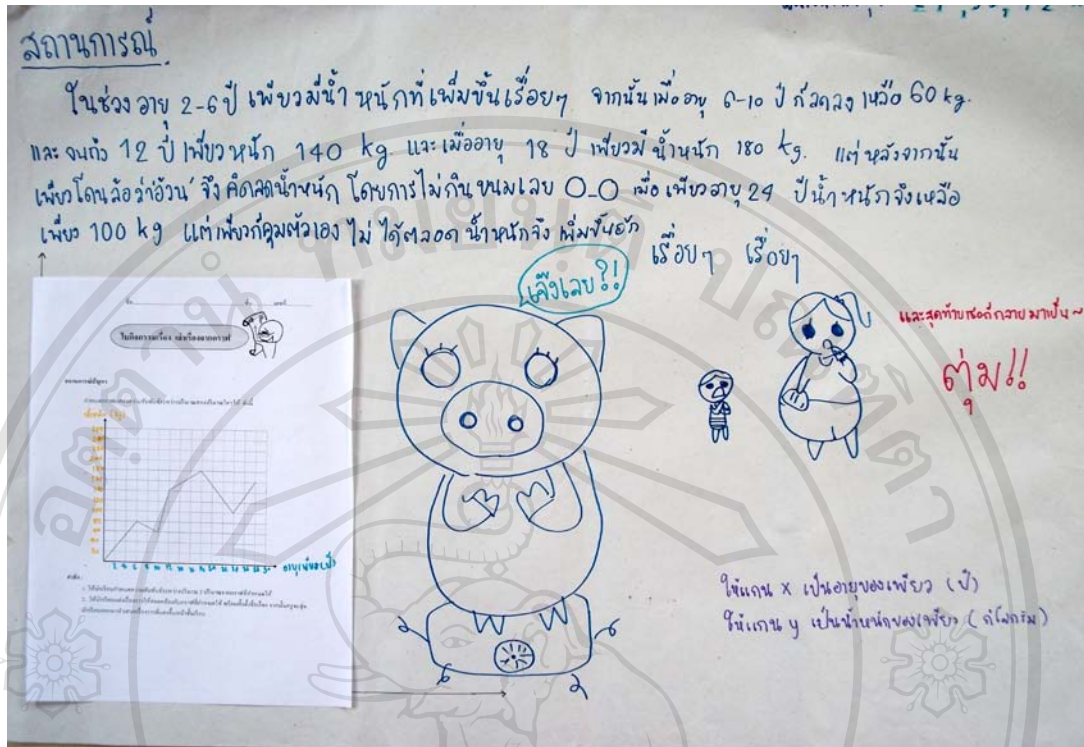
รูป 7 เล่าเรื่องจากกราฟ “แข่งขันขายสินค้า”

กลุ่ม 2 การนำเสนอไม่ได้เริ่มด้วยการแนะนำตัวและชี้แจงวัตถุประสงค์ แต่เริ่มจากการนำเสนอชื่อเรื่องคือ “จำนวนกิกของผู้หญิงใน ม.1/5” นักเรียนกลุ่มนี้กำหนดความสัมพันธ์ให้แกน x แทนชื่อคน ส่วนแกน y แทนจำนวนกิก สเกลของแกน x และแกน y มีระยะห่างอย่างละ 2 หน่วย จากการตรวจสอบพบว่านักเรียนกำหนดสเกลได้ถูกต้อง (ดังรูป 8) การนำเสนอของกลุ่มเป็นการพูดพร้อมทั้งแสดงความคิดเห็นส่วนตัวของผู้นำเสนอ ก่อนข้างมีความมั่นใจในตนเอง ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย พูดเสียงดังฟังชัด สามารถพูดนำเสนอให้เพื่อนๆ ในห้องมีส่วนร่วมและคล้อยตามเรื่องราวที่นำเสนอได้เป็นอย่างดี



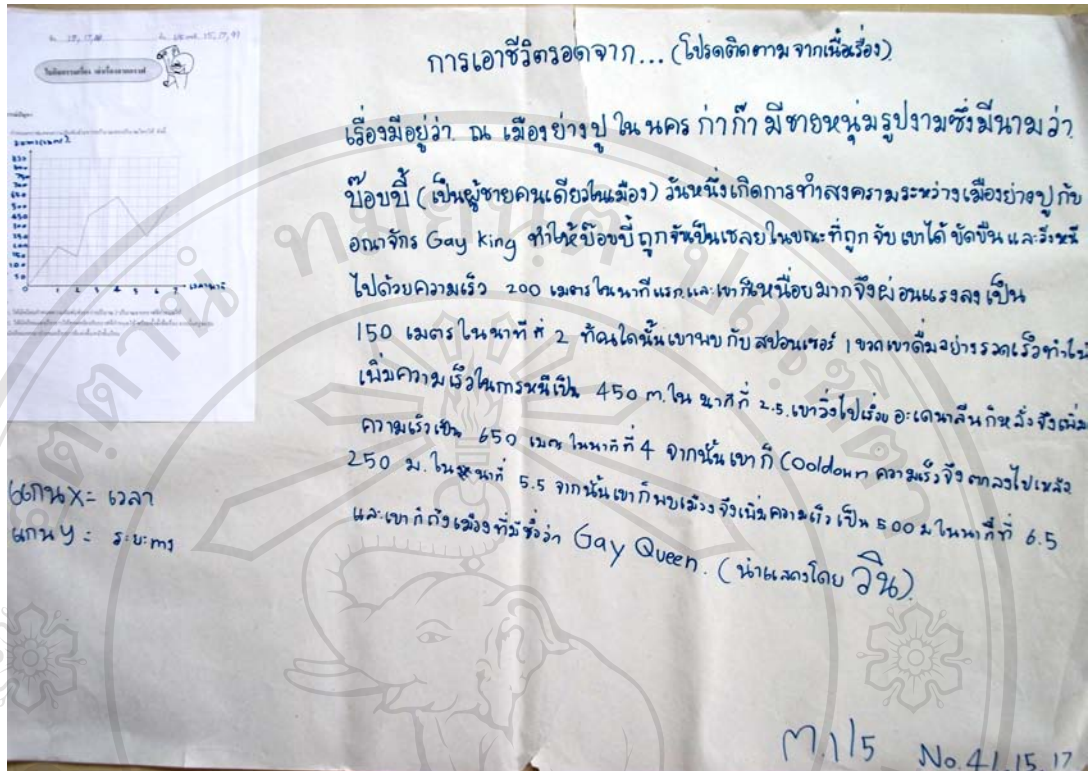
รูป 8 เล่าเรื่องจากกราฟ “จำนวนก๊ิกของผู้หญิงใน ม. 1/5”

กลุ่ม 3 การนำเสนอเริ่มต้นด้วยการทักทายผู้ฟัง และชี้แจงวัตถุประสงค์ก่อนนำเสนอ ชื่อเรื่องคือ “น้ำหนักของเพียว” นักเรียนกลุ่มนี้กำหนดความสัมพันธ์ให้แกน x แทนอายุของเพียว (ปี) ส่วนแกน y แทนน้ำหนักของเพียว (กิโลกรัม) สเกลของแกน x มีระยะห่างอย่างละ 2 ส่วนสเกลของแกน y มีระยะห่างอย่างละ 20 จากการตรวจสอบพบว่านักเรียนกำหนดสเกลได้ถูกต้อง (ดังรูป 9) การนำเสนอของกลุ่มนี้มีลักษณะการพูดนำเสนอ อ่านค่าจากกราฟ และมีการพูดแสดงความความคิดเห็นของตนเองสอดแทรกระหว่างการนำเสนอ นักเรียนใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย พูดเสียงดังฟังชัด สร้างบรรยากาศที่ดีในการนำเสนอ



รูป 9 เล่าเรื่องจากกราฟ “น้ำหนักของเพ็ชร์”

กลุ่ม 4 การนำเสนอเริ่มต้นด้วยการทักทายผู้ฟัง และชี้แจงวัตถุประสงค์ก่อนการนำเสนอ เรื่องนี้มีชื่อว่า “การหนีเอาชีวิตรอด” นักเรียนกลุ่มนี้กำหนดความสัมพันธ์ให้แกน x แทนเวลา (นาทีก) ส่วนแกน y แทนระยะทาง (เมตร) สเกลของแกน x มีระยะจาก 0 ถึง 1 ห่างกัน 3 ช่อง จากนั้นห่างกันอย่างละ 2 ช่องไปเรื่อยๆ ส่วนสเกลของแกน y มีระยะห่าง 50 เมตร จากการตรวจสอบครูผู้วิจัยพบว่านักเรียนกำหนดสเกลของแกน x ไม่ถูกต้องเพราะระยะห่างไม่เท่ากัน แต่นักเรียนไม่ทราบว่าสเกลของแกน x ไม่ถูกต้อง ส่วนแกน y นักเรียนสามารถกำหนดสเกลได้อย่าง (ดังรูป 10) การนำเสนอของกลุ่มนี้เป็นการอ่านเรื่องราวที่เขียนไว้ในกระดาษนำเสนอเป็นส่วนใหญ่สลับกับการพูดอธิบายกราฟ มีบางครั้งที่ผู้นำเสนอสอดแทรกมุกตลกเพื่อเรียกร้องความสนใจจากผู้ฟัง นักเรียนใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย พูดเสียงดังฟังชัด สร้างบรรยากาศที่ดีในการนำเสนอ



รูป 10 เล่าเรื่องจากกราฟ “การหนีเอาชีวิตรอด”

หลังจากที่ 4 กลุ่มพูดนำเสนอเรียบร้อยแล้ว ครูผู้วิจัยเปิดประเด็นการอภิปรายโดยให้นักเรียนพูดอธิบายให้เพื่อนฟังเกี่ยวกับแนวคิดในการแต่งเรื่องราวของแต่ละกลุ่มแต่งซึ่งมีลักษณะแตกต่างกัน ในระหว่างที่แต่งเรื่องราวต่าง ๆ นักเรียนคิดถึงสิ่งใดบ้างให้พูดอธิบายให้เห็นภาพ นักเรียนตอบอย่างหลากหลาย เช่น ในการแต่งเรื่องคิดจากสิ่งแวดล้อมที่อยู่ใกล้ตัว คิดจากประสบการณ์หรือสิ่งที่เคยพบเห็นในชีวิตประจำวัน คิดเรื่องจากจินตนาการของตนเอง เป็นต้น จากนั้นครูถามนักเรียนว่านักเรียนเห็นความเหมือนหรือความแตกต่างจากการแต่งเรื่องจากกราฟที่กำหนดให้ มีนักเรียนคนหนึ่งตอบว่ากลุ่ม 1 อ่านกราฟทั้งแนวนอนและแนวตั้ง โดยกำหนดให้แกน x แทนยอดขายสินค้าของคนที่ 1 และแกน y แทนยอดการขายสินค้าของคนที่ 2 ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของแกน x แกน y เหมือนกัน แตกต่างจากอีก 3 กลุ่มที่กำหนดความสัมพันธ์ของแกน x และแกน y แตกต่างกันไป มีนักเรียนคนหนึ่งทักท้วงขึ้นว่ากลุ่ม 2 เล่าเรื่องจากกราฟไม่ถูกต้องหรือไม่ เพราะกลุ่ม 2 กำหนดความสัมพันธ์ให้แกน x แทนชื่อคน ส่วนแกน y แทนจำนวนก็ กราฟควรมีลักษณะเป็นจุด ไม่ใช่เป็นเส้น เหมือนที่เคยเรียนไปในชั่วโมงที่แล้วว่ากราฟที่มีลักษณะเป็นจุดแสดงความสัมพันธ์ที่ไม่ต่อเนื่องแต่กราฟที่มีลักษณะเป็นเส้นตรงแสดงความสัมพันธ์ที่ต่อเนื่อง ดังนั้นจำนวนนักเรียนหญิง

กับจำนวนก็จึงน่าจะเป็นความสัมพันธ์ที่ไม่ต่อเนื่อง เมื่อนักเรียนคนนี้นำเสนอแนวคิดของตนเองก็มีเพื่อนอีกจำนวนมากที่แสดงความคิดเห็นคล้ายตาม มีนักเรียนคนหนึ่งกล่าวว่าเราไม่สามารถมีอีกคนหนึ่งครั้งได้ดังนั้นจึงเป็นความสัมพันธ์ที่ไม่ต่อเนื่อง เรื่องราวของกลุ่ม 2 จึงไม่สอดคล้องกับกราฟที่กำหนดให้ ครูผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายแสดงความคิดเห็นต่อว่ามีใครมองเห็นประเด็นอื่นอีกบ้าง แต่ไม่มีนักเรียนคนใดแสดงความคิดเห็นครูผู้วิจัยจึงกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตการเขียนสเกลของกราฟว่ามีกลุ่มใดบ้างหรือไม่ที่เขียนสเกลกราฟผิด จนมีนักเรียนหญิงคนหนึ่งทักท้วงว่านักเรียนกลุ่ม 4 เขียนสเกลของแกน x ไม่ถูกต้อง เพราะระยะห่างไม่เท่ากัน เมื่อเพื่อนในห้องสังเกตเห็นก็พบว่าสเกลของแกน x ไม่ถูกต้องจริงจึงช่วยกันแก้ไขให้ถูกต้อง

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบสังเกตพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ ดังตาราง 6 ตาราง 6 ผลของพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ เรื่องคู่อันดับและกราฟ ในกิจกรรมเล่าเรื่องจากกราฟ

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
- การพูดอธิบายให้เห็นภาพ (Illustration)	<p>การพูดอธิบายคณิตศาสตร์โดยการใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> - เมื่อกำหนดกราฟมาให้ให้นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ของกราฟและนำเสนอเรื่องราวโดยส่วนใหญ่จะเป็นเรื่องใกล้ตัว เป็นประสบการณ์หรือสิ่งที่เคยพบเห็นในชีวิตประจำวัน หรือเรื่องราวจากจินตนาการของตนเอง ซึ่งสามารถถ่ายทอดออกมาให้เห็นเป็นรูปธรรมและยกตัวอย่างประกอบทำได้

ตาราง 6 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
	<p>การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนสามารถนำเสนอเรื่องราวได้อย่างเป็นลำดับขั้นตามลักษณะกราฟที่กำหนดให้ เช่น นักเรียนกลุ่ม 3 ที่นำเสนอเรื่อง “น้ำหนักของเพ็ช ” เล่าเรื่องราวการขึ้นลงของน้ำหนักตามลักษณะกราฟอย่างถูกต้องและเป็นลำดับชัดเจน <p>การพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล</p> <ul style="list-style-type: none"> - ในระหว่างการอภิปรายมีนักเรียนเปิดประเด็นการอภิปรายวิธีการกำหนดความสัมพันธ์ของกลุ่ม 2 ที่กำหนดความสัมพันธ์ให้แกน x แทนชื่อคนส่วนแกน y แทนจำนวนกิ๊ก แล้วเขียนกราฟที่มีลักษณะเป็นเส้นตรงนักเรียนได้อ้างถึงกิจกรรมการเรียนในคาบที่ผ่านมาว่า กราฟที่มีลักษณะเป็นจุดแสดงความสัมพันธ์ที่ไม่ต่อเนื่องแต่กราฟที่มีลักษณะเป็นเส้นตรงแสดงความสัมพันธ์ที่ต่อเนื่อง ดังนั้นจำนวนนักเรียนหญิงกับจำนวนกิ๊กจึงน่าจะเป็นความสัมพันธ์ที่ไม่ต่อเนื่อง กราฟจึงควรลักษณะเป็นจุด

จากแบบสังเกตพฤติกรรมกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดโดยใช้กลยุทธ์การพูดอธิบายให้เห็นภาพ ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด คือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมกรรมการสื่อสารโดยการพูดอธิบายโดยใช้ตัวอย่างหรือ ภาพประกอบ การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น และเกิดพฤติกรรมกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไม่ผู้ผลลัพ์อย่างสมเหตุสมผล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่องคู่อันดับและกราฟ

ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครู แบบบันทึกพฤติกรรมกรรมการสื่อสารด้านการพูดของนักเรียน ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครูผู้วิจัยในการจัดกิจกรรมโปรโมชันไหนคุ้มกว่ากัน พิจารณาจากการเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของโปรโมชันทั้งสองแล้วให้แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอ ผลจากพฤติกรรมกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนแต่ละกลุ่มเป็นดังนี้

กลุ่ม 1 การนำเสนอเริ่มต้นด้วยการทักทายและชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอครั้งนี้ นักเรียนได้พูดนำเสนอแนวคิดในการตอบคำถามข้อ 1 ที่ให้เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายกับเวลาที่ใช่ของโปรโมชันที่ 1 และ โปรโมชันที่ 2 เมื่อใช้เวลาโทร 25, 50, 75 และ 100 นาที นักเรียนกล่าวว่าก่อนจะเขียนกราฟต้องหาคู่อันดับก่อน โดยหาค่าใช้จ่ายของโปรโมชันที่ 1 ในการโทร 25 นาทีจะต้องเสียเงิน 225 บาท คิดจาก $(25 \times 3) + 150 = 225$ ถ้าโทร 50 จะต้องเสียเงิน 300 บาท คิดจาก $(50 \times 3) + 150 = 300$ ถ้าโทร 75 และ 100 นาที จะต้องเสียเงิน 375 และ 450 บาท ตามลำดับซึ่งมีวิธีคิดในทำนองเดียวกัน จะได้คู่อันดับ (25,225) (50,300) (75,375) (100,450) นำคู่อันดับมาเขียนกราฟโดยกำหนดให้แกน x แทนเวลาในการโทร (นาที) แกน y แทนค่าใช้จ่ายในการโทร (บาท) เมื่อนำเสนอกราฟของโปรโมชันที่ 1 เสร็จนักเรียนมีการตรวจสอบความเข้าใจของเพื่อน โดยถามเพื่อนว่าเข้าใจในสิ่งที่ตนเองพูดอธิบายหรือไม่ เมื่อเพื่อนตอบว่าเข้าใจ จากนั้นนักเรียนอีกคนจึงนำเสนอแนวคิดค่าใช้จ่ายกับเวลาที่ใช่ของโปรโมชันที่ 2 ในการโทร 25 นาทีจะต้องเสียเงิน 125 บาท คิดจาก $25 \times 5 = 125$ ถ้าโทร 50 จะต้องเสียเงิน 250 บาท คิดจาก $50 \times 5 = 250$ ถ้าโทร 75 และ 100 นาที จะต้องเสียเงิน 375 และ 500 บาทตามลำดับซึ่งมีวิธีคิดในทำนองเดียวกัน จะได้คู่อันดับ (25,125) (50,250) (75,375) (100,500) นำคู่อันดับที่ได้มาเขียนกราฟโดยกำหนดให้แกน x แทนเวลาในการโทร (นาที) แกน y แทนค่าใช้จ่ายในการโทร (บาท) ถ้าแผนเค็กต้องการโทรมากใช้เวลาโทรอย่างต่ำประมาณ 200 นาที ในแต่ละเดือน ควรเลือกโปรโมชัน 1 เพราะเสียค่าใช้จ่ายน้อยกว่า แนวคิดคือใช้วิธีการคำนวณแล้วเปรียบเทียบกัน ถ้าต้องการโทรน้อย โทรแต่ละเดือนไม่

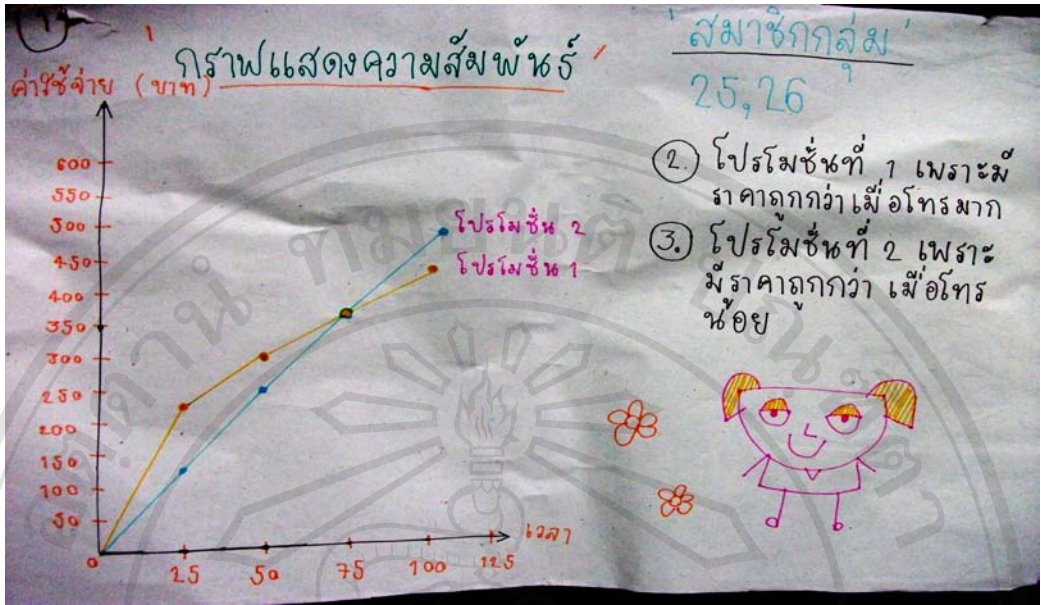
เกิน 50 นาที ควรเลือกใช้โปรโมชันที่ 2 คิดโดยใช้การคำนวณเช่นกัน การนำเสนอของนักเรียนกลุ่มนี้ใช้วิธีพูดอธิบายแนวคิด ภาษาที่ใช้ไม่เป็นทางการ เข้าใจง่าย เสียงดังฟังชัดตลอดการนำเสนอ

กลุ่ม 2 การนำเสนอเริ่มต้นด้วยการทักทาย แนะนำตัวเอง และชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอครั้งนี้ กลุ่มนี้เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายกับเวลาที่ใช้ของโปรโมชันที่ 1 และ โปรโมชันที่ 2 โดยใช้แกนกราฟร่วมกัน การนำเสนอเริ่มจากการกำหนดแกนกราฟให้แกน x แทนเวลา (นาที) แกน y แทน ค่าใช้จ่าย (บาท) และนำเสนอค่าใช้จ่ายที่จะต้องเสียในการ โทร 25, 50, 75 และ 100 นาที ของทั้งสอง โปรโมชัน ซึ่งคำตอบที่ได้เหมือนกลุ่ม 1 จากนั้นนักเรียนคนที่สองนำเสนอแนวคิดในการตอบคำถามข้อ 2 ถ้าแพนเค้กต้องการโทรมากใช้เวลาโทรอย่างต่ำประมาณ 200 นาที ในแต่ละเดือน ควรเลือกโปรโมชัน 1 เพราะเสียค่าใช้จ่ายน้อยกว่า ถ้าต้องการโทรน้อยโทรแต่ละเดือนไม่เกิน 50 นาที ควรเลือกใช้โปรโมชันที่ 2 คิด แนวคิดในการตอบคำถามใช้วิธีการเปรียบเทียบกราฟ เมื่อเขียนกราฟทั้งสองโดยใช้แกนกราฟร่วมกันเมื่อพิจารณาจากกราฟ พบว่า ถ้าโทรมากกว่า 75 นาทีขึ้นไปกราฟลดลงต่ำกว่าโปรโมชันที่ 2 แสดงว่าค่าใช้จ่ายในการโทรของโปรโมชันที่ 1 จะถูกกว่า แต่ถ้าพิจารณากราฟในช่วงที่น้อยกว่า 75 นาที กราฟของโปรโมชันที่ 2 จะอยู่ต่ำกว่าโปรโมชันที่ 1 แสดงว่าค่าใช้จ่ายในการโทรของโปรโมชันที่ 2 ถูกกว่านั่นเอง การนำเสนอจะเป็นการอ่านจากกราฟที่เขียนในกระดาษนำเสนอสลับกับการพูดอธิบายแนวคิดในการตอบคำถามโดยใช้วิธีการเปรียบเทียบจากกราฟ ภาษาที่ใช้ในการนำเสนอไม่เป็นทางการ เข้าใจง่าย น้ำเสียงค่อนข้างเบา และยังไม่ค่อยมั่นใจในการนำเสนอเท่าที่ควร

กลุ่ม 3 การนำเสนอเริ่มจากการพูดทักทาย แนะนำตัวและชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอครั้งนี้ เริ่มนำเสนอลักษณะ กราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายกับเวลาที่ใช้ของโปรโมชันที่ 1 และ โปรโมชันที่ 2 โดยกลุ่มนี้เขียนกราฟ 3 กราฟคือ เขียนกราฟของโปรโมชันที่ 1 และโปรโมชันที่ 2 แยกกันเป็น 2 กราฟ แล้วนำกราฟของโปรโมชันทั้งสองมาเขียนเปรียบเทียบโดยใช้แกนกราฟร่วมกัน นักเรียนกลุ่มนี้ใช้วิธีการอ่านกราฟจากกระดาษนำเสนอทั้งสองโปรโมชัน และพูดอธิบายแนวคิดในการเขียนกราฟซึ่งมีลักษณะคล้ายกับกลุ่ม 1 จากนั้นนำเสนอแนวคิดในการตอบคำถามข้อ 2 ถ้าแพนเค้กต้องการโทรมากใช้เวลาโทรอย่างต่ำประมาณ 200 นาที ในแต่ละเดือน ควรเลือกโปรโมชัน 1 เพราะเสียค่าใช้จ่ายน้อยกว่า ใช้วิธีการดูจากกราฟ ส่วนคำถามข้อ 3 ถ้าต้องการโทรน้อย โทรแต่ละเดือนไม่เกิน 50 นาที ควรเลือกใช้โปรโมชันที่ 2 แนวคิดในการตอบคำถามใช้วิธีการคำนวณเหมือนกลุ่ม 1 การนำเสนอเป็นการอ่านจากกระดาษนำเสนอสลับกับการพูดนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา ภาษาที่ใช้ในการนำเสนอไม่เป็นทางการ นักเรียนที่พูดนำเสนอพูดค่อนข้างเร็ว และยังไม่ค่อยมั่นใจในการนำเสนอเท่าที่ควร

กลุ่ม 4 การนำเสนอเริ่มจากการพูดทักทาย แนะนำตัวและชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอครั้งนี้ กราฟของกลุ่มนี้เป็นกราฟที่ใช้แกน x ร่วมกัน แต่ใช้แกน y ต่างกัน วิธีการเขียนกราฟก็เหมือนกับกลุ่มอื่นๆ คือเริ่มจากการกำหนดแกน x แทนเวลาและกำหนดแกน y แทนค่าใช้จ่าย แล้วเขียนกราฟของทั้งสองโปรแกรม จากนั้นนำเสนอแนวคิดในการตอบคำถามข้อ 2 ถ้าแพนเค้กต้องการโทรมากใช้เวลาโทรอย่างต่ำประมาณ 200 นาที ในแต่ละเดือน ควรเลือกโปรแกรม 1 เพราะเสียค่าใช้จ่ายน้อยกว่า ถ้าต้องการโทรน้อย โทรแต่ละเดือนไม่เกิน 50 นาที ควรเลือกใช้โปรแกรมที่ 2 แนวคิดในการตอบคำถามใช้วิธีการคำนวณแล้วนำมาเปรียบเทียบเหมือนกลุ่ม 1 ลักษณะการนำเสนอเป็นการพูดอธิบายแนวคิด ภาษาที่ใช้ในการนำเสนอไม่เป็นทางการ เข้าใจง่าย เสียงดังฟังชัดตลอดการนำเสนอ

หลังจากทั้ง 4 กลุ่มนำเสนอเรียบร้อยแล้ว ครูผู้วิจัยให้นักเรียนพิจารณากราฟของเพื่อนบนกระดานแล้วถามว่ากราฟของกลุ่มใดน่าจะเป็นตัวแทนการเขียนกราฟ 2 กราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณเดียวกันได้ดีที่สุด นักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าการเขียนกราฟโดยใช้แกนกราฟร่วมกันเนื่องจากสามารถนำไปเปรียบเทียบได้ง่าย (ดังรูป 11) มีนักเรียนถามว่าถ้าอย่างนั้นในการตอบคำถาม 2 และ 3 เราก็ไม่ต้องใช้วิธีการคำนวณแต่ใช้วิธีการดูกราฟแล้วเปรียบเทียบกันได้หรือไม่ เพื่อนๆในห้องตอบว่าได้ เพราะกลุ่ม 2 ก็ไม่ได้ใช้การคำนวณแต่ตอบคำถามโดยพิจารณาจากกราฟ และจากกราฟของกลุ่ม 2 ไม่ได้เขียนพิกัดจุดกำกับไว้ในกราฟด้วยผิดหรือไม่ มีนักเรียนบอกว่าการเขียนกราฟที่มีความต่อเนื่องกันไม่จำเป็นจะต้องเขียนพิกัดจุดกำกับไว้ก็ได้ เพราะถ้าจะเขียนต้องเขียนพิกัดจำนวนมาก แต่ถ้าเป็นกราฟจุดที่ไม่ต่อเนื่องกันควรเขียนพิกัดจุดกำกับไว้ด้วย ด้วยการพูดอธิบายของนักเรียนคนนี้ทำให้เพื่อนคนอื่นๆเข้าใจมากขึ้น เมื่อครูผู้วิจัยให้นักเรียนพิจารณากราฟของกลุ่มที่ 4 ว่าเหมือนหรือแตกต่างจากกลุ่มอื่นอย่างไร มีนักเรียนคนหนึ่งกล่าวว่า การเขียนกราฟของกลุ่มที่ 4 ยังไม่ถูกต้อง เพราะเราไม่สามารถเขียนโดยใช้แกน x ร่วมกันได้ (ดังรูป 12) เพื่อนๆคนอื่นเห็นด้วย และมีคนเสริมว่าถ้าจะเขียนให้ถูกต้องควรเขียนกราฟโดยใช้แกน x และแกน y ร่วมกัน



รูป 11 ตัวอย่างกราฟที่ใช้แกนกราฟร่วมกัน



รูป 12 ตัวอย่างกราฟที่ใช้แกน x ร่วมกัน

นอกจากนี้ครูผู้วิจัยกระตุ้นให้ นักเรียนพูดสรุปหลักการ เขียนกราฟ 2 กราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณโดยใช้แกนกราฟร่วมกัน ซึ่งนักเรียนสามารถได้ การเขียนกราฟ 2 กราฟที่ใช้แกนกราฟร่วมกันเขียนเหมือนกับการเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสองปริมาณใดๆ เริ่มจาก การเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณทั้งสองในรูปคู่ อันดับ และตกลงก่อนว่าจะให้ปริมาณใดเป็นสมาชิกตัวที่หนึ่ง และปริมาณใดเป็นสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ แล้วให้แกนนอนเป็นแกนแสดงสมาชิกตัวที่ 1 และแกนตั้งเป็นแกนแสดงสมาชิกตัวที่ 2 ของคู่อันดับ แล้วเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณเดียวกันทั้ง 2 กราฟลงในแกนกราฟเดียวกัน

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบสังเกตพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ ดังตาราง 7 ตาราง 7 ผลของพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ เรื่องคู่อันดับและกราฟ ในกิจกรรมโปรโมชันไหนคุ้มกว่ากัน

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
<ul style="list-style-type: none"> - การใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง (Redirection) - การพูดสรุปนัยทั่วไป (Generalization) 	<p>การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายกับเวลาที่ใช้ของโปรโมชันที่ 1 และ โปรโมชันที่ 2 โดยใช้แกนกราฟร่วมกัน และมีการกำหนดแกนกราฟให้แกน x แทนเวลา (นาที) แกน y แทน ค่าใช้จ่าย (บาท) - นักเรียนพูดถึงแนวคิดในการตอบคำถามข้อ 2 เขียนกราฟของโปรโมชันที่ 1 และโปรโมชันที่ 2 โดยใช้แกนกราฟร่วมกัน แล้วนำกราฟมาเปรียบเทียบกัน

ตาราง 7 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
	<p>การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนพูดอธิบายแนวคิดในการเขียนกราฟว่าก่อนจะเขียนกราฟต้องหาคู่อันดับก่อนโดยหาค่าใช้จ่ายของโปรโมชันที่ 1 ในการโทร 25 นาที จะต้องเสียเงิน 225 บาท คิดจาก $(25 \times 3) + 150 = 225$ ถ้าโทร 50 จะต้องเสียเงิน 300 บาท คิดจาก $(50 \times 3) + 150 = 300$ ถ้าโทร 75 และ 100 นาที จะต้องเสียเงิน 375 และ 450 บาทตามลำดับ จะได้คู่อันดับ (25,225) (50,300) (75,375) (100,450) แล้วนำคู่อันดับมาเขียนกราฟ - นักเรียนสามารถพูดอธิบายหลักการเขียนกราฟ 2 กราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณได้อย่างเป็นลำดับขั้น โดยเริ่มจากการเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณทั้งสองในรูปคู่อันดับ และตกลงก่อนว่าจะให้ปริมาณใดเป็นสมาชิกตัวที่หนึ่ง และปริมาณใดเป็นสมาชิกตัวที่สอง แล้วให้แกนนอนเป็นแกนแสดงสมาชิกตัวที่ 1 และแกนตั้งเป็นแกนแสดงสมาชิกตัวที่ 2 ของคู่อันดับ แล้วเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์โดยใช้แกนกราฟร่วมกัน

ตาราง 7 (ต่อ)

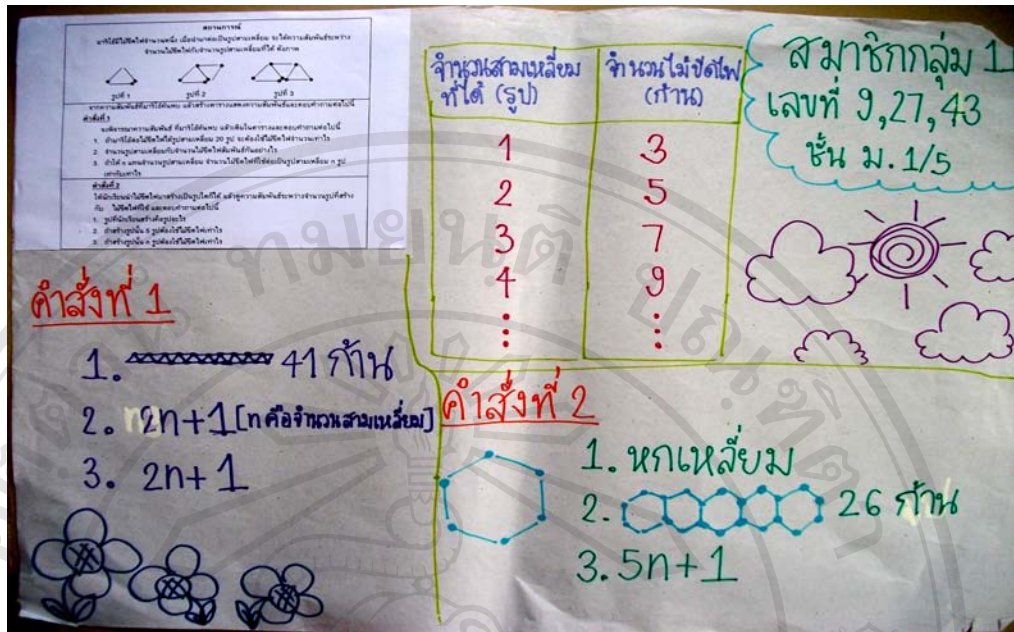
กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
	<p>การพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนสามารถพูดอธิบายเหตุผลในการตอบคำถามข้อ 2 โดยการเปรียบเทียบกราฟว่า ถ้าต้องการโทรมากกว่า 75 นาทีขึ้นไปกราฟลดลงต่ำกว่าโปรโมชันที่ 2 แสดงว่าค่าใช้จ่ายในการโทรของโปรโมชันที่ 1 จะถูกกว่าแต่ถ้าพิจารณากราฟในช่วงที่น้อยกว่า 75 นาที กราฟของโปรโมชันที่ 2 จะอยู่ต่ำกว่าโปรโมชันที่ 1 แสดงว่าค่าใช้จ่ายในการโทรของโปรโมชันที่ 2 ถูกกว่า - ในระหว่างการอภิปรายมีนักเรียนถามว่า กลุ่ม 2 ไม่ได้เขียนพิกัดจุดกำกับไว้บนกราฟด้วยผิดหรือไม่ นักเรียนสามารถบอกว่าการเขียนกราฟที่มีความต่อเนื่องกันไม่จำเป็นจะต้องเขียนพิกัดกำกับไว้ก็ได้ เพราะถ้าจะเขียนต้องเขียนพิกัดจำนวนมาก แต่ถ้าเป็นกราฟจุดที่ไม่ต่อเนื่องกันควรเขียนพิกัดกำกับไว้ด้วย

จากแบบสังเกตพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดโดยใช้กลยุทธ์การใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่างและการพูดสรุปนัยทั่วไป ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด คือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมสื่อสาร โดยการพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นและเกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครู แบบบันทึกพฤติกรรมสื่อสารด้านการพูดของนักเรียน ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครูผู้วิจัยในการจัดกิจกรรมไม่มีขีดไฟเจ้าปัญหาในขั้นของการนำเสนอ ครูผู้วิจัยได้สุ่มนักเรียนออกมานำเสนอจำนวน 4 กลุ่ม โดยคัดเลือกจากผลงานของนักเรียนที่เขียนลงในกระดาษนำเสนอ พฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนแต่ละกลุ่มเป็นดังนี้

กลุ่ม 1 การนำเสนอเริ่มจากการพูดทักทาย แนะนำตนเองและชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอ จากนั้นนักเรียนนำเสนอตาราง ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนไม่มีขีดไฟกับจำนวนรูปสามเหลี่ยมที่ได้แล้วตอบคำถามข้อ 1 ถ้าต่อไม่มีขีดไฟได้รูปสามเหลี่ยม 20 รูป จะต้องใช้ไม่มีขีดไฟจำนวน 41 ก้าน แนวคิดคือ $2(20)+1=41$ ส่วนคำถาม 2 นักเรียนไม่ได้นำเสนอความสัมพันธ์ของจำนวนรูปสามเหลี่ยมกับจำนวนไม่มีขีดไฟแต่เขียนความสัมพันธ์ในรูป $2n+1$ เมื่อ n แทนจำนวนรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเป็นคำตอบของคำถามข้อ 3 ในคำสั่งที่ 2 นักเรียนกลุ่มนี้้นำไม่มีขีดไฟมาสร้างเป็นรูปหกเหลี่ยมต่อกัน และตอบคำถามได้ว่าถ้าต้องการรูปหกเหลี่ยม 5 รูปจะต้องใช้ไม่มีขีดไฟ $5(5)+1 = 26$ ก้าน และถ้าสร้างรูปหกเหลี่ยม n รูป จะต้องใช้ไม่มีขีดไฟ $5n+1$ เมื่อครูผู้วิจัยถามว่าทราบได้อย่างไรว่าถ้าสร้างรูปหกเหลี่ยม n รูป จะต้องใช้ไม่มีขีดไฟ $5n+1$ นักเรียนกล่าวว่าสังเกตจากความสัมพันธ์ของรูปหกเหลี่ยมที่เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนสามารถสรุปได้เป็น $5n+1$ (ดังรูป 13) ส่วนใหญ่นักเรียนกลุ่มนี้ใช้วิธีการพูดนำเสนอสลับกับการพิจารณาข้อมูลในกระดาษนำเสนอ มีการสบตาผู้ฟัง เปิดโอกาสให้ผู้ฟังมีส่วนร่วมโดยถามว่าเข้าใจหรือไม่ อย่างไร ภาษาที่ใช้ในการนำเสนอไม่เป็นทางการ เข้าใจง่าย พูดด้วยน้ำเสียงที่ดังตลอดการนำเสนอ



รูป 13 ไม้จันทไฟแก้ปัญหา “รูปหกเหลี่ยม”

กลุ่ม 2 การนำเสนอเริ่มจากการพูดทักทาย และชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอ นักเรียนนำเสนอตารางความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน ไม้จันทไฟกับจำนวนรูปสามเหลี่ยมที่ได้ แล้วตอบคำถามข้อที่ 1 ถ้าต่อไม้จันทไฟได้รูปสามเหลี่ยม 20 รูป จะต้องใช้ไม้จันทไฟจำนวน 440 ก้าน แนวคิดคือ $20(20+2)=440$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง ครูผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนพูดเกี่ยวกับข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น โดยถามว่าทำไมคำตอบที่ได้จึงไม่เท่ากับเพื่อนกลุ่ม 1 นักเรียนจึงตอบว่าเกิดจากการคิดคำนวณที่ผิดพลาดและความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับโจทย์ ครูผู้วิจัยจึงถามต่อนักเรียนมีแนวคิดอย่างไร จึงได้คำตอบว่า รูปสามเหลี่ยม 20 รูปแต่ละรูปต้องใช้ไม้จันทไฟเพิ่มทีละ 2 จึงบวกด้วย 2 แล้วคูณกับ 20 แต่จากการเขียน ความสัมพันธ์ในรูปที่ n นักเรียนได้ความสัมพันธ์ $2n+1$ เมื่อ n แทนจำนวนรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง นักเรียนกลุ่มนี้นำไม้จันทไฟมาสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมต่อกัน และตอบคำถามได้ว่าถ้าต้องการรูป สี่เหลี่ยม 5 รูปจะต้องใช้ไม้จันทไฟ $3(5)+1 = 16$ ก้าน และถ้าสร้างรูปสี่เหลี่ยม n รูป จะต้องใช้ไม้จันทไฟ $3n+1$ เมื่อครูผู้วิจัยถามว่าทราบได้อย่างไรว่า ถ้าสร้างรูปสี่เหลี่ยม n รูป จะต้องใช้ไม้จันทไฟ $3n+1$ นักเรียนกล่าวว่า เมื่อรูปสี่เหลี่ยมเพิ่มขึ้น 1 รูป จำนวนไม้จันทไฟจะเพิ่มขึ้นทีละ 3 ก้าน จึงได้ความสัมพันธ์ $3n + 1$ (ดังรูป 14) ส่วนใหญ่นักเรียนกลุ่มนี้ใช้วิธีการพูดนำเสนอสลับกับการพิจารณาข้อมูลในกระดานนำเสนอ มีการสบตาผู้ฟัง บ้าง แต่ยังไม่เปิดโอกาสให้ผู้ฟังมีส่วนร่วม ในการนำเสนอ ภาษาที่ใช้ในการนำเสนอไม่เป็นทางการ เข้าใจง่าย พูดด้วยน้ำเสียงที่ดังตลอดการนำเสนอ

ไม้ขีดไฟเจ้าปัญหา

สมาชิก : 6, 18, 22

คำสั่งที่ 1

รูปที่	1	2	3	4	5	n
จำนวน ไม้ขีดไฟ	3	5	7	9	11	$2n+1$

1) $20(20+2) = 440$ ก้าน

2) $2n+1 = n \rightarrow n = 1$
 โดย n แทนจำนวนรูป Δ

3) $2n+1$

คำสั่งที่ 2

1) รูปสี่เหลี่ยม

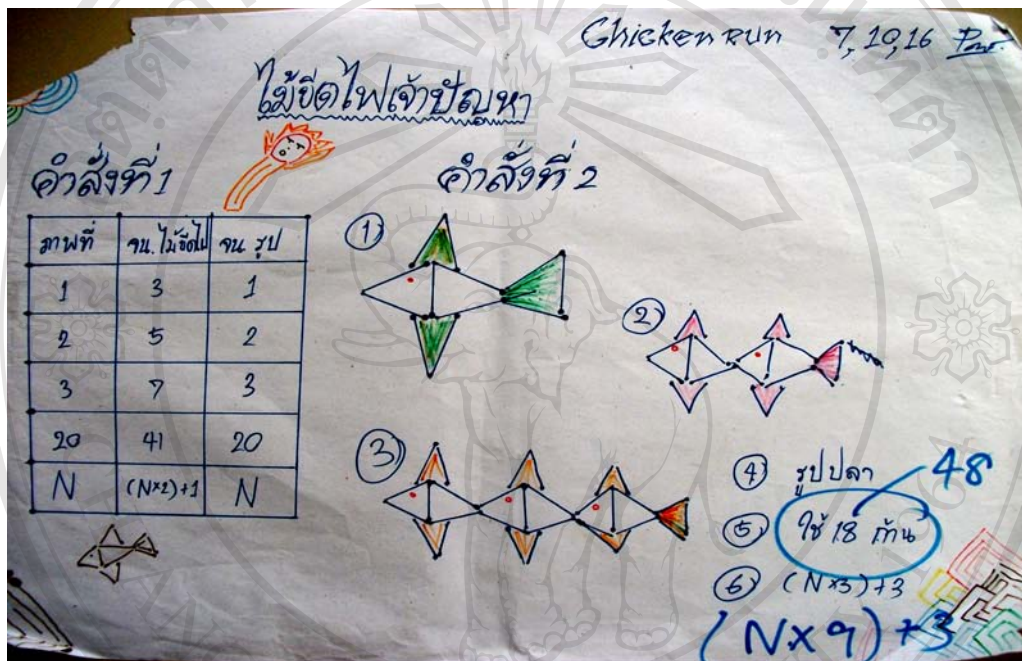
2) 16 ก้าน

3) $3n+1$

รูป 14 ไม้ขีดไฟเจ้าปัญหา “รูปสี่เหลี่ยม”

กลุ่ม 3 การนำเสนอเริ่มจากการพูดทักทาย และชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอครั้งนี้ แล้วนำเสนอตาราง ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนไม้ขีดไฟกับจำนวนรูปสามเหลี่ยมที่ได้ แล้วตอบคำถามข้อที่ 1 ถ้าต่อไม้ขีดไฟได้รูปสามเหลี่ยม 20 รูป จะต้องใช้ไม้ขีดไฟจำนวน 41 ก้าน โดยนักเรียนไม่ได้เขียนแนวคิดในกระดาษนำเสนอและไม่ได้พูดนำเสนอ แนวคิดที่เป็นที่มาของคำตอบคำถามข้อที่ 2 นักเรียนนำเสนอ จำนวนรูปสามเหลี่ยมกับจำนวนไม้ขีดไฟ ว่าเมื่อจำนวนรูปสามเหลี่ยมเพิ่มขึ้น จำนวนไม้ขีดไฟก็จะเพิ่มขึ้นรูปละ 2 ก้าน และได้จำนวนไม้ขีดไฟที่ใช้ต่อเป็นรูปสามเหลี่ยม n รูปเท่ากับ $2n+1$ เนื่องจากเมื่อจำนวนรูปสามเหลี่ยม 1 รูป จำนวนไม้ขีดไฟก็จะเพิ่มขึ้นรูปละ 2 ก้าน ในคำสั่งที่ 2 นักเรียนได้นำไม้ขีดไฟมาสร้างเป็นรูป ปลายต่อกัน และตอบคำถามได้ว่า ถ้าต้องการรูป ปลายจำนวน 5 รูปจะต้องใช้ไม้ขีดไฟ 18 ก้าน ครูผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนหาว่าถ้าต้องการสร้างรูปปลา 5 ตัวจะต้องใช้ไม้ขีดไฟกี่ก้าน มีนักเรียนชายคนหนึ่งตอบว่า 48 ก้าน ครูผู้วิจัยจึงให้แสดงแนวคิดให้เพื่อนๆ โดยกล่าวว่าถ้ารูปปลาเพิ่มขึ้น 1 ตัว จำนวนไม้ขีดไฟเพิ่มขึ้น 9 ก้าน ดังนั้นถ้าสร้างปลา 5 ตัว จะได้ $(9 \times 5) + 3 = 48$ นักเรียนที่ออกมาแนะนำเสนอจึงกล่าวว่า ถ้าสร้างรูปปลาจำนวน n ตัว ก็ต้องใช้ไม้ขีดไฟ $9n+3$ เพราะ สังกเกตจากความสัมพันธ์ของรูป ปลายที่เพิ่มขึ้น

เรื่อยๆ ส่วนใหญ่ (ดังรูป 15) นักเรียนกลุ่มนี้ใช้วิธีการพูดนำเสนอสลับกับการพิจารณาข้อมูลในกระดานนำเสนอ มีการสบตาผู้ฟัง บ้าง และเปิดโอกาสให้ผู้ฟังมีส่วนร่วม ในการนำเสนอ ช่วยคิดแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น ภาษาที่ใช้ในการนำเสนอไม่เป็นทางการ เข้าใจง่าย พูดด้วยน้ำเสียงที่ดังตลอดการนำเสนอ



รูป 15 ไม้ขีดไฟเข้าปัญหา “รูปปลาต่อกัน”

กลุ่ม 4 การนำเสนอโดยการพูดทักทาย แนะนำตนเองและชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอ จากนั้นนักเรียนนำเสนอตาราง ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนไม้ขีดไฟกับจำนวนรูปสามเหลี่ยมที่ได้แล้วตอบคำถามข้อที่ 1 ถ้าต่อไม้ขีดไฟได้รูปสามเหลี่ยม 20 รูป จะต้องใช้ไม้ขีดไฟจำนวน 41 ก้าน แนวคิดคือ $20 + 20 + 1 = 41$ คำถามข้อ 2 นักเรียนกล่าวว่า ความสัมพันธ์ที่พบคือ การนำจำนวนรูปมาบวกกัน แล้วบวกเพิ่มอีก 1 จึงทำให้ได้ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยม n รูปเป็น $n + n + 1$ ซึ่งเท่ากับเพื่อนกลุ่มอื่นคือ $2n + 1$ ในคำสั่งที่ 2 นักเรียนกลุ่มนี้นำไม้ขีดไฟมาสร้างเป็น หกเหลี่ยมต่อกันคล้ายรังผึ้ง โดยรูปที่ 1 มีรูปหกเหลี่ยม 1 รูป รูปที่ 2 มีรูปหกเหลี่ยม 7 รูป รูปที่ 3 มีรูปหกเหลี่ยม 19 รูป และตอบคำถามว่าถ้าต้องการรูป ที่ 5 รูปจะต้องใช้ไม้ขีดไฟ 27 ก้าน ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง เพราะลักษณะการสร้างของนักเรียนเป็นการเพิ่มขึ้นทีละจุด ครูผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันคิดหาความสัมพันธ์ของรูปที่ 5 ว่าต้องใช้ไม้ขีดไฟจำนวนเท่าใด แต่นักเรียนไม่

สามารถหาจำนวนไม้ขีดไฟได้ แต่หาได้ว่ารูปที่ 5 จะมีรูปหกเหลี่ยมจำนวน 91 รูป เกิดจากแบบรูป 1 7 19 43 91 ... ครูผู้วิจัยให้สมาชิกกลุ่มนำไปคิดต่อเป็นการบ้านแล้วนำมาเสนอใหม่ในชั่วโมงหน้า (ดังรูป 16) การนำเสนอของนักเรียนกลุ่มนี้ส่วนใหญ่ใช้วิธีการพูดนำเสนอ สลับกับการพิจารณาข้อมูลในกระดาษนำเสนอ มีการสบตาผู้ฟัง และเปิดโอกาสให้ผู้ฟังมีส่วนร่วม ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็น ช่วยคิดแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น ภาษาที่ใช้ในการนำเสนอไม่เป็นทางการ เข้าใจง่าย พูดด้วยน้ำเสียงที่ดังตลอดการนำเสนอ

สมาธิ: 28, 13, 39

ขีดไฟเจ้าปัญหา

ตารางแสดง ความสัมพันธ์						
จำนวนรูป	1	2	3	4	...	20
จำนวนไม้ขีดไฟ	3	5	7	9	...	41

จำนวนรูปของกัน แล้วยก 1

$n + n + 1$

คำสั่ง 2

4. สี่เหลี่ยม

5. 27

6. ~~16~~

$n^2 + 2$

รูปที่ 1

รูปที่ 2

รูปที่ 3

รูป 16 ไม้ขีดไฟเจ้าปัญหา “รูปร่างสี่เหลี่ยม”

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบสังเกตพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ ดังตาราง 8

ตาราง 8 ผลของพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในกิจกรรม ไม้จืดไฟเจ้าปัญหา

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมการสื่อสารด้านการพูด
<ul style="list-style-type: none"> - การพูดสรุปนัยทั่วไป (Generalization) - การตระหนักถึงความผิดพลาด (Particularization) 	<p>การพูดอธิบายคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> - ในคำสั่งที่ 2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำไม้จืดไฟมาต่อเป็นรูปต่างๆแล้วเขียนความสัมพันธ์พบว่า กลุ่ม 1 สร้างเป็นรูปหกเหลี่ยมต่อกัน กลุ่ม 2 สร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมต่อกัน กลุ่ม 3 สร้างเป็นรูปปลาต่อกัน กลุ่ม 4 สร้างเป็นรูปหกเหลี่ยมคล้ายรังผึ้งต่อกัน <p>การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนทุกกลุ่มสามารถนำเสนอความสัมพันธ์ของจำนวนรูปสามเหลี่ยมกับจำนวนไม้จืดไฟในรูป $2n+1$ เมื่อ n แทนจำนวนไม้จืดไฟ - นักเรียนกลุ่ม 1 นำไม้จืดไฟสร้างเป็นรูปหกเหลี่ยมต่อกัน และได้ความสัมพันธ์ $5n+1$ เมื่อ n แทนจำนวนไม้จืดไฟ - นักเรียนกลุ่ม 2 นำไม้จืดไฟมาสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมต่อกันและได้ความสัมพันธ์ $3n+1$ เมื่อ n แทนจำนวนรูปสามเหลี่ยม - นักเรียนกลุ่ม 3 นำไม้จืดไฟสร้างเป็นรูปหกเหลี่ยมต่อกัน และได้ความสัมพันธ์ $9n+3$ เมื่อ n แทนจำนวนไม้จืดไฟ

ตาราง 8 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมกรรมการสื่อสารด้านการพูด
	<p>การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนสามารถพูดอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้น เช่น นักเรียนชายคนหนึ่งแสดงแนวคิดให้เพื่อนดูเกี่ยวกับการเพิ่มขึ้นของรูปปลา โดยอธิบายว่าถ้ารูปปลาเพิ่มขึ้น 1 ตัว จำนวนไม้จืดไฟเพิ่มขึ้น 9 ก้าน ดังนั้นถ้าสร้างปลา 5 ตัว จะได้ $(9 \times 5) + 3 = 48$ และถ้าสร้างรูปปลาจำนวน n ตัว ก็ต้องใช้ไม้จืดไฟ $9n+3$ เป็นต้น - นักเรียนกลุ่ม 2 พูดอธิบายแนวคิดในการสร้าง รูปสี่เหลี่ยมต่อ ได้อย่างเป็นลำดับขั้น โดยอธิบายว่า เมื่อรูปสี่เหลี่ยมเพิ่มขึ้น 1 รูป จำนวนไม้จืดไฟจะเพิ่มขึ้นทีละ 3 ก้าน จึงได้ความสัมพันธ์ $3n + 1$ - นักเรียนกลุ่ม 1 นำเสนอแนวคิดความสัมพันธ์ของจำนวนรูปสามเหลี่ยมกับจำนวนไม้จืดไฟ ว่าเมื่อ จำนวนรูปสามเหลี่ยมเพิ่มขึ้น จำนวนไม้จืดไฟก็จะเพิ่มขึ้นรูปละ 2 ก้าน และได้จำนวนไม้จืดไฟที่ใช้ต่อเป็นรูปสามเหลี่ยม n รูป เท่ากับ $2n+1$

ตาราง 8 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมกรรมการสื่อสารด้านการพูด
	<p>การพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล</p> <ul style="list-style-type: none"> - ในคำสั่งที่ 1 กลุ่ม 3 มีการพูดอธิบายแนวคิดไปสู่ผลลัพธ์ได้อย่างสมเหตุสมผล โดยพูดอธิบายวิธีการแก้ปัญหาและที่มาของคำตอบ $2n+1$ เกิดจากการเพิ่มขึ้นของ จำนวนรูปสามเหลี่ยม ทำให้ จำนวนไม้ขีดไฟเพิ่มขึ้นรูปละ 2 ก้าน และได้จำนวนไม้ขีดไฟที่ใช้ต่อเป็นรูปสามเหลี่ยม n รูปเท่ากับ $2n+1$ - ในคำสั่งที่ 2 นักเรียนตอบคำถามและเขียนความสัมพันธ์ของจำนวนไม้ขีดไฟกับจำนวนรูปที่สร้างขึ้นและพูดอธิบายสาเหตุของคำตอบได้ เช่น นักเรียนกลุ่ม 2 นำไม้ขีดไฟมาสร้างเป็นรูป สี่เหลี่ยมต่อและได้ความสัมพันธ์ $3n+1$ มีแนวคิดมาจาก เมื่อรูปสี่เหลี่ยมเพิ่มขึ้น 1 รูป จำนวนไม้ขีดไฟจะเพิ่มขึ้นทีละ 3 ก้าน จึงได้ความสัมพันธ์ $3n + 1$ เป็นต้น - นักเรียนกลุ่ม 3 พูดอธิบายถึงที่มาของคำตอบ $9n+3$ โดยอธิบายว่าถ้ารูปปลาเพิ่มขึ้น 1 ตัว จำนวนไม้ขีดไฟเพิ่มขึ้น 9 ก้าน ดังนั้นถ้าสร้างปลา 5 ตัว จะได้ $(9 \times 5) + 3 = 48$ ถ้าสร้างรูปปลาจำนวน n ตัว ก็ต้องใช้ไม้ขีดไฟ $9n+3$ เพราะ สืบเนื่องจากความสัมพันธ์ของรูปปลาที่เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ

จากแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดโดยใช้กลยุทธ์การพูดสรุปนัยทั่วไป ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด คือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมการสื่อสารโดยการพูดอธิบายโดยใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น และการพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครู แบบบันทึกพฤติกรรมสื่อสารด้านการพูดและการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครูผู้วิจัยในการจัดกิจกรรมหาคำตอบวันเกิด ในขั้นของการนำเสนอ ครูผู้วิจัยได้สุ่มนักเรียนออกมานำเสนอจำนวน 3 กลุ่ม พฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนแต่ละกลุ่มเป็นดังนี้

กลุ่ม 1 การนำเสนอเริ่มด้วยการพูดทักทาย แนะนำตนเองและชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอ กลุ่มนี้มีวิธีการเขียนสมการวันเกิดของเพื่อนในกลุ่มคนแรก คือ $x - 3 - 3 = 10$ คนที่สอง $\frac{2m+8}{5} = m - 11$ และคนสุดท้าย ได้ $3x^5 = 45$ ครูผู้วิจัยถามนักเรียนว่ากลุ่ม 1 ใช้สมบัติอะไรบ้างในการสร้างสมการ นักเรียนสามารถตอบได้ว่า สมการ $x - 3 - 3 = 10$ ใช้การลบ ส่วนสมการ $\frac{2m+8}{5} = m - 11$ ใช้การบวก การคูณ และการหาร และสมการสุดท้าย $3x^5 = 45$ ใช้สมบัติการคูณและการยกกำลัง เมื่อให้นักเรียนในห้องช่วยกันหาคำตอบของสมการวันเกิด ปรากฏว่า นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการที่ 1 ได้ 16 ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เมื่อครูผู้วิจัยให้แสดงแนวคิดการแก้สมการ นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่า เริ่มจากการนำ -3 รวมกับ -3 ได้ -6 จะได้สมการ $x - 6 = 10$ จากนั้นย้าย -6 ไปทางขวาจะได้ $x = 10 + 6$ และ $x = 16$ เป็นคำตอบ ส่วนสมการ $\frac{2m+8}{5} = m - 11$ มีนักเรียนชายคนหนึ่งอธิบายวิธีการหาคำตอบของสมการโดยเริ่มจากการนำ 5 ไปคูณทั้ง 2 ข้างจะได้สมการ $2m + 8 = 5m - 55$ แล้วย้ายข้างสมการจะได้ $55 + 8 = 5m - 2m$ จากนั้นนำ $55 + 8 = 63$ และ $5m - 2m = 3m$ จะได้สมการ $3m = 63$ และ $m = 21$ เป็นคำตอบของสมการ ส่วนสมการ $3x^5 = 45$ นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ โดยนักเรียนกล่าวว่า ถ้านำ 3 ไปหารทั้ง 2 ข้าง จะได้สมการ $x^5 = 15$ แต่ไม่มีอะไรที่ยกกำลัง 5 แล้วเท่ากับ 15 ดังนั้นสมการนี้จึงหาคำตอบไม่ได้ การนำเสนอของกลุ่ม เป็นการอธิบายการสร้างสมการวันเกิดของเพื่อนแต่ละคนด้วยคำพูดที่ชัดเจน มีความกล้าแสดงออก ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย

กลุ่ม 2 การนำเสนอเริ่มด้วยการแนะนำตนเอง และสมาชิกในกลุ่มแต่ไม่มีการชี้แจง
วัตถุประสงค์การนำเสนอ มีวิธีการเขียนสมการวันเกิดของเพื่อนได้ ดังนี้ คนแรก คือ

$$\frac{3X + 81}{2} = 81 \text{ คนที่สอง ได้ } 8x \cdot 2x = 361 - 3x \text{ และคนสุดท้ายได้สมการ } \frac{14z + 10z - 2z}{31z} =$$

638(1) ครูผู้วิจัยให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของสมการที่เพื่อนนำเสนอ มีนักเรียนหญิง
คนหนึ่งอธิบายแนวคิดในการแก้สมการ $\frac{3X + 81}{2} = 81$ ว่าคล้ายๆกับสมการของกลุ่ม 1 โดยเริ่ม

จากการนำ 2 ไปคูณทั้งสองข้างจะได้สมการ $3x + 81 = 162$ แล้วย้าย 81 ไปลบ จะได้

$3x = 162 - 81$ และ $3x = 81$ แล้ว $x = 27$ เป็นคำตอบของสมการ ส่วนการหาคำตอบของสมการ

ที่ 2 มีนักเรียนคนหนึ่งตอบว่าเพื่อนเกิดวันที่ 19 และได้แสดงวิธีหาคำตอบของสมการ โดยกล่าวว่า

ขั้นแรกให้นำ $8x \cdot 2x = 16x$ แล้วย้าย $3x$ มาบวกกับ $16x$ จะได้ $19x = 361$ แล้วนำ 19 ไปหาร

361 จะได้ $x = 19$ เป็นคำตอบของสมการ ส่วนสมการที่ 3 ไม่มีนักเรียนคนใดหาคำตอบของ

สมการได้ถูกต้อง โดยสรุปแล้วการนำเสนอของกลุ่มนี้ มีการพูดอธิบายการสร้างสมการวันเกิดของ

เพื่อนแต่ละคนได้อย่างชัดเจน พูดด้วยภาษาที่ไม่เป็นทางการ เข้าใจง่าย และมีความมั่นใจในตนเอง

รวมถึง มีการสบตาผู้ฟังตลอดเวลา

กลุ่ม 3 การนำเสนอเริ่มด้วยการแนะนำตนเอง และชี้แจงวัตถุประสงค์ของการนำเสนอ
กลุ่มนี้มีวิธีการเขียนสมการวันเกิดของเพื่อนได้ ดังนี้ คนที่ 1 เขียนสมการได้เป็น

$$\frac{18B - 6B}{5} = \frac{5}{19} \cdot \sqrt{102556129} \cdot \sqrt{1} \text{ คนที่ 2 ได้สมการ } x \cdot x = 0 \text{ และคนสุดท้ายได้สมการ}$$

$179x \cdot \left(\frac{x}{6}\right) - 1 = \frac{40269}{6}$ การนำเสนอของกลุ่มนี้ ได้ให้เพื่อนๆ ในชั้นเรียน มีส่วนร่วมในการ

อธิบายการสร้างสมการวันเกิดของเพื่อนๆ ในกลุ่ม แต่ไม่มีนักเรียนคนใดที่สามารถหาคำตอบของ

สมการของนักเรียนคนที่ 1 ได้ ส่วนสมการ $x \cdot x = 0$ ครูกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตว่าสมการนี้

ถูกต้องหรือไม่ มีนักเรียนคนหนึ่งตอบว่าสมการ $x \cdot x = 0$ ไม่สามารถเป็นสมการวันเกิดได้ เพราะ ถ้า

$x \cdot x = 0$ แสดงว่า $x = 0$ ซึ่งในความเป็นจริงไม่มีใครที่เกิดวันที่ 0 และสมการที่ 3 ก็ไม่มีนักเรียน

คนใดที่สามารถแก้สมการได้

หลังจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่มนำเสนอผลงานเรียบร้อยแล้ว ครูผู้วิจัยได้นำกระดาษ นำเสนอ

ของทั้ง 3 กลุ่ม ติดบนกระดาน และให้นักเรียนในชั้นเรียนพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นถึงความ

หลากหลายในการเขียนสมการวันเกิด ครูผู้วิจัยได้อภิปรายถึงแนวคิดในการหาคำตอบของสมการ

วันเกิดของเพื่อนว่ามีแนวคิดในการหาคำตอบได้อย่างไรบ้าง ซึ่งนักเรียนสามารถตอบได้

หลากหลายแนวคิด เช่น การสุ่มเลข การใช้สมบัติสลับที่ บวก ลบ คูณ หาร การย้ายข้าง และครูผู้วิจัย

ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น โดยถามนักเรียนว่ามีสมบัติการย้ายข้าง

สมการหรือไม่ นักเรียนบางคนก็ตอบว่ามีสมบัติการย้ายข้าง ส่วนบางคนก็ตอบว่าไม่มีสมบัติการย้ายข้าง ครูผู้วิจัยจึงถามต่อไปว่าถ้าไม่มีสมบัติการย้ายข้างแล้วเราจะเรียกว่าอะไร นักเรียนใช้เวลาคิดอยู่ค่อนข้างนาน แต่ก็ไม่มีใครตอบถูก ครูผู้วิจัยจึงอธิบายวิธีการที่ถูกต้องให้นักเรียน จากนั้นครูผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาข้อผิดพลาดที่เกิดจากการเขียนสมการวันเกิดของเพื่อน เช่น การใช้สัญลักษณ์ผิด หรือใช้สมบัติการสลับที่การบวก การเปลี่ยนกลุ่มการคูณไม่ถูกต้อง การคิดคำนวณผิด การเขียนในรูปกรณ์ที่สอง เป็นต้น ซึ่งนักเรียนสามารถพูดถึงความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการคิดสมการได้

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ ดังตาราง 9

ตาราง 9 ผลของพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ เรื่องคู่อันดับและกราฟ ในกิจกรรม หมอคู่วັນเกิด

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมการสื่อสารด้านการพูด
<ul style="list-style-type: none"> - การใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง (Redirection) - การตระหนักถึงความผิดพลาด (Particularization) 	<p>การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถสร้างสมการวันเกิดของเพื่อนได้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการพูดนำเสนอ เช่น $x - 3 - 3 = 10, \frac{2m + 8}{5} = m - 11,$ $3x^5 = 45, ๓๑๓$ - นักเรียนพูดอธิบายถึงข้อผิดพลาดในการเขียนสมการวันเกิดของเพื่อน ซึ่งเกิดจากการใช้สัญลักษณ์ หรือสมบัติการสลับที่การบวก การเปลี่ยนกลุ่มการคูณ ไม่ถูกต้อง เช่น นักเรียนคนหนึ่งกล่าวว่าสมการ $x.x = 0$ ไม่สามารถเป็นสมการวันเกิดได้ เพราะ ถ้า $x.x = 0$

ตาราง 9 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
	<p>แสดงว่า $x = 0$ ซึ่งในความเป็นจริงไม่มีใครที่เกิดวันที่ 0 เป็นต้น</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนสามารถอธิบายว่าสมการ $3x^5 = 45$ นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ เพราะไม่มีอะไรที่ยกกำลัง 5 แล้วเท่ากับ 15- <p>การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนพูดอธิบายวิธีการเขียนสมการโดยใช้สมบัติสลับ การเปลี่ยนกลุ่ม การบวก ลบ คูณ หาร ได้อย่างเป็นลำดับขั้น เช่น นักเรียนกลุ่ม 1 พูดอธิบายวิธีการสามารถตอบได้ว่า สมการ $x - 3 - 3 = 10$ โดยใช้การลบ ส่วนสมการ $\frac{2m+8}{5} = m = 11$ ใช้การบวก การคูณ และการหาร และสมการสุดท้าย $3x^5 = 45$ ใช้สมบัติการคูณและการยกกำลังโดยนักเรียนกล่าวว่า ถ้านำ 3 ไปหารทั้ง 2 ข้าง จะได้สมการ $x^5 = 15$ แต่ไม่มีอะไรที่ยกกำลัง 5 แล้วเท่ากับ 15 ดังนั้นสมการนี้จึงหาคำตอบไม่ได้ - นักเรียนส่วนใหญ่พูดถึงวิธีการแก้สมการเพื่อหาคำตอบได้อย่างถูกต้องและเป็นลำดับขั้น เช่น นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการแก้สมการ $x - 3 - 3 = 10$ ว่า เริ่มจากการนำ -3 รวมกับ -3 ได้ -6 จะได้สมการ $x - 6 = 10$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

ตาราง 9 (ต่อ)

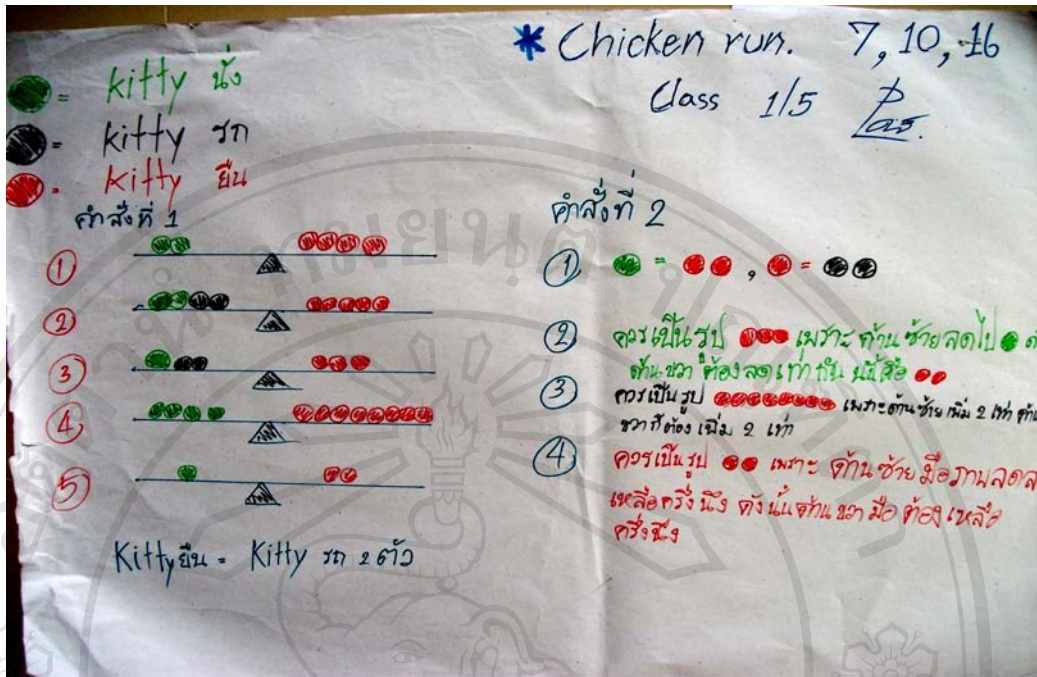
กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมการณ์สื่อสารด้านการพูด
	<p>จากนั้นย้าย -6 ไปทางขวาจะได้</p> <p>$x = 10 + 6$ และ $x = 16$ เป็นคำตอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนชายคนหนึ่งอธิบายวิธีการหาคำตอบของสมการได้อย่างเป็นลำดับขั้น โดยเริ่มจากการนำ 5 ไปคูณทั้ง 2 ข้าง จะได้สมการ $2m + 8 = 5m - 55$ แล้วย้ายข้างสมการจะได้ $55 + 8 = 5m - 2m$ จากนั้นนำ $55 + 8 = 63$ และ $5m - 2m = 3m$ จะได้สมการ $3m = 63$ และ $m = 21$ เป็นคำตอบของสมการ <p>การพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนพูดถึงวิธีการได้มาซึ่งคำตอบของสมการได้อย่างสมเหตุสมผล เช่น นักเรียนกล่าวว่าไม่สามารถหาคำตอบสมการ $3x^5 = 45$ เพราะ ถ้านำ 3 ไปหารทั้ง 2 ข้าง จะได้สมการ $x^5 = 15$ แต่ไม่มีอะไรที่ยกกำลัง 5 แล้วเท่ากับ 15 ดังนั้นสมการนี้จึงหาคำตอบไม่ได้ - นักเรียนคนหนึ่งกล่าวว่าสมการ $x \cdot x = 0$ ไม่สามารถเป็นสมการวันเกิดได้ เพราะ ถ้า $x \cdot x = 0$ แสดงว่า $x = 0$ ซึ่งในความเป็นจริงไม่มีใครที่เกิดวันที่ 0

จากแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดโดยใช้กลยุทธ์การใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่างและการตระหนักถึงความผิดพลาดในการคิดแก้ปัญหา ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด คือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมการสื่อสารการพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การพูดอธิบายแนวความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น และการพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

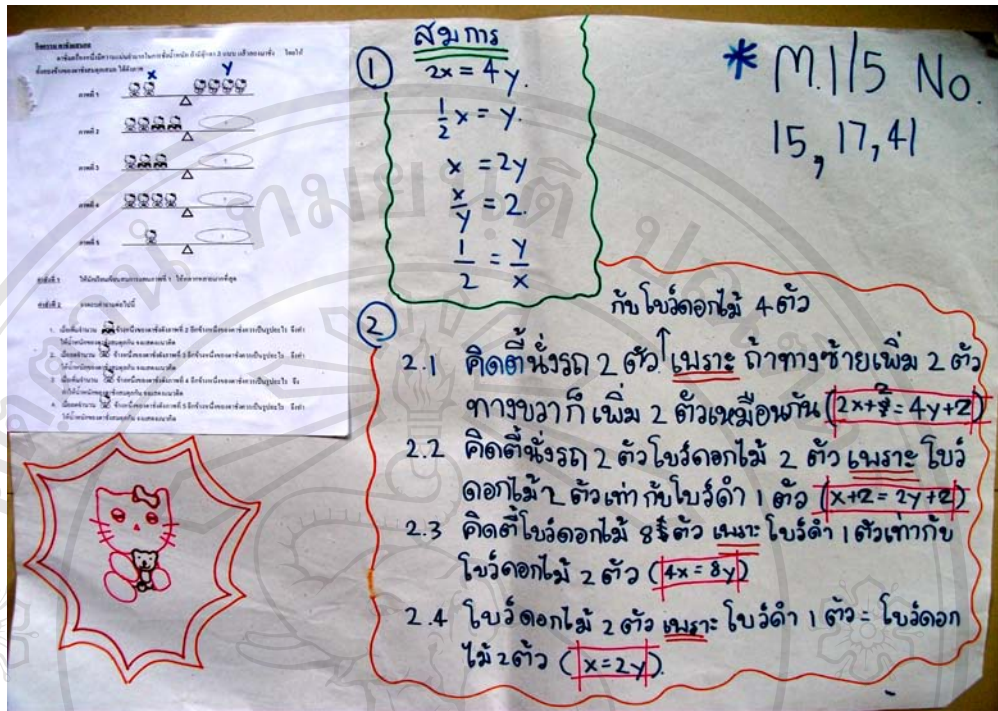
ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครู แบบบันทึกพฤติกรรมสื่อสารด้านการพูดและการนำเสนอแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครูผู้วิจัยในการจัดกิจกรรมตามผังแนกกล ในขั้นของการนำเสนอ ครูผู้วิจัยได้สุ่มนักเรียนออกมานำเสนอจำนวน 3 กลุ่ม พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูดและการนำเสนอแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละกลุ่มเป็นดังนี้

กลุ่ม 1 การนำเสนอเริ่มด้วยการพูดทักทาย แนะนำตนเองและชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอ นักเรียนนำเสนอแนวความคิดการแก้ปัญหาในคำสั่งที่ 1 ให้เขียนสมการจากภาพให้หลากหลายมากที่สุด ครูกระตุ้นให้นักเรียนพูดอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาโดยกระตุ้นให้นักเรียนพูดอธิบายให้เห็นภาพ ซึ่งนักเรียนกลุ่มนี้พูดอธิบายว่ากลุ่มเราไม่ได้เขียนสมการแทนภาพที่กำหนด ให้แต่เขียนภาพขึ้นมาใหม่โดยใช้สัญลักษณ์และสีแทนรูปคิดตีที่กำหนดให้เพราะจะทำให้ง่ายแก่การสังเกต และนำเสนอแนวคิดในการตอบคำถามจากคำสั่งที่ 2 ข้อ 1 เมื่อเพิ่มจำนวนคิดตีนั่งรถข้างหนึ่งของตาชั่ง 2 ตัว อีกข้างหนึ่งของตาชั่งควรเป็นรูปคิดตีอื่น 5 ตัว เพราะคิดตีนั่งจะเท่ากับคิดตีอื่น 2 ตัว และคิดตีอื่น 1 ตัวจะเท่ากับคิดตีนั่งรถ 2 ตัว จึงทำให้น้ำหนักของตาชั่งสมดุลกัน ส่วนคำถามข้อ 2 เมื่อลดจำนวนคิดตีนั่ง 1 ตัว อีกข้างหนึ่งของตาชั่งควรเป็นรูปคิดตีอื่น 3 ตัว เพราะด้านซ้ายคิดตีนั่งลดลงไป 1 ตัว ดังนั้นด้านขวาจะต้องลดลงเท่ากับคือลดจำนวนคิดตีอื่น 2 ตัวจึงทำให้น้ำหนักของตาชั่งสมดุลกัน คำถามข้อ 3 เมื่อเพิ่มจำนวนคิดตีนั่งข้างซ้าย 2 ตัว อีกข้างหนึ่งควรเป็นรูปคิดตีอื่น 8 ตัว เพราะด้านซ้ายเพิ่มขึ้น 2 เท่า ด้านขวาก็ต้องเพิ่มขึ้น 2 เท่า คำถามข้อ 4 เมื่อลดจำนวนคิดตีนั่งข้างซ้ายให้เหลือ 1 ตัว อีกข้างหนึ่งควรเป็นรูปคิดตีอื่น 2 ตัว เพราะด้านซ้ายลดลงครึ่งหนึ่ง ดังนั้นด้านขวาก็ต้องลดลงครึ่งหนึ่งเช่นกัน (ดังรูป 17) การนำเสนอของนักเรียนส่วนใหญ่เป็นการพูดอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา นักเรียนใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย พูดด้วยน้ำเสียงที่ดังฟังชัดตลอดการนำเสนอ



รูป 17 ตาซังแสนกล “แนวคิดกลุ่ม 1”

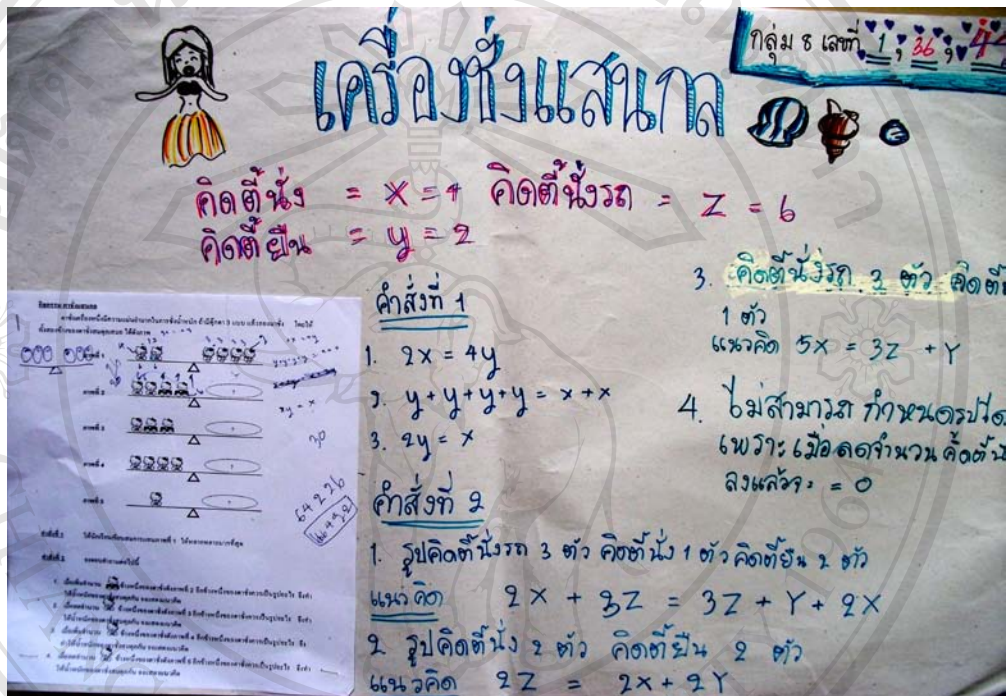
กลุ่ม 2 การนำเสนอเริ่มด้วยการพูดทักทาย แนะนำตนเองและชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดโดยการกำหนดตัวแปรแทนรูปภาพ โดยกำหนดให้คิดตั้งนั่งเป็น x และคิดตี่ยืนเป็น y คำสั่งที่ 1 ให้นักเรียนเขียนสมการ แทนภาพที่ 1 ให้หลากหลาย กลุ่มนี้เขียนสมการได้ทั้งหมด 5 สมการ คือ $2x = 4y$, $\frac{1}{2}x = y$, $x = 2y$, $\frac{x}{2} = 2$ และ $\frac{1}{2} = \frac{y}{x}$ ในคำสั่งที่ 2 ข้อ 1 เมื่อเพิ่มจำนวน คิดตี่นั่งรถข้างหนึ่งของตาซัง 2 ตัว อีกข้างหนึ่งของตาซังควรเป็นรูป คิดตี่ยืน 4 ตัวและคิดตี่นั่งรถ 2 ตัว เพราะ ถ้าทางซ้ายเพิ่มคิดตี่นั่งรถ 2 ตัวทางขวาก็ต้องเพิ่มคิดตี่นั่งรถ 2 ตัวเท่ากัน จะทำให้ได้สมการ $2x + 2 = 4y + 2$ ส่วนคำถามข้อ 2 เมื่อลดจำนวนคิดตี่นั่ง 1 ตัว อีกข้างหนึ่งของตาซังดังภาพที่ 3 (รูป 18) ควรเป็นรูปคิดตี่ยืน 2 ตัวกับคิดตี่นั่งรถ 2 ตัว เพราะคิดตี่นั่ง 1 ตัวเท่ากับคิดตี่ยืน 2 ตัว จะทำให้ได้สมการ $x + 2 = 2y + 2$ คำถามข้อ 3 เมื่อเพิ่มจำนวนคิดตี่นั่งข้างซ้าย 2 ตัว อีกข้างหนึ่งควรเป็นรูปคิดตี่ยืน 8 ตัว เพราะคิดตี่นั่ง 1 ตัวเท่ากับคิดตี่ยืน 2 ตัว จะทำให้ได้สมการ $4x = 8y$ คำถามข้อ 4 เมื่อลดจำนวนคิดตี่นั่งข้างซ้ายให้เหลือ 1 ตัว อีกข้างหนึ่งควรเป็นรูปคิดตี่ยืน 2 ตัว เพราะคิดตี่นั่ง 1 ตัวเท่ากับคิดตี่ยืน 2 ตัว จะทำให้ได้สมการ $x = 2y$ (ดังรูป 18) การนำเสนอส่วนใหญ่เป็นการพูดอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา นักเรียนใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย แต่พูดค่อนข้างเร็วด้วยน้ำเสียงที่ดังฟังชัดตลอดการนำเสนอ



รูป 18 ตาซังแสนกล “แนวคิดกลุ่ม 2”

กลุ่ม 3 การนำเสนอเริ่มจากการพูดทักทาย แนะนำตัว และชี้แจงวัตถุประสงค์ในการนำเสนอ นักเรียนนำเสนอแนวคิดโดยการกำหนดตัวแปรแทนรูปภาพ โดยกำหนดให้คิดตีหนึ่งเท่ากับ x เท่ากับ 4 คิดตีอื่นเท่ากับ y เท่ากับ 2 และคิดตีหนึ่งรถเท่ากับ z เท่ากับ 6 คำสั่งที่ 1 ให้นักเรียนเขียนสมการแทนภาพที่ 1 ให้หลากหลาย กลุ่มนี้เขียนสมการได้ทั้งหมด 3 สมการ คือ $2x = 4y$, $y + y + y + y = x + x$ และ $2y = x$ คำสั่งที่ 2 ข้อ 1 เมื่อเพิ่มจำนวนคิดตีหนึ่งรถข้างหนึ่งของตาซัง 2 ตัว อีกข้างหนึ่งของตาซังควรเป็น คิดตีหนึ่งรถ 3 ตัว คิดตีหนึ่ง 1 ตัว และคิดตีอื่น 2 ตัว จะทำให้ได้สมการ $2x + 3z = 3z + y + 2x$ มีนักเรียนคนหนึ่งยกมือถามว่าทำไมจึงได้สมการนี้ ผู้นำเสนอจึงอธิบายให้ฟังว่าให้คิดโดยการแทนค่าตัวเลขลงในสมการ ส่วนคำถามข้อ 2 เมื่อลดจำนวนคิดตีหนึ่ง 1 ตัว อีกข้างหนึ่งของตาซัง อีกข้างหนึ่งของตาซังควรเป็นรูป คิดตีหนึ่ง 2 ตัวกับคิดตีอื่น 2 ตัว จะทำให้ได้สมการ $2z = 2x + 2y$ โดยใช้วิธีการแทนค่าตัวเลขลงในสมการ เหมือนข้อ 1 คำถามข้อ 3 เมื่อเพิ่มจำนวนคิดตีหนึ่งข้างซ้าย 2 ตัว อีกข้างหนึ่งควรเป็นรูปคิดตีหนึ่งรถ 3 ตัว คิดตีอื่น 1 ตัว จะทำให้ได้สมการ $5x = 3z + y$ โดยใช้วิธีการแทนค่าตัวเลขลงในสมการ เช่นกัน คำถามข้อ 4 เมื่อลดจำนวนคิดตีหนึ่งข้างซ้ายให้เหลือ 1 ตัว อีกข้างหนึ่งไม่สามารถกำหนดรูปได้เพราะเมื่อลดจำนวนคิดตีหนึ่งลงแล้วจะเท่ากับ 0 เมื่อนำเสนอเสร็จครูกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาว่ากลุ่ม 3 มีข้อผิดพลาดที่

เกิดขึ้นในการนำเสนออย่างไร มีนักเรียนคนหนึ่งทักขึ้นมาว่าถ้าลองแทนค่าลงไปในสมการที่ 2 แล้วจะได้ $2(4) + 3(6) = 3(6) + 2 + 2(4)$ ซึ่งค่าที่ได้ทั้งสองข้างไม่เท่ากัน นักเรียนคนอื่นๆก็เห็นด้วย และกล่าวว่าในสถานการณ์นี้ไม่ควรกำหนดคิตติ้งรถเป็น z เพราะจะทำให้สับสน และทำให้ตอบคำถามในข้อที่ 4 ไม่ได้ ดังนั้นถ้าต้องการกำหนดตัวแปรควรกำหนดเพียง 2 ตัว เหมือนกลุ่มที่ 2 จะทำให้เข้าใจง่ายขึ้น (ดังรูป 19)




รูป 19 คาซังแสนเกล “แนวคิดกลุ่ม 3”

หลังจากทั้ง 3 กลุ่มนำเสนอผลงานเรียบร้อยแล้ว ครูผู้วิจัยนำกระดานนำเสนอของทั้ง 3 กลุ่มติดบนกระดาน และให้นักเรียนในชั้นร่วมพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นถึงความหลากหลายในการเขียนสมการแทนภาพที่ 1 ยังมีนักเรียนกลุ่มอื่นที่เขียนสมการได้แตกต่างจากที่เพื่อนนำเสนอ หรือไม่ อย่างไร นักเรียนส่วนใหญ่จะมีแนวคิดคล้ายกับกลุ่มที่ 2 เช่นเดียวกับการตอบคำถามในคำสั่งที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีแนวคิดคล้ายกับกลุ่มที่ 2 คือใช้วิธีการกำหนดตัวแปรในการหาคำตอบ แต่ นักเรียนบางกลุ่มก็มีแนวคิดคล้ายกับกลุ่มที่ 1 คือไม่ได้ใช้การกำหนดตัวแปรแต่ใช้การเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ อย่างไรก็ตามนักเรียนส่วนใหญ่ก็สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาและตอบคำถามได้ถูกต้อง ครูผู้วิจัยถามนักเรียนว่าจากกิจกรรมนี้นักเรียนได้รับความรู้อะไรบ้าง คำตอบที่ได้ส่วนใหญ่ คือ การได้รู้เกี่ยวกับสมบัติการเท่ากัน ซึ่งก็ได้ตรงตามวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนการสอนในครั้งนี้

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ ดังตาราง 10

ตาราง 10 ผลของพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ เรื่องคู่อันดับและกราฟ ในกิจกรรม ดาซังแสนกล

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมการสื่อสารด้านการพูด
<p>- การพูดอธิบายให้เห็นภาพ (Illustration)</p> 	<p>การพูดอธิบายคณิตศาสตร์โดยการใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนกลุ่ม 1 ไม่ได้เขียนสมการแทนภาพที่กำหนดให้แต่เขียนภาพขึ้นมาใหม่โดยใช้สัญลักษณ์และสีแทนรูปคิดดีที่กำหนดให้ โดยพูดอธิบายว่าใช้วงกลมสีเขียว แทน คิดดีนั่ง สีดำแทน คิดดีวิ่ง สีแดง แทน คิดดียืน และใช้รูปภาพแสดงแทนสมการ - นักเรียนส่วนใหญ่สามารถพูดถึงการเขียนสมการแทนรูปภาพที่กำหนดให้ได้อย่างหลากหลาย เช่น นักเรียนกลุ่มที่ 2 นำเสนอการกำหนดตัวแปรแทนรูปภาพ โดยกำหนดให้คิดดีนั่งเป็น x และคิดดียืนเป็น y ในคำสั่งที่ 1 แล้วนักเรียนสามารถเขียนสมการแทนภาพที่ 1 ได้ อย่างหลากหลาย เช่น กลุ่ม 2 นำเสนอการเขียนสมการได้ทั้งหมด 5 สมการ คือ $2x = 4y, \frac{1}{2}x = y, x = 2y$

ตาราง 10 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
<p>- การใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง (Redirection)</p>	<p>การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนกลุ่ม 3 เขียนสมการได้ทั้งหมด 3 สมการ คือ $2x = 4y$, $2y = x$ และ $y + y + y + y = x + x$ - นักเรียนคนหนึ่งใช้คำว่า “แทนค่าลงไป ในสมการที่ 2” แล้วจะได้ $2(4) + 3(6) = 3(6) + 2 + 2(4)$ ซึ่งค่าที่ได้ทั้งสองข้างไม่เท่ากัน - นักเรียนใช้คำว่า “การเพิ่มหรือการลด” ซึ่งเป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ <p>การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนสามารถพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นลำดับขั้น เช่น ในคำถามข้อ 2 ถามว่า เมื่อลดจำนวนคิดตั้ง 1 ตัว อีกข้างหนึ่งของตาชั่งควรเป็น รูปอะไร นักเรียนกลุ่ม 1 สามารถพูดอธิบายได้ว่าอีกข้างหนึ่งของตาชั่งควรเป็นรูป คิดตั้ง 3 ตัว เพราะด้านซ้ายคิดตั้งลดลงไป 1 ตัว ดังนั้นด้านขวาจะต้องลดลงเท่ากันคือลดจำนวนคิดตั้ง 2 ตัวจึงทำให้น้ำหนักของตาชั่งสมดุลกัน เป็นต้น

ตาราง 10 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมการสื่อสารด้านการพูด
	<p>การพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์ อย่างสมเหตุสมผล</p> <p>- ในคำสั่งที่ 2 ข้อ 1 นักเรียนกลุ่ม 2 สามารถให้เหตุผลได้ว่า ถ้า เพิ่มจำนวนคิดตึ้นนั่งรถ ข้างหนึ่งของตาชั่ง 2 ตัว อีกข้างหนึ่งของตาชั่งควรเป็นรูปคิดตึ้น 4 ตัวและคิดตึ้นนั่งรถ 2 ตัว เพราะ ถ้าทางซ้ายเพิ่มคิดตึ้นนั่งรถ 2 ตัว ทางขวาก็ต้องเพิ่มคิดตึ้นนั่งรถ 2 ตัว เท่ากัน จะทำให้ได้สมการ</p> $2x + 2 = 4y + 2$ <p>- คำถามข้อ 2 เมื่อลดจำนวน คิดตึ้นนั่ง 1 ตัว อีกข้างหนึ่งของตาชั่งควรเป็นรูป อะไร นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถอธิบายสาเหตุของผลลัพธ์ได้อย่างสมเหตุสมผล เช่น กลุ่ม 2 อธิบายว่า อีกข้างหนึ่งของตาชั่งควรเป็นรูปคิดตึ้น 2 ตัว กับคิดตึ้นนั่งรถ 2 ตัว เพราะคิดตึ้นนั่ง 1 ตัว เท่ากับคิดตึ้น 2 ตัว จะทำให้ได้สมการ</p> $x + 2 = 2y + 2 \text{ เป็นต้น}$ <p>- ในการตอบคำถามข้อ 3 เมื่อเพิ่มจำนวนคิดตึ้นนั่งข้างซ้าย 2 ตัว อีกข้างหนึ่งควรเป็นรูปอะไร นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถอธิบายสาเหตุของผลลัพธ์ได้อย่างสมเหตุสมผล เช่น กลุ่ม 2 อธิบายว่าอีกข้างหนึ่งควรเป็นรูปคิดตึ้น 8 ตัว เพราะคิดตึ้นนั่ง 1 ตัวเท่ากับคิดตึ้น 2 ตัว จะทำให้ได้สมการ $4x = 8y$</p>

ตาราง 10 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
	<ul style="list-style-type: none"> - คำถามข้อ 4 เมื่อลดจำนวนคิดตั้งข้างซ้ายให้เหลือ 1 ตัว อีกข้างหนึ่งควรเป็นรูปอะไร นักเรียน กลุ่ม 2 อธิบายว่า อีกข้างหนึ่งของตาข้างรูปคิดตั้งขึ้น 2 ตัว เพราะคิดตั้ง 1 ตัวเท่ากับคิดตั้งขึ้น 2 ตัว จะทำให้ได้สมการ $x = 2y$ - ในการนำเสนอของกลุ่ม 3 มีข้อผิดพลาดเกิดขึ้น และมีนักเรียนคนหนึ่งทักขึ้นมาว่าถ้าลองแทนค่าลงไปในสมการที่ 2 แล้วจะได้ - $2(4) + 3(6) = 3(6) + 2 + 2(4)$ ซึ่งค่าที่ได้ทั้งสองข้างไม่เท่ากัน นักเรียนคนอื่นๆก็เห็นด้วย และกล่าวว่าในสถานการณ์นี้ไม่ควรกำหนดคิดตั้งนั่งรถเป็น z เพราะจะทำให้สับสน และทำให้ตอบคำถามในข้อที่ 4 ไม่ได้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

จากแบบสังเกตพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดโดยใช้กลยุทธ์การพูด อธิบายให้เห็นภาพและการใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด คือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมสื่อสารการพูดอธิบายโดยมีการพูดอธิบายคณิตศาสตร์โดยการใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ มีการใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น และการพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครู แบบบันทึกพฤติกรรมการสื่อสารด้านการพูดและการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังการสอนของครูผู้วิจัยในการจัดกิจกรรม ที่มีชื่อว่า รู้หรือไม่ ในขั้นของการนำเสนอ ครูผู้วิจัยได้สุ่มนักเรียนออกมาแนะนำเสนอจำนวน 3 กลุ่ม พฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนแต่ละกลุ่มเป็นดังนี้

กลุ่ม 1 การนำเสนอไม่มีการแนะนำตนเองและสมาชิกกลุ่ม รวมถึงไม่มีการชี้แจงวัตถุประสงค์ของการนำเสนอ กลุ่มนี้มีการนำเสนอการคิดและเขียนสมการได้ ดังนี้ วิธีแรก นักเรียนได้วาดรูปหัวสัตว์ไว้ 30 หัว แบ่งเป็นสามแถว ซึ่งแถวแรกเป็นนก เนื่องจากนกมี 2 ขา ทำให้มีขาทั้งหมดเท่ากับ $30 \times 2 = 60$ ขา เพราะฉะนั้นยังเหลืออีก 40 ขา นักเรียนจึงเติมขาให้อีกสองแถว หลังกลายเป็นกวาง ดังนั้น จะต้องเติมขาเท่ากับ $\frac{40}{2} = 20$ ตัว เพราะฉะนั้นจะมีกวาง 20 ตัว และนกอีก 10 ตัว วิธีที่สอง เป็นการวาดตารางให้เพื่อนๆ ในห้องเห็นถึงจำนวนตัวเลข คือ มีกวาง 2 ตัว และนก 28 ตัว การคิดก็คือ กวางมี 2 ตัว ตัวละ 4 ขา ได้เท่ากับ 8 ขา นกมี 28 ตัว ตัวละ 2 ขา ได้เท่ากับ 56 ขา เพราะฉะนั้น $56 + 8 = 64$ จากนั้น ไล่ไปเรื่อยๆ จนถึงมีกวาง 20 ตัว กับนก 10 ตัว ก็จะได้ 100 ขา ส่วน วิธีสุดท้ายของกลุ่มที่ 1 คือ การเขียนสมการได้ $30 - x = y$ หรือ $x + y = 30$ แทนค่าโดย x คือ กวาง และ y คือ นก (เป็นสมการที่ 1) แทนค่า โดย กวางมี 4 ขา เท่ากับ $4x$ และนกมี 2 ขา เท่ากับ $2y$ ดังนั้นจะได้ $4x + 2y = 100$ (เป็นสมการที่ 2) นำสมการที่ 1 ลบสมการที่ 2 จะได้ $3x + y = 70$ (เป็นสมการที่ 3) จากนั้น นำสมการที่ 3 ลบสมการที่ 1 จะได้ $2x = 40$ และจะได้ $x = \frac{40}{2} = 20$ ดังนั้นจะมีกวางทั้งหมด 20 ตัว และนกเท่ากับ $30 - 20 = 10$ ตัว (ดังรูป 20) กลุ่มนี้มีการนำเสนอด้วยภาษาพูดที่เข้าใจง่าย ชัดเจนเพื่อนในห้องสามารถรับฟังได้อย่างเข้าใจ เวลาพูดมีการสบตาผู้ฟังเป็นระยะ มีความมั่นใจในตัวเอง มีการนำเสนอเนื้อหาได้ครบถ้วนมีการวิเคราะห์เชื่อมโยงเนื้อหาอย่างมีเหตุผล ทำให้เพื่อนในห้องเข้าใจในงานที่กลุ่มออกมานำเสนอ

วาดรูป

1. วาดรูป 30 ตัว

2. ทำใจทุกตัวเป็นนก ซึ่งมี 2 ขา ถ้าใจมีขา 10 ตัว 30 x 2 = 60 ขา

หมายเหตุ: ใจ 1 ตัว มี 2 ขา 40 ขา

3. นำใจไปเติมสัตว์ตัวละ 2 ขา เพื่อให้เป็นกรง

4. ต้องกินใจ $\frac{60}{2} = 30$ ตัว

5. สัตว์กรง 10 ตัว และ สัตว์ใจ 10 ตัว

3. สัตว์กรง

$30 - X = Y$ หรือ $X + Y = 30 \rightarrow (1)$

$4X + 2Y = 100 \rightarrow (2)$

สมการที่ 2 - สมการที่ 1

$= 4X + 2Y = 100 -$
 $X + Y = 30$
 $3X + Y = 70 \rightarrow (3)$

สมการที่ 3 - สมการที่ 1

$= 3X + Y = 70 -$
 $X + Y = 30$
 $2X = 40$

ดังนั้น $X = \frac{40}{2}$
 $= 20$ ตัว

5. สัตว์กรง 10 ตัว สัตว์ใจ 20 - 10 = 10 ตัว

2. ตาราง

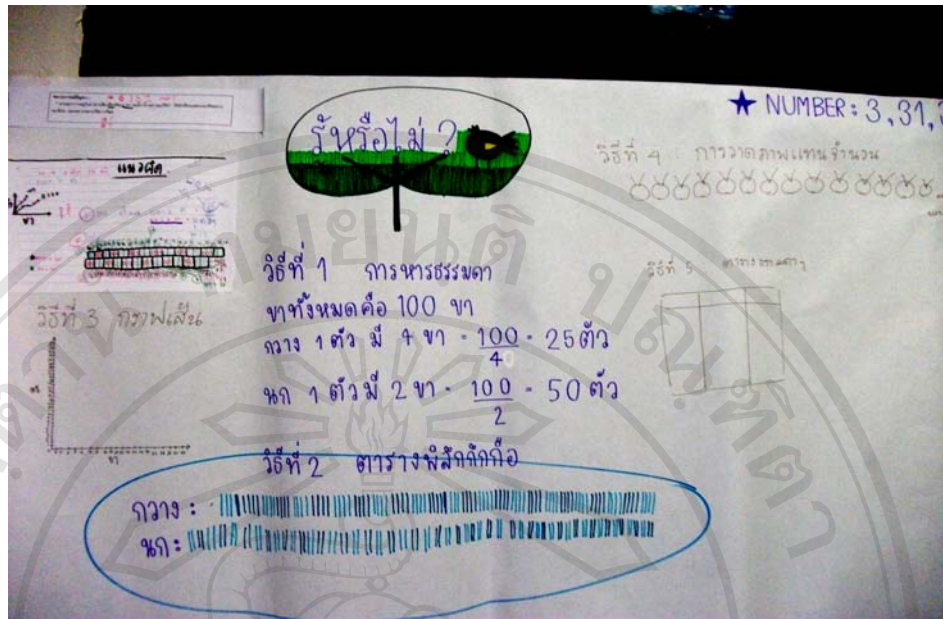
กรง	ใจ	จำนวนขาทั้งหมด
ก)	2	28
ข)	4	28
ค)	6	24
ง)	8	22
ฉ)	10	20
ช)	12	18
ฉ)	14	16
จ)	16	14
ด)	18	12
ด)	20	10

จำนวนขาของใจ 4 ขา

จำนวนขาของสัตว์ใจ 2 ขา

รูป 20 กิจกรรมรู้หรือไม่ “แนวคิดกลุ่ม 1”

กลุ่ม 2 การนำเสนอไม่มีการแนะนำตัวเองและสมาชิกในกลุ่มรวมถึงไม่ได้ชี้แจง วัตถุประสงค์ ก่อนการนำเสนอส่วนการนำเสนอการคิดและเขียนสมการ ได้ดังนี้ วิธีที่ 1 เป็นการหาร โดยแทนขา สัตว์ทั้งหมดมี 100 เนื่องจากกวาง 1 ตัวมี 4 ขา จะได้ 100 หารด้วย 4 เท่ากับ 25 ตัว ส่วนนก มี 2 ขา จะได้ 100 หาร 2 เท่ากับ 50 ตัว วิธีที่สอง แทนค่าโดยการเขียนเป็นตารางซึ่งนักเรียนได้นำเสนอโดยการขีดเส้นให้ตรงตามจำนวนขาสัตว์ เช่น ขีด 4 ขีด แทนกวาง 1 ตัว และขีด 2 ขีด แทน นก 1 ตัว การขีดก็จะใช้สีเป็นตัวช่วยเพื่อจะได้นับข้อมูลได้ถูกต้อง (ดังรูป 21) ซึ่งการนำเสนอกลุ่มนี้ได้คำตอบที่ผิดพลาด ครูกระตุ้นให้เพื่อนในห้องสังเกตการแก้ปัญหาดังกล่าวว่ามีข้อผิดพลาดอย่างไร และมีนักเรียนกล่าวสถานการณ์ปัญหานี้ไม่สามารถใช้วิธีการหารได้เพราะถ้าใช้การหารจะได้กวาง 25 ตัว และนก 50 ตัว เมื่อนำสัตว์สองชนิดมารวมกันจะได้ 75 ตัว แต่โจทย์กำหนดว่ากวางรวมกับ นกมี 30 ตัว ดังนั้นวิธีการนี้จึงไม่ถูกต้อง อย่างไรก็ตามนักเรียนพูดนำเสนอโดยใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย มีการยกตัวอย่างให้เห็นได้อย่างชัดเจน มีความมั่นใจในการนำเสนอ พูดเสียงดังฟังชัด



รูป 21 กิจกรรมรู้หรือไม่ “แนวคิดกลุ่ม 2”

กลุ่ม 3 การนำเสนอไม่มีการแนะนำตัวเองและสมาชิกในกลุ่ม รวมถึงไม่ได้ชี้แจงวัตถุประสงค์ก่อนการนำเสนอเหมือนกับกลุ่มอื่น ในส่วนของการนำเสนอการคิดและเขียนสมการได้ดังนี้ วิธีที่ 1 ใช้การคูณ คือ กวาง 20 ตัว 1 ตัวมี 4 ขา จะได้ $20 \times 4 = 80$ และนก มี 10 ตัว เท่ากับ $10 \times 2 = 20$ รวมกันได้ 100 ขา วิธีที่ 2 ใช้การแทนค่าโดยการวาดรูปกวาง 1 ตัว = 5 ตัว และ วาดรูปนก 1 ตัว = 5 ตัว จากนั้นใช้การวาดรูปโดยกำหนดรูปกวาง 1 รูปเท่ากับกวาง 5 ตัว ดังนี้จะได้รูปกวาง 4 รูปเท่ากับ 20 ตัว แต่ละตัวมี 4 ขา ถ้ากวาง 20 ตัวจะมีขาเท่ากับ 80 ขา และวาดรูปนกซึ่งนก 1 รูปเท่ากับนก 5 ตัว นก 2 รูปเท่ากับนก 10 ตัว แต่ละตัวมี 2 ขา ถ้านก 10 ตัว จะมีขาเท่ากับ 20 ขา รวมกันเป็น 100 ขา และวิธีที่ 3 เป็นการเพิ่มค่าลดค่า โดยแทนค่าได้จำนวนขาทั้งหมด 100 หาร 2 เท่ากับ 50 ขา เพราะฉะนั้น จะได้เท่ากับ กวาง $50 + 2 = 52$ ขา = 13 หัว และ นก $50 - 2 = 48$ ขา เท่ากับ 24 หัว แต่วิธีนี้ยังไม่ลงตัว จึงต้องใช้วิธีการเพิ่มค่า ดังนี้ กวาง เท่ากับ $50 + 30 = 80$ ขา = 20 หัว และ นก เท่ากับ $50 - 30 = 20$ ขา = 10 หัว วิธีนี้รวมกันแล้วลงตัวพอดี ดังนั้นมีกวาง 20 ตัว และ นก 10 ตัว อย่างไรก็ตามการพูดนำเสนอของกลุ่มมีการใช้ภาษาที่ฟังแล้วเข้าใจง่าย มีการสบตาผู้พูด เป็นระยะ พูดเสียงดังฟังชัด นำเสนอเนื้อหาได้ครบถ้วน และยังเปิดโอกาสให้ผู้ฟังได้มีส่วนร่วม แสดงความคิดเห็น (ดังรูป 22)

รู้หรือไม่ว่า? สมาชิก: 13, 28,

วิธีที่ 1 แยกค่า

$$\begin{array}{l} \text{กวาง} = 20 \text{ ตัว} = 20 \times 4 = 80 \\ \text{นก} = 10 \text{ ตัว} = 10 \times 2 = 20 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{กวาง} \\ \text{นก} \end{array}} \right\} 100 \text{ ขา}$$

วิธีที่ 2 วาดรูป (ไก่ = 5 ตัว / นก = 5 ตัว)

$$\begin{array}{l} \text{ไก่} \quad \text{ไก่} \quad \text{ไก่} \quad \text{ไก่} \quad \text{ไก่} = 80 \text{ ขา} \\ \text{นก} \quad \text{นก} = 20 \text{ ขา} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{ไก่} \\ \text{นก} \end{array}} \right\} 100 \text{ ขา} \quad 30 \text{ ตัว}$$

วิธีที่ 3 เพิ่มค่า/ลดค่า

• $100 \text{ ขา} \div 2 = 50 \text{ ขา}$

$$\begin{array}{l} \text{กวาง} \quad 50 \div 2 = 25 \text{ ตัว} = 10 \text{ ตัว} \\ \text{นก} \quad 50 \div 2 = 25 \text{ ตัว} = 15 \text{ ตัว} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{กวาง} \\ \text{นก} \end{array}} \right\} \text{ไม่ลงตัว}$$

$$\begin{array}{l} \text{กวาง} \quad 25 + 5 = 30 \text{ ตัว} = 120 \text{ ขา} \\ \text{นก} \quad 25 - 5 = 20 \text{ ตัว} = 40 \text{ ขา} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{กวาง} \\ \text{นก} \end{array}} \right\} \text{ลงตัว (30 ตัว + 20 ตัว)}$$

รูป 22 กิจกรรมรู้หรือไม่ว่า “แนวคิดกลุ่ม 3”

หลังจากทั้ง 3 กลุ่มนำเสนอผลงานเรียบร้อยแล้ว ครูผู้วิจัยได้ช่วยสรุปการเขียนสมการของแต่ละกลุ่มและเปิดประเด็นการอภิปรายถึงการเขียนและแก้สมการโดยใช้คำถามถามว่านักเรียนได้แนวคิดในการแก้ปัญหาอย่างไรบ้าง ซึ่งนักเรียนสามารถตอบได้อย่างหลากหลาย คือมีวิธีการวาดรูป การสร้างตารางและการเขียนเป็นสมการ ทั้งนี้ ครูผู้วิจัยถามนักเรียนว่ามีกลุ่มใดที่ใช้วิธีแตกต่างจากเพื่อนและอยากออกมานำเสนอบ้างหรือไม่ มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งกล่าวว่า กลุ่มของตนใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยกำหนดให้ x แทนจำนวนนก ซึ่งนกกับกวางรวมกันมี 30 ตัว จะได้ $30 - x$ เป็นจำนวนของกวาง และ นก 1 ตัวมีขา 2 ขา ดังนั้น นก x ตัว จะมีขาเท่ากับ $2x$ ขา และ กวาง 1 ตัวมีขา 4 ขา ดังนั้น กวาง $30 - x$ ตัว จะมีขาเท่ากับ $4(30 - x)$ ขา แต่โจทย์บอกว่ามีรวมกันทั้งหมด 100 ขา ก็จะได้สมการเป็น $2x + 4(30 - x) = 100$ ขา แก้สมการจะได้ $x = 20$ แสดงว่ามี นก 20 ตัว และกวางเท่ากับ $30 - 20 = 10$ ตัว ซึ่งนักเรียนได้ออกมาเขียนให้เพื่อนดูบนกระดาน และทำให้เพื่อนเข้าใจมากยิ่งขึ้น อย่างไรก็ตามนักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาและตอบคำถามได้ถูกต้องตรงตามวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนการสอนในครั้งนี้

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ส่งผลให้เกิดพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ ดังตาราง

ตาราง 11 ผลของพฤติกรรมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สอดคล้องกับกลยุทธ์การแนะนำ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในกิจกรรม รู้หรือไม่

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมการสื่อสารด้านการพูด
<ul style="list-style-type: none"> - การพูดอธิบายให้เห็นภาพ (Illustration) - การใช้วิธีการหรือมุมมองที่แตกต่าง (Redirection) - การตระหนักถึงความผิดพลาด (Particularization) 	<p>การพูดอธิบายคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างหรือภาพประกอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนกลุ่ม 1 นำเสนอแนวคิดโดยได้วาดรูปหัวสัตว์ไว้ 30 หัว แบ่งเป็นสามแถว ซึ่งแถวแรกเป็นนก เนื่องจากนก มี 2 ขา ทำให้มีขาทั้งหมดเท่ากับ $30 \times 2 = 60$ ขา เพราะฉะนั้นยังเหลืออีก 40 ขา นักเรียนจึงเติมขาให้อีกสองแถวหลังกลายเป็นกวาง ดังนั้น จะต้องมีการกวางเท่ากับ $\frac{40}{2} = 20$ ตัว - นักเรียนกลุ่ม 1, กลุ่ม 2 นำเสนอแนวคิดแก้ปัญหาโดยวิธีการวาดตาราง - นักเรียนกลุ่ม 2 นำเสนอโดยการขีดเส้นให้ตรงตามจำนวนขาสัตว์ เช่น ขีด 4 ขีด แทนกวาง 1 ตัว และขีด 2 ขีด แทน นก 1 ตัว และในการขีดมีการใช้สีเป็นตัวช่วยเพื่อจะได้นับข้อมูลได้ถูกต้อง

ตาราง 11 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมการสื่อสารด้านการพูด
	<p>- การวาดรูปโดยกำหนดรูปกว้าง 1 รูปเท่ากับกว้าง 5 ตัว ดังนั้นจะได้รูปกว้าง 4 รูปเท่ากับ 20 ตัว แต่ละตัวมี 4 ขา ถ้ากว้าง 20 ตัวจะมีขาเท่ากับ 80 ขาและวาดรูปนกซึ่งนก 1 รูปเท่ากับนก 5 ตัว นก 2 รูปเท่ากับนก 10 ตัว แต่ละตัวมี 2 ขา ถ้านก 10 ตัว จะมีขาเท่ากับ 20 ขารวมกันเป็น 100 ขา</p> <p>การพูดอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</p> <p>- นักเรียนกลุ่ม 1 แก้ปัญหาโดยการเขียนสมการ และกำหนดให้ x คือ กว้าง และ y คือ นก ซึ่งกว้างรวมกับนกได้ 30 จะได้ $x + y = 30$ เนื่องจากกว้างมี 4 ขา เท่ากับ $4x$ และนกมี 2 ขา เท่ากับ $2y$ ดังนั้นจะได้ $4x + 2y = 100$ ซึ่งเป็นการกำหนดสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์</p> <p>- นักเรียนกลุ่ม 2 ใช้วิธีการหาร โดยแทนขาสัตว์ทั้งหมดมี 100 เนื่องจากกว้าง 1 ตัวมี 4 ขา จะได้ 100 หารด้วย 4 เท่ากับ 25 ตัว ส่วนนก มี 2 ขา จะได้ 100 หาร 2 เท่ากับ 50 ตัว</p>

ตาราง 11 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมกรรมการสื่อสารด้านการพูด
	<p>- นักเรียนกลุ่ม 3 ใช้การคูณ คือ กวาง 20 ตัว 1 ตัวมี 4 ขา จะได้ $20 \times 4 = 80$ และนก มี 10 ตัว เท่ากับ $10 \times 2 = 20$ รวมกันได้ 100 ขา</p> <p>- นักเรียนกลุ่ม 3 ใช้การเพิ่มค่าลดค่า โดยแทนค่าได้จำนวนขาทั้งหมด 100 หาร 2 เท่ากับ 50 ขา เพราะฉะนั้น จะได้เท่ากับ กวาง $50 + 2 = 52$ ขา = 13 หัว และ นก $50 - 2 = 48$ ขา เท่ากับ 24 หัว แต่วิธีนี้ยังไม่ลงตัว จึงต้องใช้วิธีการเพิ่มค่า ดังนี้ กวาง เท่ากับ $50 + 30 = 80$ ขา = 20 หัว และ นก เท่ากับ $50 - 30 = 20$ ขา = 10 หัว ดังนั้นมีกวาง 20 ตัว และนก 10 ตัว</p> <p>การพูดอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น</p> <p>- นักเรียนกลุ่ม 1 สามารถพูดอธิบายแนวคิดการแก้ปัญหาซึ่งเป็นที่มาของคำตอบได้อย่างเป็นลำดับขั้น กล่าวคือกลุ่มที่ 1 อธิบายว่า กำหนดให้ x คือ กวาง และ y คือ นก ซึ่งกวางรวมกับนกได้ 30 จะได้ $x + y = 30$ (สมการ 1) และเนื่องจากกวางมี 4 ขา เท่ากับ $4x$ และนกมี 2 ขา เท่ากับ $2y$ ดังนั้นจะได้ $4x + 2y = 100$ (สมการ 2) นำสมการที่ 1 ลบสมการที่ 2 จะได้ $3x + y = 70$</p>

ตาราง 11 (ต่อ)

กลยุทธ์การแนะนำที่ใช้	พฤติกรรมสื่อสารด้านการพูด
	<p>(สมการ 3) จากนั้น นำสมการที่ 3 ลบสมการที่ 1 จะได้ $2x = 40$ และจะได้ $x = \frac{40}{2} = 20$ ตัว</p> <p>- นักเรียนกลุ่มหนึ่งใช้การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยกำหนดให้ x แทนจำนวนนก ซึ่งนกกับกวางรวมกันมี 30 ตัว จะได้ $30 - x$ เป็นจำนวนของกวาง และ นก 1 ตัวมีขา 2 ขา ดังนั้น นก x ตัว จะมีขาเท่ากับ $2x$ ขา และกวาง 1 ตัวมีขา 4 ขา ดังนั้น กวาง $30 - x$ ตัว จะมีขาเท่ากับ $4(30 - x)$ ขา แต่โจทย์บอกว่ามีรวมกันทั้งหมด 100 ขา ก็จะได้สมการเป็น $2x + 4(30 - x) = 100$ ขา แก้สมการจะได้ $x = 20$ แสดงว่ามีนก 10 ตัว และกวางเท่ากับ $30 - 10 = 20$ ตัว</p> <p>การพูดอธิบายโดยอ้างสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์อย่างสมเหตุสมผล</p> <p>- นักเรียนกลุ่ม 2 แก้ปัญหาโดยใช้การหาร โดยได้คำตอบคือกวาง 25 ตัว และ 50 ตัว แต่มีนักเรียนคนหนึ่งแย้งว่าปัญหานี้ไม่สามารถใช้วิธีการหารได้เพราะ ถ้านำสัตว์สองชนิดมารวมกันจะได้ 75 ตัว แต่โจทย์กำหนดว่ากวางรวมกับนกมี 30 ตัว ดังนั้นวิธีการนี้จึงไม่ถูกต้อง</p>

ตอนที่ 2 การเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่มีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดก่อนเรียนและหลังเรียน

ก่อนการวิจัยผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียน โดยใช้แบบบันทึกพฤติกรรม การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด และหลังจากผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 10 แผนเรียบร้อยแล้วผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียน โดยใช้แบบ บันทึกพฤติกรรม การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด อีกครั้ง เพื่อเปรียบเทียบ พฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียน ผลปรากฏดังตาราง 12

ตาราง 12 แสดงการเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่มีพฤติกรรมสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดในระดับต่างๆก่อนเรียนและหลังเรียน

ระดับการพูด	ก่อนเรียน		หลังเรียน	
	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ
ดีมาก	5	11.11	25	55.6
ดี	14	31.11	13	28.89
พอใช้	14	31.11	6	13.33
ปรับปรุง	12	26.67	1	2.22
รวม	45	100	45	100

จากตาราง 12 พบว่า ก่อนการใช้กลยุทธ์การแนะนำ จำนวนนักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดในระดับดีมากและดีมีทั้งสิ้น 19 คน และหลังจากใช้กลยุทธ์การแนะนำ นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดในระดับดีมากและดีเพิ่มขึ้น 19 คน คิดเป็นร้อยละ 42.22 ของนักเรียนทั้งหมด