บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

จากการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัย ผู้วิจัยขอนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยแบ่งออกเป็น 2 ตอนดังนี้

ตอนที่ 1 การคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน ระหว่างการสอน

ตอนที่ 2 การคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต

ซึ่งแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 การคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนระหว่างการสอน

จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ผู้วิจัยมุ่งเน้นศึกษาพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน จึงได้แบ่งเนื้อทฤษฎีบทพีทาโกรัสออกเป็น 6 เรื่อง จำนวน 10 คาบ ได้แก่ การจำแนกกลุ่มของรูปสามเหลี่ยม นิยามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยม ทฤษฎีบทพีทาโกรัส บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส และการนำไปใช้ โดยผู้วิจัยได้ศึกษาเกี่ยวกับระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ของนักเรียนในแต่ละด้านดังนี้ ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง การใช้บทนิยาม การจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต และการพิสูจน์ ซึ่งผู้วิจัยขอนำเสนอผลการวิจัยตามแต่ละด้านของการคิดทางเรขาคณิต ดังนี้

ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง (Recognition)

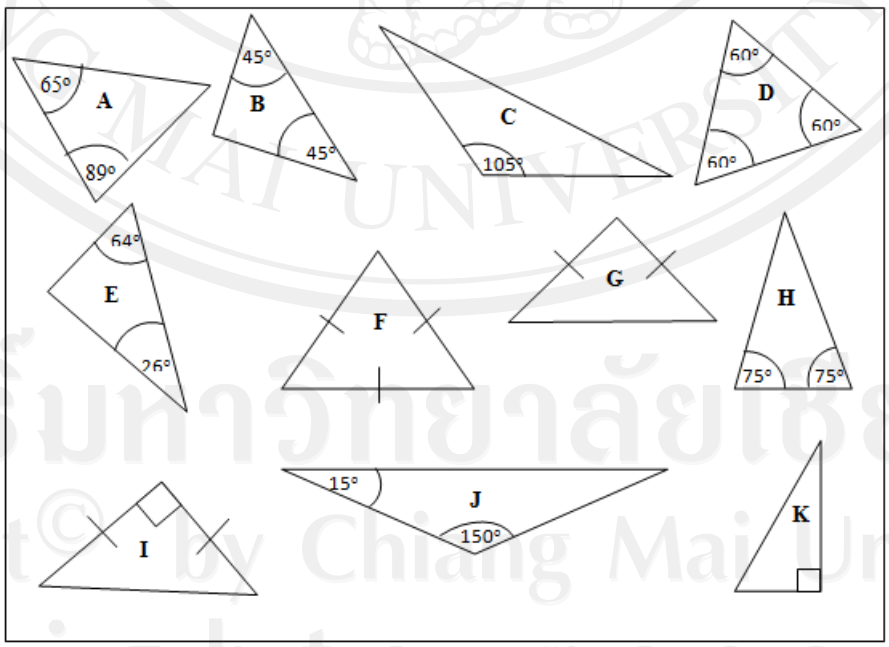
ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่างเป็นด้านที่มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนใช้ ความรู้หรือความสามารถในการมองภาพและรูปลักษณ์ภายนอกของรูปเรขาคณิตประกอบการตัดสินใจในเรื่องที่เกี่ยวกับเรขาคณิต ซึ่งทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีความเกี่ยวข้องกับเรขาคณิตที่นักเรียนต้องใช้ความรู้ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับรูปร่างทางเรขาคณิต โดยแผนการจัดการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่กำหนดให้สอดคล้องกับการวัดระดับการคิดทาง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เรขาคณิต ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่างประกอบไปด้วย แผนที่ 1 เรื่อง การจำแนกกลุ่มของรูปสามเหลี่ยม แผนที่ 2 นิยามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และ แผนที่ 5 บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การจำแนกกลุ่มของรูปสามเหลี่ยม

หนึ่งในเป้าหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 คือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถแสดงระดับคิดทางเรขาคณิตและพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตในด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี โดยเริ่มจากการสอบถามเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่พบในชีวิตประจำวันของนักเรียน จากนั้นเลือกตัวแทนนักเรียน 4 คน วาดรูปสามเหลี่ยมที่แตกต่างกันบนกระดาน พร้อมกำหนดให้นักเรียนได้พิจารณารูปสามเหลี่ยมบนกระดานและอภิปราย และเมื่อต้องการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ผู้วิจัยได้แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มและลงมือทำกิจกรรมที่ 1.2 โดยกำหนดรูปสามเหลี่ยมที่แตกต่างกันจำนวน 11 รูป (รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 4 รูป สามเหลี่ยมมุมป้าน 3 รูป สามเหลี่ยมมุมแหลมจำนวน 4 รูป) ดังภาพที่ 1 โดยให้นักเรียนจำแนกชนิดของรูปสามเหลี่ยมออกเป็นกลุ่มๆให้มากที่สุดพร้อมให้นักเรียนเขียนแสดงเหตุผลประกอบการจำแนกรูปสามเหลี่ยมลงในใบงานที่ 1



ภาพที่ 1 รูปสามเหลี่ยมจำนวน 11 รูปที่กำหนดให้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

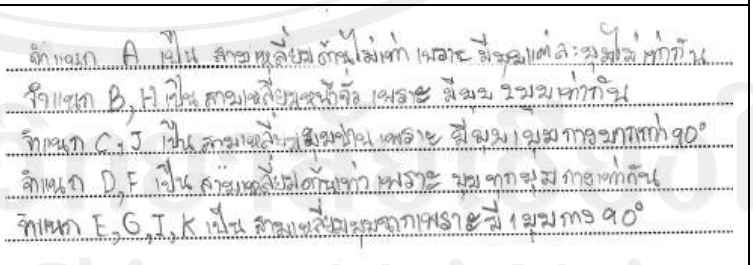
ในการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่างได้กำหนดให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 ซึ่งสอบถามเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ และวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) โดยมีตัวบ่งชี้ดังนี้

ระดับที่1 นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมและบอกองค์ประกอบทางเรขาคณิตของรูปสามเหลี่ยมได้แต่ไม่สามารถใช้ศัพท์ทางคณิตที่ถูกต้องได้

ระดับที่2 นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมและบอกองค์ประกอบทางเรขาคณิตของรูปสามเหลี่ยมได้และสามารถใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

พบว่า จำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ตามตัวบ่งชี้ในแต่ละระดับ ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 สรุปจำนวนนักเรียนและตัวอย่างการตอบของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime ในด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง จากการทำใบงานที่ 1

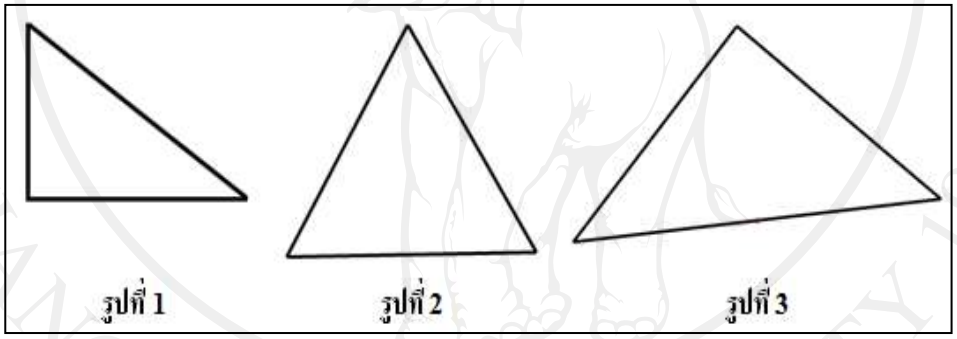
ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
ด้านตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง	1	30 (81.08)	
	2	7 (18.92)	

ผลปรากฏว่า เมื่อวัดระดับการให้เหตุผลทางเรขาคณิตด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง พบว่า นักเรียนส่วนมากมีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ 1

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง นิยามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

หนึ่งในเป้าหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 คือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถแสดงระดับคิดทางเรขาคณิตและพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตในด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998)โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ซึ่งนักเรียนจะต้องสามารถบอกความแตกต่างที่สำคัญของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่แตกต่างจากรูปสามเหลี่ยมอื่นๆได้ โดยเริ่มจากการนำรูปสามเหลี่ยมมุมฉากทั้ง 4 รูปจากใบกิจกรรมที่ 1.2 ให้นักเรียนพิจารณาพร้อมบรรยายรูปร่างลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นกำหนดรูปสามเหลี่ยมจำนวน 3 รูป ซึ่งประกอบไปด้วยสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีมุมที่ฐานขนาด 60 องศา และ 45 องศา อย่างละ 1 รูป และสามเหลี่ยมมุมฉาก 1 รูป ดังภาพที่ 2 พร้อมให้นักเรียนอภิปรายรูปสามเหลี่ยมทั้งสามรูป



ภาพที่ 2 รูปสามเหลี่ยมจำนวน 3 รูปที่กำหนดให้

เมื่อทำการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ได้กำหนดให้นักเรียนทำใบงานที่ 2 ที่ให้นักเรียนตรวจสอบรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้และเขียนเหตุผลประกอบการตอบ โดยวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ซึ่งมีตัวบ่งชี้ ดังนี้

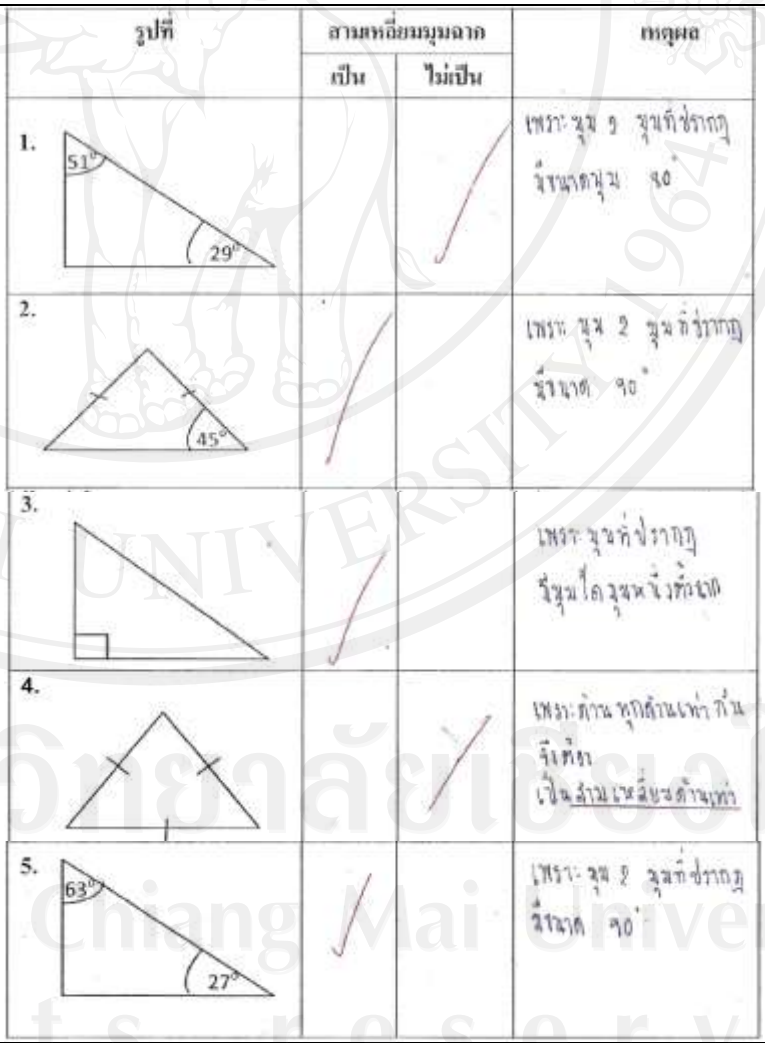
ระดับที่1 กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาให้นักเรียนสามารถตอบได้ว่าเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ ไม่สามารถให้เหตุผลได้ว่าทำไมจึงเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

ระดับที่ 2 กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาให้นักเรียนสามารถตอบได้ว่าเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากและสามารถให้เหตุผลได้เล็กน้อยว่าทำไมจึงเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก เช่น มีมุม 90 องศา

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

พบว่า จำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ตามตัวบ่งชี้ในแต่ละระดับ ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 สรุปจำนวนนักเรียนและตัวอย่างการตอบของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime ในด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง จากการทำใบงานที่ 2

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
ด้านตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง	1	0 (0.00)	-
	2	37 (100.00)	

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง นิยามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีเป้าหมายให้นักเรียนสามารถบอกความแตกต่างที่สำคัญของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่แตกต่างจากรูปสามเหลี่ยมอื่นๆได้ โดยวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ในด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ผลปรากฏว่า จำนวนนักเรียนทั้งหมดมีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ 2

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

หนึ่งในเป้าหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 คือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถแสดงระดับคิดทางเรขาคณิตและพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตในด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ซึ่งนักเรียนจะต้องสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามบทกลับของทฤษฎีบทพิทาโกรัสได้ โดยเริ่มจากการทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัสเพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากนั้นกำหนดให้นักเรียนศึกษาวิธีการสร้างรูปสามเหลี่ยมจากกระดานแข็งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและทำการอภิปรายรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนสร้างขึ้นโดยให้พิจารณาว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่เพราะเหตุใด

เมื่อทำการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ได้กำหนดให้นักเรียนทำใบงานที่ 6 ที่กำหนดให้นักเรียนพิจารณาว่าด้านที่กำหนดให้เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ และเมื่อวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ซึ่งมีตัวบ่งชี้ ดังนี้

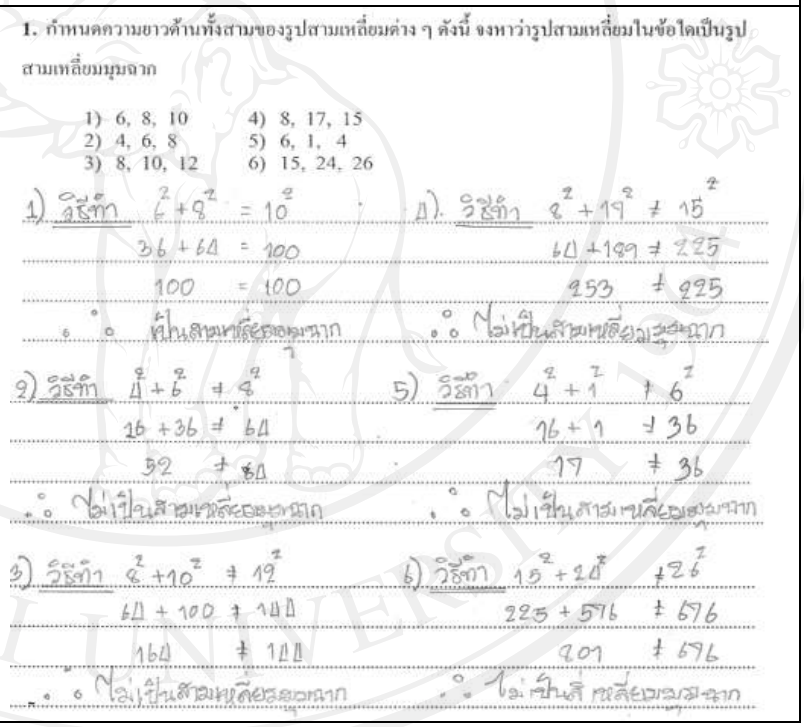
ระดับที่1 นักเรียนใช้วิธีการวาดรูปประกอบการพิจารณาวาดรูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ระดับที่2 นักเรียนใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการตรวจสอบว่ารูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

พบว่า จำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ตามตัวบ่งชี้ในแต่ละระดับ ดังตารางที่ 5

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตารางที่ 5 สรุปจำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงการคิดที่บ่งชี้ความสามารถการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime ในด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง จากการทำ ใบงานที่ 6

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
การตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง	1	0 (0.00)	-
	2	37 (100)	

1. กำหนดความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมต่าง ๆ ดังนี้ จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

1) 6, 8, 10
2) 4, 6, 8
3) 8, 10, 12
4) 8, 17, 15
5) 6, 1, 4
6) 15, 24, 26

จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีเป้าหมายให้นักเรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามบทกลับของทฤษฎีบทพิทาโกรัสได้ โดยวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรส และเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ในด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่างทางเรขาคณิต

เมื่อพิจารณาแผนการเรียนรู้ที่เน้นการคิดทางเรขาคณิตใน ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง นักเรียนทั้งหมดมีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับที่2 และไม่มีจำนวนนักเรียนอยู่ในระดับที่ 1

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ด้านการใช้บทนิยาม (Use of Definition)

ด้านการใช้บทนิยาม เป็นด้านที่มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนใช้ความรู้หรือความสามารถในการใช้บทนิยามและสมบัติของรูปเรขาคณิต ซึ่งทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีความเกี่ยวข้องกับเรขาคณิตที่นักเรียนต้องใช้ความรู้ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการใช้บทนิยาม ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่กำหนดให้สอดคล้องกับการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการใช้บทนิยามประกอบไปด้วย แผนที่ 1 เรื่อง การจำแนกกลุ่มของรูปสามเหลี่ยม แผนที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยม แผนที่ 4 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส แผนที่ 5 เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส และ แผนที่ 6 เรื่อง การนำไปใช้ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การจำแนกกลุ่มของรูปสามเหลี่ยม

หนึ่งในเป้าหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 คือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถแสดงระดับคิดทางเรขาคณิตและพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตในด้านการใช้บทนิยาม ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี โดยเริ่มจากการสอบถามเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่พบในชีวิตประจำวันของนักเรียน จากนั้นเลือกตัวแทนนักเรียน 4 คน วาดรูปสามเหลี่ยมที่แตกต่างกันบนกระดาน พร้อมกำหนดให้นักเรียนได้พิจารณารูปสามเหลี่ยมบนกระดานและอภิปราย จากนั้นและเมื่อต้องการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตด้านการใช้บทนิยาม ผู้วิจัยได้แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มและลงมือทำกิจกรรมที่ 1.2 โดยกำหนดรูปสามเหลี่ยมที่แตกต่างกันจำนวน 11 รูป (รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 4 รูป สามเหลี่ยมมุมป้าน 3 รูป สามเหลี่ยมมุมแหลมจำนวน 4 รูป) ดังภาพที่ 1 โดยให้นักเรียนจำแนกชนิดของรูปสามเหลี่ยมออกเป็นกลุ่มๆให้มากที่สุดพร้อมให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบการจำแนกรูปสามเหลี่ยมในใบงานที่ 1 โดยพิจารณาการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ซึ่งมีตัวบ่งชี้ดังนี้

ระดับที่1 นักเรียนไม่สามารถใช้นิยามสนับสนุนการจำแนกสามเหลี่ยมได้

ระดับที่2 นักเรียนมีความสับสนในการใช้คำจำกัดความในนิยาม

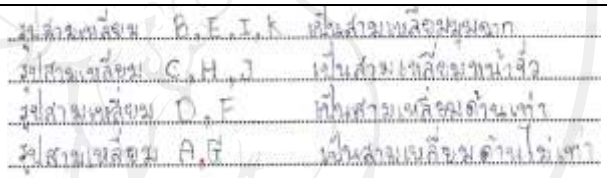
ระดับที่3 นักเรียนสามารถเขียนหรือบอกนิยามอธิบายรูปสามเหลี่ยมชนิดต่างๆได้อย่างถูกต้อง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ระดับที่4 นักเรียนสามารถเขียนหรือบอกนิยามอธิบายรูปสามเหลี่ยมชนิดต่างๆได้และสามารถอธิบายเชื่อมโยงสมบัติสามเหลี่ยมชนิดต่างๆได้

พบว่า จำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตด้านการใช้บทนิยามตามตัวบ่งชี้ในแต่ละระดับ ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 สรุปจำนวนนักเรียนและตัวอย่างการตอบของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime ในด้านการใช้บทนิยามจากการทำใบงานที่ 1

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
การใช้บทนิยาม	1	24 (64.86)	
	2	13 (35.14)	

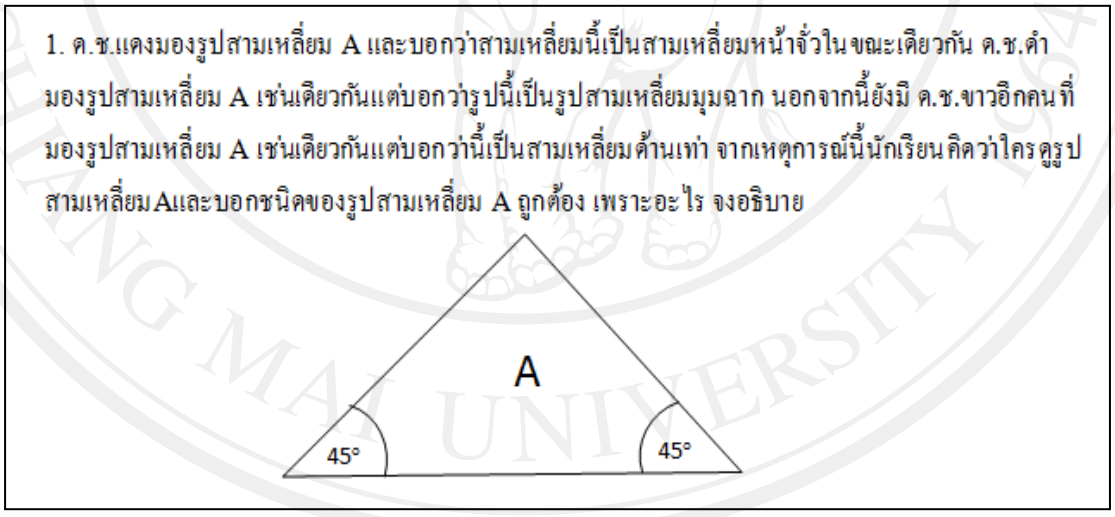
จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีเป้าหมายให้นักเรียนสามารถใช้นิยามบอกความแตกต่างที่สำคัญของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่แตกต่างจากรูปสามเหลี่ยมอื่นๆได้ โดยวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ในด้านการใช้บทนิยาม

เมื่อพิจารณาแผนการเรียนรู้ที่เน้นการคิดทางเรขาคณิตใน ด้านการใช้บทนิยาม นักเรียนส่วนมากมีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับที่1 รองลงมาคือระดับที่ 2 ส่วนในระดับ 3 และระดับ 4 ไม่มีนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตในระดับนี้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยม

หนึ่งในเป้าหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 คือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนสามารถแสดงระดับคิดทางเรขาคณิตและพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตในด้านการใช้บทนิยาม โดยสามารถใช้นิยามบอกความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยมชนิดต่างๆได้ ตามกรอบแนวคิดของกูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ซึ่งผู้วิจัยได้ลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเริ่มจากทบทวนการใช้มุมและด้านของรูปสามเหลี่ยมมาเป็นเกณฑ์ในการพิจารณาชนิดของรูปสามเหลี่ยม จากนั้นกำหนดให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีมุมที่ฐานขนาด 45 องศาและสามเหลี่ยมด้านไม่เท่าที่มีความยาวแต่ละด้านยาว 12 เซนติเมตร 13 เซนติเมตร และ 5 เซนติเมตร พร้อมสอบถามชนิดของรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนเห็นและให้นักเรียนอภิปรายความเหมือนและความแตกต่างกันของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูปนี้ และเมื่อต้องการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตด้านการใช้บทนิยาม ผู้วิจัยกำหนดสถานการณ์ในใบงานที่ 3 ให้นักเรียนใช้ความสามารถหรือความรู้ในด้านการใช้บทนิยามดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 โจทย์สถานการณ์สมมุติ ที่ใช้วัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการใช้บทนิยาม

เมื่อพิจารณาการคิดทางเรขาคณิต ด้านการใช้บทนิยาม ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ซึ่งมีตัวบ่งชี้ดังนี้

ระดับที่1 นักเรียนไม่สามารถใช้นิยามสนับสนุนการจำแนกสามเหลี่ยมได้ เช่น นักเรียนตอบว่าเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากเพราะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่สามารถให้เหตุผลประกอบได้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ระดับที่2 นักเรียนมีความสับสนในการใช้คำจำกัดความในนิยาม เช่น นักเรียนใช้นิยามรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วหรือสามเหลี่ยมด้านไม่เท่ามาอธิบายสามเหลี่ยมมุมฉาก

ระดับที่3 นักเรียนสามารถเขียนหรือบอกนิยามอธิบายรูปสามเหลี่ยมชนิดต่างๆได้อย่างถูกต้อง

ระดับที่4 นักเรียนสามารถเขียนหรือบอกนิยามอธิบายรูปสามเหลี่ยมชนิดต่างๆได้และสามารถ อธิบายเชื่อมโยงสมบัติสามเหลี่ยมชนิดต่างๆได้

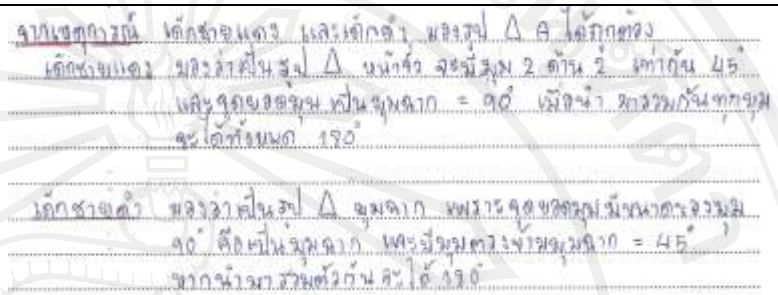
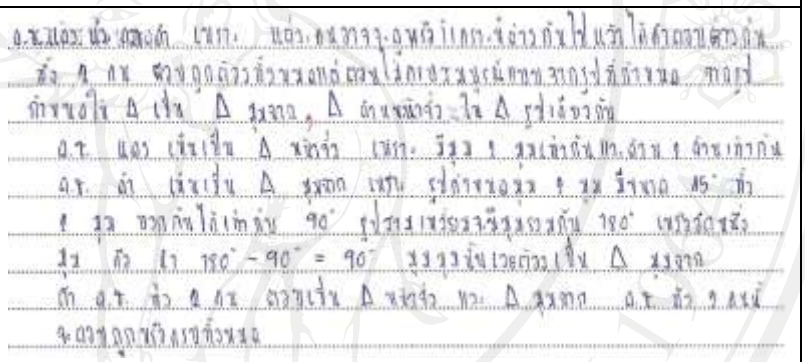
ผลปรากฏว่า จำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตด้านการใช้นิยาม ตามตัวบ่งชี้ในแต่ละระดับ ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 สรุปจำนวนนักเรียนและตัวอย่างการตอบของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime ในด้านการใช้บทนิยามจากการทำใบงานที่ 3

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
ด้านการใช้บทนิยาม	1	3 (8.11)	ด.ช. ๖๖๑๖ รูปสามเหลี่ยม A เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ด.ช. ดำ รูปสามเหลี่ยม A เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก
	2	7 (18.92)	ด.ช. ๖๖๑๖ เพราะ ด.ช.๖๖๑๖ บอกว่า ที่เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว สามเหลี่ยมหน้าจั่วมีมุม สอง มุม เท่ากัน ด.ช. ดำ เพราะ ด.ช.ดำ บอกว่า ที่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก สามเหลี่ยมมุมฉากมีด้าน สาม ด้าน ไม่เท่ากัน เขา มี สมบัติ ตรงกันข้ามกับ ๆ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตารางที่ 7 (ต่อ)

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
ด้านการใช้บทนิยาม	3	26 (70.27)	
	4	1 (2.7)	

จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยม ที่มีเป้าหมายให้นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ได้โดยวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี ในด้านการใช้บทนิยาม พบว่าจากแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิดทางเรขาคณิตในด้านการใช้บทนิยาม พบว่านักเรียนส่วนมากมีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ 3 รองลงมาคือระดับที่ 2 ระดับที่ 1 และระดับที่ 4 ตามลำดับ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

หนึ่งในเป้าหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 คือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนสามารถแสดงระดับคิดทางเรขาคณิตและพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตในด้านการใช้บทนิยาม โดยสามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ซึ่งผู้วิจัยได้ลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเริ่มต้นจากการทบทวนชนิดของรูปสามเหลี่ยมที่ใช้ด้านและมุมในการจำแนกสามเหลี่ยม จากนั้นกำหนดให้นักเรียนทำการ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ทดลองและนับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แทนรูปพื้นที่ 1 หน่วย บนแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ได้จากกิจกรรมการทดลอง พร้อมให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรม และเมื่อต้องการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำใบงานที่ 5 โดยกำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ระบุความยาวด้านเพียง 2 ด้านมาให้พร้อมให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ความสามารถ ด้านการใช้บทนิยาม ในการหาคำตอบ โดยมีตัวบ่งชี้ดังนี้

ระดับที่1 นักเรียนไม่สามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแสดงแนวการคิดได้

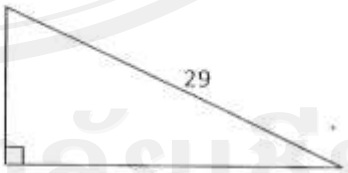
ระดับที่2 นักเรียนมีความสับสนในการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสโดยไม่สามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ที่ถูกต้องเริ่มต้นการแก้ปัญหาได้

ระดับที่3 นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของด้านตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสจากตัวอย่างที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องแต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ทุกข้อ

ระดับที่4 นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของด้านตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสจากตัวอย่างที่ กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและสามารถแก้ปัญหาได้ทุกข้อ

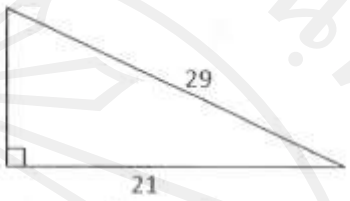
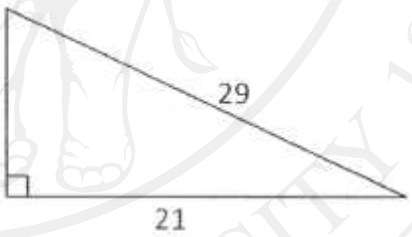
เมื่อทำการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ปรากฏว่า จำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มที่จะแสดงพฤติกรรมที่บ่งชี้ในแต่ละระดับของด้านการใช้บทนิยาม ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 สรุปจำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงการคิดที่บ่งชี้ความสามารถการคิดทางเรขาคณิตตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime ในด้านการใช้บทนิยาม จากการทำใบงานที่ 5

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
ด้านการใช้บทนิยาม	1	2 (5.41)	 จาก $x^2 = 21^2 + 29^2$ $x^2 = 441 + 841$ $x^2 = 1282$ $x =$

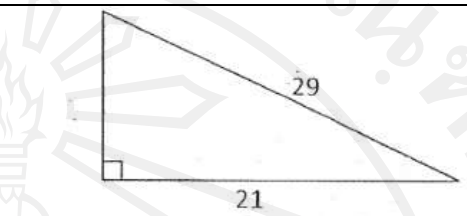
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตารางที่ 8 (ต่อ)

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ **Gutierrez & Jaime**
ด้านการใช้บทนิยาม	2	10 (27.03)	 จาก $x^2 = 21^2 - 29^2$ $x^2 = 441 - 841$ $x^2 = 400$ $x = -20$ ∴ ความยาวด้านที่เหลือ −20 หน่วย
	3	2 (5.41)	 จาก $x^2 = 21^2 - 29^2$ $x^2 = 441 - 841$ $x^2 = 400$ $x = 20$ ∴ ความยาวด้านที่เหลือ 20 หน่วย

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตารางที่ 8 (ต่อ)

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
ด้านการใช้บทนิยาม	4	23 (62.16)	 จาก $29^2 = x^2 + 21^2$ $841 = x^2 + 441$ $x^2 = 841 - 441$ $x^2 = 400$ $x^2 = 20$ ดังนั้นความยาวด้านที่เหลือ คือ 20 หน่วย

จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีเป้าหมายให้นักเรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ โดยวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี ตามกรอบแนวคิดของกูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ในด้านการใช้บทนิยาม

ผลปรากฏว่า เมื่อผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ในด้านการใช้บทนิยาม พบว่า นักเรียนส่วนมากมีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ 4 รองลงมาคือระดับที่ 2 ส่วนในระดับที่ 1 และระดับที่ 3 มีจำนวนเท่ากัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

หนึ่งในเป้าหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 คือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถแสดงระดับคิดทางเรขาคณิตและพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตในด้านการใช้บทนิยาม ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ซึ่งนักเรียนจะต้องสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามบทกลับของทฤษฎีบทพิทาโกรัสได้ โดยเริ่มจากการทบทวนทฤษฎี

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

บทพีทาโกรัสเพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากนั้น กำหนดให้นักเรียนศึกษาวิธีการสร้างรูปสามเหลี่ยมจากกระดานแข็งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและทำการอภิปรายรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนสร้างขึ้นโดยให้พิจารณาว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่เพราะเหตุใด

เมื่อทำการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการใช้บทนิยาม ได้กำหนดให้นักเรียนทำใบงานที่ 6 ที่กำหนดให้นักเรียนพิจารณาว่าด้านที่กำหนดให้เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ และเมื่อวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ซึ่งมีตัวบ่งชี้ ดังนี้

ระดับที่1 นักเรียนไม่สามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแสดงแนวการคิดได้

ระดับที่2 นักเรียนมีความสับสนในการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสโดยไม่สามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ที่ถูกต้องเริ่มต้นการแก้ปัญหาได้

ระดับที่3 นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของด้านตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสจากตัวอย่างที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องแต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด

ระดับที่4 นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของด้านตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสจากตัวอย่างที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและสามารถแก้ปัญหาได้ทุกข้อ

เมื่อทำการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่า จำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวบ่งชี้ในแต่ละระดับในแต่ละด้านดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 สรุปจำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงการคิดที่บ่งชี้ความสามารถการคิดทาง เรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime ในด้านการใช้บทนิยามจากการทำใบงานที่ 6

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
การใช้บทนิยาม	1	0 (0.00)	-

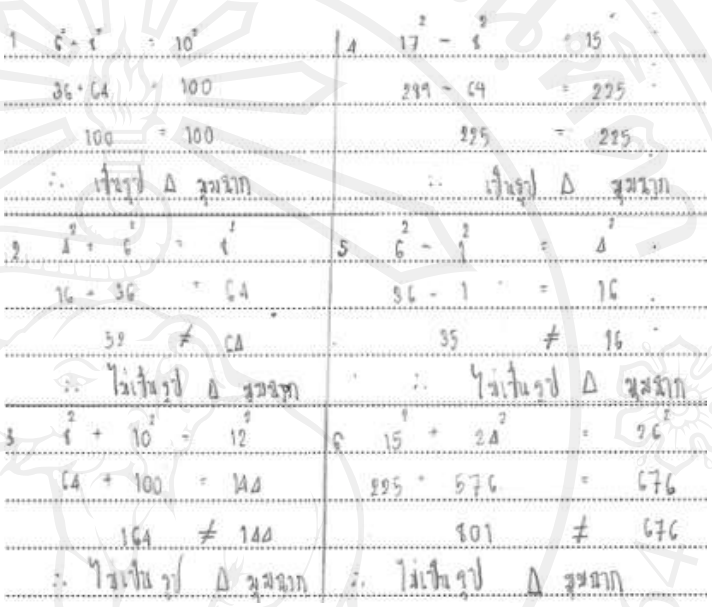
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตารางที่ 9 (ต่อ)

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ **Gutierrez & Jaime**
การใช้บทนิยาม	2	3 (8.12)	1) 6, 8, 10 2) 4, 6, 8 3) 8, 10, 12 4) 8, 17, 15 5) 6, 1, 4 6) 15, 24, 26 1) $6^2+8^2=10^2$ เป็น สามเหลี่ยมมุมฉาก 2) $4^2+6^2=8^2$ ไม่เป็น Δ มุมฉาก 3) $8^2+10^2=12^2$ เป็น Δ มุมฉาก 4) $8^2+17^2=15^2$ ไม่เป็น Δ มุมฉาก 5) $6^2+1^2=4^2$ ไม่เป็น Δ มุมฉาก 6) $15^2+24^2=26^2$ เป็น Δ มุมฉาก
	3	20 (54.05)	1) วิธีทำ $6^2+8^2=10^2$ $36+64=100$ $100=100$ ∴ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก 2) วิธีทำ $10^2+6^2\neq8^2$ $16+36\neq64$ $52\neq64$ ∴ ไม่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก 3) วิธีทำ $8^2+10^2\neq12^2$ $64+100\neq144$ $164\neq144$ ∴ ไม่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก 4) วิธีทำ $8^2+17^2\neq15^2$ $64+289\neq225$ $353\neq225$ ∴ ไม่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก 5) วิธีทำ $4^2+1^2\neq6^2$ $16+1\neq36$ $17\neq36$ ∴ ไม่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก 6) วิธีทำ $15^2+24^2\neq26^2$ $225+576\neq676$ $801\neq676$ ∴ ไม่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตารางที่ 9 (ต่อ)

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
การใช้บทนิยาม	4	14 (37.84)	

จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีเป้าหมายให้นักเรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามบทกลับของทฤษฎีบทพิทาโกรัสได้ โดยวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ในด้านการใช้บทนิยาม

เมื่อพิจารณาแผนการเรียนรู้ที่เน้นการคิดทางเรขาคณิตใน ด้านการใช้บทนิยาม นักเรียนส่วนมากมีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต อยู่ในระดับที่ 3 รองลงมาคือระดับที่ 4 และระดับที่ 2 ตามลำดับ ส่วนระดับที่1ไม่มีนักเรียนอยู่ในระดับนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง การนำไปใช้

หนึ่งในเป้าหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 คือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนสามารถแสดงระดับคิดทางเรขาคณิตและพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตในด้านการใช้บทนิยาม โดยนักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ซึ่งผู้วิจัยได้ลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เรียนรู้โดยเริ่มจากการสอบถามเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่ใช้ในชีวิตประจำวันของนักเรียน จากนั้น ผู้วิจัยกำหนดให้นักเรียนทำใบงานที่ 7 ที่เป็นสถานการณ์สมมุติที่เอื้อให้ผู้เรียนสามารถใช้นิยามของทฤษฎีบทพีทาโกรัส ช่วยแก้ปัญหาได้และทำการวัดระดับการคิดการคิดทางเรขาคณิตด้านการใช้บทนิยาม ซึ่งมีตัวบ่งชี้ดังนี้

ระดับที่1 นักเรียนไม่สามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการแสดงแนวการคิดได้

ระดับที่2 นักเรียนมีความสับสนในการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสโดยไม่สามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ที่ถูกต้องเริ่มต้นการแก้ปัญหาได้

ระดับที่3 นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของด้านตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสจากตัวอย่างที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องแต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ทุกข้อ

ระดับที่4 นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของด้านตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสจากตัวอย่างที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและสามารถแก้ปัญหาได้ทุกข้อ

เมื่อทำการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่า จำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวบ่งชี้ในแต่ละระดับในแต่ละด้านดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 สรุปจำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงการคิดที่บ่งชี้ความสามารถการคิดทางเรขาคณิตตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime ในด้านการใช้บทนิยามจากการทำใบงานที่ 7

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
ด้านการใช้บทนิยาม	1	0 (0.00)	-
	2	7 (18.92)	6. รูปสี่เหลี่ยมคางหมูเปียกปูนรูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 10 และ 24 เซนติเมตร ตามลำดับรูปสี่เหลี่ยมคางหมูเปียกปูนรูปนี้มีความยาวรอบรูปเท่าใด วิธีทำ $x^2 = 5^2 - 12^2$ $x^2 = 25 - 144$ $x^2 = -119$ $x = 9$ ∴ ตามบทจอมรูป 9 เซนติเมตร

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตารางที่ 10(ต่อ)

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
ด้านการใช้บทนิยาม	3	27 (81.08)	6. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 10 และ 24 เซนติเมตรตามลำดับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปนี้มีความยาวรอบรูปเท่าใด วิธีทำ $x^2 = 5^2 + 12^2$ $x^2 = 25 + 144$ $x^2 = 169$ $x = 13$ ∴ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีความยาวรอบรูป 13 เซนติเมตร
	4	3 (8.12)	6. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 10 และ 24 เซนติเมตรตามลำดับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปนี้มีความยาวรอบรูปเท่าใด วิธีทำ $x^2 = 5^2 + 12^2$ $x^2 = 25 + 144$ $x^2 = 169$ $x = 13$ ∴ ☐ ขนมเปียกปูน วัดความยาวรอบรูป 52 ซม.

จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีเป้าหมายให้นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ โดยวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ในด้านการใช้บทนิยาม

เมื่อพิจารณาแผนการเรียนรู้ที่เน้นการคิดทางเรขาคณิตในด้านการใช้บทนิยามพบว่านักเรียนส่วนมากมีระดับการคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ 3 รองลงมาคือระดับที่ 2 และไม่มีจำนวนนักเรียนอยู่ในระดับที่ 1 และระดับที่ 4

การจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต (Classification)

ด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต เป็นด้านที่มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนใช้ความรู้หรือความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่เกี่ยวโยงกันในกลุ่มและข้ามกลุ่มของรูปเรขาคณิตต่างชนิดกันซึ่งทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีความเกี่ยวข้องกับเรขาคณิตที่นักเรียนต้องใช้ความรู้ความ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่กำหนดให้สอดคล้องกับการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิตประกอบไปด้วย แผนที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยม

หนึ่งในเป้าหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 คือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนสามารถแสดงระดับคิดทางเรขาคณิตและพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตในด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต โดยสามารถบอกความความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยมชนิดต่างๆได้ ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ซึ่งผู้วิจัยได้ลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเริ่มจากทบทวนการใช้มุมและด้านของรูปสามเหลี่ยมมาเป็นเกณฑ์ในการพิจารณาชนิดของรูปสามเหลี่ยม จากนั้นกำหนดให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีมุมที่ฐานขนาด 45 องศาและสามเหลี่ยมด้านไม่เท่าที่มีความยาวแต่ละด้านยาว 12 เซนติเมตร 13 เซนติเมตร และ 5 เซนติเมตร พร้อมสอบถามชนิดของรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนเห็นและให้นักเรียนอภิปรายความเหมือนและความแตกต่างกันของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูปนี้ และเมื่อต้องการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต ผู้วิจัยกำหนดให้นักเรียนทำใบงานที่ 3 ที่กำหนดสถานการณ์ให้นักเรียนใช้ความสามารถหรือความรู้ในด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต ซึ่งผู้วิจัยได้ลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และทำการวัดระดับด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต ที่มีตัวบ่งชี้ดังนี้

ระดับที่1 นักเรียนสามารถบอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมบางชนิดได้แต่ไม่ครบและใช้คำศัพท์ทาง คณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง

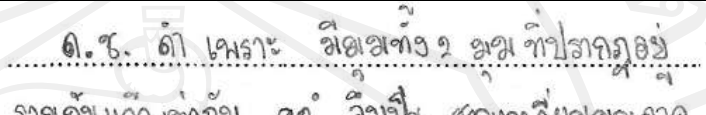
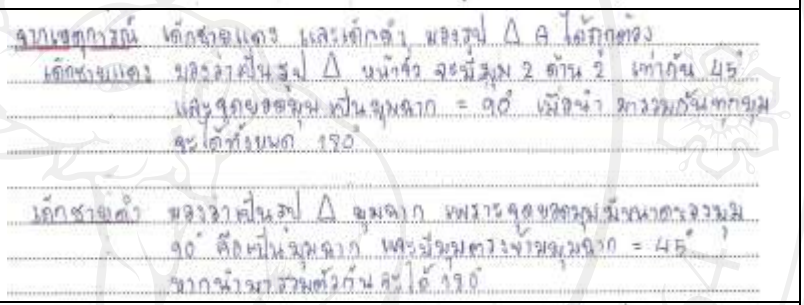
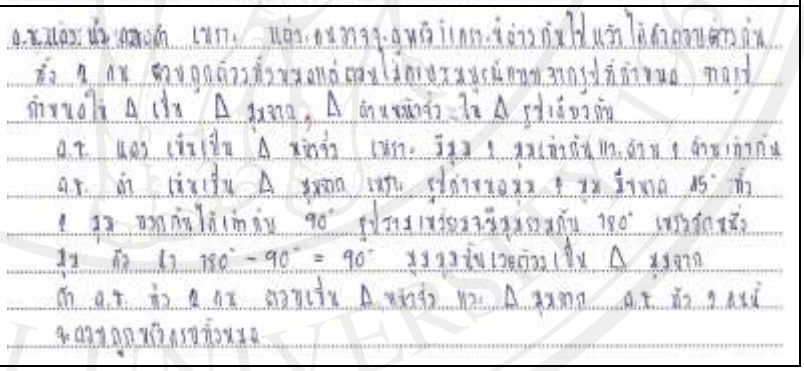
ระดับที่2 นักเรียนสามารถบอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมแต่ละชนิดได้และใช้คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแต่ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยมแต่ละชนิดได้

ระดับที่3 นักเรียนสามารถบอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมแต่ละชนิดได้และใช้คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและสามารถอธิบายความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยมแต่ละชนิดได้

เมื่อทำการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตผลปรากฏว่าจำนวนนักเรียนมีแนวโน้มที่จะแสดงพฤติกรรมที่บ่งชี้ในแต่ละระดับ ดังตารางที่ 11

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตารางที่ 11 สรุปจำนวนนักเรียนและตัวอย่างการตอบของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime ในด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิตจากการทำใบงานที่ 3

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
ด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต	1	14 (37.84)	
	2	17 (45.95)	
	3	6 (16.22)	

จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยม ที่มีเป้าหมายให้นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ร่วมของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ได้โดยวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี ในด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต

เมื่อพิจารณาแผนการเรียนรู้ที่เน้นการคิดทางเรขาคณิตในด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต พบว่านักเรียนส่วนมากมีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ 2 รองลงมาคือระดับที่ระดับ1 และระดับ 3 ตามลำดับ

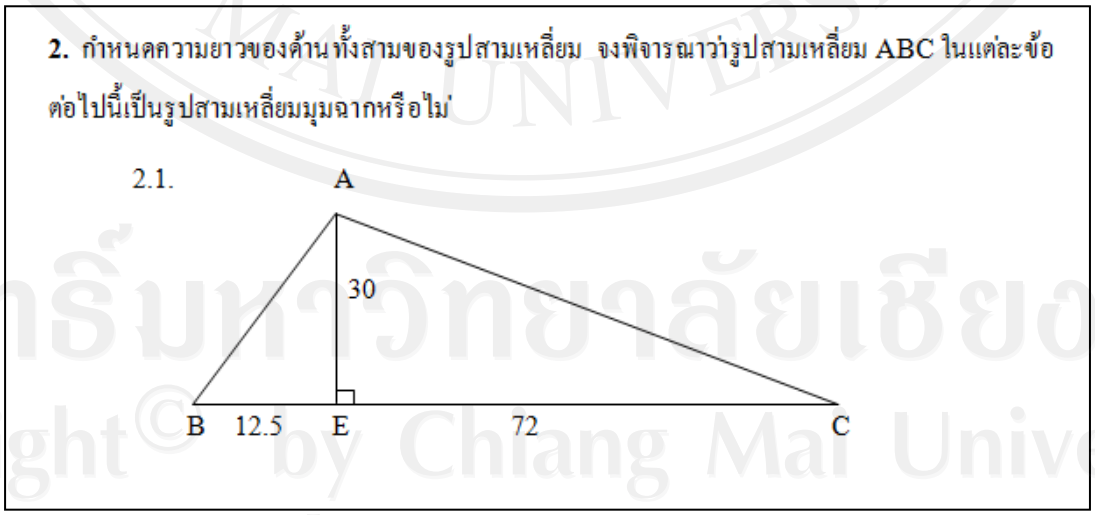
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

การพิสูจน์ (Proof)

การพิสูจน์ (Proof) เป็นด้านที่มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนใช้ความรู้หรือความสามารถในการแสดงให้เห็นจริงโดยใช้สมบัติของรูปเรขาคณิต ซึ่งทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีความเกี่ยวข้องกับเรขาคณิตที่นักเรียนต้องใช้ความรู้ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการพิสูจน์ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่กำหนดให้สอดคล้องกับการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการพิสูจน์ ประกอบไปด้วย แผนที่ 5 เรื่อง บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

หนึ่งในเป้าหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 คือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถแสดงระดับคิดทางเรขาคณิตและพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตในด้านการพิสูจน์ ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ซึ่งนักเรียนจะต้องสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามบทกลับของทฤษฎีบทพิทาโกรัสได้ โดยเริ่มจากการทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัสเพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากนั้น กำหนดให้นักเรียนศึกษาวิธีการสร้างรูปสามเหลี่ยมจากกระดานแข็งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและทำการอภิปรายรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนสร้างขึ้นโดยให้พิจารณาว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่เพราะเหตุใด และเมื่อต้องการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตด้านการพิสูจน์ ผู้วิจัยได้กำหนดโจทย์ที่ให้นักเรียนแสดงการคิดทางเรขาคณิตด้านการพิสูจน์ ดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 โจทย์ที่ใช้วัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการพิสูจน์

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

เมื่อทำการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการพิสูจน์ ได้กำหนดให้นักเรียนทำใบงานที่ 6 ที่ให้นักเรียนแสดงด้านการพิสูจน์ โดยวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของกูเธอเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) มีตัวบ่งชี้ ดังนี้

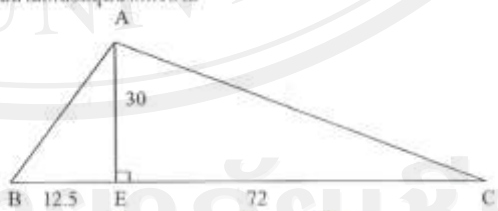
ระดับที่2 นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดในการพิสูจน์ได้เล็กน้อย เช่น ยกตัวอย่าง หรือ มีแนวทางการใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการพิสูจน์รูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้

ระดับที่3 นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสแสดงแนวคิดในการพิสูจน์แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงจนได้คำตอบที่ต้องการได้แต่มีแนวทางที่ชัดเจนในขั้นตอนการทำ

ระดับที่4 นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสแสดงแนวคิดในการพิสูจน์และสามารถเชื่อมโยงจนได้คำตอบที่ต้องการได้และเขียนถูกหลักการพิสูจน์ตามตรรกะได้

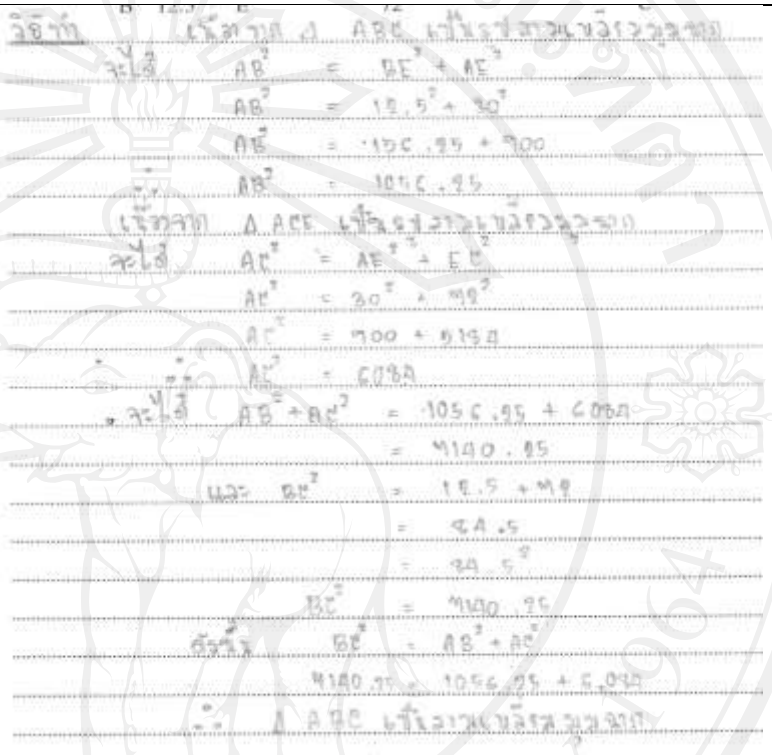
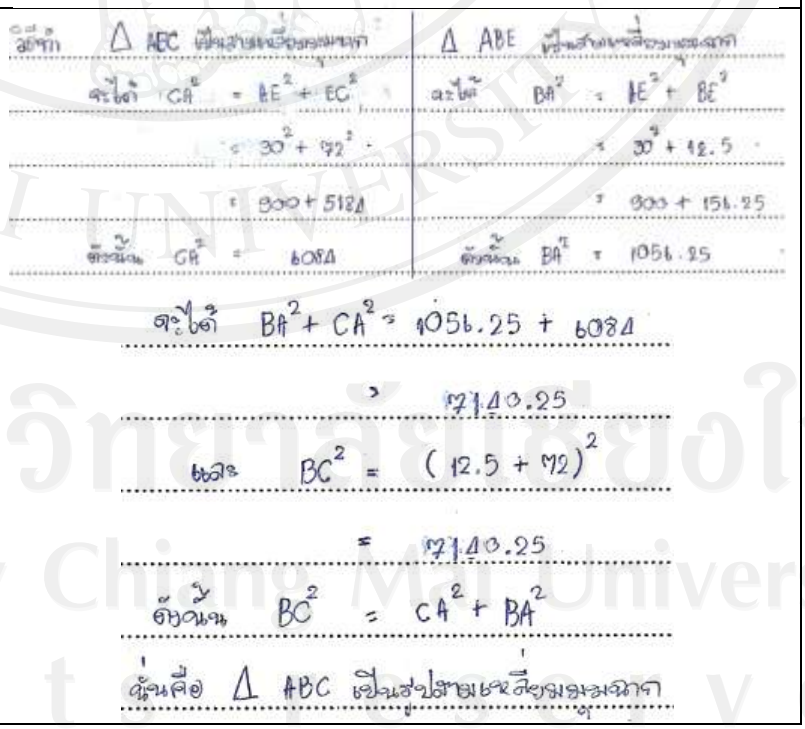
เมื่อทำการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่า จำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวบ่งชี้ในแต่ละระดับในแต่ละด้านดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 สรุปจำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงการคิดที่บ่งชี้ความสามารถการคิดทางเรขาคณิตตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime ในด้านการพิสูจน์จากการทำใบงานที่ 6

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime
การพิสูจน์	2	34 (91.89)	2. กำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม จงพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยม ABC ในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่  ไม่เพราะ ไม่มีมุมใดที่ได้ 90° เลย และ สามเหลี่ยมรูปนี้เป็นสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า ถ้าจะเป็นรูปสามเหลี่ยม AEC สามารถ เป็นรูปสามเหลี่ยม มุมฉากได้ เพราะ มีมุมหนึ่งเท่ากับ 90°

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับที่	จำนวนคน (ร้อยละ)	ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของ **Gutierrez & Jaime**
การพิสูจน์	3	2 (5.41)	
	4	1 (2.70)	

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีเป้าหมายให้นักเรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามบทกลับของทฤษฎีบทพิทาโกรัสได้ โดยวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตของแวน ฮีลี ตามกรอบแนวคิดของ กูเธอเรส และเจมี (Gutierrez & Jaime, 1998) ในด้านการพิสูจน์

ผลปรากฏว่า เมื่อผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ในด้านการพิสูจน์ นักเรียนส่วนมากมีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ 2 รองลงมาคือระดับที่ 3 และ ระดับที่ 4

ตอนที่ 2 ความสามารถการคิดทางเรขาคณิตของแวนฮีลี ตามกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime ของนักเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี และหลังการจัดกิจกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ทั้ง 6 แผนการเรียนรู้ โดยแบบวัดผู้วิจัยทำข้อสอบคู่ขนานให้นักเรียนทำแบบทดสอบการคิดทางเรขาคณิต เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จำนวน 5 ข้อ แต่ละข้อวัดในแต่ละด้านดังนี้ ข้อที่ 1 วัดด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ข้อที่ 2 วัดด้านการใช้บทนิยาม ข้อที่ 3 วัดด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต ในส่วนของ ข้อที่ 4 และ ข้อที่ 5 วัดด้านการพิสูจน์ซึ่งในแต่ละข้อของการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตมีรายละเอียด ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 13 จำนวน ร้อยละ และการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิต ข้อที่ 1 ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง จำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี

การทดสอบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต	ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง			รวม (ร้อยละ)
	ข้อที่ 1			
	วัดระดับไม่ได้ (ร้อยละ)	ระดับ1 (ร้อยละ)	ระดับ 2 (ร้อยละ)	
ก่อนได้รับการสอน	10 (27.03)	25 (67.58)	2 (5.39)	37 (100)
หลังได้รับการสอน	0 (0.00)	15 (40.54)	22 (59.46)	37 (100)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

จากตารางที่ 13 พบว่า ก่อนนักเรียนได้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี มีจำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง อยู่ในระดับที่ 1 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 67.58 รองลงมาคือไม่สามารถวัดระดับได้คิดเป็นร้อยละ 27.03 และมีนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต อยู่ในระดับ 2 น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 5.39 แต่เมื่อนักเรียนได้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลีพบว่า นักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง อยู่ในระดับที่ 2 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 59.46 รองลงมาคือระดับที่ 1คิดเป็นร้อยละ 40.54

หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี จำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ไม่สามารถวัดระดับได้และมีระดับที่ 1 ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ลดลง 10 คน คิดเป็นร้อยละ 27.03 เท่ากัน นักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ระดับการคิดทางเรขาคณิตระดับที่ 2 มีจำนวนเพิ่มขึ้น 20 คน คิดเป็นร้อยละ 59.46

ตารางที่ 14 จำนวน ร้อยละ และการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิต ข้อที่ 2ด้านการใช้บทนิยาม จำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี

การทดสอบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต	ด้านการใช้บทนิยาม ข้อที่ 2			รวม (ร้อยละ)
	ระดับ1 (ร้อยละ)	ระดับ 2 (ร้อยละ)	ระดับ 3 (ร้อยละ)	
ก่อนได้รับการสอน	9 (24.32)	28 (75.68)	0 (0.00)	37 (100)
หลังได้รับการสอน	6 (16.22)	20 (54.05)	11 (29.73)	37 (100)

จากตารางที่ 14 พบว่า ก่อนนักเรียนได้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี มีจำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการใช้บทนิยาม อยู่ในระดับที่ 2 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 75.68 รองลงมาคือระดับที่ 1 คิดเป็นร้อยละ 24.32 และในระดับที่ 3 ไม่มีนักเรียนอยู่ในระดับนี้ แต่เมื่อนักเรียนได้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี พบว่า นักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการใช้บทนิยาม อยู่ในระดับที่ 2

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 54.05 รองลงมาคือระดับที่ 3 คิดเป็นร้อยละ 29.73 และระดับที่ 1 คิดเป็นร้อยละ 16.22

หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี จำนวนนักเรียนในระดับที่ 1 ลดลง 3 คน คิดเป็นร้อยละ 8.11 และ จำนวนนักเรียนที่มีระดับการคิดในระดับที่ 1 ลดลง 8 คน คิดเป็นร้อยละ 24.32 และระดับที่ 2 เพิ่มขึ้น 11 คน คิดเป็นร้อยละ 29.73

ตารางที่ 15 จำนวน ร้อยละ และการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิต ข้อที่ 3ด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต จำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี

การทดสอบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต	ด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต ข้อที่ 3			รวม (ร้อยละ)
	ระดับ1 (ร้อยละ)	ระดับ 2 (ร้อยละ)	ระดับ 3 (ร้อยละ)	
ก่อนได้รับการสอน	37 (100.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	37 (100)
หลังได้รับการสอน	18 (48.65)	8 (21.62)	11 (21.73)	37 (100)

จากตารางที่ 15 พบว่า ก่อนนักเรียนได้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี มีจำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต อยู่ในระดับที่ 1 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 100.00 ส่วนในระดับที่ 2 และระดับที่ 3 ไม่มีนักเรียนที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิต คิดเป็นร้อยละ 0 แต่เมื่อนักเรียนได้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลีพบว่า นักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต อยู่ในระดับที่ 1 มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 48.65 รองลงมาคือระดับที่ 3 คิดเป็นร้อยละ 21.73 ส่วนในระดับที่ 3 มีจำนวนนักเรียนน้อยสุดคิดเป็นร้อยละ 21.73

หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี จำนวนนักเรียนในระดับที่ 1 ลดลง 19 คน คิดเป็นร้อยละ 51.35 และ จำนวนนักเรียนที่มีระดับการคิดในระดับที่ 3 เพิ่มขึ้นมากที่สุด 11 คนคิดเป็นร้อยละ 21.73 รองลงมาระดับที่ 2 เพิ่มขึ้น8 คน คิดเป็นร้อยละ 21.62

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตารางที่ 16 จำนวน ร้อยละ และการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิต ข้อที่ 4 ด้านการพิสูจน์ จำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี

การทดสอบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต	ด้านการพิสูจน์ ข้อที่ 4			รวม (ร้อยละ)
	ไม่สามารถวัดระดับได้ (ร้อยละ)	ระดับ 2 (ร้อยละ)	ระดับ 3 (ร้อยละ)	
ก่อนได้รับการสอน	36 (97.30)	1 (2.70)	0 (0.00)	37 (100)
หลังได้รับการสอน	20 (54.05)	12 (32.43)	5 (13.51)	37 (100)

จากตารางที่ 16 พบว่า ก่อนนักเรียนได้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี มีจำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการพิสูจน์ ที่ไม่สามารถวัดระดับได้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 97.30 รองลงมาคือระดับที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 2.70 ส่วนในระดับที่ 3 ไม่มีนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต คิดเป็นร้อยละ 0 แต่เมื่อนักเรียนได้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี พบว่า นักเรียนที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการพิสูจน์ ที่ไม่สามารถวัดระดับได้มากที่สุดแต่ก็มีจำนวนลดลงซึ่ง คิดเป็นร้อยละ 54.05 รองลงมาคือระดับที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 32.43 และระดับที่ 3 คิดเป็นร้อยละ 13.51

หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี จำนวนนักเรียนในระดับที่ไม่สามารถวัดได้ลดลง 9 คน คิดเป็นร้อยละ 43.24 ส่วนในระดับที่ 2 จำนวนนักเรียนเพิ่มขึ้น 11 คน คิดเป็นร้อยละ 29.73 และ ในระดับที่ 3 จำนวนนักเรียนเพิ่มขึ้น 5 คน คิดเป็นร้อยละ 13.51

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตารางที่ 17 จำนวน ร้อยละ และการเปลี่ยนแปลงของนักเรียนที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิต ข้อที่ 5ด้านการพิสูจน์ จำแนกตามการทดสอบก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี

การทดสอบวัดระดับการคิดทางเรขาคณิต	ด้านการพิสูจน์ ข้อที่ 5			รวม (ร้อยละ)
	ไม่สามารถวัดระดับได้ (ร้อยละ)	ระดับ 2 (ร้อยละ)	ระดับ 3 (ร้อยละ)	
ก่อนได้รับการสอน	35 (94.60)	2 (5.40)	0 (0.00)	37 (100)
หลังได้รับการสอน	26 (70.27)	6 (16.22)	5 (13.51)	37 (100)

จากตารางที่ 17 พบว่า ก่อนนักเรียนได้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี มีจำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการพิสูจน์ ที่ไม่สามารถวัดระดับได้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 94.60 รองลงมาคือระดับที่ 1 คิดเป็นร้อยละ 5.40 ส่วนในระดับที่ 3 ไม่มีนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต คิดเป็นร้อยละ 0 แต่เมื่อนักเรียนได้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลีพบว่า นักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต ด้านการพิสูจน์ ที่ไม่สามารถวัดระดับได้มากที่สุดแต่มีจำนวนลดลง คิดเป็นร้อยละ 70.27 รองลงมาคือระดับที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 16.22 และระดับที่ 3 คิดเป็นร้อยละ 13.51

หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี จำนวนนักเรียนในระดับที่ไม่สามารถวัดได้ ลดลง9 คน คิดเป็นร้อยละ 24.32 และ จำนวนนักเรียนที่มีระดับการคิดในระดับที่ 2 เพิ่มขึ้น 4 คน คิดเป็นร้อยละ 10.81 และระดับที่ 3เพิ่มขึ้น 5 คน คิดเป็นร้อยละ 13.51

จากตารางที่ 16 และตารางที่ 17 เป็นการวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตด้านการพิสูจน์ พบว่า จำนวนนักเรียนมีแนวโน้มอยู่ในทิศทางเดียวกันคือก่อนได้รับกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี นักเรียนส่วนมากอยู่ในระดับที่ไม่สามารถวัดได้ และไม่มีนักเรียนอยู่ในระดับที่ 3 แต่เมื่อนักเรียนผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี จำนวนนักเรียนในระดับที่ไม่สามารถวัดได้ลดลงแต่จำนวนนักเรียนในระดับที่ 2 และระดับที่ 3 มีจำนวนนักเรียนเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved