

บทที่ 3

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.1.1 ทฤษฎีการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ (Economic growth Theory)

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายทางการวิจัยและพัฒนา สิทธิของทรัพย์สินทางปัญญา และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ โดยพื้นฐานทั่วไป มีแนวการศึกษาอยู่ 3 แนวทาง คือ

1) แบบจำลองการเจริญเติบโตที่กำหนดอัตราการเจริญเติบโตจากภายใน (แบบจำลอง Solow-Swan)

แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow-Swan หรือ แบบจำลองการเจริญเติบโตจากภายใน ถูกพัฒนาขึ้นในปี 1956 และเป็นแบบจำลองทางเศรษฐกิจของการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในระยะยาว ที่มีการกำหนดให้อยู่ในกรอบของเศรษฐศาสตร์นีโอคลาสสิก ซึ่งแบบจำลองการเจริญเติบโตของนีโอคลาสสิกนี้มีความพยายามที่จะอธิบายถึงการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจโดยเน้นไปที่ผลผลิตจากการผลิต การสะสมทุน การเจริญเติบโตของประชากรและความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี โดยแบบจำลองนี้ได้มีการปรับปรุงมาจากแบบจำลองของ Harrod-Domar โดยมีสมมุติฐานดังต่อไปนี้ 1) มีสินค้าชนิดเดียวในระบบเศรษฐกิจ 2) ไม่มีภาคการค้าระหว่างประเทศและไม่มีภาครัฐบาล และมีปัจจัยการผลิตเพียง 2 ชนิด คือ ทุน $K(t)$ และแรงงาน $L(t)$ ในกระบวนการผลิต

ฟังก์ชันการผลิตอยู่ในรูปแบบ ดังนี้

$$Y(t) = F(K(t), L(t)) \quad (3.1)$$

โดย $Y(t)$ คือ ผลผลิตรวมที่การผลิตในระบบเศรษฐกิจ ณ เวลาที่ t

จากการสมมติว่าระบบเศรษฐกิจเป็นแบบปิด (ไม่มีภาคการค้าระหว่างประเทศ) และไม่มี
ภาครัฐบาล ทำให้ผลผลิตทั้งหมด เท่ากับการบริโภค $C(t)$ และการลงทุนเบื้องต้น $I(t)$ และ
เนื่องจาก การออม $S(t)$ เท่ากับการลงทุนเบื้องต้น $I(t)$ ดังนั้น

$$Y(t) = C(t) + I(t) = C(t) + S(t) \quad (3.2)$$

ให้ $s(\cdot)$ เป็นอัตราส่วนของผลผลิตที่มีการออม ดังนั้น $1-s(\cdot)$ คือ อัตราส่วนของผลผลิตที่มี
การบริโภค และสมมติว่า $s(\cdot)$ ถูกกำหนดจากภายนอก โดย $0 \leq s(\cdot) \leq 1$ ดังนั้น

$$S(t) = sY(t) \quad (3.3)$$

จากสมการที่ (3.2) จะได้ว่า

$$I(t) = S(t)$$

และจากสมการที่ (3.3) $S(t) = sY(t)$

$$\text{ดังนั้น } I(t) = sY(t) \quad (3.4)$$

หากแทนสมการที่ (3.4) ลงใน (3.2) จะได้

$$C(t) = (1-s)Y(t) \quad (3.5)$$

นอกจากนี้ยังสมมติว่า ทุน เป็นสินค้าที่มีลักษณะเหมือนกันทุกประการ และมีการเสื่อมไป
ตามกาลเวลา โดยอัตราค่าเสื่อม (δ) จะคงที่ และ $\delta > 0$ ดังนั้น การเพิ่มขึ้นสุทธิของสต็อกสินค้าทุน
ทางกายภาพ จะเท่ากับ การลงทุนเบื้องต้น ลบด้วย ทุนที่เสื่อมไป

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t) = sF(K(t), L(t)) - \delta K(t), 0 \leq s \leq 1 \quad (3.6)$$

เมื่อ $\frac{dK(t)}{dt} = \dot{K}(t)$ คือ การเปลี่ยนแปลงของทุนโดยรวมในช่วงเวลา

สมมติว่า ปัจจัยแรงงานมีความแตกต่างกันในแต่ละช่วงเวลา เนื่องจาก การเจริญเติบโตของประชากร และสมมติว่า การเจริญเติบโตของประชากรมีการเพิ่มขึ้นในอัตราที่คงที่ซึ่งถูกกำหนด

จากภายนอก โดย อัตราการเจริญเติบโตของประชากร $\frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = n \geq 0$ หรือ สามารถเขียนได้เป็น

$$L(t) = e^{nt} L(0) \quad (3.7)$$

ฟังก์ชันการผลิตมีคุณลักษณะ 4 ประการดังนี้

1. ผลผลิตส่วนเพิ่มเป็นบวกและมีการลดน้อยถอยลงของผลผลิตส่วนเพิ่ม เมื่อเทียบกับ ปัจจัยการผลิตแต่ละชนิด (Positive and diminishing products with respect to each input)

$$\begin{aligned} \forall K > 0 \text{ และ } \forall L > 0, \quad & \frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} > 0, \frac{\partial^2 Y(t)}{\partial K^2(t)} < 0 \\ & \frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)} > 0, \frac{\partial^2 Y(t)}{\partial L^2(t)} < 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

2. ผลได้ต่อขนาดคงที่

$$\lambda Y(t) = F(\lambda K(t), \lambda L(t)), \forall \lambda > 0 \quad (3.9)$$

3. เงื่อนไข Inada กล่าวว่า หน่วยแรกของทุนและแรงงานมีผลิตภาพการผลิตที่สูงมาก และเมื่อทุนหรือแรงงาน มีความต้องการเพียงพอแล้ว ผลผลิตส่วนเพิ่มเข้าใกล้ 0

$$\begin{aligned} \lim_{K \rightarrow 0} (F_K) &= \lim_{L \rightarrow 0} (F_L) = \infty \\ \lim_{K \rightarrow \infty} (F_K) &= \lim_{L \rightarrow \infty} (F_L) = 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

4. ปัจจัยการผลิตทั้ง 2 ชนิด มีความสำคัญในกระบวนการผลิต

$$F(0, L) = F(K, 0) = F(0) \quad (3.11)$$

จากคุณสมบัติผลได้ต่อขนาดคงที่ ฟังก์ชันการผลิตสามารถเขียนได้เป็น

$$Y(t) = F(K(t), L(t)) = L(t) \cdot \left(\frac{K(t)}{L(t)}, 1 \right) = L(t) \cdot f(k(t)) \quad (3.12)$$

หรือ

$$y(t) = f(k(t)) \quad (3.13)$$

สามารถหาผลผลิตส่วนเพิ่มของปัจจัยการผลิตแต่ละชนิดได้ดังนี้

$$Y(t) = L(t) \cdot f(k(t))$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} = f'(k(t)) \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)} = f(k(t)) - k(t) f'(k(t)) \quad (3.15)$$

จากคุณลักษณะข้อที่ 4 กล่าวว่ามีความต้องการปัจจัยทั้งสองชนิดในกระบวนการผลิต

$$Y(t) = F(0, L(t)) = F(K(t), 0) = f(0) = 0 \quad (3.16)$$

ดังนั้น ถ้าขาดปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งไป ผลผลิตจะเท่ากับศูนย์

จากสมการที่ (3.6) เมื่อหารทั้งสองข้างของสมการเราด้วย $L(t)$ จะได้

$$\frac{\dot{K}(t)}{L(t)} = sf(k(t) - \delta k(t)) \quad (3.17)$$

และจาก $k(t) = \frac{K(t)}{L(t)}$ ดังนั้น

$$\frac{dk(t)}{dt} = \frac{\dot{K}(t)}{L(t)} - k(t) \cdot \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} \quad (3.18)$$

แต่ประชากรถูกกำหนดจากภายนอก ที่อัตรา n หรือ $\frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = n$

ดังนั้น สามารถเขียนสมการที่ (3.18) ใหม่เป็น

$$\dot{k}(t) = \frac{\dot{K}(t)}{L(t)} - nk(t) \quad (3.19)$$

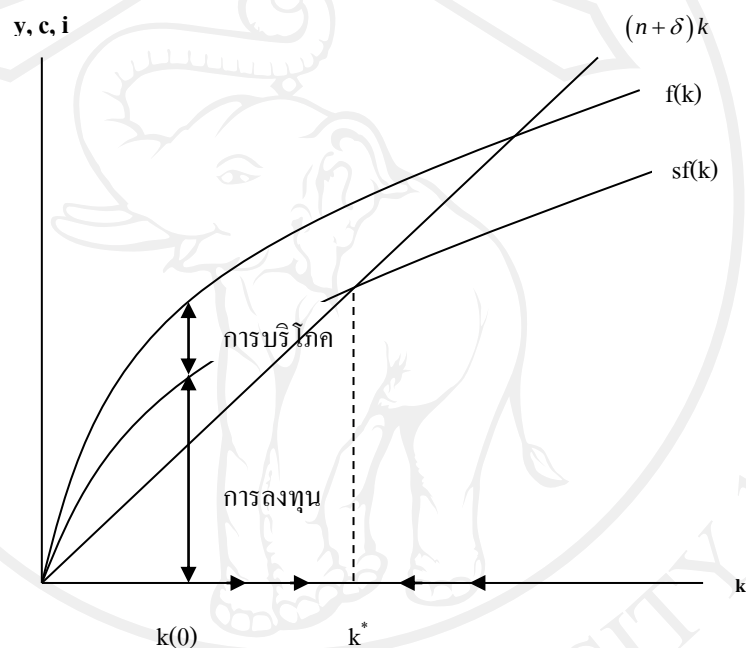
หรือ

$$\frac{\dot{K}(t)}{L(t)} = \dot{k}(t) + nk(t) \quad (3.20)$$

แทนสมการที่ (3.20) ลงในสมการที่ (3.17) จะได้

$$\dot{k}(t) = sf(k(t)) - (n + \delta)k(t) \quad (3.21)$$

สมการที่ (3.21) คือ สมการเชิงอนุพันธ์พื้นฐาน (The fundamental differential equation) ของแบบจำลอง Solow-Swan และเป็นสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งขึ้นอยู่กับค่า k



รูปที่ 3.1 แบบจำลอง Solow-Swan

จากรูปที่ 3.1 แสดงการทำงานของสมการที่ (3.21) เส้นโค้งที่อยู่เหนือกว่า คือ เส้นฟังก์ชันการผลิต $f(k(t))$ ซึ่งมีลักษณะเป็นเส้นโค้ง เนื่องจากผลผลิตส่วนเพิ่มเป็นบวกและมีการลดน้อยถอยลงของผลผลิตส่วนเพิ่ม เทอม $(n + \delta)k(t)$ คือ เส้นค่าเสื่อม ซึ่งก็คือ เส้นตรงที่ลากจากจุดกำเนิดโดยมีความชันเท่ากับ $n + \delta$ เทอม $sf(k(t))$ คือ การออม ซึ่งเท่ากับการลงทุน พิจารณาระบบเศรษฐกิจด้วยทุนต่อหัว ณ ระดับเริ่มต้น $k(0) > 0$ รูปที่ แสดงให้เห็นว่า การออมเบื้องต้นต่อหัว เท่ากับความสูงของเส้น $sf(k(t))$ เมื่อลากเป็นแนวตั้งจากจุดนี้ ไปถึงเส้น $sf(k(t))$ และการบริโภคต่อหัวจะเท่ากับส่วนต่างแนวตั้งระหว่างเส้น $f(k(t))$ และ $sf(k(t))$

โดยที่ดุลยภาพในระยะยาวหรือสภาวะหยุดนิ่ง (Steady state) $k(t)$ จะคงที่อยู่น ค่าใดค่าหนึ่ง k^* ดังนั้น $\dot{k}(t)$ จึงเท่ากับศูนย์ ดุลยภาพของสภาวะหยุดนิ่ง คือ

$$sf(k^*) = (n + \delta)k^* \quad (3.22)$$

จากรูปที่ 3.1 สภาวะหยุดนิ่งสอดคล้องกับ $\dot{k}(t) = 0$ ซึ่งจะเป็นจุดที่เส้นโค้งการออม $sf(k(t))$ ตัดกับเส้นค่าเสื่อม $(n + \delta)k(t)$ โดยทราบใดที่เส้นโค้งการออม อยู่เหนือเส้นค่าเสื่อม ก็จะมีการเพิ่มการลงทุนเรื่อยๆ จนกระทั่งเส้นโค้งการออมเท่ากับเส้นค่าเสื่อม และหากเส้นโค้งการออมอยู่ต่ำกว่าเส้นค่าเสื่อม ก็จะมีการลดการลงทุนเรื่อยๆ จนกระทั่งเส้นโค้งการออมเท่ากับเส้นค่าเสื่อมเช่นกัน

$$y^* = f(k^*) \quad (3.23)$$

และ การบริโภคต่อหัว กำหนดจาก

$$c^* = (1 - s)f(k^*) \quad (3.24)$$

หากหารทั้งสองข้างของสมการที่ (3.18) ด้วย $k(t)$ จะได้

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = \frac{\dot{K}(t)}{K(t)L(t)} - \frac{k(t)}{k(t)} \cdot \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} \quad (3.25)$$

และ $k(t) = \frac{K(t)}{L(t)}$ ดังนั้น สมการที่ (3.25) จึงสามารถเขียนเป็น

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = \frac{\dot{K}(t)L(t)}{K(t)L(t)} - \frac{k(t)}{k(t)} \cdot \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} \quad (3.26)$$

หรือ

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} - \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} \quad (3.27)$$

สมมติว่า $\gamma_k = \frac{\dot{k}(t)}{k(t)}$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัว $\gamma_K = \frac{\dot{K}(t)}{K(t)}$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของทุน และ $\gamma_L = \frac{\dot{L}(t)}{L(t)}$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของแรงงาน

ดังนั้น สมการที่ (3.28) จึงสามารถเขียนเป็น

$$\gamma_k = \gamma_K - \gamma_L \quad (3.28)$$

จากแนวคิดสถานะหยุดนิ่ง $\gamma_k = 0$ ดังนั้น

$$\gamma_K = \gamma_L \quad (3.29)$$

จากที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้น จะเห็นว่า เมื่ออัตราการเจริญเติบโตของประชากรเพิ่มสูงขึ้น จะทำให้อัตราส่วนแรงงานต่อทุนลดลง ทั้งนี้เพราะ การเพิ่มขึ้นของประชากร หมายความว่า มีแรงงานในระบบเศรษฐกิจเพิ่มขึ้น เมื่อเทียบกับทุนหรือเครื่องจักรเดิมที่มีอยู่ โดยแรงงาน จะค่อย ๆ สะสมเพิ่มขึ้นไปเรื่อย ๆ จนในที่สุด อัตราส่วนแรงงานต่อทุนดุลยภาพจะลดลง ซึ่งบอกเป็นนัยว่า ประเทศที่มีอัตราการเจริญเติบโตของประชากรสูง จะทำให้รายได้ต่อหัวมีระดับต่ำตามไปด้วย

ดังนั้น จะเห็นว่า k , y และ c ไม่เจริญเติบโตในสถานะหยุดนิ่ง เนื่องจากที่สถานะหยุดนิ่ง $\dot{K}$ เท่ากับศูนย์ หมายความว่า ทุนไม่มีการเปลี่ยนแปลง และเมื่อทุนไม่มีการเปลี่ยนแปลง จึงส่งผลให้ผลผลิตมวลรวมไม่มีการเปลี่ยนแปลง และทำให้ทุนต่อหัว ผลผลิตต่อหัว และการบริโภคต่อหัว ไม่มีการเพิ่มขึ้น และจากสมการ (3.29) หมายความว่า γ_K และ γ_L จะเจริญเติบโตในสถานะหยุดนิ่ง ณ อัตราการเจริญเติบโตของประชากร n นั้นหมายความว่า ถึงแม้ตัวแปรต่อหัวที่สถานะหยุดนิ่ง ไม่มีการเปลี่ยนแปลง แต่ระบบเศรษฐกิจยังสามารถเจริญเติบโตขึ้น ตามอัตราการเจริญเติบโตของประชากร

เมื่อกำหนดค่า n และ δ จะมีค่าสถานะหยุดนิ่งเพียงค่าเดียว $k^* > 0$ ที่ทำให้เกิดการบริโภคต่อหัวสูงสุด สำหรับแต่ละระดับของอัตราการออม s จากสมการ $k^* = sf(k^*) - (n + \delta)k^*$ สามารถเขียนเป็น

$$k^* = k^*(s) \quad (3.30)$$

ระดับสถานะหยุดนิ่งของการบริโภคต่อหัว คือ

$$c^*(s) = (1-s) \cdot f[k^*(s)]$$

หรือ

$$c^*(s) = f[k^*(s)] - sf[k^*(s)] \quad (3.31)$$

ณ สถานะคงตัว $k^* = 0$ ดังนั้น $sf(k^*) = (n+\delta)k^*$ หากแทนลงไปสมการที่ (3.31) จะเป็น

$$c^*(s) = f[k^*(s)] - (n+\delta)k^*(s) \quad (3.32)$$

โดยจะมี s เพียงค่าเดียวเท่านั้น ที่จะทำให้เกิด golden rule (สถานะหยุดนิ่งที่มีการบริโภคสูงสุด) ซึ่ง golden rule จะเกิดขึ้นเมื่อ

$$\frac{dc(s)}{ds} = 0 \quad (3.33)$$

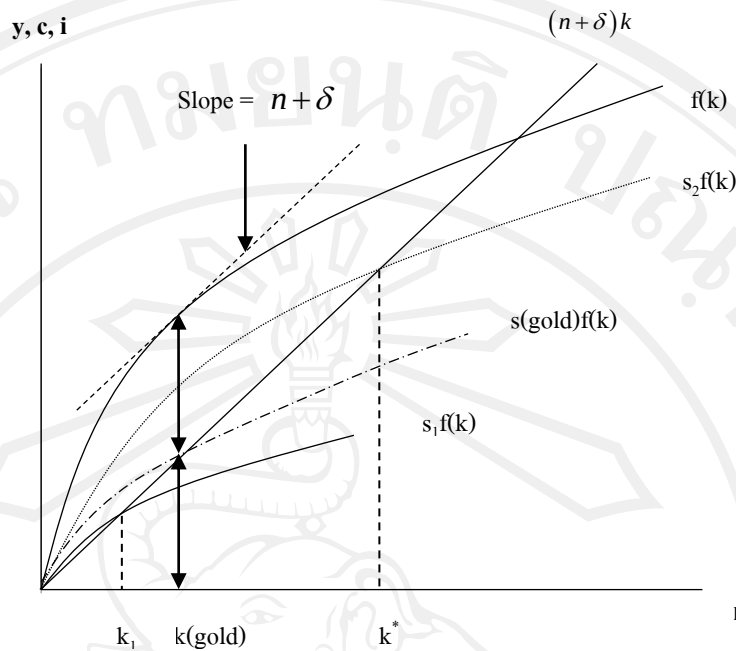
$$\frac{dc(s)}{ds} \Rightarrow f'[k^*(s)] \cdot \frac{dk^*(s)}{ds} - (n+\delta) \cdot \frac{dk^*(s)}{ds} = 0 \quad (3.34)$$

จะได้ว่า

$$f'[k^*(s)] = (n+\delta) \quad (3.35)$$

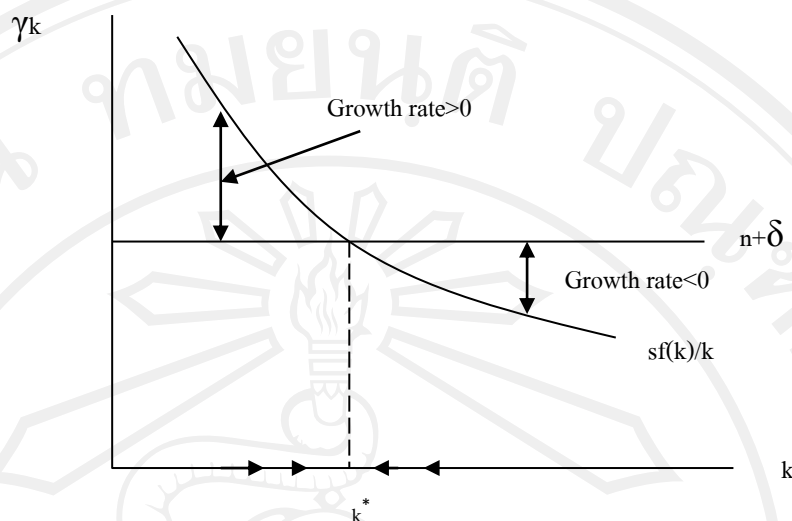
กล่าวคือ Golden rule จะเกิดขึ้นเมื่อ ความชันของเส้น $(n+\delta)k$ เท่ากับความชันของเส้น

$f(k)$



รูปที่ 3.2 แสดงการหา Golden rule

รูปที่ 3.2 แสดงการทำงานของ golden rule โดยพิจารณาอัตราการออม 3 อัตรา คือ s_1 , s_{gold} และ s_2 เมื่อ $s_1 < s_{\text{gold}} < s_2$ การบริโภคต่อหัว (c) ในแต่ละกรณีจะเท่ากับระยะห่างตามแนวตั้งระหว่างเส้นการผลิต ($f(k)$) และจุดที่เส้นการออม ($sf(k)$) ตัดกับเส้น $(n+\delta)k$ การบริโภคต่อหัวที่สถานะหยุดนิ่ง (c^*) จะสูงสุดเมื่อ $k = k(\text{gold})$ เนื่องจาก ค่าความชันของเส้นการผลิต ($f'(k)$) ณ จุดนี้เท่ากับความชันของเส้น $(n+\delta)k$ โดยอัตราการออมที่ทำให้ $k = k(\text{gold})$ จะมีจุดเดียวที่เส้นการออม ($s(\text{gold})f(k)$) ตัดกับเส้น $(n+\delta)k$ คือที่ $k(\text{gold})$ เนื่องจาก $s_1 < s_{\text{gold}} < s_2$ ดังนั้นจะเห็นได้ว่า $k_1 < k_{\text{gold}} < k^*$ อย่างไรก็ตาม การเลือกจุดที่เหมาะสม (Optimal) ตามเงื่อนไขของ golden rule จะเป็นการเลือกโดยพิจารณาให้เกิดการบริโภคต่อหัวสูงสุด (Max c) แต่เมื่อเราพิจารณาการออมต่อหัวที่สถานะหยุดนิ่งแบบ golden rule นั้น การออมไม่ได้เกิดขึ้นที่จุดสูงสุด



รูปที่ 3.3 แสดงการปรับตัวเชิงพลวัตของอัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัว

จากรูปที่ 3.3 แสดงการปรับตัวเชิงพลวัตของอัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัว โดยเมื่อเส้นออม $\frac{sf(k(t))}{k(t)}$ มากกว่าเส้นเส้น $n + \delta$ อัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัวจะเป็นบวก แต่เมื่อเส้นออมน้อยกว่าเส้นเส้น อัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัวจะเป็นลบ

2) แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Ramsey

แบบจำลอง Ramsey-Cass-Koopmans หรือแบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Ramsey (Dimitrios Nikolaou Koumparoulis, 2013) เป็นแบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของนีโอคลาสสิก ที่ตั้งอยู่บนพื้นฐานการทำงานของนักเศรษฐศาสตร์และนักคณิตศาสตร์ โดยการคิดค้นของ แฟรงค์ แรมเซย์ เดวิด แกลสส์ และคุปแมนส์ แบบจำลอง Ramsey ถูกพัฒนาต่อจากแบบจำลอง Solow โดยมีข้อแตกต่างคือ การเลือกบริโภคและอัตราการออมถูกกำหนดจากภายใน ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้ไม่เหมือนกับแบบจำลองของ Solow โดยอัตราการออมอาจจะไม่คงที่ตลอดการเปลี่ยนผ่านจนไปถึงสภาวะหยุดนิ่งในระยะยาว ซึ่งแบบจำลองนี้จะอยู่ในสภาวะที่เหมาะสมของพาเรโตหรือประสิทธิภาพของพาเรโต ผลลัพธ์นี้เนื่องมาจาก ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กับค่าคลาดเคลื่อน (Endogeneity) ของอัตราการออม และธรรมชาติที่ไม่มีความสิ้นสุดของกรอบเวลาการพยากรณ์ของตัวแทนในแบบจำลอง ซึ่งจะไม่เป็นจริงในแบบจำลองอื่นที่อัตราการออมถูกกำหนดจากภายใน แต่จะมีความซับซ้อนมากขึ้นในระหว่างรุ่น

นอกจากนี้แบบจำลอง Ramsey ยังสามารถวิเคราะห์ได้ทั้งการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ และวัฏจักรธุรกิจ ซึ่งแตกต่างจากแบบจำลองของ Solow ที่วิเคราะห์ได้เพียง การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจเท่านั้น โดยการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ คือ การแกว่งตัวในระยะยาวของเศรษฐกิจ และวัฏจักรธุรกิจ คือ การแกว่งตัวในระยะสั้นของเศรษฐกิจ อีกทั้งการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ และวัฏจักรธุรกิจยังเป็นพื้นฐานหลักของเศรษฐศาสตร์มหภาค ดังนั้น แบบจำลอง Ramsey จึงเป็นแบบจำลองพื้นฐานที่ใช้โดยทั่วไป

แบบจำลอง Ramsey สมมติว่าชีวิตคงมีอยู่ตลอดไป ตลาดเป็นตลาดแข่งขันสมบูรณ์ มีผลได้ต่อขนาดคงที่ในการผลิต และตัวแทนมีลักษณะเหมือนกันทุกประการ ซึ่งบอกเป็นนัยว่า การจัดสรรทรัพยากรของเศรษฐกิจแบบกระจายอำนาจ จะเหมือนกับ การวางแผนจากส่วนกลางที่ต้องการอรรถประโยชน์สูงสุดของตัวแทนทางเศรษฐกิจในแบบจำลอง

กำหนดให้ประชากร N_t มีอัตราการเจริญเติบโตที่ n จำนวนแรงงานเท่ากับจำนวนประชากร ซึ่งการอุปทานแรงงานไม่มีความยืดหยุ่น ผลผลิตสามารถผลิตได้โดยใช้ทุนและแรงงาน และไม่มีผลผลิตจากการเจริญเติบโต โดยผลผลิตที่สามารถผลิตได้นั้นจะนำไปบริโภคหรือลงทุน ซึ่งก็คือการเพิ่มสต็อกสินค้าทุน ดังนั้น ฟังก์ชันการผลิตจึงสามารถเขียนได้ดังนี้

$$Y_t = F[K_t, N_t] = C_t + \frac{dK_t}{dt} \quad (3.36)$$

สมมติว่าทุนไม่มีค่าเสื่อม และฟังก์ชันการผลิตเป็นเอกพันธ์อันดับหนึ่ง (Homogeneous degree one) ซึ่งหมายความว่าผลได้ต่อขนาดคงที่

จากสมการ (3.36) สามารถทำให้อยู่ในรูปต่อหัว โดยการหารทั้งสองข้างของสมการด้วย N_t จะได้

$$y_t = f[k_t] = c_t + \frac{dk_t}{dt} \cdot \frac{1}{N_t}$$

$$\text{แต่ } k_t = \frac{K_t}{N_t} \text{ และ } \frac{dk_t}{dt} = \frac{\dot{K}_t}{N_t} - nk_t$$

ดังนั้น

$$y_t = f[k_t] = c_t + \frac{dk_t}{dt} + nk_t \quad (3.37)$$

สมมติว่า $f(\cdot)$ เป็นฟังก์ชันเว้าอย่างแท้จริง (Strictly concave) และแสดงเงื่อนไข Inada

$$f(0) = 0, \quad f'(0) = \infty, \quad f'(\infty) = 0$$

นอกจากนี้ยัง สมมติว่าเศรษฐกิจเริ่มต้นที่ทุนระดับหนึ่งที่สามารถทำให้เกิดการผลิตได้ ดังนั้น $k_0 > 0$

ระบบเศรษฐกิจมี 2 ประเภท คือ ระบบเศรษฐกิจที่มีการวางแผนจากส่วนกลาง (Centralized Economy) และระบบเศรษฐกิจแบบกระจายอำนาจจากส่วนกลาง (Decentralized Economy) โดยทั้งสองประเภทจะได้ผลลัพธ์ที่เหมือนกัน และในกรณีนี้จะเป็นระบบเศรษฐกิจที่มีการวางแผนจากส่วนกลาง (Centralized Economy) โดยให้เวลาเริ่มต้นที่ $t = 0$ คราวเรือนได้รับสวัสดิการสูงสุด โดยนักวางแผนต้องหาคำตอบของปัญหาดังต่อไปนี้

$$\max U_0 = \int_0^{\infty} u(c_t) e^{-\theta t} dt \quad (3.38)$$

$$\text{โดยที่ } \theta = -(\theta^* - n)$$

และมีข้อจำกัดคือ

$$y_t = f[k_t] = c_t + \frac{dk_t}{dt} + nk_t \quad (3.39)$$

และ k_0 ถูกกำหนดมาให้ โดยที่ $k_t, c_t \geq 0$ สำหรับทุก t

นักวางแผนจากส่วนกลางทำการแสวงหาอรรถประโยชน์สูงสุดจากฟังก์ชัน Present value Hamiltonian

$$H_t = u(c_t) e^{-\theta t} + \mu_t [f(k_t) - nk_t - c_t] \quad (3.40)$$

โดยตัวแปร μ_t คือ ตัวแปร costate และเป็นค่าส่วนเพิ่มของเวลาที่ 0 ของการเพิ่มทุน 1 หน่วย ณ เวลาที่ t

นักวางแผนจากส่วนกลางจะแสวงหาความพอใจสูงสุดให้ครัวเรือน โดยการเลือกการสะสมทุน (k_t) และการบริโภค (c_t) โดยผลของการแสวงหาความพอใจจะได้สมการต่อไปนี้

$$\frac{\partial H}{\partial c_t} \Rightarrow u'(c_t)e^{-\theta t} - \mu_t = 0$$

$$u'(c_t) = \mu_t e^{\theta t} \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial H}{\partial k_t} \Rightarrow \mu_t [f'(k_t) - n] = -\dot{\mu}_t \quad (3.42)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k_t \mu_t = 0 \quad (3.43)$$

จากสมการข้างต้น จะเห็นว่าสมการที่ (3.41) นักวางแผนจากส่วนกลางแสวงหาอรรถประโยชน์สูงสุด โดยการเลือกการบริโภค ซึ่งสามารถเรียกสมการนี้ว่า สมการหลักการสูงสุด (Maximum Principle) สมการที่ (3.42) เป็นการแสวงหาอรรถประโยชน์สูงสุด โดยการเลือกการสะสมทุน ซึ่งเรียกสมการนี้ว่า สมการออยเลอร์ และสมการที่ (3.43) คือ สมการเงื่อนไขการเปลี่ยนผ่าน (Transversality Condition) ซึ่งเป็นการบอกว่าในการวางแผนช่วงเวลาสุดท้ายจะเท่ากับศูนย์ หรือสินค้านั้นในช่วงเวลาสุดท้ายจะมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

วิธีการแก้ปัญหาข้างต้น อาจทำได้อีกวิธีหนึ่ง โดยการเขียนปัญหาให้อยู่ในรูป Current Value Hamiltonian โดยสมมติให้ $\lambda_t \equiv \mu_t e^{\theta t}$

เมื่อแทน μ_t ด้วย λ_t ในสมการที่ (3.46) จะได้เป็น

$$H_t = [u(c_t) + \lambda_t [f(k_t) - nk_t - c_t]] e^{-\theta t} \quad (3.44)$$

$$H_t e^{\theta t} = u(c_t) + \lambda_t [f(k_t) - nk_t - c_t] \quad (3.45)$$

ให้ $\hat{H}_t = H_t e^{\theta t}$ เป็น Current value Hamiltonian ดังนั้น

$$\hat{H}_t = [u(c_t) + \lambda_t [f(k_t) - nk_t - c_t]] \quad (3.46)$$

การหาเงื่อนไขอันดับแรก (First Order Condition) จะผลลัพธ์ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\frac{\partial \hat{H}}{\partial c_t} &\Rightarrow u'(c_t) - \lambda_t = 0 \\ u'(c_t) &= \lambda_t = \mu_t e^{\theta t}\end{aligned}\quad (3.47)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \hat{H}}{\partial k_t} &\Rightarrow \lambda_t [f'(k_t) - n] = \theta \lambda_t - \dot{\lambda}_t \\ \lambda_t [\theta + n - f'(k_t)] &= \dot{\lambda}_t\end{aligned}\quad (3.48)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k_t u'(c_t) e^{-\theta t} = 0 \quad (3.49)$$

สมการที่ (3.47) คือสมการออยเลอร์ และจากสมการที่ (3.49) คือ สมการเงื่อนไขการเปลี่ยนผ่าน เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบกับในกรณีที่นักวางแผนจากส่วนกลางทำการแสวงหาอรรถประโยชน์สูงสุดจากฟังก์ชัน Present value Hamiltonian ดังสมการที่ (3.41) (3.42) และ (3.43) จะพบว่า ฟังก์ชัน Present value Hamiltonian และ Current value Hamiltonian ให้ผลลัพธ์ที่เหมือนกัน

เมื่อนำสมการที่ (3.47) และสมการที่ (3.48) มารวมกัน จะได้

$$\frac{du'(c_t)/dt}{u'(c_t)} = [\theta + n - f'(k_t)] \quad (3.50)$$

จากสมการ (3.44) หากคูณ $\frac{dc_t}{dc_t}$ ทางฝั่งซ้ายของสมการ จะได้

$$\frac{c_t u''(c_t)}{u'(c_t)} \cdot \frac{dc_t/dt}{c_t} = [\theta + n - f'(k_t)] \quad (3.51)$$

โดย $\frac{c_t u''(c_t)}{u'(c_t)}$ แสดงถึง ความโค้งของฟังก์ชันอรรถประโยชน์ และเท่ากับค่าความยืดหยุ่น

ของอรรถประโยชน์ส่วนเพิ่ม เมื่อเทียบกับการบริโภค

ให้ $\sigma(c_t) = \frac{-u'(c_t)}{c_t u''(c_t)}$ ดังนั้น สมการที่ (3.41) สามารถเขียนใหม่เป็น

$$\frac{dc_t / dt}{c_t} = \sigma(c_t) [f'(k_t) - \theta - n] \quad (3.52)$$

พิจารณาสถานะหยุดนิ่งจากสมการที่ (3.39) (3.49) และ (3.52) โดยในสถานะหยุดนิ่ง ทั้ง
สินค้านำทุนต่อหัว (k) และระดับการบริโภคต่อหัว (c) จะคงที่ ดังนั้น

จากสมการที่ (3.39) - $y_t = f[k_t] = c_t + \frac{dk_t}{dt} + nk_t$ คือ สมการข้อจำกัด ณ สถานะหยุดนิ่ง
การสะสมทุนต่อหัวจะคงที่ $\left(\frac{dk_t}{dt} = 0\right)$ ดังนั้น ณ สถานะหยุดนิ่ง สมการข้อจำกัดจะให้ผลดัง
สมการต่อไปนี้

$$f[k^*] - nk^* = c^* \quad (3.53)$$

สมการที่ (3.52) - $\frac{dc_t / dt}{c_t} = \sigma(c_t) [f'(k_t) - \theta - n]$ คือ สมการออยเลอร์ ซึ่ง ณ สถานะ
หยุดนิ่ง การบริโภคต่อหัวจะคงที่ $\left(\frac{dc_t}{dt} = 0\right)$ ดังนั้น

$$\frac{dc_t / dt}{c_t} = 0 = \sigma(c_t) [f'(k_t) - \theta - n]$$

ณ สถานะหยุดนิ่ง สมการออยเลอร์ จะให้ผลดังสมการต่อไปนี้

$$\theta + n = f'(k^*) \quad (3.54)$$

การคำนวณหาระดับการออม ณ สถานะหยุดนิ่งที่ทำให้เกิดการบริโภคสูงสุด (Golden rule)
ในแบบจำลองของ Ramsey จะกำหนดให้มีการเจริญเติบโตของประชากร (n) และไม่มีค่า
เสื่อม ($\delta = 0$)

เพื่อบรรลุถึงการหาระดับการออม ณ สถานะหยุดนิ่งที่ก่อให้เกิดการบริโภคสูงสุด หรือ
เงื่อนไข Golden rules โดยการเลือกระดับทุนต่อหัวจากสมการข้อจำกัด ณ สถานะหยุดนิ่ง ใน
สมการที่ (3.53) ได้ผลลัพธ์ของเงื่อนไข Golden rules ดังสมการต่อไปนี้

$$f'(k^*) = n \quad (3.55)$$

แต่อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ว่าจะมีการบริโภคสูงสุดเกิดขึ้นที่ระดับสถานะหยุดนิ่งแบบ Golden rules แต่ครัวเรือนกลับเลือกบริโภคที่สถานะหยุดนิ่งแบบ Modified golden rules ทั้งนี้เพราะมูลค่าการบริโภคในปัจจุบันของครัวเรือนมีมากกว่าการบริโภคในอนาคต จากสมการที่ (3.52) ที่สถานะหยุดนิ่ง การบริโภคต่อหัวจะคงที่ $\left(\frac{dc_t}{dt} = 0\right)$ เพราะไม่มีการเปลี่ยนแปลงให้ห้วงเวลา ดังนั้น ผลลัพธ์ของเงื่อนไข Modified golden rules เป็นดังสมการต่อไปนี้

$$f'(k^*) = [\theta + n] \quad (3.56)$$

พิจารณาสมการ Golden rules (สมการที่ (3.55)) เทียบกับสมการ Modified golden rules (สมการที่ (3.56)) พบว่าค่าความชันของฟังก์ชันการผลิตต่อหัว $(f'(k^*))$ ณ สถานะหยุดนิ่งของสมการ Modified golden rules มีค่ามากกว่าสมการ Golden rules ซึ่งหมายความว่ามีความชันมากกว่า ดังนั้น สมการ Modified golden rules จึงอยู่ทางด้านซ้ายของสมการ Golden rules แสดงว่าการบริโภคที่เงื่อนไข Modified golden rules จะน้อยกว่าระดับการบริโภคที่เงื่อนไข Golden rules ซึ่งสอดคล้องกับความเป็นจริงว่า ครัวเรือนต้องการบริโภคในปัจจุบันมากกว่าการบริโภคในอนาคต ถึงแม้ว่าจะอยู่ในระดับที่น้อยกว่าก็ตาม

การศึกษาการปรับตัวเชิงพลวัต เป็นการศึกษาการปรับตัวเข้าสู่สถานะหยุดนิ่งของระบบเศรษฐกิจ โดยการพิจารณาสมการที่ (3.39) และ (3.52) กำหนดให้แกนตั้งแทนการบริโภคต่อหัว และแกนนอนแทนการสะสมทุนต่อหัว

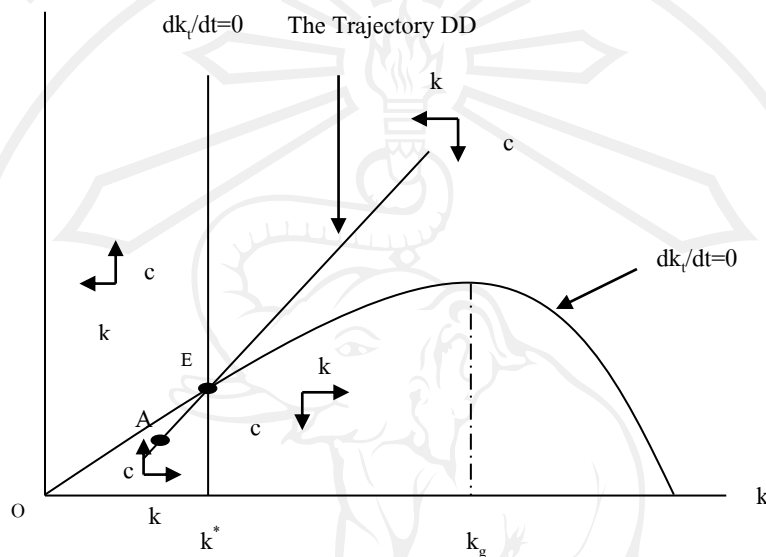
การศึกษาการปรับตัวเชิงพลวัตของการสะสมทุนต่อหัว (k) สามารถพิจารณาสมการที่ (3.39)

$$y_t = f[k_t] = c_t + \frac{dk_t}{dt} + nk_t \quad (3.39)$$

โดย ณ สถานะหยุดนิ่ง การสะสมทุนต่อหัวจะคงที่ $\left(\frac{dk_t}{dt} = 0\right)$ เนื่องจากไม่มีการเปลี่ยนแปลงในห้วงเวลา ดังนั้น สมการฟังก์ชันการผลิตต่อหัวหรือสมการข้อจำกัด ณ สถานะหยุดนิ่ง จะได้ผลลัพธ์คือ $f[k^*] - c^* - nk^* = 0$ โดยจุดที่ $\frac{dk_t}{dt} = 0$ คือ Golden rule ถ้า $c > \dot{c}$ (พื้นที่ที่

อยู่เหนือ $\frac{dk_t}{dt} = 0$) จะทำให้การสะสมทุนต่อหัว (k) ลดลง หรือ $\dot{k} < 0$ แต่ถ้า $c < \bar{c}$ (พื้นที่ที่อยู่

ล่าง $\frac{dk_t}{dt} = 0$) จะทำให้การสะสมทุนต่อหัว (k) เพิ่มขึ้น หรือ $\dot{k} > 0$ ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แสดงการศึกษาเชิงพลวัตของทุนต่อหัวและการบริโภคต่อหัว

การศึกษาการปรับตัวเชิงพลวัตของการบริโภคต่อหัว (c) สามารถพิจารณาได้จากสมการ

(3.52)

$$\frac{dc_t / dt}{c_t} = \sigma(c_t) [f'(k_t) - \theta - n] \quad (3.52)$$

ที่สภาวะหยุดนิ่ง การบริโภคต่อหัวจะคงที่ $\left(\frac{dc_t}{dt} = 0 \right)$ เนื่องจากการไม่มีการเปลี่ยนแปลงใน

ห้วงเวลา ดังนั้น สมการออยเลอร์ ณ สภาวะหยุดนิ่ง คือ $\frac{dc_t / dt}{c_t} = 0 = \sigma(c_t) [f'(k_t) - \theta - n]$

ซึ่งเส้น $\frac{dc_t}{dt} = 0$ เป็นเส้นตั้งฉากกับแกนอน ณ Modified golden rule ซึ่งอยู่ทางซ้ายของ Golden rule

หากพิจารณาเฉพาะ $\frac{dc_t}{dt} = 0$ ทางด้านซ้ายมือของ $\frac{dc_t}{dt} = 0$ $k < k^*$ ซึ่งหมายความว่า $f'(k_t)$ มากกว่า $f'(k^*)$ ดังนั้น $f'(k_t) > \theta + n$ และ $\frac{dc_t/dt}{c_t} > 0$ หรือ ทางด้านซ้ายมือของ $\frac{dc_t}{dt} = 0$ c จะเพิ่มขึ้น หรือ $\dot{c} > 0$ แต่หากดูเฉพาะ $\frac{dc_t}{dt} = 0$ ทางด้านขวามือของ $\frac{dc_t}{dt} = 0$ $k > k^*$ ซึ่งหมายความว่า $f'(k_t)$ น้อยกว่า $f'(k^*)$ ดังนั้น $f'(k_t) < \theta + n$ และ $\frac{dc_t/dt}{c_t} < 0$ หรือ ทางด้านขวามือของ $\frac{dc_t}{dt} = 0$ c จะลดลง หรือ $\dot{c} < 0$

จากรูปที่ 3.4 จะเห็นว่ามีจุดดุลยภาพ 3 จุด ได้แก่ จุด O จุด E และจุด A แต่อย่างไรก็ตาม จากสามจุดดังกล่าวมีเพียงจุดเดียวที่จะวิ่งเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว นั่นก็คือจุดที่อยู่บนเส้น The Trajectory DD หรือเส้นอานม้า (Saddle path) ซึ่งเกิดจากการรวมทิศทางทางการเคลื่อนไหวของเส้น $\frac{dk_t}{dt} = 0$ และเส้น $\frac{dc_t}{dt} = 0$ ตามหลักการทำงานของเวกเตอร์ ยกตัวอย่างเช่น หากดุลยภาพเกิดขึ้น ณ จุด A ก็จะค่อย ๆ เข้าสู่สภาวะหยุดนิ่งนั่นก็คือที่จุด E โดยที่จุดดังกล่าวนี้เป็นจุดที่บรรลุเงื่อนไขที่จำเป็น (necessary condition) ดังสมการที่ (3.39) (3.53) และ (3.49) ตามลำดับ ส่วนจุดอื่น ๆ ที่อยู่นอกเหนือจากเส้น The Trajectory DD จะเป็นจุดที่ไม่เข้าสู่สภาวะหยุดนิ่ง

นอกจากนี้ยังสามารถหาการเจริญเติบโตได้อีกแบบหนึ่ง จากระบบเศรษฐกิจแบบกระจายอำนาจออกจากส่วนกลาง ซึ่งจะให้ผลออกมาที่เหมือนกัน

3) แบบจำลองการเจริญเติบโตจากภายใน (Endogenous growth model)

ทฤษฎีการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจถือว่าการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจส่วนใหญ่ เป็นผลมาจากภายในและไม่มีผลจากภายนอก ทฤษฎีการเจริญเติบโตจากภายในถือว่าการลงทุนในทุนมนุษย์ นวัตกรรม และความรู้ เป็นการสนับสนุนที่สำคัญต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ โดยทฤษฎีจะเน้นไปที่ผลกระทบภายนอกที่เป็นบวก และผลกระทบของการล้นไหล (spillover effects) ในความรู้ทางเศรษฐกิจ อันจะนำมาซึ่งการพัฒนาทางเศรษฐกิจ นอกจากนี้ ทฤษฎีการเจริญเติบโตจากภายในยังถือว่ามาตรการเชิงนโยบายสามารถมีผลกระทบต่ออัตราการเจริญเติบโตในระยะยาว เช่น การให้เงินสนับสนุนการวิจัยและพัฒนา หรือในแบบจำลองการเจริญเติบโตจากภายในบางชิ้น

กล่าวว่า การศึกษาทำให้อัตราการเจริญเติบโตเพิ่มขึ้น จากการเพิ่มขึ้นของความเข้มข้นทางนวัตกรรม

แบบจำลองการเจริญเติบโตจากภายในมีความแตกต่างจากแบบจำลองของ Solow และ ของ Ramsey ตรงที่ทุนไม่มีการลดน้อยถอยลง แบบจำลองนี้มีการสมมติให้ระบบเศรษฐกิจเป็นแบบปิด และไม่มีภาครัฐบาลเข้ามาเกี่ยวข้อง และมีการเพิ่มขึ้นของจำนวนประชากร โดยรูปแบบการผลิตที่ง่ายที่สุด ซึ่งปราศจากการลดน้อยถอยลงของทุน คือ ฟังก์ชัน AK

$$Y(t) = AK(t) \quad ; A > 0 \quad (3.53)$$

จากสมการที่ (3.53) สามารถเขียนในรูปต่อหัวได้ดังนี้

$$y(t) = Ak(t) \quad (3.54)$$

สมมติว่า อัตราการเจริญเติบโตของประชากร คือ n และอัตราค่าเสื่อมคือ δ และจากสมการเชิงอนุพันธ์พื้นฐาน คือ

$$\dot{k}(t) = sf(k(t)) - (n + \delta)k(t) \quad (3.55)$$

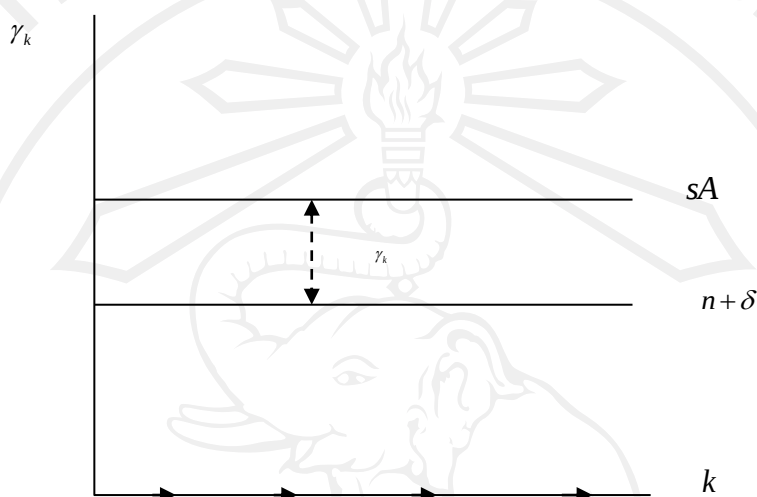
เมื่อแทนสมการที่ (3.54) ลงไปในสมการเชิงอนุพันธ์พื้นฐาน และพิจารณาอัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัว โดยการนำ $k(t)$ ไปหารทั้งสองข้างของสมการที่ (3.55) จะเป็นดังนี้

$$\gamma_k = \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = sA - (n + \delta)$$

เนื่องจากฟังก์ชันการผลิตต่อหัวคือ $y(t) = Ak(t)$ ฉะนั้น เมื่อพิจารณาอัตราการเจริญเติบโตของผลผลิตต่อหัว $\left(\frac{\dot{y}}{y}\right)$ จะพบว่ามีความเท่ากับ $sA - (n + \delta)$ ซึ่งเท่ากับอัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัว $\left(\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k}\right)$ และเมื่อพิจารณาอัตราการเจริญเติบโตของการบริโภค $\left(\frac{\dot{c}}{c}\right)$ จากสมการ $c(t) = (1-s)y(t)$ จะพบว่ามีความเท่ากับ $sA - (n + \delta)$ ดังนั้น แสดงว่า อัตราการเจริญเติบโตของ

ผลผลิตต่อหัว อัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัว และอัตราการเจริญเติบโตของการบริโภคต่อหัว

$$\text{เท่ากัน} \left(\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{c}}{c} \right)$$



ที่มา: Barro J. B. (2004)

รูปที่ 3.5 แสดงแบบจำลอง AK

จากรูปที่ 3.5 แสดงแบบจำลอง AK ที่ไม่มีพลวัตการเปลี่ยนผ่าน เศรษฐกิจจะเจริญเติบโตที่อัตราคงที่ โดยไม่คำนึงถึงระดับของอัตราส่วนทุนต่อแรงงาน หรือหากพิจารณาอย่างละเอียดสามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือส่วนครัวเรือน และส่วนผู้ผลิต ดังนี้

ในส่วนครัวเรือน กำหนดให้ครัวเรือนมีชีวิตไม่สิ้นสุด และมีความต้องการอรรถประโยชน์สูงสุด โดยกำหนดจาก

$$U = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} u(c_t) dt \quad (3.56)$$

โดย c คือ การบริโภค

และมีข้อจำกัด คือ

$$\dot{a} = (r-n)a + w - c \quad (3.57)$$

โดย a คือ สินทรัพย์ต่อหัว
 r คือ อัตราดอกเบี้ย
 w คือ อัตราค่าจ้าง
 n คือ การเจริญเติบโตของประชากร

และกำหนดเงื่อนไขการเปลี่ยนผ่าน ดังนี้

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \left[a(t) e^{-\int_0^t [r(v)-n] dv} \right] \geq 0 \quad (3.58)$$

ในระบบเศรษฐกิจ ครัวเรือนต้องการอรรถประโยชน์สูงสุด ภายใต้ข้อจำกัดที่มีอยู่ โดยสามารถพิจารณาจาก Present-value Hamiltonian ดังนี้

$$H = e^{-(\rho-n)t} u(c_t) + \mu_t [(r-n)a + w - c] \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial H}{\partial c_t} \Rightarrow e^{-(\rho-n)t} u'(c_t) = \mu_t \quad (3.60)$$

$$\frac{\partial H}{\partial a_t} \Rightarrow \mu_t (r-n) = \dot{\mu}_t \quad (3.61)$$

จากสมการที่ (3.59) และ (3.60) จะได้เงื่อนไขสำหรับดุลยภาพคือ

$$\gamma_c = \frac{\dot{c}}{c} = [r - \rho] \frac{1}{\theta} \quad (3.62)$$

เมื่อพิจารณา ในด้านผู้ผลิต ซึ่งมีฟังก์ชันการผลิตดังนี้

$$Y_t = F(K_t, L_t) \quad (3.63)$$

โดย K_t คือ ทุน และ L_t คือแรงงาน ซึ่งทุน จะมีอัตราค่าเสื่อมคงที่เท่ากับ δ โดย $0 < \delta < 1$ และอัตราสุทธิของผลตอบแทนของทุนที่ครัวเรือนจะได้รับคือ อัตราผลตอบแทนของทุนหักด้วยอัตราค่าเสื่อมของทุน ดังนี้

$$R - \delta$$

โดย R คือ อัตราผลตอบแทนของทุน

นอกจากนี้ครัวเรือนสามารถได้รับผลตอบแทนจากอัตราดอกเบี้ย(r)จากการให้ครัวเรือนอื่นกู้ยืม แต่เนื่องจากทุนและเงินกู้มีการทดแทนกันอย่างสมบูรณ์ เนื่องจากทุนสามารถเปลี่ยนเป็นเงิน และเงินสามารถเปลี่ยนเป็นทุนได้ ดังนั้น มูลค่าของทุนและเงินที่เท่ากันต้องได้รับผลตอบแทนที่เท่ากัน ฉะนั้น อัตราผลตอบแทนจากอัตราดอกเบี้ยจะเท่ากับอัตราสุทธิของผลตอบแทนของทุน ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} r &= R - \delta \\ R &= r + \delta \end{aligned} \quad (3.64)$$

ผู้ผลิตต้องการแสวงหากำไรสูงสุด ซึ่งคำนวณจากรายได้ลบด้วยต้นทุนการผลิตจากการเช่าเครื่องจักร และการจ้างแรงงาน เนื่องจากอัตราค่าเช่าของเครื่องจักรของผู้ผลิตเท่ากับอัตราผลตอบแทนจากอัตราดอกเบี้ยของครัวเรือน ดังนั้น อัตราค่าเช่าของเครื่องจักร จึงเท่ากับ อัตราผลตอบแทนของทุนหักด้วยอัตราค่าเสื่อมของทุน ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \pi &= PY - RK - wL \\ \pi &= F(K, L) - (r + \delta)K - wL \\ \pi &= L[f(k) - (r + \delta)k - w] \end{aligned} \quad (3.65)$$

กำหนดให้ผู้ผลิตอยู่ในตลาดแข่งขันสมบูรณ์ ดังนั้นผู้ผลิตจะกำหนดอัตราค่าเช่า(r) (อัตราดอกเบี้ยที่ภาคครัวเรือนได้รับ) และอัตราค่าจ้าง (w) เพื่อแสวงหากำไรสูงสุด โดยเลือกจำนวนทุน (K) และจำนวนแรงงาน (L) โดยผลของการแสวงหากำไรสูงสุดของผู้ผลิต จะได้สมการดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} \Rightarrow f'(k) = (r + \delta) \quad (3.66)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} \Rightarrow f(k) - kf'(k) = w \quad (3.67)$$

เนื่องจากแบบจำลองนี้เป็นแบบจำลอง AK ซึ่งไม่มีการลดน้อยถอยลงของทุน และสามารถเขียนฟังก์ชันการผลิตให้อยู่ในรูปต่อหัวได้ดังนี้

$$y = Ak$$

โดยที่ $A > 0$ คือ ผลผลิตส่วนเพิ่มของแรงงาน

จากฟังก์ชันการผลิตต่อหัว เราสามารถหาผลผลิตส่วนเพิ่ม ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$f'(k) = A$$

และการแสวงหากำไรสูงสุดของผู้ผลิตจากการเลือกจำนวนทุน จะได้สมการผลผลิตส่วนเพิ่มดังจากสมการที่ (3.66) $f'(k) = r + \delta$ ดังนั้น ผลผลิตส่วนเพิ่มของแรงงาน (A) จึงเท่ากับอัตราค่าเช่าบวกด้วยอัตราค่าเสื่อม ดังสมการต่อไปนี้

$$A = r + \delta$$

$$r = A - \delta \quad (3.68)$$

สมมติให้ ผลผลิตส่วนเพิ่มของแรงงานเท่ากับศูนย์ $\left(\frac{\partial \pi}{\partial L}\right)$ ที่ได้จากการแสวงหากำไรสูงสุดของผู้ผลิตจากการเลือกจำนวนแรงงาน ดังนั้น ทั้งสองด้านของสมการที่ (3.67) จึงเท่ากับศูนย์ ดังนี้

$$f(k) - kf'(k) = 0 \quad (3.69)$$

$$w = 0 \quad (3.70)$$

กำหนดให้ระบบเศรษฐกิจเป็นแบบปิด ดังนั้นที่ดุลยภาพความมั่งคั่งจะเท่ากับทุนโดยปริยาย เนื่องจากทุนที่เพิ่มขึ้นจะเท่ากับทุนที่ลดลง ดังนั้น

$$a = k$$

เมื่อรวมสมการอัตราค่าเช่าในสมการที่ (3.68) สมการอัตราค่าจ้างในสมการที่ (3.70) และสมการข้อจำกัดในสมการที่ (3.57) จะได้ผลลัพธ์ของการเปลี่ยนแปลงของทุนในห้วงเวลาดังสมการต่อไปนี้

$$\dot{k} = (A - r - n)k - c \quad (3.71)$$

สามารถหาอัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัว โดยการเทียบสมการที่ (3.71) ด้วยทุนต่อหัว ดังนี้

$$\frac{\dot{k}}{k} = (A - r - n) \frac{k}{k} - \frac{c}{k} \quad (3.72)$$

นอกจากนี้ ที่สภาวะหยุดนิ่ง อัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัวจะคงที่ $\left(\frac{\dot{k}}{k} = 0\right)$ ซึ่งผลผลิตส่วนเพิ่มของแรงงานมีค่ามากกว่าศูนย์ ($A > 0$) ซึ่งก็คือมีค่าเป็นบวก อัตราค่าเช่าทุนมีค่าระหว่างศูนย์ถึงหนึ่ง ($0 < r < 1$) ซึ่งมีค่าเป็นบวกเช่นกัน และอัตราการเจริญเติบโตของประชากรมีค่ามากกว่าศูนย์ ($n > 0$) ซึ่งก็คือมีค่าเป็นบวก ดังนั้น พจน์แรกทางขวามือจะคงที่ จึงส่งผลให้พจน์ที่สองทางฝั่งขวามือคงที่ด้วย เนื่องจาก พจน์ทางด้านซ้ายมือหรืออัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัวคงที่

สังเกตได้ว่า จากที่กล่าวข้างต้นจะเป็นจริงเฉพาะตอนที่อยู่ในสภาวะหยุดนิ่งเท่านั้น โดยหลักการแล้ว อัตราการเจริญเติบโตของทุนที่ไม่ได้อยู่ในสภาวะหยุดนิ่งอาจจะไม่คงที่ก็ได้ จึงทำให้สัดส่วนของการบริโภคต่อหัวและทุนต่อหัว อาจไม่คงที่ เนื่องจากในกรณีนี้ ต้องการแสดงให้เห็นว่าการบริโภคและการลงทุนเจริญเติบโตในอัตราเดียวกันตลอดเวลา จึงไม่มีการเปลี่ยนผ่านเชิงพลวัต

จากสมการการเปลี่ยนแปลงของทุนในห้วงเวลาในสมการที่ (3.71)

$$\dot{k} = (A - r - n)k - c \quad (3.71)$$

และกำหนดให้สมการการบริโภคต่อหัว เป็นดังสมการที่ (3.73)

$$c(t) = c(0)e^{1/\theta[A-\delta-\rho]t} \quad (3.73)$$

เมื่อแทนที่สมการการบริโภคต่อหัวลงในสมการการเปลี่ยนแปลงของทุนในห้วงเวลาในสมการที่ (3.71) จะได้ผลลัพธ์ของสมการดังต่อไปนี้

$$\dot{k} = (A - r - n)k - c(0)e^{1/\theta[A-\delta-\rho]t} \quad (3.74)$$

จากสมการที่ (3.74) สามารถหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ของทุน (k) ได้ดังสมการต่อไปนี

$$k(t) = \text{constant} \cdot e^{[A-\delta-\rho]t} + \frac{c(0)}{\psi} e^{1/\theta[A-\delta-\rho]t} \quad (3.75)$$

$$\psi = (A-\delta) \frac{(\theta-1)}{\theta} + \frac{\rho}{\theta} - n \quad (3.76)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [k(t) e^{-(A-\delta-\rho)t}] = 0 \quad (3.77)$$

เมื่อแทนสมการที่ (3.75) ลงไปในสมการที่ (3.77) จะได้ผลลัพธ์ดังต่อไปนี้

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[\text{constant} + \frac{c(0)}{\psi} e^{-\psi t} \right] = 0 \quad (3.78)$$

โดยจากสมการที่ (3.78) บอกเป็นนัยว่ามี 2 องค์ประกอบ ได้แก่ ค่าคงที่ และการบริโภค โดยลิมิตของทั้ง 2 องค์ประกอบต้องเท่ากับศูนย์

เมื่อเทียบสมการการเปลี่ยนแปลงของทุนในห้วงเวลาในสมการที่ (3.74) กับทุน จะได้สมการอัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัว ดังต่อไปนี้

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{1}{\theta} [A - \delta - \rho] \quad (3.79)$$

เนื่องจากอัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัวเท่ากับอัตราการเจริญเติบโตของการบริโภคต่อหัว ดังนั้น สมการอัตราการเจริญเติบโตของการบริโภคต่อหัว จะเป็นดังนี้

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [A - \delta - \rho] \quad (3.80)$$

และ เนื่องจากฟังก์ชันการผลิตในแบบจำลองนี้เป็นสมการ AK ดังนั้น อัตราการเจริญเติบโตของผลผลิตต่อหัวจะได้ผลลัพธ์ดังสมการต่อไปนี้

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} \quad (3.81)$$

สรุปคือ $\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{1}{\theta}[A - \delta - \rho]$ นั้นหมายความว่า อัตราการเจริญของทุนต่อหัว อัตราการเจริญเติบโตของการบริโภคต่อหัว และอัตราการเจริญเติบโตของผลผลิตต่อหัว มีอัตราเดียวกัน จึงไม่มีพลวัตการเปลี่ยนผ่าน ดังที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น

3.1.2 ทฤษฎีทางเศรษฐมิติ

1) ข้อมูลพาแนล (Panel Data)

ในทางสถิติและทางเศรษฐมิติ ข้อมูลพาแนล หมายถึง ข้อมูลที่มีหลายมิติ โดยข้อมูลพาแนลจะประกอบไปด้วยการสังเกตปรากฏการณ์ หลายข้อสังเกตในหลายช่วงเวลา สำหรับตัวแทนหรือบุคคลเดียวกัน ดังนั้น ข้อมูลพาแนลจึงประกอบไปด้วย ข้อมูลอนุกรมเวลาและข้อมูลภาคตัดขวาง

เนื่องจากข้อมูลพาแนล ประกอบไปด้วยข้อมูลอนุกรมเวลาและข้อมูลภาคตัดขวาง จึงทำให้สามารถเห็นถึงความแตกต่างแต่ละหน่วยข้อมูลได้ดี และทำให้มีจำนวนข้อมูลมากขึ้น มีความหลากหลายมากขึ้น จึงส่งผลให้ลดปัญหาภาวะร่วมเส้นตรง (Collinearity) ระหว่างตัวแปร และเป็นการเพิ่มจำนวนค่าความเป็นอิสระ (Degree of freedom) ทำให้การประมาณค่ามีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยเฉพาะในกรณีที่ข้อมูลครอบคลุมจำนวนปีในการศึกษาก่อนข้างสั้น การวิเคราะห์ด้วยข้อมูลพาแนลจะทำให้จำนวนค่าสังเกตของการศึกษาเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ข้อมูลพาแนลยังสามารถวัดผลกระทบที่ข้อมูลภาคตัดขวางหรือข้อมูลอนุกรมเวลา อย่างใดอย่างหนึ่งไม่สามารถวัดผลกระทบได้ (Josef Bruderl, 2005)

การถดถอยข้อมูลพาแนลแตกต่างจากการถดถอยข้อมูลอนุกรมเวลาหรือข้อมูลภาคตัดขวางตรงที่มีตัวห้อยสองตัวในตัวแปร โดยแบบจำลองจำลองข้อมูลพาแนลในรูปแบบสมการเชิงเส้นสามารถเขียนได้ดังนี้ (Baltagi, 2005: 11)

$$y_{it} = \alpha + X'_{it}\beta + u_{it} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (3.82)$$

โดยที่	i	คือ มิติของข้อมูลภาคตัดขวาง
	t	คือ มิติของข้อมูลอนุกรมเวลา
	α	คือ จำนวนสเกลาร์
	β	คือ เวกเตอร์ขนาด $K \times 1$
	X_{it}	คือ ค่าสังเกตที่ it ของตัวแปรอธิบาย K

y_{it} คือ เวกเตอร์ 1×1 ของตัวแปรตามสำหรับข้อมูลภาคตัดขวางที่ i
ช่วงเวลาที่ t

u_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

เมื่อ $u_{it} = \mu_i + v_{it}$ (μ_i คือ ค่าที่ไม่ได้สังเกต และ v_{it} คือ ส่วนรบกวนที่เหลือ)

การประมาณค่าความสัมพันธ์ของแบบจำลองข้อมูลพาแนล ขึ้นอยู่กับสมมติฐานเบื้องต้นของค่าคงที่ (α) ค่าสัมประสิทธิ์ (β) และค่าความคลาดเคลื่อน จากสมการที่ (3.82) สมมติให้ค่าคงที่และค่าสัมประสิทธิ์มีค่าคงที่ สำหรับทุกหน่วยภาคตัดขวางและทุกช่วงเวลาที่เราพิจารณา และให้ค่าความคลาดเคลื่อนของหน่วยภาคตัดขวางแต่ละช่วงเวลามีค่าแตกต่างกัน

การอธิบายการประมาณค่าจะเป็นจะเป็นการอธิบายแบบข้อมูลพาแนลที่มีความสมดุล (Balance Panel) โดยมีจำนวนเท่ากันในแต่ละข้อมูลภาคตัดขวาง วิธีการประมาณค่า จะใช้ในกรณีที่ $n > 1$ และ $T > 1$

2) การทดสอบความนิ่งของข้อมูลพาแนล (Panel Unit Root Test)

การนำข้อมูลพาแนลไปใช้ในการประมาณค่า นั้น จะต้องทำการทดสอบความนิ่งของข้อมูลก่อน หากนำข้อมูลที่ไม่นิ่ง (ข้อมูลที่ไม่นิ่ง หมายถึง มีความแปรปรวนคงที่และมีค่าเฉลี่ยคงที่) มาประมาณค่าจะทำให้เกิดปัญหาความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง (Spurious regression) ซึ่งอาจทำให้ข้อมูลมีความสัมพันธ์กันมาก ทั้งที่ความเป็นจริงอาจไม่มีความสัมพันธ์กัน

สมการ AR (1) ของข้อมูลพาแนลคือ

$$y_{it} = \alpha_i + \rho_i y_{it-1} + \varepsilon_{it} \quad (3.83)$$

เปลี่ยนรูปแบบสมการ จะได้

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \pi_i y_{it-1} + \varepsilon_{it} \quad \text{เมื่อ } \pi_i = \rho_i - 1 \quad (3.84)$$

โดยที่ i คือ มิติของข้อมูลภาคตัดขวาง ในขณะที่ t คือ มิติของข้อมูลอนุกรม y_{it} คือ ตัวแปร

ภายนอก π_i คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของ Autoregressive และ ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

การทดสอบความนิ่งของข้อมูล มีสมมติฐานในการทดสอบ ดังนี้

$$H_0 : \pi_i = 0 \quad (\text{ข้อมูลไม่มีความนิ่ง})$$

$$H_1 : \pi_i < 0 \quad (\text{ข้อมูลมีความนิ่ง})$$

การทดสอบความนิ่งของข้อมูลพาแนลมีวิธีการทดสอบทั้งหมด 5 วิธี คือ 1. การทดสอบ Levin Lin and Chu (LLC) 2.การทดสอบ Breitung 3. การทดสอบ Hadri 4. การทดสอบ Im Pesaran and Shin (IPS) และ 5) การทดสอบ Fisher-Type

2.1) วิธีการทดสอบ Levin Lin and Chu (LLC)

พิจารณาจากสมการ Augmented Dickey-Fuller (ADF) ดังนี้

$$\Delta y_{it} = \rho y_{it-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta_{iL} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it} \quad m=1,2,3 \quad (3.85)$$

โดยที่ Δy_{it} พจน์ผลต่าง (Difference term) ของ y_{it} ขณะที่ y_{it} คือ ตัวแปรที่ต้องการทดสอบ p_i คือ จำนวน Lag order พจน์ผลต่าง (Different term) d_{mt} คือ ตัวแสดงลักษณะของตัวแปร โดยแบ่งออกเป็น 3 ลักษณะ ได้แก่ $d_{1m} = \{\text{เซตว่าง}\}$ $d_{2m} = \{1\}$ และ $d_{3m} = \{1, t\}$ และ ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

สมมติฐานของการทดสอบความนิ่งของข้อมูลพาแนลคือ

$$H_0 : \pi_i = 0 \quad (\text{ข้อมูลไม่มีความนิ่ง})$$

$$H_1 : \pi_i < 0 \quad (\text{ข้อมูลมีความนิ่ง})$$

ขั้นตอนในการทดสอบความนิ่งของข้อมูลพาแนลมี 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ให้ Lag order ของ p_i มีการเปลี่ยนแปลงไปในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง ซึ่งเราจะเลือก Lag order ที่เหมาะสม จากการเลือก Lag order ที่สูงที่สุด ($p_{\max}$) และใช้ค่าสถิติ t (t-statistic) ของ $\hat{\theta}_{iL}$ ในการตัดสินใจ และทำการถดถอยสมการที่ (3.85) เพื่อหาค่าส่วนที่เหลือ (Residual) $\hat{e}_{it}$ และ $\hat{v}_{it-1}$ ดังนี้

$$\hat{e}_{it} = \Delta y_{it} - \sum_{L=1}^{p_i} \tilde{\theta}_{iL} \Delta y_{it-L} - \tilde{\alpha}_{mi} d_{mt} \quad (3.86)$$

$$\hat{v}_{it-1} = y_{it-1} - \sum_{L=1}^{p_i} \hat{\theta}_{iL} \Delta y_{it-L} - \hat{\alpha}_{mi} d_{mt} \quad (3.87)$$

จากนั้น จะปรับค่าส่วนที่เหลือ(Residual) เพื่อควบคุมความแปรปรวนที่แตกต่างกันในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (i) โดยหารด้วยความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน จากการถดถอยสมการ ADF แต่ละหน่วยของข้อมูลภาคตัดขวาง

$$\tilde{\varepsilon}_{it} = \frac{\hat{\varepsilon}_{it}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon t}} \quad (3.88)$$

$$\tilde{v}_{i,t-1} = \frac{\hat{v}_{it}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon t}} \quad (3.89)$$

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณหาอัตราส่วนความเบี่ยงเบนมาตรฐานในระยะยาวและระยะสั้น ภายใต้สมมติฐานหลักของยูนิทรุต โดยการหาความแปรปรวนในระยะยาวของสมการที่ (3.85) สามารถหาได้จาก

$$\hat{\sigma}_{yi}^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T \Delta y_{it}^2 + 2 \sum_{L=1}^{\bar{K}} w_{\bar{K}L} \left[\frac{1}{T-1} \sum_{t=2+L}^T \Delta y_{it} \Delta y_{i,t-L} \right] \quad (3.90)$$

โดยที่ $\bar{K}$ คือ Truncations lag และ $w_{\bar{K}L} = 1 - (L / \bar{K} + 1)$

อัตราส่วนความเบี่ยงเบนมาตรฐานในระยะยาวและระยะสั้น แต่ละหน่วยของข้อมูลภาคตัดขวาง (i) คือ

$$\hat{s}_i = \hat{\sigma}_{yi} / \hat{\sigma}_{\varepsilon i} \quad (3.91)$$

และ ค่าเฉลี่ยของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ

$$\hat{S}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{s}_i \quad (3.92)$$

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบข้อมูลพานแนจากการถดถอยแบบ Pooled

$$\tilde{\varepsilon}_{it} = \rho \tilde{v}_{i,t-1} + \tilde{\varepsilon}_{it} \quad (3.93)$$

โดยตั้งอยู่บนพื้นฐานที่มีค่าสังเกตจำนวน $N\tilde{T}$ เมื่อ $\tilde{T}$ คือ ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตต่อหน่วยในข้อมูลพานแน ซึ่ง $\tilde{T} = T - \bar{p} - 1$ โดยที่ $\bar{p}$ คือ ค่าเฉลี่ยของ Lag order แต่ละหน่วยจากการถดถอย

สมการ ADF ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\bar{p} = \sum_{i=1}^N \frac{p_i}{N}$

ค่าสถิติ t ที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$t_\rho = \frac{\hat{\rho}}{\hat{\sigma}(\hat{\rho})} \quad (3.94)$$

โดยที่

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2+p_i}^T \tilde{v}_{i,t-1} \tilde{\varepsilon}_{it}}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2+p_i}^T \tilde{v}_{i,t-1}^2} \quad (3.95)$$

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของ $\hat{\rho}$ คือ

$$\hat{\sigma}(\hat{\rho}) = \frac{\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}}{\left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=2+p_i}^T \tilde{v}_{i,t-1}^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (3.96)$$

และค่าความแปรปรวนของ $\tilde{\varepsilon}_{it}$ คือ

$$\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^2 = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=2+p_i}^T (\tilde{\varepsilon}_{it} - \hat{\rho} \tilde{v}_{i,t-1})^2 \quad (3.97)$$

สามารถคำนวณค่าสถิติ t ที่มีการปรับค่าแล้ว (Adjusted t-statistic) จาก

$$t_{\rho}^* = \frac{t_{\rho} - NT \hat{S}_N \hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{-2} \hat{\sigma}(\hat{\rho}) \mu_{m\tilde{T}}^*}{\sigma_{m\tilde{T}}^*} \quad (3.98)$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{-2}$ คือ ค่าความแปรปรวนของ $\tilde{\varepsilon}_{it}$ ขณะที่ $\hat{\sigma}(\hat{\rho})$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของ $\hat{\rho}$ และ $\hat{S}_N$ คือ ค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน $\mu_{m\tilde{T}}^*$ คือ พจน์ของค่าเฉลี่ยที่มีการปรับค่าแล้ว และ $\sigma_{m\tilde{T}}^*$ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่มีการปรับค่าแล้ว

หากค่าสถิติ t_{ρ}^* ที่ได้จากการคำนวณ มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต (Critical) ทำให้ปฏิเสธสมมติฐานหลัก (ข้อมูลไม่มีความนิ่ง) แสดงว่าข้อมูลพาแนลมีความนิ่ง แต่ถ้าค่าสถิติ t_{ρ}^* น้อยกว่าค่าวิกฤต แสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือ ข้อมูลพาแนลไม่มีความนิ่ง

2.2) วิธีการทดสอบ Im Pesaran and Shin (IPS)

การทดสอบ IPS เป็นการทดสอบโดยใช้ ADF ในการทดสอบ โดยที่ค่า ρ ของแต่ละหน่วยในข้อมูลภาคตัดขวางแตกต่างกัน ซึ่งวิธีการทดสอบนี้ จะมีการรวมผลการทดสอบความนิ่งของข้อมูลพาแนลในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง เพื่อใช้ในการทดสอบความนิ่งของข้อมูลพาแนล ดังนั้นวิธีการทดสอบนี้จึงทำการทดสอบความนิ่งของข้อมูลอนุกรมเวลาในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง แล้วนำผลที่ได้มารวมกัน

สมการ Augmented Dickey-Fuller (ADF) สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.99)

$$\Delta y_{it} = \rho y_{it-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta_{iL} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it} \quad m=1,2,3 \quad (3.99)$$

โดยมีสมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \rho_i = 0 \quad \text{for } i, \forall i \quad (\text{ข้อมูลไม่มีความนิ่ง})$$

$$H_1: \begin{cases} \rho_i < 0 & \text{for } i = 1, 2, \dots, N_1 \\ \rho_i = 0 & \text{for } i = N_1 + 1, \dots, N \end{cases} \quad (\text{ข้อมูลมีความนิ่ง})$$

ค่าเฉลี่ยของค่าสถิติ t ที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{\rho_i} \quad (3.100)$$

$$\text{โดยที่ } \bar{t} \sim N(0,1) \text{ และ } t_{\rho_i} \Rightarrow \frac{\int_0^1 W_{iz} dW_{iz}}{\left[\int_0^1 W_{iz}^2 \right]^{1/2}} = t_{iT}$$

ดังนั้น ค่าสถิติ t ในการทดสอบ คือ

$$t_{IPS} = \frac{\sqrt{N} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{iT} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E[t_{iT} | \rho_i = 0] \right)}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{var}[t_{iT} | \rho_i = 0]}}$$

หากค่าสถิติ t_{IPS} ที่ได้จากการประมาณค่า มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต (Critical) ทำให้ปฏิเสธสมมติฐานหลัก (ข้อมูลไม่มีความนิ่ง) แสดงว่าข้อมูลพาแนลมีความนิ่ง แต่ถ้าค่าสถิติ t_{IPS} น้อยกว่าค่าวิกฤต แสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือ ข้อมูลพาแนลไม่มีความนิ่ง

2.3) วิธีการทดสอบ Breitung

วิธีการทดสอบ Breitung ในเบื้องต้นมีวิธีการทดสอบเช่นเดียวกับวิธีการทดสอบ LLC แต่มีข้อแตกต่างคือ มีการหาส่วนที่เหลือ $\hat{e}_{it}$ และ $\hat{v}_{it-1}$ แตกต่างกัน

โดยมีสมมติฐานการทดสอบดังนี้

$$H_0: \rho = 0 \quad (\text{ข้อมูลไม่มีความนิ่ง})$$

$$H_1: \rho < 0 \quad (\text{ข้อมูลมีความนิ่ง})$$

และมีขั้นตอนการทดสอบ 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบด้วยวิธีการเดียวกับการทดสอบ LCC แต่ไม่รวมพจน์ deterministic ทำให้ได้การถดถอยส่วนที่เหลือ $\hat{e}_{it}$ และ $\hat{v}_{it-1}$

$$\hat{e}_{it} = \Delta y_{it} - \sum_{L=1}^{p_i} \tilde{\theta}_{iL} \Delta y_{it-L} \quad (3.101)$$

$$\hat{v}_{it-1} = y_{it-1} - \sum_{L=1}^{p_i} \dot{\theta}_{iL} \Delta y_{it-L} \quad (3.102)$$

เมื่อทำการปรับค่า $\hat{e}_{it}$ และ $\hat{v}_{it-1}$ โดยการหารด้วยความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน จะได้ค่า $\tilde{e}_{it}$ และ $\tilde{v}_{it-1}$ ดังนี้

$$\hat{e}_{it} = \frac{\Delta y_{it} - \sum_{L=1}^{p_i} \tilde{\theta}_{iL} \Delta y_{it-L}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon i}} \quad (3.103)$$

$$\hat{v}_{it-1} = \frac{y_{it-1} - \sum_{L=1}^{p_i} \dot{\theta}_{iL} \Delta y_{it-L}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon i}} \quad (3.104)$$

ขั้นตอนที่ 2 ปรับเปลี่ยนรูป $\tilde{e}_{it}$ และ $\tilde{v}_{it-1}$ โดยใช้ Forward orthogonalization transformation จะได้สมการ

$$e_{it}^* = \sqrt{\frac{T-t}{(T-t+1)}} \left(\tilde{e}_{it} - \frac{\tilde{e}_{i,t+1} + \dots + \tilde{e}_{i,T}}{T-t} \right)$$

และ

$$v_{i,t-1}^* = \tilde{v}_{i,t-1} - \tilde{v}_{i,1} - \frac{t-1}{T} \tilde{v}_{i,T} \quad \text{ปรากฏทั้งค่าคงที่และแนวโน้ม}$$

$$v_{i,t-1}^* = \tilde{v}_{i,t-1} - \tilde{v}_{i,1} \quad \text{ปรากฏค่าคงที่}$$

$$v_{i,t-1}^* = \tilde{v}_{i,t-1} \quad \text{ไม่ปรากฏทั้งค่าคงที่และแนวโน้ม}$$

ขั้นตอนที่ 3 ถดถอยสมการ Pooled เพื่อทดสอบค่าสถิติ

$$e_{it}^* = \rho v_{i,t-1}^* + \varepsilon_{it}^* \quad (3.105)$$

ค่าสถิติที่ใช้ในการประมาณค่า คือ

$$B_{nT} = \left[\left(\frac{\hat{\sigma}^2}{nT^2} \right) \sum_{i=1}^n \sum_{t=2}^{T-1} (v_{it-1}^*)^2 \right]^{-1/2} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{nT}} \right) \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=2}^{T-1} (e_{it}^*) (v_{it-1}^*) \right) \right] \quad (3.106)$$

หากค่า B_{nT} ที่ได้จากการประมาณค่า มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต (Critical) ทำให้ปฏิเสธสมมติฐานหลัก (ข้อมูลไม่มีความนิ่ง) แสดงว่าข้อมูลพาแนลมีความนิ่ง แต่ถ้าค่าสถิติ B_{nT} น้อยกว่าค่าวิกฤต แสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือ ข้อมูลพาแนลไม่มีความนิ่ง

2.4) วิธีการทดสอบ Hadri

การทดสอบของ Hadri ทำโดยการประมาณค่าส่วนที่เหลือ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary least square: OLS) ของ y_{it} ที่ปรากฏในเทอมของค่าคงที่ (Constant) หรือปรากฏทั้งใน

เทอมของค่าคงที่และแนวโน้ม (Constant and trend) ซึ่งจะพิจารณาจากสมการที่ (3.112) และ (3.106) ดังต่อไปนี้

$$y_{it} = r_{it} + \varepsilon_{it} \quad i=1, \dots, N; \quad t=1, \dots, T \quad (3.107)$$

$$y_{it} = r_{it} + \beta_1 t + \varepsilon_{it} \quad (3.108)$$

ซึ่ง $r_{it} = r_{i,t-1} + u_{it}$ และเมื่อแทนค่าลงไปในสมการที่ (2.108) จะได้

$$y_{it} = r_{io} + \beta_1 t + \sum_{s=1}^t u_{is} + \varepsilon_{it} \quad (3.109)$$

เมื่อ $v_{it} = \sum_{s=1}^t u_{is} + \varepsilon_{it}$ ดังนั้น

$$y_{it} = r_{io} + \beta_1 t + v_{it} \quad (3.110)$$

จะได้ค่าสถิติ LM ที่ใช้ในการประมาณค่า ดังนี้

$$LM_1 = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T S_{it}^2 \right) / \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (3.111)$$

โดยที่ $S_{it} = \sum_{s=1}^t \hat{\varepsilon}_{is}$ คือผลรวมของส่วนที่เหลือ ($\hat{\varepsilon}_{is}$) ด้วยวิธี OLS

$$\text{และ } \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_{it}^2$$

ในกรณีที่เกิดปัญหาค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนไม่คงที่ (Heteroskedasticity) ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$LM_2 = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T S_{it}^2 / \hat{\sigma}_{\varepsilon i}^2 \right) \right) \quad (3.112)$$

เราจะใช้ค่าสถิติ Z ในการทดสอบความนิ่งของข้อมูลพาแนล

ซึ่งสมมติฐานการทดสอบ มีดังนี้

H_0 : ข้อมูลพาแนลไม่มีความนิ่ง

H_1 : ข้อมูลพาแนลมีความนิ่ง

ค่าสถิติ Z ที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$Z = \sqrt{N} (LM - \xi_1) / \zeta \rightarrow N(0,1)$$

โดยที่ $\xi = 1/6$ และ $\zeta = 1/45$ ถ้าแบบจำลองประกอบด้วยค่าคงที่เพียงอย่างเดียว

$\xi = 1/15$ และ $\zeta = 11/6300$ สำหรับกรณีอื่น

หากค่าสถิติ Z ที่ได้จากการประมาณค่า มีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลพหุแนลมีความนิ่ง แต่ถ้าค่าสถิติ Z ที่ได้จากการประมาณค่า น้อยกว่าค่าวิกฤติ แสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลพหุแนลไม่มีความนิ่ง

2.5) วิธีการทดสอบ Fisher-type

การทดสอบ Fisher-type เป็นการทดสอบโดยรวมค่า p-value จากการทดสอบความนิ่งในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (i) เพื่อทดสอบความนิ่งของข้อมูลพหุแนล

$$P = -2 \sum_{i=1}^N \ln p_i \rightarrow \chi^2_{2N} \quad (3.113)$$

โดยที่ $p_i; i=1, 2, 3, \dots, N$ คือ ค่า p-value ของการทดสอบความนิ่งแต่ละหน่วยของข้อมูลภาคตัดขวาง (ภาคตัดขวางที่ i จากข้อมูลภาคตัดขวางทั้งหมด) และ N เป็นตัวแปรอิสระที่มี $U(0,1)$ โดยค่าสถิติที่ใช้ทดสอบ มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ และมีระดับความเป็นอิสระ (Degree of freedom) เท่ากับ $2N$

สำหรับในกรณีที่ N มีขนาดใหญ่ สามารถปรับค่า P ได้ดังนี้

$$P_m = \frac{1}{2\sqrt{n}} \sum_{i=1}^N (-2 \ln p_i - 2) \quad (3.114)$$

ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบ Choi (2001) ได้เสนอไว้ 2 วิธี ดังนี้

วิธีที่ 1 การทดสอบ Inverse normal

$$Z = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \Phi^{-1}(p_i) \quad (3.115)$$

โดยที่ Φ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงมาตรฐาน ซึ่ง $0 \leq p_i \leq 1$ และ $\Phi^{-1}(p_i)$ คือ ตัวแปรสุ่ม เนื่องจาก $T \rightarrow \infty$ สำหรับทุกๆ i, z จึงส่งผลให้ $Z \sim N(0,1)$

วิธีที่ 2 การทดสอบค่า logit

$$L = \sum_{i=1}^N \ln \left(\frac{p_i}{1-p_i} \right) \quad (3.116)$$

โดยที่ $\ln \left(\frac{p_i}{1-p_i} \right)$ มีการกระจายที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{\pi^2}{3}$ และ

$T \rightarrow \infty$ สำหรับทุกๆ i ดังนั้น จะได้ค่า $\sqrt{m}L \Rightarrow t_{5N+4}$ โดยที่ $m = \frac{3(5N+4)}{\pi^2 N(5N+2)}$

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$$H_0 : \rho_i = 0 \quad (\text{ข้อมูลไม่มีความนิ่ง})$$

$$H_1 : \rho_i < 0 \quad (\text{ข้อมูลมีความนิ่ง})$$

ถ้าค่าสถิติ P และค่าสถิติ Z ที่ได้จากการประมาณค่า มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก (ข้อมูลไม่มีความนิ่ง) นั่นคือข้อมูลพาแนลมีความนิ่ง แต่ถ้าค่าสถิติ P และค่าสถิติ Z ที่ได้จากการประมาณค่า น้อยกว่าค่าวิกฤต แสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือ ข้อมูลพาแนลไม่มีความนิ่ง

3) การประมาณค่าความสัมพันธ์ของแบบจำลองข้อมูลพาแนล

การประมาณค่าความสัมพันธ์ของข้อมูลพาแนล เป็นการพิจารณาที่แยกความแตกต่างของหน่วยภาคตัดขวางและช่วงเวลาที่แตกต่างกัน ซึ่งจะทำให้การประมาณค่าโดยแยกปัจจัยที่มากระทบต่อหน่วยภาคตัดขวางและช่วงเวลาที่แตกต่างกัน โดยข้อสมมติของค่าคงที่และสัมประสิทธิ์มีได้หลายแบบ ซึ่งสามารถแสดงได้ 3 แบบจำลอง ดังนี้

3.1) แบบจำลอง Pooled

แบบจำลอง Pooled เป็นการวิเคราะห์แบบจำลองที่มีค่าสัมประสิทธิ์และค่าคงที่มีความคงที่ กล่าวคือ เป็นแบบจำลองที่จุดตัด (Intercept) และความชัน (Slope) แต่ละตัวแปรเหมือนกันในทุกข้อมูลภาคตัดขวาง (ศิริขวัญ เจริญวิริยะกุล, 2551) ตามรูปแบบสมการ ดังนี้

$$y_{it} = \alpha_i + x'_{it}\beta_{it} + \varepsilon_{it} \quad (3.117)$$

โดยที่	i	คือ มิติของข้อมูลภาคตัดขวาง
	t	คือ มิติของข้อมูลอนุกรม
	y_{it}	คือ เวกเตอร์ขนาด 1×1 ของตัวแปรตาม
	α_i	คือ ค่าคงที่
	x_{it}	คือ เวกเตอร์ขนาด $k \times 1$ ของตัวแปรอธิบาย
	β_{it}	คือ เวกเตอร์ $k \times 1$ ของค่าสัมประสิทธิ์ และ ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

3.2) แบบจำลอง Fixed effects

แบบจำลอง Fixed effects (Fixed Effects Model: FEM) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าแบบจำลอง Least-Squares Dummy Variable (LSDV) เป็นการประมาณค่าแบบจำลองโดยสมมติให้ค่าคงที่ของสมการเปลี่ยนแปลงไปตามแต่ละหน่วย โดยสมมติให้ค่าสัมประสิทธิ์แต่ละหน่วยเป็น

ค่าคงที่ กล่าวคือ เป็นแบบจำลองถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายที่จุดตัด (Intercept) จะมีความแตกต่างกันในแต่ละข้อมูลภาคตัดขวาง (i) ซึ่งมีรูปแบบสมการ คือ

$$y_{it} = \alpha_i + x'_{it}\beta + \varepsilon_{it} \quad (3.118)$$

โดยที่ $\varepsilon_{it} \sim IID(0, \sigma_\varepsilon^2)$

กำหนดให้ X_{it} ไม่ขึ้นอยู่กับการ ε_{it} ซึ่งสามารถเขียนสมการถดถอยที่มีตัวแปรหุ่น (Dummy variable) สำหรับแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (i) ได้ดังนี้

$$y_{it} = \sum_{j=1}^N \alpha_j d_{ij} + x'_{it}\beta + \varepsilon_{it} \quad (3.119)$$

โดยที่ $d_{ij} = 1$ ถ้า $i = j$ และ $d_{ij} = 0$ ถ้า $i \neq j$

จากสมการที่ (3.119) จะมีกลุ่มของตัวแปรหุ่นจำนวน N และค่าพารามิเตอร์ คือ $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ และ β

จากนั้นเราจะประมาณค่าสมการที่ (3.119) ด้วยวิธี กำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary least squares: OLS) โดยค่า β ที่คำนวณ โดยใช้ (Least Squares Dummy Variable: LSDV) จะมีการเบี่ยงเบน จึงต้องกำจัดผลกระทบแต่ละหน่วยของ α_{it} โดยการเปลี่ยนแปลงข้อมูล ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{y}_i = \alpha_i + \bar{x}'_i\beta + \bar{\varepsilon}_i \quad (3.120)$$

โดยที่ $\bar{y}_i = T^{-1} \sum_t y_{it}$

แบบจำลองการถดถอยที่เบี่ยงเบนออกจากค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง และไม่รวมผลกระทบแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง α_{it} สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$y_{it} - \bar{y}_i = (x_{it} - \bar{x}_i)' \beta + (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i) \quad (3.121)$$

จากสมการที่ (3.114) คือ หากมีการเปลี่ยนแปลงข้อมูลที่มีค่าสังเกตในการเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวางเรียกว่า “Within transformation” และตัวประมาณค่า OLS สำหรับค่า β ที่คำนวณได้จากแบบจำลองนี้เรียกว่า “Within estimator” หรือ “Fixed effect estimator” ซึ่งให้ผลที่ถูกต้องแม่นยำเช่นเดียวกับตัวประมาณแบบ LSDV (Verbeek, 2004: 346)

กำหนดโดย

$$\hat{\beta}_{FE} = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)' \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i)' \quad (3.122)$$

จากข้อสมมติข้างต้นที่กล่าวว่า X_{it} ไม่ขึ้นอยู่กับ ε_{it} ดังนั้น ตัวประมาณค่า β สามารถเขียนในรูปที่ไม่มีการเบี่ยงเบน และเมื่อกำหนดให้ ε_{it} กระจายตัวแบบปกติ ฉะนั้น ค่า $\hat{\beta}_{FE}$ ก็จะมีการกระจายตัวแบบปกติ ดังนี้

$$E\{(x_{it} - \bar{x}_i)\varepsilon_{it}\} = 0 \quad (3.123)$$

จากสมการที่ (3.123) $\bar{x}_i$ จะไม่มีความสัมพันธ์กับ ε_{it} ดังนั้น

$$E\{x_{it}\varepsilon_{it}\} = 0 \text{ สำหรับทุกค่าของ } s, t \quad (3.124)$$

ในกรณีนี้เราจะเรียก x_{it} ว่า “Strictly exogenous” กล่าวคือ ไม่มีความสัมพันธ์กับค่าปัจจุบัน อดีต และอนาคตของค่าความคลาดเคลื่อน

เนื่องจากตัวแปรอธิบาย N ไม่ขึ้นอยู่กับค่าความคลาดเคลื่อนทุกตัว ดังนั้นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงคือ

$$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_i - \bar{x}_i \hat{\beta}_{FE}, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.125)$$

โดยภายใต้ข้อสมมติ ในสมการ (3.123) α_{it} ของแบบจำลอง Fixed effects จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง เพราะค่า T คงที่ ดังนั้น ค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง $\bar{y}_i$ และ $\bar{x}_i$ จะไม่เบนเข้าหาค่าใดเลย

ตัวประมาณค่า Fixed effects ($\hat{\beta}_{FE}$) มีเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance matrix) ดังนี้

$$V\{\hat{\beta}_{FE}\} = \sigma_\varepsilon^2 \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)' \right)^{-1} \quad (3.126)$$

หากค่า T มีจำนวนมาก จะใช้ OLS ในการประมาณค่าเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม ภายใต้การถดถอยในสมการที่ (3.121) ซึ่งผลที่ได้การประมาณค่าจะต่ำกว่าตัวแปรที่แท้จริง และความแปรปรวนของ $\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i$ คือ $(T-1)/T \sigma_\varepsilon^2$ จะมีค่ามากกว่า σ_ε^2 โดย σ_ε^2 ของตัวประมาณค่าที่ไม่มีเปลี่ยนแปลง (Consistent) สามารถหาได้จากค่าผลรวมของผลต่างกำลังสอง (Residual sum of squares: RSS)หารด้วย $N(T-1)$ นั่นคือ

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_\varepsilon^2 &= \frac{1}{N(T-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{it} - \hat{\alpha}_{it} - x'_{it} \hat{\beta}_{FE})^2 \\ &= \frac{1}{N(T-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{it} - \bar{y}_i - (x_{it} - \bar{x}_{it})' \hat{\beta}_{FE})^2\end{aligned}\quad (3.127)$$

นอกจากนี้ ยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อให้ค่าระดับความเป็นอิสระ (Degree of freedom) มีความถูกต้องมากขึ้น โดยการนำค่า K ไปลบที่ตัวหารในสมการ (2.127) เพราะค่าระดับความเป็นอิสระที่ถูกต้องนั้น จะทำให้ค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าสอดคล้องกับพจน์ส่วนตัดในแต่ละหน่วย

3.3) แบบจำลอง Random effects

แม้ว่าวิธี LSDV หรือแบบจำลอง Fixed effects เป็นวิธีที่ง่ายสำหรับการนำไปประยุกต์ใช้ แต่ไม่เหมาะสมสำหรับแบบจำลองที่มีค่าความเป็นอิสระ (Degree of freedom) จำนวนมาก หรือข้อมูลที่มีภาคตัดขวางเป็นจำนวนมาก ดังนั้น การประมาณค่าด้วยแบบจำลอง Random effect จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการประมาณค่า โดยแบบจำลองนี้มีข้อสมมติว่า ความแตกต่างในค่าคงที่ของสมการเป็นแบบสุ่ม และถูกรวมเข้าไปในส่วนประกอบของพจน์คลาดเคลื่อน ซึ่งอาจเรียกแบบจำลองนี้ว่า แบบจำลอง Error Components (Error Components Model: ECM)

สมมติให้ในการวิเคราะห์การถดถอย มีปัจจัยอื่นที่มีผลกระทบกับตัวแปรตามแต่ไม่ได้รวมอยู่ในตัวแปรถดถอย ซึ่งสามารถแสดงในรูปค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random Error Term) จากข้อสมมติจะพบว่า α_i คือ ตัวแปรสุ่ม (Random Factors) ที่มีความเป็นอิสระ และมีการกระจายในแต่ละหน่วย ดังนั้น สามารถเขียนแบบจำลอง Random effects ได้ดังนี้ (Verbeek, 2004: 347-348)

$$y_{it} = \mu + \beta x'_{it} + \alpha_i + \varepsilon_{it}, \quad (3.128)$$

$$\text{โดยที่ } \varepsilon_{it} \sim IID(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

$$\alpha_i \sim IID(0, \sigma_\alpha^2)$$

เมื่อ $\alpha_i + \varepsilon_{it}$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อน (Error Term) ซึ่งประกอบด้วย ส่วนของความแตกต่างของแต่ละหน่วยที่ไม่มีความแตกต่างในช่วงเวลา และส่วนที่เหลือไม่มีความสัมพันธ์กันในช่วงเวลา ดังนั้น ความสัมพันธ์ของค่าความคลาดเคลื่อนในช่วงเวลา คือ ผลกระทบจากความแตกต่างของแต่ละหน่วย (α_i)

จากข้อสมมติที่ α_i และ ε_{it} มีสัมพันธ์กันอย่างอิสระ แสดงว่า $\alpha_i + \varepsilon_{it}$ มี อัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation) ดังนั้น การคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน สำหรับตัวประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบธรรมดา (Ordinary Least Square: OLS) และตัวประมาณค่าด้วยวิธีกำลัง

สองน้อยที่สุดแบบทั่วไป (Generalized Least-Square: GLS) สามารถหาได้จากเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมคลาดเคลื่อน (Error covariance matrix)

ตัวประมาณค่า GLS สำหรับทุก ๆ ความคลาดเคลื่อนของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง i คือ $\alpha_i t_T + \varepsilon_i$ โดยที่ $t_T = (1, 1, \dots, 1)'$ มีขนาด (Dimension) เท่ากับ T และ $\varepsilon_i = (\varepsilon_{i1}, \dots, \varepsilon_{iT})'$ เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของเวกเตอร์นี้คือ

$$V\{\alpha_i t_T + \varepsilon_i\} = \Omega = \sigma_\alpha^2 t_T t_T' + \sigma_\varepsilon^2 I_T \quad (3.129)$$

โดยที่ I_T คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix) ที่มีขนาดเท่ากับ T

ตัวประมาณค่า GLS สำหรับค่าพารามิเตอร์ในสมการ (3.126) สามารถหาได้จากการแปลงข้อมูลแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง โดยการ คูณเวกเตอร์ $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{iT})'$ ด้วย Ω^{-1} โดยที่

$$\Omega^{-1} = \sigma_\varepsilon^{-2} \left[I_T - \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_\varepsilon^2 + T\sigma_\alpha^2} t_T t_T' \right] \text{ หรือ } \Omega^{-1} = \sigma_\varepsilon^{-2} \left[\left(I_T - \frac{1}{T} t_T t_T' \right) + \psi \frac{1}{T} t_T t_T' \right] \text{ เมื่อ}$$

$$\psi = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2 + T\sigma_\alpha^2}$$

ดังนั้น ตัวประมาณ GLS สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{GLS} = & \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)' + \psi T \sum_{i=1}^N (\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{x}_i - \bar{x})' \right)^{-1} \\ & \times \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i) + \psi T \sum_{i=1}^N (\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{y}_i - \bar{y}) \right) \end{aligned} \quad (3.130)$$

โดยที่ $\bar{x}$ คือค่าเฉลี่ยของ x_{it} ทั้งหมดที่ $\bar{x} = (1/(NT)) \sum_{i,t} x_{it}$

เมื่อ $\psi = 0$ ตัวประมาณค่า Fixed effects จะเพิ่มขึ้น เนื่องจาก $\psi \rightarrow 0$ ถ้า $T \rightarrow \infty$ ตัวประมาณค่า Fixed effect และ Random effects จะมีค่าเท่ากัน แต่ถ้า $\psi = 1$ ตัวประมาณค่า GLS จะเท่ากับตัวประมาณ OLS (และ Ω เป็นเมทริกซ์ Diagonal)

จากสูตรการคำนวณตัวประมาณ GLS โดยทั่วไป คือ

$$\hat{\beta}_{GLS} = \Delta \hat{\beta}_B + (I_k - \Delta) \hat{\beta}_{FE} \quad (3.131)$$

โดยที่

$$\hat{\beta}_B = \left(\sum_{i=1}^N (\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{x}_i - \bar{x})' \right)^{-1} \sum_{i=1}^N (\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{y}_i - \bar{y}) \quad (3.132)$$

จึงสามารถเรียกค่า β ของตัวประมาณ OLS ในแบบจำลองสำหรับค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวางว่า “Between estimator”

$$\bar{y}_i = \mu + \bar{x}_i' \beta + \alpha_i + \bar{\varepsilon}_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.133)$$

โดยเมทริกซ์ Δ คือ เมทริกซ์ที่มีการถ่วงน้ำหนักตัวประมาณค่า GLS ซึ่งตัวถ่วงน้ำหนักจะขึ้นอยู่กับค่าความสัมพันธ์ของความแปรปรวนระหว่างตัวประมาณค่าทั้งสอง โดยทั่วไปแล้ว ตัวประมาณค่า GLS จะมีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า OLS เนื่องจากตัวประมาณค่า GLS ได้ขจัดปัญหา Heteroscedasticity และปัญหา Autocorrelation ฉะนั้น ถ้าตัวแปรอธิบายเป็นอิสระต่อ ε_{it} และ α_i ทุกตัว ตัวประมาณ GLS จะไม่มีการเอนเอียง (Unbiased) และไม่เปลี่ยนแปลง (Consistent) ที่ค่า N หรือ T (หรือทั้ง N และ T) มีค่าเข้าสู่นันต์ (Infinity) ภายใต้อัน $E\{\bar{x}_i \varepsilon_{it}\} = 0$ และ $E\{\bar{x}_i \alpha_i\} = 0$

วิธีการคำนวณหาตัวประมาณ GLS เป็นดังนี้

$$(y_{it} - \vartheta \bar{y}_i) = \mu(1 - \vartheta) + (x_{it} - \bar{x}_i)' \beta + u_{it} \quad (3.134)$$

โดยที่ $\vartheta = 1 - \psi^{1/2}$ และค่าความคลาดเคลื่อนในรูปแบบการเปลี่ยนแปลงนี้เป็น i.i.d เมื่อค่า $\psi = 0$ นั้นจะสอดคล้องกับ Within estimator ($\vartheta = 1$) และสัดส่วนที่คงที่ (ϑ) ของค่าเฉลี่ยแต่ละหน่วยภาคตัดขวางคือการลบข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองที่มีการเปลี่ยนแปลงข้อมูล ($0 \leq \vartheta \leq 1$)

ตัวประมาณค่า GLS ที่มีความเหมาะสมจะต้องคำนวณหาความแปรปรวนก่อน ซึ่งค่าความแปรปรวน σ_ε^2 สามารถหาได้จากสมการ (3.128) ดังนั้นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\sigma_\alpha^2 + (1/T)\sigma_\varepsilon^2$ สามารถหาได้จาก

$$\hat{\sigma}_B^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - \hat{\mu}_B - \bar{x}_i' \hat{\beta}_B)^2 \quad (3.135)$$

โดยที่ $\hat{\mu}_B$ คือ Between estimator ของ μ

จากสมการที่ (2.135) ตัวแปรที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงของ σ_α^2 จะทำให้

$$\hat{\sigma}_\alpha^2 = \hat{\sigma}_B^2 - \frac{1}{T} \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (3.136)$$

ซึ่งตัวประมาณค่านี้สามารถปรับปรุงค่าระดับความเป็นอิสระ (Degree of freedom) ให้ถูกต้อง โดยนำ $K + 1$ ลบกับตัวหารในสมการ (3.103) โดยผลของตัวประมาณ EGLS จะเป็นตัวประมาณค่าแบบจำลอง Random effect ของ β (และ μ) หรือที่รู้จักในชื่อของตัวประมาณ Balestra-Nerlove (Verbeek, 2004: 347-351)

4) การทดสอบสมการข้อมูลพาแนล (Panel equation testing)

การทดสอบสมการข้อมูลพาแนล เป็นการทดสอบว่าควรทำการประมาณค่าแบบจำลอง Panel Cointegration ในรูปแบบใด ระหว่าง Pooled estimator Fixed effects หรือ Random effects โดยมีวิธีการทดสอบ 3 วิธี คือ Lagrange multiplier test (LM-Test), Hausman test และ Redundant Fixed effects test ดังนี้

4.1) วิธีการทดสอบ Lagrange multiplier (LM-test)

วิธีการทดสอบ LM เป็นการทดสอบว่าควรประมาณค่าแบบจำลองในรูปแบบใดระหว่างแบบจำลอง Random effects หรือแบบจำลอง Pooled estimator โดย Baltagi et al. (1992b) ได้เสนอการทดสอบเงื่อนไขผลกระทบแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (Individual effects condition) เกี่ยวกับผลกระทบที่เกิดขึ้นเฉพาะช่วงเวลา (Time-specific effects) เมื่อ $\sigma_\lambda^2 > 0$ (Baltagi, 2008)

สมมติฐานหลักในการทดสอบคือ

$$H_0^d : \sigma_\mu^2 = 0$$

ค่าสถิติการทดสอบ คือ

$$LM_\mu = \frac{\sqrt{2\tilde{\sigma}_2^2\tilde{\sigma}_v^2}}{\sqrt{T(T-1)[\tilde{\sigma}_v^4 + (N-1)\tilde{\sigma}_v^4]}} \tilde{D}_\mu \quad (3.137)$$

และ

$$\tilde{D}_\mu = \frac{T}{2} \left\{ \frac{1}{\tilde{\sigma}_2^2} \left[\frac{\tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}}{\tilde{\sigma}_2^2} - 1 \right] + \frac{(N-1)}{\tilde{\sigma}_v^2} \left[\frac{\tilde{u}'(E_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}}{(N-1)\tilde{\sigma}_v^2} - 1 \right] \right\} \quad (3.138)$$

โดยที่ $\tilde{\sigma}_2^2 = \tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes I_T)\tilde{u}/T$

$$\tilde{\sigma}_v^2 = \tilde{u}'(E_N \otimes I_T)\tilde{u}/T(N-1)$$

LM_μ มีการกระจายตัวแบบ Asymptotically $N(0,1)$ และการประมาณค่าตัวรบกวน $\tilde{u}$ คำนวณได้จากส่วนที่เหลือของการประมาณค่า GLS ในทิศทางเดียวโดยใช้ Maximum likelihood ประมาณค่า $\tilde{\sigma}_v^2$ และ $\tilde{\sigma}_2^2$

การทดสอบด้วยวิธี Lagrange multiplier ภายใต้สมมติฐาน $H_0^e : \sigma_\lambda^2 = 0$ เมื่อ $\sigma_\mu^2 > 0$ คือ

$$LM_\lambda = \frac{\sqrt{2\tilde{\sigma}_1^2\tilde{\sigma}_2^2}}{\sqrt{N(N-1)[\tilde{\sigma}_v^4 + (T-1)\tilde{\sigma}_1^4]}} \tilde{D}_\lambda \quad (3.139)$$

และ

$$\tilde{D}_\lambda = \frac{N}{2} \left\{ \frac{1}{\tilde{\sigma}_2^2} \left[\frac{\tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}}{\tilde{\sigma}_1^2} - 1 \right] + \frac{(T-1)}{\tilde{\sigma}_v^2} \left[\frac{\tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes E_T)\tilde{u}}{(T-1)\tilde{\sigma}_v^2} - 1 \right] \right\} \quad (3.140)$$

โดยที่ $\tilde{\sigma}_1^2 = \tilde{u}'(I_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}/N$

$$\tilde{\sigma}_v^2 = \tilde{u}'(I_N \otimes E_T)\tilde{u}/N(T-1)$$

ซึ่ง LM_λ มีการกระจายตัวแบบ Asymptotically ภายใต้สมมติฐานหลัก H_0^e

การพิจารณาค่าสถิติ เราจะดูจากค่าสถิติการทดสอบ LM_μ หรือในกรณีที่ $\sigma_\mu^2 > 0$ เราจะดูจากค่าสถิติการทดสอบ LM_λ หากค่า LM_μ หรือ LM_λ ที่ได้จากการประมาณค่ามากกว่าค่าวิกฤติ แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลักควรทำการประมาณโดยใช้ Random Effects แต่หากค่า LM_μ หรือ LM_λ ที่ได้จากการประมาณค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติ แสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือ ควรทำการประมาณค่าแบบจำลองโดยใช้ Pooled Estimator

4.2) วิธีการทดสอบ Hausman

วิธีการทดสอบ Hausman วิธีการทดสอบ Wu-Hausman การทดสอบคุณสมบัติ Hausman หรือ วิธีการทดสอบ Durbin-Wu-Hausman เป็นการทดสอบทางสถิติ ที่มีการคิดค้น โดย De-Min Wu และ Jerry A. Hausman โดยเป็นการทดสอบว่า ควรจะเลือกใช้แบบจำลองใดระหว่างแบบจำลอง Fixed Effects หรือแบบจำลอง Random Effects

สมมติฐานของการทดสอบ คือ

$$H_0 : E(u_i | X_{it}) = 0$$

$$H_1 : E(u_i | X_{it}) \neq 0$$

จากสมมติฐานหลักของการทดสอบ $E(u_i | X_{it}) = 0$ แสดงว่า ส่วนประกอบค่าความคลาดเคลื่อน ไม่มีความสัมพันธ์กับ X_{it} ควรใช้แบบจำลอง Random effects แต่หาก $E(u_i | X_{it}) \neq 0$ แสดงว่า ส่วนประกอบค่าความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับ X_{it} ควรใช้แบบจำลอง Fixed effects

ตัวประมาณค่า GLS ($\hat{\beta}_{GLS}$) ที่มีความเอนเอียง (Biased) และมีการเปลี่ยนแปลง (Inconsistent) สามารถกำจัดค่า μ_i ได้โดยใช้ Within estimator ($\tilde{\beta}_{Within}$) ที่ไม่เอนเอียง (Unbiased) และไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent) (Baltagi, 2008: 72-73)

เมื่อทำการเปรียบเทียบ $\hat{\beta}_{GLS}$ และ $\tilde{\beta}_{Within}$ แล้วจะพบว่าตัวประมาณทั้งสองมีความแตกต่างกันในข้อจำกัดของความน่าจะเป็น กล่าวคือ $\tilde{\beta}_{Within}$ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent) ทั้งในกรณีที่ยอมรับสมมติฐานหลัก และปฏิเสธสมมติฐานหลัก แต่ $\hat{\beta}_{GLS}$ ในกรณีที่ปฏิเสธสมมติฐานหลัก ตัวประมาณจะมีการเปลี่ยนแปลง (Unconsistent)

ดังนั้น จึงทำให้การทดสอบโดยทั่วไป ใช้ $\hat{q}_1 = \hat{\beta}_{GLS} - \tilde{\beta}_{Within}$ ซึ่ง $\text{plim } \hat{q}_1 = 0$ ถ้า $\text{cov}(\hat{q}_1, \hat{\beta}_{GLS}) = 0$

$$\text{โดยที่ } \hat{\beta}_{GLS} - \beta = (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega^{-1} u$$

$$\tilde{\beta}_{Within} - \beta = (X' Q X)^{-1} X' Q u$$

จะได้ค่า $E(\hat{q}_1) = 0$ และ

$$\begin{aligned} \text{cov}(\hat{\beta}_{\text{GLS}}, \hat{q}_1) &= \text{var}(\hat{\beta}_{\text{GLS}}) - \text{cov}(\hat{\beta}_{\text{GLS}}, \tilde{\beta}_{\text{Within}}) \\ &= (X' \Omega^{-1} X)^{-1} - (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega^{-1} E(uu') QX (X' QX)^{-1} \quad (3.141) \\ &= (X' \Omega^{-1} X)^{-1} - (X' \Omega^{-1} X)^{-1} = 0 \end{aligned}$$

จาก $\tilde{\beta}_{\text{Within}} = \hat{\beta}_{\text{GLS}} - \hat{q}_1$ และ $\text{var}(\tilde{\beta}_{\text{Within}}) = \text{var}(\hat{\beta}_{\text{GLS}}) + \text{var}(\hat{q}_1)$

เมื่อค่า $\text{cov}(\hat{\beta}_{\text{GLS}}, \hat{q}_1) = 0$ จะ

$$\text{var}(\hat{q}_1) = \text{var}(\tilde{\beta}_{\text{Within}}) - \text{var}(\hat{\beta}_{\text{GLS}}) = \sigma_v^2 (X' QX)^{-1} - (X' \Omega^{-1} X)^{-1} \quad (3.142)$$

ค่าสถิติทดสอบ คือ

$$m_1 = \hat{q}_1' [\text{var}(\hat{q}_1)]^{-1} \hat{q}_1 \quad (3.143)$$

การพิจารณาค่าสถิติ จากค่าสถิติทดสอบ m_1 หากค่า m_1 ที่ได้จากการประมาณค่ามากกว่าค่าวิกฤต แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือ ควรประมาณค่าด้วยแบบจำลอง Fixed effects แต่หากค่า m_1 ที่ได้จากการประมาณค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต แสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือ ควรประมาณค่าด้วยแบบจำลอง Random effects

4.3) วิธีการทดสอบ Redundant fixed effects

สำหรับการทดสอบแบบจำลอง One-way Error Component มีความเหมาะสมในการใช้ Anova F-test ที่ใช้ในการทดสอบ Fixed Effects

สมมติฐานหลักของการทดสอบ คือ

$$H_0^a : \sigma_\mu^2 = 0$$

รูปแบบทั่วไปของสมการ คือ

$$F = \frac{y' MD (D' MD)^{-1} D' My / (p - r)}{y' Gy / [NT - (\tilde{k} + p - r)]} \quad (3.144)$$

ภายใต้สมมติฐานหลักที่มีการกระจายตัวแบบ F-distribution

โดยที่ $p - r$ คือ ระดับความเป็นอิสระ

$NT - (\tilde{k} + p - r)$ คือ ระดับความเป็นอิสระ

$$D = I_N \otimes I_T$$

$$M = \bar{P}_Z$$

$$\tilde{k} = K'$$

$$p = N$$

$$r = K' + N - \text{rank}(Z, D)$$

$$G = \bar{P}_{(Z,D)} \quad \text{เมื่อ} \quad \bar{P}_Z = I - P_Z$$

$$P_Z = Z(Z'Z)^{-1}Z'$$

การทดสอบ One-side likelihood ration (LR) มีสถิติการทดสอบ ดังนี้

$$LR = -2 \log \frac{l(res)}{l(unres)} \quad (3.145)$$

โดยที่ $l(res)$ คือ ค่า Maximum likelihood ที่มีข้อจำกัด

$l(unres)$ คือค่า Maximum likelihood ที่ไม่มีข้อจำกัด

ภายใต้สมมติฐานหลักที่ทำการทดสอบ LR มีการกระจายตัวแบบ Asymptotic distribution

5) การประมาณค่าแบบจำลองข้อมูลพาแนล (Panel estimation)

5.1) การประมาณค่าแบบจำลองด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Square:

OLS)

การประมาณค่าแบบจำลองด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด เป็นวิธีที่ใช้แคลคูลัสเข้าช่วยเพื่อหาค่าคงที่ในสมการที่ทำให้ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างระหว่างค่าจริงกับค่าที่ประมาณขึ้นมีค่าน้อยที่สุด

จากสมการ

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta_i X_{it} + \varepsilon_{it} \quad (3.146)$$

สมการการประมาณค่าแบบจำลองข้อมูลพาแนลพื้นฐานด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ β กำหนดโดย

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (X_{it} - \bar{X}_i)^2 \right]^{-1} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (X_{it} - \bar{X}_i)(Y_{it} - \bar{Y}_i) \quad (3.147)$$

โดยที่ i คือ ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1, \dots, N$

t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา $t = 1, \dots, T$

Y_{it} คือ ตัวแปรตาม

X_{it} คือ ตัวแปรอธิบาย

$\bar{Y}_i$ คือ ค่าเฉลี่ยของ Y_{it}

$\bar{X}_i$ คือ ค่าเฉลี่ยของ X_{it}

5.2) การประมาณค่าแบบจำลองด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงพลวัต (Dynamic Ordinary

Least Square: DOLS)

Pedroni (2001) ได้สร้างการประมาณค่าแบบระหว่างมิติ (Between-dimension) โดยการแก้ไขปัญหา Endogeneity และ Serial Correlation Parametrically โดยดัดแปลงจากสมการที่ (3.146) ดังนี้

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta_i X_{it} + \sum_{j=k}^{ki} \gamma_{ik} \Delta X_{i,t-k} + \varepsilon_{it} \quad (3.148)$$

และค่าสัมประสิทธิ์ β กำหนดโดย

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left[N^{-1} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{t=1}^T z_{it} z'_{it} \right)^{-1} \left(\sum_{t=1}^T z_{it} \tilde{y}_{it} \right) \right] \quad (3.149)$$

โดยที่ $z_{it} = 2(K+1) \times 1$ และ $\tilde{y}_{it}' = y_{it} - \bar{y}_{it}$

5.3) การประมาณค่าแบบจำลองด้วยวิธีทั่วไปในรูปของโมเมนต์ (Generalized method of moments: GMM)

วิธีการนี้มีการนำเสนอ โดย Hansen (1982) ซึ่งเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองโดยตรงจากเงื่อนไขของโมเมนต์ (Moment condition) ที่ใส่เข้ามาในแบบจำลองเงื่อนไขเหล่านี้สามารถมีลักษณะที่เป็นเชิงเส้น แต่บ่อยครั้งที่มีลักษณะไม่เชิงเส้น และเพื่อที่จะทำให้เรหาค่าพารามิเตอร์ได้ จำนวนของเงื่อนไขโมเมนต์อย่างน้อยที่สุดควรจะเท่ากับจำนวนพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

การประมาณค่าแบบจำลองด้วยวิธีทั่วไปในรูปของโมเมนต์ มีวิธีการเลือกตัวแปรเครื่องมือ (Instrumental Variable) (McFadden, 1999) โดยการเลือกจากตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระในระดับสูง (High correlated) และไม่มีความสัมพันธ์กับค่าความคลาดเคลื่อน (Error term) ซึ่งก็คือ ตัวแปรอิสระในอดีต ดังนั้น การเลือกตัวแปรเครื่องมือ จึงเลือกจากค่าในอดีตของตัวแปรอิสระ

จากสมการ

$$y_{it} = x'_{it} \beta + z'_{it} \gamma + u_{it} \quad (3.150)$$

สามารถเขียนได้เป็น

$$y_{it} - y_{it-1} = \beta'(x_{it} - x_{it-1}) + \gamma'(z_{it} - z_{it-1}) + (u_{it} - u_{it-1}) \quad (3.151)$$

โดยที่ $i = 1, \dots, n$ และ $t = 2, \dots, T_i$

จากสมการที่ (3.151) ถ้า $y_{it-1} - y_{it-2}$ มีความสัมพันธ์กับค่าความคลาดเคลื่อน $(u_{it} - u_{it-1})$ จะทำให้การประมาณมีความเอนเอียงมากขึ้น ดังนั้นในกรณีนี้ การประมาณค่าด้วยวิธี DOLS จะมีความเหมาะสมกว่า

แต่ถ้าประมาณค่าสมการด้วยวิธี GMM จะมีประสิทธิภาพกว่า โดยทั่วไปแล้ว จะใส่ค่าความล่าช้า (Lag) ของตัวแปรตามสองช่วงเวลา ที่ y_{it-2} นั้น ไม่มีความสัมพันธ์กับ $(u_{it} - u_{it-1})$ ดังนั้น ค่าของ y_{it-k} โดยที่ $k \geq 2$ จึงเป็นเครื่องมือที่เหมาะสม

6) การทดสอบการร่วมไปด้วยกัน (Panel Cointegration Test)

การทดสอบการร่วมไปด้วยกัน เป็นการทดสอบความสัมพันธ์ในระยะยาวของตัวแปรคู่ใดๆ ว่ามีการเคลื่อนไหวที่สอดคล้องกันหรือไม่ โดยมีวิธีการทดสอบ 3 วิธี ได้แก่ วิธีการทดสอบของ Kao วิธีการทดสอบของ Pedroni และวิธีการทดสอบของ Fisher

6.1) วิธีการทดสอบของ Pedroni (Engle-Granger based)

การทดสอบการร่วมไปด้วยกันของ Pedroni มีพื้นฐานมาจากแบบจำลองของ Engle-Granger (1987) โดยจะทำการทดสอบส่วนที่เหลือ หากตัวแปรมีการร่วมไปด้วยกัน ส่วนที่เหลือจะได้เป็น $I(0)$ แต่ถ้าตัวแปรไม่มีการร่วมไปด้วยกัน ส่วนที่เหลือจะเป็น $I(1)$

Pedroni เสนอวิธีการทดสอบการร่วมไปด้วยกันหลายรูปแบบ ซึ่งสมมติให้ค่าคงที่ (Intercept) และค่าแนวโน้ม (Trend) มีความแตกต่างกันระหว่างข้อมูลแต่ละหน่วย โดยสามารถพิจารณาได้จากสมการต่อไปนี้

$$y_{it} = \alpha_i + \delta_i t + \beta_{1i} x_{1i,t} + \beta_{2i} x_{2i,t} + \dots + \beta_{Mi} x_{Mi,t} + e_{i,t} \quad (3.152)$$

โดยที่ $t = 1, \dots, T ; i = 1, \dots, N ; m = 1, \dots, M$

x, y หนึ่งที่ $I(1)$

α_i คือ ค่าคงที่ หรืออาจเซตให้เท่ากับศูนย์

δ_i คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของแนวโน้ม

ภายใต้สมมติฐานหลักที่ว่าไม่มีการร่วมไปด้วยกัน ส่วนที่เหลือ $e_{i,t}$ จะต้องมิลักษณะข้อมูลเป็น $I(1)$ โดยส่วนที่เหลือดังกล่าวจะได้มาจากการถดถอยสมการที่ (3.158) และต้องทำการทดสอบส่วนที่เหลือว่าเป็น $I(1)$ หรือไม่ โดยการถดถอยสมการที่ (3.150) หรือ (3.151)

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + u_{it} \quad (3.153)$$

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + \sum_{j=1}^{p_i} \psi_{it} \Delta e_{it-j} + v_{it} \quad (3.154)$$

สมมติฐานการทดสอบ

$$H_0 : \rho_i = 1 \quad (\text{ไม่มีการร่วมไปด้วยกัน})$$

$$H_1 : \rho_i < 1, -1 < \rho_i < 1 \quad (\text{มีการร่วมไปด้วยกัน})$$

โดยค่าสถิติในการทดสอบการร่วมไปด้วยกันคือ $\mathbb{N}_{N,T}$ ซึ่งคำนวณมาจากส่วนที่เหลือในสมการ (2.153) และ (2.154) Pedroni ซึ่งให้เห็นว่าค่าสถิติมาตรฐานมีการแจกแจงแบบปกติเชิงเส้นกำกับ (Asymptotically Normal Distribution)

$$\frac{\mathbb{N}_{N,T} - \mu\sqrt{N}}{\sqrt{v}} \Rightarrow N(0,1) \quad (3.155)$$

โดยที่ μ และ v คือ พจน์การปรับค่า ที่สร้างโดย Monte Carlo

6.2) วิธีการทดสอบของ Kao

การทดสอบแบบ Kao มีวิธีเช่นเดียวกับการทดสอบการทดสอบแบบ Pedroni แต่กำหนดให้ค่าคงที่ (intercept) และค่าสัมประสิทธิ์ของแนวโน้ม (Trend coefficient) มีค่าคงที่ในข้อมูลแต่ละหน่วย

จากสมการถดถอยของข้อมูลพาแนล

$$y_{it} = x'_{it}\beta + z'_{it}\gamma + e_{it} \quad (3.156)$$

โดยตัวแปร y_{it} และ x_{it} มีลักษณะข้อมูลเป็น $I(1)$ และ $z_{it} = \{\mu_i\}$

Kao (1999) ได้เสนอการทดสอบความนิ่งของข้อมูลพาแนลด้วยวิธี Residual-Based DF และ ADF สำหรับส่วนที่เหลือของ Fixed effects เพื่อทดสอบการร่วมไปด้วยกัน ดังนั้น การทดสอบด้วยวิธีนี้จะคำนวณจากส่วนที่เหลือของ Fixed effects คือ

$$\hat{e}_{it} = \rho \hat{e}_{it-1} + v_{it} \quad (3.157)$$

โดย $\hat{e}_{it} = \tilde{y}_{it} - \tilde{x}_{it}\hat{\beta}$ และ $\tilde{y}_{it} = y_{it} - \bar{y}_i$

สำหรับการประมาณค่าสถิติ ρ และค่าสถิติ t สามารถคำนวณได้จากสมการ ดังต่อไปนี้

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T \hat{e}_{it} \hat{e}_{it-1}}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T \hat{e}_{it}^2} \quad (3.158)$$

$$t_\rho = \frac{(\hat{\rho}-1) \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T \hat{e}_{it-1}^2}}{s_e} \quad (3.159)$$

โดยมีสมมติฐานหลักการทดสอบ คือ

$$H_0 : \rho = 1 \quad (\text{ไม่มีการร่วมไปด้วยกัน})$$

Kao ได้สร้างสถิติในการทดสอบ 4 แบบ ดังนี้

$$DF_\rho = \frac{\sqrt{NT}(\hat{\rho}-1) + 3\sqrt{N}}{\sqrt{10.2}} \quad (3.160)$$

$$DF_t = \sqrt{1.25}t_\rho + \sqrt{1.875N} \quad (3.161)$$

$$DF_\rho^* = \frac{\sqrt{NT}(\hat{\rho}-1) + \frac{3\sqrt{N}\hat{\sigma}_v^2}{\hat{\sigma}_{0v}^2}}{\sqrt{3 + \frac{36\hat{\sigma}_v^4}{\hat{\sigma}_{0v}^4}}} \quad (3.162)$$

$$DF_t^* = \frac{t_\rho + \frac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_v^2}{2\hat{\sigma}_{0v}^2}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{2\hat{\sigma}_v^2} + \frac{3\hat{\sigma}_v^2}{10\hat{\sigma}_{0v}^2}}} \quad (3.163)$$

และกรณีที่ $\rho > 0$

$$ADF = \frac{t_{ADF} + \frac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_v}{2\hat{\sigma}_u}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{2\hat{\sigma}_v^2} + \frac{3\hat{\sigma}_v^2}{10\hat{\sigma}_{0v}^2}}} \quad (3.164)$$

โดยที่ t_{ADF} คือสถิติ t ของ ρ จากสมการ $\hat{e}_{it} = \rho\hat{e}_{it-1} + \sum_{j=1}^p \mathcal{G}_j \Delta \hat{e}_{it-j} + v_{itp}$

ADF ลู่เข้าหา $N(0,1)$ แบบเชิงเส้นกำกับ โดยที่ค่าความแปรปรวนจากการประมาณค่าเป็น

$$\hat{\sigma}_v^2 = \hat{\sigma}_u^2 - \hat{\sigma}_{u\varepsilon}^2 \hat{\sigma}_\varepsilon^{-2} \quad \text{และค่าความแปรปรวนในระยะยาวเป็น} \quad \hat{\sigma}_{0v}^2 = \hat{\sigma}_{0u}^2 - \hat{\sigma}_{0u\varepsilon}^2 \hat{\sigma}_\varepsilon^{-2}$$

$$\text{ความแปรปรวนร่วมของ } w_{it} = \begin{bmatrix} u_{it} \\ \varepsilon_{it} \end{bmatrix}$$

ประมาณค่าได้เป็น

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_u^2 & \hat{\sigma}_{u\varepsilon} \\ \hat{\sigma}_{u\varepsilon} & \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{NT} \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^T \hat{w}_{it} \hat{w}_{it}' \quad (3.165)$$

ความแปรปรวนร่วมในระยะยาว ประมาณค่าได้ดังนี้

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{0u}^2 & \hat{\sigma}_{0u\varepsilon} \\ \hat{\sigma}_{0u\varepsilon} & \hat{\sigma}_{0\varepsilon}^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{NT} \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^T \hat{w}_{it} \hat{w}_{it}' + k(\hat{w}_i) \quad (3.166)$$

โดยที่ k คือ ฟังก์ชันใดๆ

6.3) วิธีการทดสอบของ Fisher

Fisher(1932) ได้เสนอการทดสอบการทดสอบที่รวบรวมการทดสอบแต่ละตัว (Individual Independent Test) จากนั้น Maddala และ Wu (1999) ได้ใช้ผลของ Fisher เพื่อที่จะเสนอแนวทางใหม่ในการทดสอบการร่วมไปด้วยกันของข้อมูลพาแนล โดยการรวมการทดสอบข้อมูลภาคตัดขวางในแต่ละหน่วย เพื่อให้ได้สถิติการทดสอบกลุ่มทั้งหมด

ถ้า π_i คือ ค่า p -value จากการทดสอบการร่วมไปด้วยกันในแต่ละตัว สำหรับข้อมูลตัดขวาง i ภายใต้สมมติฐานหลักในการทดสอบการร่วมไปด้วยกัน

$$2 \sum_{i=1}^N \log(\pi_i) \rightarrow \chi_{2n}^2 \quad (3.167)$$

7) การหาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น (Error Correction Mechanism: ECM)

การหาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะสั้น สืบเนื่องมาจาก แม้ว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันในระยะยาว แต่ในระยะสั้นอาจมีการออกนอกดุลยภาพได้ เราจึงต้องหาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะสั้น เพื่อแสดงการปรับตัวของตัวแปรทั้งสองในระยะสั้นเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว โดยการทดสอบ ECM จะวิเคราะห์ความผันผวนในระยะสั้น เมื่อ ตัวแปรมีลักษณะไม่นิ่ง และไม่มีปัญหาความสัมพันธ์ไม่แท้จริง (Spurious Regression)

รูปแบบทั่วไปของแบบจำลอง ECM เป็นดังนี้

$$\Delta Y_{it} = \alpha_1 + \alpha_2 u_{it-1} + \alpha_3 \Delta X_{it} + \alpha_4 \sum_{h=1}^p \Delta X_{it-h} + \alpha_5 \sum_{j=0}^q \Delta Y_{it-j} + \varepsilon_{it} \quad (3.168)$$

โดยที่ Δ คือ อนุพันธ์ลำดับที่ 1

ε_{it} คือ ตัวแปรความคลาดเคลื่อนแบบสุ่ม

$u_{it-1} = (Y_{it-1} - \beta_1 - \beta_2 X_{it-1})$ คือ ตัวแปรความคลาดเคลื่อนของการถดถอยหนึ่งช่วงเวลาของการร่วมไปด้วยกันในข้อมูลพาแนล

จากสมการที่ (3.168) จะเห็นว่า ΔY ขึ้นอยู่กับ ΔX และความคลาดเคลื่อนดูลยภาพ หากความคลาดเคลื่อนดูลยภาพไม่เท่ากับศูนย์ แบบจำลองจะออกนอกดูลยภาพ โดยทั่วไปแล้ว α_2 ควร มีค่าเป็นลบ เพราะจะทำให้ตัวแปร $\alpha_2 u_{it-1}$ มีค่าเป็นลบด้วย ซึ่งจะส่งผลให้ ΔY_{it} มีค่าลดลงเพื่อกลับเข้าสู่ดูลยภาพในระยะยาว

8) การทดสอบความเป็นเหตุเป็นผล(Granger causality test)

การทดสอบความเป็นเหตุเป็นผล เป็นการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ซึ่งแสดงให้เห็นถึงลักษณะของความสัมพันธ์ของตัวแปร ว่าตัวแปรใด คือ ตัวแปรสาเหตุ และ ตัวแปรใด เป็น ตัวแปรผล หรือ ทั้งสองตัวแปรเป็นเหตุเป็นผลซึ่งกันและกัน โดยมีสมมติฐานในการทดสอบ ดังนี้

$$H_0 : X \text{ ไม่ได้เป็นสาเหตุของ } Y$$

$$H_1 : X \text{ เป็นสาเหตุของ } Y$$

หรือ

$$H_0 : Y \text{ ไม่ได้เป็นสาเหตุของ } X$$

$$H_1 : Y \text{ เป็นสาเหตุของ } X$$

และมีสมการการทดสอบตามแบบจำลองเชิงเส้น ดังนี้

$$y_{i,t} = \alpha_i + \sum_{j=1}^J \delta_i^j y_{i,t-j} + \sum_{j=1}^J \beta_i^j x_{i,t-j} + \varepsilon_{i,t} \quad (3.169)$$

$$x_{i,t} = \alpha_i + \sum_{j=1}^J \delta_i^j x_{i,t-j} + \sum_{j=1}^J \beta_i^j y_{i,t-j} + \varepsilon_{i,t} \quad (3.170)$$

โดยที่ $y_{i,t}$ และ $x_{i,t}$ คือ ตัวแปร Y และ X ที่ $i=1, \dots, N$ และ $t=1, \dots, N$ ซึ่ง $J \in N$ และ $\varepsilon_{i,t}$ มีลักษณะเป็น i.i.d $(0, \sigma_{\varepsilon,i})$ (Caporale et al., 2009)

3.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องปรากฏว่า การศึกษาเกี่ยวกับค่าใช้จ่ายด้านการวิจัยและพัฒนา สิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ สามารถแยกออกเป็น 3 ประเด็น คือ 1) การศึกษาเกี่ยวกับการวิจัยและพัฒนา และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ 2) การศึกษาเกี่ยวกับทรัพย์สินทางปัญญาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ และ 3) การศึกษาเกี่ยวกับการวิจัยและพัฒนา ทรัพย์สินทางปัญญาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

การศึกษาเกี่ยวกับการวิจัยและพัฒนาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ จากการทบทวนวรรณกรรมพบว่า มีการศึกษาในประเด็นต่างๆ ดังนี้ 1) ความสัมพันธ์ระหว่างการวิจัยการพัฒนา

(R&D) และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ 2) การวิเคราะห์ดุลยภาพทั่วไปเชิงพลวัตระหว่าง การวิจัยและพัฒนาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ 3) แรงขับเคลื่อนของการวิจัยและพัฒนาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ 4) ผลกระทบของการวิจัยและพัฒนาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

ประเด็นความสัมพันธ์ระหว่างการวิจัยการพัฒนา (R&D) และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ได้ปรากฏในงานวิจัยหลายชิ้น เช่น งานวิจัยของ Sylwester (1995) เรื่อง “การวิจัยและพัฒนาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ” ซึ่งงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างการวิจัยและพัฒนา (R&D) และอัตราการเจริญเติบโตของผลผลิตต่อหัว ในองค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา (Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD) 20 ประเทศ โดยใช้วิธีการถดถอยหลายตัวแปร (multivariate regression) ผลการศึกษา ปรากฏว่า ไม่พบความสัมพันธ์ที่ชัดเจนระหว่างตัวแปรทั้งสอง แต่เมื่อพิจารณาเฉพาะกลุ่มชาติอุตสาหกรรมทั้งเจ็ด (Group of Seven: G7) กลับพบว่ามีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันระหว่างค่าใช้จ่ายของการวิจัยการพัฒนาและการเจริญเติบโตของเศรษฐกิจ

งานวิจัยเรื่อง “การเจริญเติบโตของผลิตภาพการผลิตและการใช้จ่ายทางด้านการวิจัยและพัฒนาในอุตสาหกรรมการผลิตของประเทศสหราชอาณาจักร” ของ Wakelin (2000) มีวัตถุประสงค์เพื่อ วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการเจริญเติบโตของผลิตภาพการผลิตและการใช้จ่ายทางด้านการวิจัยและพัฒนา ของข้อมูลของผู้ผลิตจำนวน 170 บริษัทในประเทศสหราชอาณาจักร ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1988-1992 โดยใช้การประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ผลการศึกษา พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายทางด้านการวิจัยและพัฒนาและการเจริญเติบโตของผลิตภาพการผลิตจะอยู่ในทิศทางเดียวกัน

นอกจากนี้งานวิจัยของ Peng (2010) เรื่อง “การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายทางด้านการวิจัยและพัฒนาและการเจริญเติบโตของประเทศจีน” ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายทางด้านการวิจัยและพัฒนาและผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ โดยใช้การทดสอบการร่วมไปด้วยกัน และการทดสอบความเป็นเหตุเป็นผล และใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาตั้งแต่ปี 1987 ถึง 2007 ผลการศึกษาพบว่า ค่าใช้จ่ายทางด้านการวิจัยและพัฒนาและผลิตภัณฑ์

มวลรวมภายในประเทศมีความสัมพันธ์เชิงคุณภาพระยะยาว และหากค่าใช้จ่ายทางการวิจัยและพัฒนาเพิ่มขึ้นร้อยละ 1 จะทำให้อัตราการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจเพิ่มขึ้นร้อยละ 0.9243

สำหรับการวิเคราะห์คุณภาพทั่วไปเชิงพลวัตระหว่างการวิจัยและพัฒนาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจนั้น ปรากฏอยู่ในงานวิจัยของ **Majcen และ Verbic (2009)** เรื่อง “การวิจัยและพัฒนาและการเจริญเติบโตของเศรษฐกิจในประเทศสโลวีเนีย วิเคราะห์โดยวิธีการคุณภาพทั่วไปเชิงพลวัตกับการเจริญเติบโตจากภายใน” ซึ่งสร้างแบบจำลองที่การวิจัยและพัฒนาเป็นตัวแปรหลักในการเจริญเติบโตจากภายในในระบบเศรษฐกิจขนาดเล็กแบบเปิด โดยพิจารณาสถานการณ์ด้านนโยบายต่าง ๆ เกี่ยวกับการวิจัยและพัฒนาในประเทศสโลวีเนีย

ผลการศึกษาพบว่า การเพิ่มขึ้นของสัดส่วนของภาคการลงทุนในการวิจัยการพัฒาที่ถูกลดลงจากภาษีเงินได้นิติบุคคล (Corporate Income Tax; CIT) และการเพิ่มขึ้นของการใช้จ่ายของรัฐบาลด้านการวิจัยการพัฒาเป็นมาตรการนโยบายที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด ในขณะที่มาตรการนโยบายแบบทางการยังคงเป็นส่วนหนึ่งที่ไม่เป็นที่ต้องการให้เพิ่มมากขึ้น การเพิ่มขึ้นของการใช้จ่ายของรัฐบาลด้านการวิจัยการพัฒาสามารถเพิ่มผลิตภาพของระบบเศรษฐกิจในระยะยาวได้ ดังนั้นการเพิ่มขึ้นของมูลค่าของบริษัทในอนาคต เป็นการเพิ่มขึ้นที่ประเทศสโลวีเนียต้องการ ภาคครัวเรือนจะได้รับบรรดประโยชน์ที่เพิ่มมากขึ้นจากสถานการณ์นโยบายดังกล่าว โดยเฉพาะภาคครัวเรือนที่เป็นภาคแรงงานที่มีความสามารถ (Skilled Labour) แต่ไม่มีผลต่อผู้ที่มีรายได้สูงมาก ๆ ในระบบเศรษฐกิจ

ประเด็นแรงขับเคลื่อนของการวิจัยและพัฒนาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ปรากฏในงานวิจัยของ **Samimi และ Alerasoul (2009)** เรื่อง “การวิจัยและพัฒนา และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ” งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ ประเมินค่าผลกระทบของการวิจัยและการพัฒนาต่อการเจริญเติบโตของเศรษฐกิจของประเทศกำลังพัฒนา 30 ประเทศ ในช่วงปี ค.ศ.2000-2006 โดยใช้แบบจำลองการถดถอยข้อมูลพาแนล ผลการศึกษาพบว่า โดยทั่วไปแล้วจะไม่นับสำคัญของผลกระทบเชิงบวกเกิดขึ้นในประเทศที่อยู่ในกลุ่มตัวอย่างข้างต้นหากต้องการที่จะให้การเจริญเติบโตของเศรษฐกิจเพิ่มสูงขึ้น ควรเพิ่มกิจกรรมทางเศรษฐกิจด้านการวิจัยและการพัฒนาให้

มากขึ้น ซึ่งจากประสบการณ์ของประเทศที่พัฒนาแล้วได้แสดงให้เห็นว่า ประเทศที่เป็นผู้นำด้านนวัตกรรมและด้านการวิจัยและการพัฒนาจะมีการเจริญเติบโตของเศรษฐกิจที่สูงกว่าประเทศอื่น ๆ

ประเด็นผลกระทบของการวิจัยและพัฒนาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจนั้น พบในงานวิจัยของ **Ho และ Wong (2009)** เรื่อง “ผลกระทบของการวิจัยและพัฒนาต่อระบบเศรษฐกิจประเทศสิงคโปร์” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ ศึกษาผลกระทบของการลงทุนด้านการวิจัยและพัฒนาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ซึ่งใช้ข้อมูลรายปีของผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศและค่าใช้จ่ายทางด้านการวิจัยและพัฒนาของประเทศสิงคโปร์ ตั้งแต่ปี 1978-2001 และประมาณค่าด้วยวิธีการหาผลผลิตภาพการผลิตสองขั้นตอนของ Terleckyj ผลการศึกษาพบว่า การลงทุนด้านการวิจัยและพัฒนา มีผลกระทบต่อความสามารถของผลผลิตภาพการผลิตโดยรวมตลอด 20 ปีที่ผ่านมา และทำให้เกิดดุลยภาพระยะยาวระหว่างการลงทุนด้านการวิจัยและพัฒนาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

การศึกษาเกี่ยวกับทรัพย์สินทางปัญญาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ส่วนใหญ่ มีการศึกษาใน 4 ประเด็น ได้แก่ 1) บทบาทของสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาหรือการคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ 2) ศึกษาถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ 3) ผลกระทบของการคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ และ 4) ความสัมพันธ์ระหว่างการสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

การศึกษาถึงบทบาทของสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ นั้นในงานวิจัยของ **Gould และ Gruben (1994)** ศึกษาเรื่อง “บทบาทของสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ” โดยประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดใน 100 ประเทศและงานวิจัยของ **Lewer และ Saenz (2005)** ศึกษาเรื่อง “สิทธิในทรัพย์สินและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ วิเคราะห์โดยข้อมูลพาแนล” ซึ่งวิเคราะห์ข้อมูล 101 ประเทศ โดยใช้แบบจำลอง fixed effect ตั้งแต่ปี 1990-2002 ทั้งสองการศึกษาพบว่า การคุ้มครองทรัพย์สินทางปัญญาเป็นปัจจัยสำคัญสำหรับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ และประเทศที่มีความเข้มงวดด้านกฎหมายมีแนวโน้มที่จะมีการเจริญเติบโตมากกว่าประเทศที่มีกฎหมายอ่อนแอ

นอกจากนี้การศึกษาเรื่อง “การค้าระหว่างประเทศ การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ และทรัพย์สินทางปัญญา การศึกษาข้อมูลพาแนล ของประเทศพัฒนาแล้วและกำลังพัฒนา” โดย **Schneider** (2004) โดยทำการประมาณค่าวิธีโดยใช้การถดถอยข้อมูลพาแนล สำหรับข้อมูลของประเทศพัฒนาแล้วและกำลังพัฒนาทั้งหมด 47 ประเทศ ตั้งแต่ปี 1970-1990 พบว่า 1) การนำเข้าเทคโนโลยีขั้นสูง มีความเกี่ยวข้องกับการสร้างสรรค์นวัตกรรมภายในประเทศ ทั้งในประเทศพัฒนาแล้วและประเทศกำลังพัฒนา 2) เทคโนโลยีจากต่างประเทศมีผลกระทบโดยตรงต่อการเจริญเติบโตของ GDP ต่อหัว มากกว่าเทคโนโลยีภายในประเทศ 3) ทรัพย์สินทางปัญญามีผลต่อการสร้างสรรค์นวัตกรรม ซึ่งผลกระทบนี้จะมีนัยสำคัญมากขึ้นสำหรับประเทศพัฒนาแล้ว 4) ผลลัพธ์เกี่ยวกับการลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศยังพิสูจน์ไม่ได้

แต่การศึกษาเรื่อง “การคุ้มครองทรัพย์สินทางปัญญาที่เหมาะสมและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในประเทศที่มีระดับการพัฒนาแตกต่างกัน” ของ **Kim et al.** (2010) ซึ่งประมาณค่าโดยใช้วิธี two-step system Generalized Method of Moments (GMM) Ordinary least squares (OLS) และ fixed effect (FE) โดยใช้ข้อมูลพาแนลของ 70 ประเทศ ตั้งแต่ปี ค.ศ.1975-2003 และแบ่งการศึกษาออกเป็นสองกลุ่ม คือ กลุ่มประเทศที่มีรายได้สูง และกลุ่มประเทศที่มีรายได้ต่ำถึงปานกลาง ผลการศึกษาพบว่า การคุ้มครองสิทธิในสิทธิบัตรเป็นปัจจัยสำคัญต่อการสร้างนวัตกรรม และนำไปสู่การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศพัฒนาแล้วเท่านั้น

สำหรับการศึกษาปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญานั้น มีการศึกษาโดย **Ginarte และ Park** (1997) ซึ่งได้ทำการสร้างดัชนีของสิทธิในสิทธิบัตร สำหรับ 110 ประเทศ ตั้งแต่ปี 1960-1990 ต่อมาในปี 2004 **Park** (2004) ได้สร้างดัชนีของสิทธิในสิทธิบัตรเพิ่มเติมจนกระทั่งถึงปี 2005 และเพิ่มจำนวนประเทศในสร้างดัชนีเป็น 122 ประเทศ ในงานวิจัยเรื่อง “การคุ้มครองสิทธิบัตรระหว่างประเทศ ปี 1960-2005” โดยใช้รูปแบบการเข้ารหัสที่ใช้กับกฎหมายสิทธิบัตรนานาชาติ (A Coding Scheme Applied to National Patent Laws) ผลลัพธ์ที่ได้สามารถใช้ในการทำนายประเภทของประเทศที่มีความเข้มงวดในสิทธิในสิทธิบัตร และยังสามารถเชื่อมโยงกับประเด็นทางนโยบาย จะเห็นว่าการวิจัยในปีถัดมา ส่วนใหญ่มักใช้ดัชนีของสิทธิในสิทธิบัตร (ดัชนี Ginarte และ Park) ในการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับสิทธิของทรัพย์สินทางปัญญา

การศึกษาเกี่ยวกับผลกระทบของการคุ้มครองทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจนั้น **Kwan และ Lai (2001)** ศึกษาเรื่อง “การคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจจากภายใน” โดยใช้ข้อมูลประเทศสหรัฐอเมริกา และใช้แบบจำลองที่มีความหลากหลายของประเภทการวิจัยและพัฒนาที่ขึ้นอยู่กับ การเจริญเติบโตจากภายในในการวิเคราะห์ และงานวิจัยของ **Furukawa (2007)** เรื่อง “การคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาและการเจริญเติบโตจากภายใน การคุ้มครองที่มีความเข้มงวดดีกว่าหรือไม่” ใช้แบบจำลองของ Batiz and Romer (1991) ในการวิเคราะห์ โดยงานวิจัยทั้ง 2 เรื่องมีผลลัพธ์ที่ตรงกันว่า การคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาที่เข้มงวดเกินไปและอ่อนแอเกินไป ไม่ก่อให้เกิดผลดีต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ นอกจากนี้งานวิจัยของ **Kwan และ Lai (2001)** ยังพบว่า การคุ้มครองที่มากเกินไปและน้อยเกินไปก่อให้เกิดการสูญเสียสวัสดิการ แต่การคุ้มครองที่น้อยเกินไปจะก่อให้เกิดการสูญเสียสวัสดิการมากกว่าการคุ้มครองที่มากเกินไป และจากงานวิจัยของ Furukawa พบว่า การคุ้มครองทั้งเข้มงวดเกินไปและอ่อนแอเกินไป ทำให้มีผลเสียต่อการสร้างสรรค์นวัตกรรมและการเจริญเติบโต ดังนั้น วิธีการที่สมดุลจึงเหมาะสมต่อการเจริญเติบโตมากที่สุด

การศึกษาของ **Falvey et al. (2004)** เรื่อง “สิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ” มีวัตถุประสงค์เพื่อประมาณค่าผลกระทบของการคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ โดยใช้สมการการเจริญเติบโตแบบเชิงเส้น และใช้ข้อมูลพาแนล สำหรับกลุ่มตัวอย่าง 80 ประเทศ ตั้งแต่ปี 1975-1994 ผลการศึกษาพบว่า การคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญากับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจมีความสัมพันธ์เป็นบวกและมีนัยสำคัญสำหรับประเทศที่มีรายได้ต่ำและสูง แต่ความสัมพันธ์ดังกล่าวไม่พบในประเทศที่มีรายได้ปานกลาง โดยผลลัพธ์เหล่านี้ชี้ให้เห็นว่าการคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาส่งเสริมให้เกิดการสร้างสรรค์นวัตกรรมในประเทศที่มีรายได้สูง แต่มีแนวโน้มที่จะกีดกันการเลียนแบบในประเทศที่มีรายได้ปานกลางซึ่งจะทำให้เกิดต้นทุนมากขึ้นสำหรับประเทศที่มีรายได้ปานกลาง

แต่จากการศึกษาประเทศกำลังพัฒนาของ **Janjua และ Samad (2007)** ในงานวิจัยเรื่อง “สิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ กรณีศึกษาประเทศกำลังพัฒนาที่มีรายได้ปานกลาง” มีวัตถุประสงค์เพื่อ ประมาณค่าผลกระทบของการคุ้มครองทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ สำหรับข้อมูลพาแนลของประเทศกำลังพัฒนาที่มีรายได้ปานกลาง

10 ประเทศ โดยใช้เทคนิคการประมาณค่า Pooled Least Square และใช้ทั้งวิธี Fixed Effects และ Random Effects ซึ่งทำการศึกษาโดยใช้ข้อมูลที่ไม่สมดุล (unbalanced data) ตั้งแต่ ปี 1960-2005 และข้อมูลที่สมดุล (balanced data) ตั้งแต่ปี 1970-2005 จากการศึกษาพบว่า ผลลัพธ์ที่ได้ไม่สนับสนุนว่าความสัมพันธ์ระหว่างสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจเป็นบวก สำหรับประเทศกำลังพัฒนาที่มีรายได้ปานกลาง การคุ้มครองทรัพย์สินทางปัญญาอาจจะกระตุ้นให้เกิดการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจผ่านทางหน่วยงานภายในและภายนอก แต่สำหรับในประเทศกำลังพัฒนา ในขั้นตอนการเปลี่ยนผ่านของการพัฒนาเศรษฐกิจต้นทุนของการสร้างสรรค์นวัตกรรมจะสูงกว่าต้นทุนของการเลียนแบบ

นอกจากนี้ยังมีการศึกษาเรื่อง “สิทธิในสิทธิบัตรและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ พิสูจน์จากข้อมูลพาแนลในประเทศต่างๆ ของอุตสาหกรรมการผลิต” โดย **Hu และ Png** (2009) ซึ่งศึกษาผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงในประสิทธิภาพของสิทธิในสิทธิบัตรกับข้อมูลพาแนลของ 54 อุตสาหกรรมการผลิต ใน 72 ประเทศ ระหว่างปี 1981-2000 พบว่า หากอุตสาหกรรมมีการจดทะเบียนสิทธิบัตรมากขึ้น จะทำให้การเจริญเติบโตที่สูงขึ้น และเมื่อประเทศมีความเจริญก้าวหน้ามากขึ้นก็จะทำให้ผลกระทบของการจดทะเบียนสิทธิบัตรต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจเพิ่มขึ้น และการศึกษาเรื่อง “ทรัพย์สินทางปัญญา ความก้าวหน้าทางเทคนิค และความผันผวนของการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ” โดย **Charles et al.** (2011) พบว่า การคุ้มครองสิทธิในสิทธิบัตรช่วยเพิ่มแรงจูงใจสำหรับการวิจัยและพัฒนา และเพิ่มความก้าวหน้าทางเทคนิค ตลอดจนช่วยลดความผันผวนของการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

การศึกษาเกี่ยวกับการวิจัยและพัฒนา ทรัพย์สินทางปัญญา และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ มีการกล่าวถึงในงานวิจัยเรื่อง “การอุดหนุนการวิจัย สิทธิในทรัพย์สินทางปัญญา และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ” ของ **Perez-Sebastian** (2010) ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อค้นหาปัจจัยที่กำหนดงบประมาณของรัฐที่สนับสนุนการวิจัยและพัฒนา และสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญา โดยมีการนำเสนอการวิจัยและพัฒนาที่ขึ้นอยู่กับทฤษฎีการเจริญเติบโต ตามแบบจำลองของ Romer พร้อมกับอธิบายสิทธิบัตรและการอุดหนุนการวิจัยและพัฒนา ที่สอดคล้องกับการปรากฏของทั้งการล้มเหลวของตลาดและรัฐบาล ผลการศึกษาพบว่า การเพิ่มขึ้นในประสิทธิภาพของภาครัฐทำให้ระดับรายได้และขนาดของรัฐบาลในระบบเศรษฐกิจเพิ่มขึ้น

การศึกษาทั้งหมด สามารถสรุปเป็นตารางได้ดังนี้

ตารางที่ 3.1 สรุปเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับค่าใช้จ่ายทางการวิจัยและพัฒนา สิทธิในทรัพย์สินทางปัญญา และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

ชื่อ	วัตถุประสงค์	ข้อมูล	วิธีการ	สรุป
การศึกษาค่าใช้จ่ายทางการวิจัยและพัฒนาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ				
Sylwester(1995)	ทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างการวิจัยและพัฒนา (R&D) และอัตราการเจริญเติบโตของผลผลิตต่อหัว	ข้อมูลประเทศ OECD 20 ประเทศ	วิธีการถดถอยหลายตัวแปร (multivariate regression)	ไม่พบความสัมพันธ์ที่ชัดเจนระหว่างตัวแปรทั้งสอง แต่เมื่อพิจารณา เฉพาะประเทศ G-7 กลับพบว่ามีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันระหว่างค่าใช้จ่ายของการวิจัยการพัฒนา และการเจริญเติบโตของเศรษฐกิจ
Wakelin (2000)	วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการเจริญเติบโตของผลผลิตการผลิต และการใช้จ่ายทางการวิจัยและพัฒนา	ข้อมูลของผู้ผลิตจำนวน 170 บริษัทในประเทศสหราชอาณาจักร ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1988-1992	ประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด	ความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายทางการวิจัยและพัฒนาและการเจริญเติบโตของผลผลิตจะอยู่ในทิศทางเดียวกัน
Ho และ Wong (2009)	ศึกษาผลกระทบของการลงทุนด้านการวิจัยและพัฒนาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ	ข้อมูลรายปี ตั้งแต่ปี 1978-2001	ประมาณค่าด้วยวิธีการหาผลผลิตภาพการผลิตสองขั้นตอนของ Terleckyj	การลงทุนด้านการวิจัยและพัฒนา มีผลกระทบต่อความสามารถของผลผลิตการผลิตโดยรวมตลอด 20 ปีที่ผ่านมา และทำให้เกิดดุลยภาพระยะยาวระหว่างการลงทุนด้านการวิจัยและพัฒนา และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชื่อ	วัตถุประสงค์	ข้อมูล	วิธีการ	สรุป
Majcen และ Verbic (2009)	ศึกษาสถานการณ์ด้านนโยบายต่าง ๆ เกี่ยวกับการวิจัยและพัฒนาในประเทศสโลวีเนีย	-	ทำการศึกษาแบบจำลองและศึกษาทฤษฎีเพื่ออธิบายผลการศึกษา	การเพิ่มขึ้นของสัดส่วนของภาคการลงทุนในการวิจัยการพัฒนาที่ถูกลดลงจากภาษีเงินได้นิติบุคคลและการเพิ่มขึ้นของการใช้จ่ายของรัฐบาลด้านการวิจัยการพัฒนาเป็นมาตรการนโยบายที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด
Samimi และ Alerasoul (2009)	ประมาณค่าผลกระทบของการวิจัยและการพัฒนาต่อการเจริญเติบโตของเศรษฐกิจ	ข้อมูลพาแนลประเทศกำลังพัฒนา 30 ประเทศ ตั้งแต่ 2000-2006	แบบจำลองการถดถอยข้อมูลพาแนล	โดยทั่วไปแล้วจะไม่มีนัยสำคัญของผลกระทบเชิงบวกเกิดขึ้นในประเทศที่อยู่ในกลุ่มตัวอย่างข้างต้น
Peng (2010)	ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายทางการวิจัยและพัฒนาและผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ	ข้อมูลอนุกรมเวลาตั้งแต่ปี 1987 ถึง 2007	ทดสอบการร่วมไปด้วยกันและทดสอบความเป็นเหตุเป็นผล	ค่าใช้จ่ายทางการวิจัยและพัฒนาและผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชื่อ	วัตถุประสงค์	ข้อมูล	วิธีการ	สรุป
การศึกษาสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ				
Gould และ Gruben(1994)	ตรวจสอบบทบาทของสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ	ข้อมูล 100 ประเทศ	ประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด	การคุ้มครองทรัพย์สินทางปัญญาเป็นปัจจัยสำคัญสำหรับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ และประเทศที่มีความเข้มงวดด้านกฎหมายมีแนวโน้มที่จะมีการเจริญเติบโตมากกว่าประเทศที่มีกฎหมายอ่อนแอ
Ginarte และ Park (1997)	สร้างดัชนีของสิทธิในสิทธิบัตร	ข้อมูล 110 ประเทศทั่วโลก ตั้งแต่ปี 1960-1990	ใช้รูปแบบการเข้ารหัสที่ใช้กับกฎหมายสิทธิบัตรนานาชาติ	ผลลัพธ์ที่ได้สามารถใช้ในการทำนายประเภทของประเทศที่มีความเข้มงวดในสิทธิในสิทธิบัตร และยังสามารถเชื่อมโยงกับประเด็นทางนโยบาย
Kwan และ Lai(2001)	อธิบายผลกระทบของการคุ้มครองทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ	ข้อมูลประเทศสหรัฐอเมริกา	ใช้แบบจำลองที่มีความหลากหลายของประเภทการวิจัยและพัฒนาที่ขึ้นอยู่กับ การเจริญเติบโตจากภายใน	การคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาที่เข้มงวดเกินไปและอ่อนแอเกินไป ไม่ก่อให้เกิดผลดีต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชื่อ	วัตถุประสงค์	ข้อมูล	วิธีการ	สรุป
Falvey et al. (2004)	ประมาณค่าผลกระทบของการคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ	ข้อมูลพาแนลสำหรับกลุ่มตัวอย่าง 80 ประเทศ ตั้งแต่ปี 1975-1994	ทำการศึกษาแบบจำลองและศึกษาทฤษฎีเพื่ออธิบายผลการศึกษา	การคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญากับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจมีความสัมพันธ์เป็นบวกและมีนัยสำคัญสำหรับประเทศที่มีรายได้ต่ำและสูง แต่ความสัมพันธ์ดังกล่าวไม่พบในประเทศที่มีรายได้ปานกลาง
Park (2004)	สร้างดัชนีของสิทธิในสิทธิบัตร	ข้อมูล 122 ประเทศทั่วโลก ตั้งแต่ปี 1960-2005	ใช้รูปแบบการเข้ารหัสที่ใช้กับกฎหมายสิทธิบัตรนานาชาติ	ผลลัพธ์ที่ได้สามารถใช้ในการทำนายประเภทของประเทศที่มีความเข้มงวดในสิทธิในสิทธิบัตร และยังสามารถเชื่อมโยงกับประเด็นทางนโยบาย

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชื่อ	วัตถุประสงค์	ข้อมูล	วิธีการ	สรุป
Schneider (2004)	อธิบายบทบาทของการค้าเทคโนโลยีขั้นสูง สิทธิในทรัพย์สินทางปัญญา และการลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศ ในการกำหนดอัตราการนวัตกรรม และอัตราการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ	ข้อมูลพาแนลของประเทศพัฒนาแล้ว และกำลังพัฒนาทั้งหมด 47 ประเทศ ตั้งแต่ปี 1970-1990	ประมาณค่าวิธีโดยใช้การถดถอยข้อมูลพาแนล	การนำเข้าเทคโนโลยีขั้นสูง มีความเกี่ยวข้องกับการสร้างสรรค์นวัตกรรมภายในประเทศ ทั้งในประเทศพัฒนาแล้วและประเทศกำลังพัฒนาโดยเทคโนโลยีจากต่างประเทศมีผลกระทบโดยตรงต่อการเจริญเติบโตของ GDP ต่อหัว มากกว่าเทคโนโลยีภายในประเทศและทรัพย์สินทางปัญญามีผลต่อการสร้างสรรค์นวัตกรรม แต่ผลลัพธ์จากการลงทุนโดยตรงจากต่างประเทศยังพิสูจน์ไม่ได้
Lewer และ Saenz (2005)	ศึกษาบทบาทของทรัพย์สินทางปัญญา ต่อกระบวนการพัฒนาทางเศรษฐกิจ	ข้อมูลพาแนล 101 ประเทศ ตั้งแต่ปี 1990-2002	แบบจำลอง fixed effect	การคุ้มครองทรัพย์สินทางปัญญาเป็นปัจจัยสำคัญสำหรับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ และประเทศที่มีความเข้มงวดด้านกฎหมายมีแนวโน้มที่จะมีการเจริญเติบโตมากกว่าประเทศที่มีกฎหมายอ่อนแอ

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชื่อ	วัตถุประสงค์	ข้อมูล	วิธีการ	สรุป
Furukawa (2006)	อธิบายผลกระทบของการคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ในระบบเศรษฐกิจแบบปิด	-	ใช้แบบจำลองของ Batiz and Romer (1991)	การคุ้มครองสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาที่เข้มงวดเกินไปและอ่อนแอเกินไป ไม่ก่อให้เกิดผลดีต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ
Janjua และ Samad (2007)	ประมาณค่าผลกระทบของการคุ้มครองทรัพย์สินทางปัญญาต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ	ข้อมูลพาแนลของประเทศกำลังพัฒนาที่มีรายได้ปานกลาง 10 ประเทศตั้งแต่ปี 1960-2005	ประมาณค่า Pooled Least Square และใช้ทั้งวิธี Fixed Effects และ Random Effects	ผลลัพธ์ที่ได้ไม่สนับสนุนว่าความสัมพันธ์ระหว่างสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญาและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจเป็นบวก สำหรับประเทศกำลังพัฒนาที่มีรายได้ปานกลาง การคุ้มครองทรัพย์สินทางปัญญาอาจจะกระตุ้นให้เกิดการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจผ่านทางหน่วยงานภายในและภายนอก แต่สำหรับในประเทศกำลังพัฒนา ในขั้นตอนการเปลี่ยนผ่านของการพัฒนาเศรษฐกิจ ต้นทุนของการสร้างสรรค์นวัตกรรมจะสูงกว่าต้นทุนของการเลียนแบบ

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชื่อ	วัตถุประสงค์	ข้อมูล	วิธีการ	สรุป
Hu และ Png (2009)	ศึกษาผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงในประสิทธิภาพของสิทธิในสิทธิบัตร	ข้อมูลพาแนลของ 54 อุตสาหกรรมการผลิต ใน 72 ประเทศ ระหว่างปี 1981-2000	ใช้แบบจำลองเชิงประจักษ์	ถ้าในอุตสาหกรรม มีสิทธิบัตรมากขึ้น ก็จะตอบสนองกับกฎหมายสิทธิบัตรที่เข้มงวด ด้วยการเจริญเติบโตที่สูงขึ้น และผลกระทบนี้จะมีเป็นจริงมากขึ้น เมื่อประเทศเจริญก้าวหน้ามากขึ้น
Kim et al. (2010)	ศึกษาบทบาทของทรัพย์สินทางปัญญา ต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศที่มีระดับการพัฒนาแตกต่างกัน	ข้อมูลพาแนล 70 ประเทศ	two-step system Generalized Method of Moments (GMM) OLS และ fixed effect (FE)	การคุ้มครองสิทธิในสิทธิบัตรเป็นปัจจัยสำคัญต่อการสร้างนวัตกรรม และนำไปสู่การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศพัฒนาแล้วเท่านั้น
Chu et al. (2011)	วิเคราะห์ผลกระทบของสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญา ต่อความผันผวนของการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ	ข้อมูลประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่ปี 1980-1989	ใช้แบบจำลองที่การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจความไม่แน่นอนมวลรวมของกระบวนการทางนวัตกรรม ขึ้นอยู่กับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ	การคุ้มครองสิทธิในสิทธิบัตรช่วยเพิ่มแรงจูงใจสำหรับการวิจัยและพัฒนา และเพิ่มความก้าวหน้าทางเทคนิค ตลอดจนช่วยลดความผันผวนของการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ชื่อ	วัตถุประสงค์	ข้อมูล	วิธีการ	สรุป
การศึกษาค่าใช้จ่ายทางการวิจัยและพัฒนา สิทธิในทรัพย์สินทางปัญญา และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ				
Perez-Sebastian(2010)	ค้นหาปัจจัยที่กำหนดงบประมาณของรัฐที่สนับสนุนการวิจัยและพัฒนา และสิทธิในทรัพย์สินทางปัญญา	-	ใช้แบบจำลองของ Romer	การเพิ่มขึ้นในประสิทธิภาพของภาครัฐทำให้ระดับรายได้และขนาดของรัฐบาลในระบบเศรษฐกิจเพิ่มขึ้น