

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1.1 การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ

การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณเป็นการศึกษาอิทธิพลของตัวแปรอิสระหลายตัวรวมกันมีผลกระทบต่อตัวแปรตาม โดยตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณจะชี้ให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตาม ทำให้สามารถใช้ความสัมพันธ์นี้พยากรณ์ตัวแปรตามได้ (6)

ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นมีรูปแบบทั่วไปดังนี้

$$y = X\beta + \varepsilon$$

โดยที่ y แทน เวกเตอร์ของตัวแปรตาม y ขนาด $n \times 1$ เมื่อ n แทนขนาดตัวอย่าง

X แทน เมทริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times (k+1)$ เมื่อ k แทนจำนวนตัวแปรอิสระ

β แทน เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ของตัวแบบขนาด $(k+1) \times 1$

ε แทน เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อน ขนาด $n \times 1$

ข้อตกลงเบื้องต้น (Assumptions) ของการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ ได้แก่

$\varepsilon \sim N_n(0, \sigma^2 I_n)$ และเป็นอิสระต่อกัน โดย I_n แทน เมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $n \times n$

ตัวแปรอิสระแต่ละตัว เป็นตัวแปรที่ทราบค่าและเป็นอิสระต่อกัน รวมถึงตัวแบบการถดถอยเป็นตัวแทนเชิงเส้นของพารามิเตอร์ (7)

- 1) การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธี OLS มีแนวคิดโดยเลือกค่าประมาณ β ในพจน์ของ y และ X เพื่อที่จะทำให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุด จากตัวแบบ $y = X\beta + \varepsilon$ เมื่อ $\varepsilon \sim N_n(0, \sigma^2 I_n)$ ตัวประมาณค่ากำลังสอง

เฉลี่ยน้อยที่สุดของ β คือ $b = (X'X)^{-1}X'y$ ซึ่งเป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียง และมีความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma^2(X'X)^{-1}$ โดย $E(b) = \beta$ และ $\text{Var}(b) = \sigma^2(X'X)^{-1}$

เมื่อให้ $\text{MSE} = \frac{(y - X\hat{\beta})'(y - X\hat{\beta})}{n - p}$ แล้ว MSE จะเป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของ σ^2 ; $H = X(X'X)^{-1}X'$

$$\begin{aligned} \text{พิสูจน์ } E(\text{MSE}) &= E\left\{ \frac{(y - X\hat{\beta})'(y - X\hat{\beta})}{n - p} \right\} \\ &= \frac{1}{n - p} E(y'y - y'X\hat{\beta} - \hat{\beta}'X'y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta}) \\ &= \frac{1}{n - p} E(y'y - 2y'X\hat{\beta} + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta}) \\ &= \frac{1}{n - p} E(y'y - 2y'X\hat{\beta} + y'X'(X'X)^{-1}X'X\hat{\beta}) \\ &= \frac{1}{n - p} E(y'y - y'X\hat{\beta}) \\ &= \frac{1}{n - p} E(y'y - y'X(X'X)^{-1}X'y) \\ &= \frac{1}{n - p} E(y'(I - H)y) \end{aligned}$$

จาก $E(y')(I - H)E(y) = 0$ และ

$$E(y'(I - H)y) = \text{tr}(I - H)\sigma^2 + (E(y'))'(I - H)E(y)$$

$$(E(y'))'(I - H)E(y) = E(y'(I - H)y) - \text{tr}(I - H)\sigma^2$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } E(\text{MSE}) &= \frac{1}{n - p} \{ \text{tr}(I - H)\sigma^2 + E(y')(I - H)E(y) \} \\ &= \frac{\sigma^2}{n - p} \{ \text{tr}(I) - \text{tr}(H) \} \\ &= \sigma^2 \end{aligned}$$

คุณสมบัติของตัวประมาณค่าโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดได้แก่ b เป็นตัวประมาณค่าของ β ซึ่งทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุด ไม่ว่า ϵ จะมีการแจกแจงแบบใดก็ตาม และ b เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของ y และเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดของพารามิเตอร์ β ตัวประมาณค่า b มีคุณสมบัติเป็น BLUE (8)

2) เกณฑ์ AIC สร้างจากการประมาณความแปรปรวนของข้อสนเทศคลัสเตอร์-ไลท์เบอ์ (Kullback-Leibler Information) ระหว่างตัวแบบจริงกับตัวแบบที่เหมาะสมที่มีคุณสมบัติไม่เอนเอียง การคัดเลือกตัวแบบโดยใช้เกณฑ์ AIC จะเลือกตัวแบบที่ให้ค่า AIC ต่ำที่สุดเป็นตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดซึ่งจะคัดเลือกตัวแบบได้ดีเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ สมการของเกณฑ์ AIC มีดังต่อไปนี้

$$AIC = n \ln \left(\frac{SSE}{n} \right) + 2p$$

เมื่อ n แทน ขนาดตัวอย่าง
 SSE แทน ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวแบบการถดถอย
 p แทน จำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบการถดถอย
 \ln แทน ลอการิทึมฐานอี

3) เกณฑ์ MSE สำหรับการวิจัยครั้งนี้ มีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - k - 1}$$

เมื่อ y_i แทน ตัวแปรตาม เมื่อ $i = 1, \dots, n$
 \hat{y}_i แทน ตัวแปรตามที่ได้จากการพยากรณ์ เมื่อ $i = 1, \dots, n$
 n แทน ขนาดตัวอย่าง
 k แทน จำนวนตัวแปรอิสระ

4) ค่า SE ของตัวประมาณ β

$$SE(\mathbf{b}_j) = \sqrt{s^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})_{jj}^{-1}}$$

เมื่อ j แทน สมาชิกในแนวทแยงมุมของเมทริกซ์
 s^2 แทน ค่าความแปรปรวน
 \mathbf{X} แทน เมทริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times (k+1)$ เมื่อ k แทนจำนวนตัวแปรอิสระ

- 5) วิธีการคัดเลือกตัวแปรด้วยวิธี SR เป็นวิธีการผสมระหว่างวิธี FS และวิธี BE โดยเลือกตัวแปรอิสระเข้าในตัวแบบการถดถอยครั้งละหนึ่งตัว โดยเริ่มต้นยังไม่มีตัวแปรอิสระอยู่ในตัวแบบ จากนั้นเลือกตัวแปรอิสระเข้าตัวแบบโดยพิจารณาค่า AIC ที่ต่ำที่สุด เมื่อตัวแปรแต่ละตัวอยู่ในตัวแบบ จากนั้นพิจารณาเลือกตัวแปรตัวถัดไปเข้าสู่ตัวแบบ เมื่อมีตัวแปรอิสระก่อนหน้านี้อยู่ด้วย โดยพิจารณาค่า AIC ที่มีค่าต่ำที่สุด จากนั้นทำการตัดตัวแปรอิสระก่อนหน้านี้ออกจากตัวแบบ เพื่อดูว่าเมื่อทำการตัดตัวแปรอิสระก่อนหน้านี้ออกแล้วจะทำให้ค่า AIC ของตัวแบบที่ได้มีค่าน้อยลงหรือไม่ หากมีค่าน้อยลงก็จะทำการหยุดการเลือกตัวแปรเข้าสู่ตัวแบบ และหากมีค่าที่มากกว่าก็จะดำเนินการเลือกตัวแปรตัวต่อไปเข้าสู่ตัวแบบ กระทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆจนกว่าจะไม่มีตัวแปรใดเข้าสู่ตัวแบบได้อีก แล้วได้ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดโดยให้ค่า AIC ที่ต่ำที่สุดด้วย

2.1.2 เมตาฮิวริสติก

เมตาฮิวริสติก หมายถึงลำดับขั้นการแก้ปัญหา เป็นสาขาหนึ่งของการหาคำตอบที่ดีที่สุดโดยอาศัยหลักการประมาณค่าคำตอบที่ดีที่สุดและเป็นวิธีการทางฮิวริสติกชนิดหนึ่งที่เป็นระเบียบวิธีแบบอิสระที่สามารถสร้างกรรมวิธีหรือขั้นตอนใดๆก็ได้ ออกแบบให้ใช้งานง่ายและมีประสิทธิภาพ โดยมีหลักการดังต่อไปนี้ (9)

- 1) เมตาฮิวริสติกมีระเบียบวิธีในการหาคำตอบที่ดีภายในพื้นที่ของคำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible Region)
- 2) มีจุดประสงค์เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดหรือคำตอบที่ใกล้เคียงคำตอบที่ดีที่สุดภายในระยะเวลาอันสั้น
- 3) เมตาฮิวริสติกเป็นขั้นตอนของการประมาณคำตอบ
- 4) เมตาฮิวริสติกอาจจะเกิดจากการรวมหลากหลายเทคนิค เพื่อค้นหาคำตอบที่ดีที่สุดภายในพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้
- 5) เมตาฮิวริสติกอาจจะมีวิธีทั้งแบบง่ายไม่ซับซ้อน เช่น การปรับปรุงคำตอบเฉพาะที่ (Local Search) หรือแบบที่ยากซับซ้อนมากกว่า เช่น วิธี ACO วิธี GA วิธี TS และวิธี SA เป็นต้น

- 6) มีระเบียบขั้นตอนมาตรฐานที่แน่นอน แม้ว่าจะนำไปประยุกต์ใช้ในปัญหาที่แตกต่างกัน มีรายละเอียดของขั้นตอนย่อยที่แตกต่างกัน แต่ปัญหานั้นๆจะต้องดำเนินการตามขั้นตอนหลักของเมตาฮีริสติกดั้งเดิม
- 7) สามารถใช้ได้กับปัญหาที่หลากหลาย
- 8) อาจมีลักษณะเป็นคำบรรยายโดยย่อก็ได้

ปัจจุบันได้มีการนำวิธีการทางเมตาฮีริสติกมาประยุกต์ใช้กับปัญหาการคัดเลือกตัวแปร เช่น วิธี TS วิธี GA และวิธี SA โดยมีหลักการทำงานดังต่อไปนี้และในส่วนหลักการทำงานของวิธี GA จะอธิบายในหัวข้อถัดไป

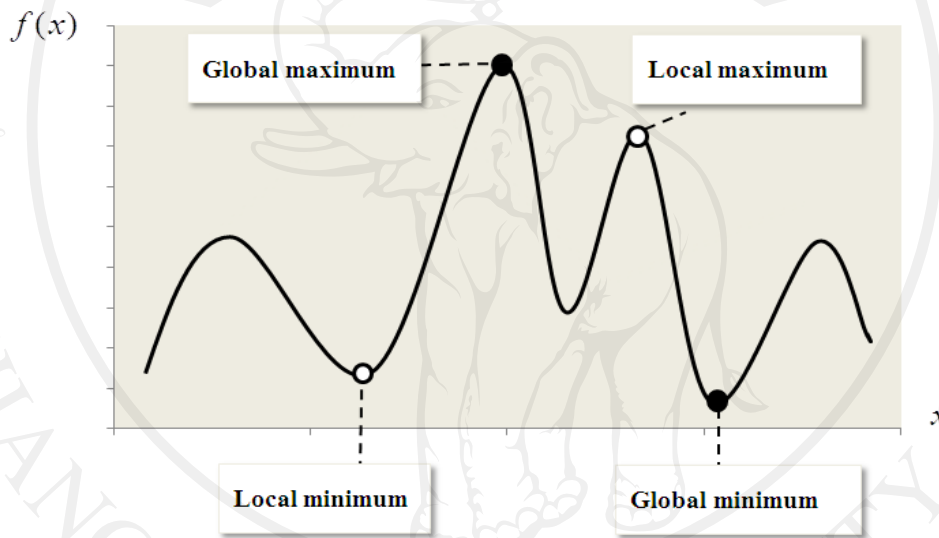
- 1) วิธี TS คิดค้นโดย Glover และ Laguna ในปี ค.ศ. 1997 ซึ่งดัดแปลงมาจากวิธีการทางปัญญาประดิษฐ์ (Artificial Intelligence) ให้มีความเหมาะสมในการใช้คำตอบเดิมในการตอบปัญหาเดิมที่มีวัตถุประสงค์เปลี่ยนแปลงไป ขั้นตอนของวิธีการนี้ไม่ซับซ้อนและผลลัพธ์ที่ได้มีประสิทธิภาพสูง แนวคิดของวิธีการนี้ คือ การจดจำจากรอบการทำซ้ำที่ผ่านมาโดยใช้หน่วยความจำในเครื่องคอมพิวเตอร์มาช่วยในการประมวลผลด้วยการห้ามบางส่วนหรือทั้งหมดของคำตอบที่ดีที่สุดในรอบที่แล้วมาเป็นส่วนหนึ่งของคำตอบที่จะสร้างขึ้นใหม่ในรอบปัจจุบัน ซึ่งเป็นการป้องกันคำตอบหมุนวนอยู่ในพื้นที่คำตอบเดิมๆ นอกจากนี้ยังสามารถใช้ในการหาคำตอบของปัญหาที่มีความซับซ้อนและมีตัวแปรที่ใช้พิจารณาเป็นจำนวนมาก โดยองค์ประกอบหลักของวิธีการดังกล่าวประกอบด้วย ส่วนที่ 1 ฟังก์ชันเป้าหมาย ใช้ในการประกอบการตัดสินใจในการค้นหาคำตอบโดยจะเป็นตัวประเมินการค้นหาคำตอบที่อยู่ในแต่ละขั้นตอน ส่วนที่ 2 ข้อจำกัดการต้องห้าม คือ การควบคุมการย้อนกลับ หรือการวนรอบอยู่ในคำตอบเดิม โดยการกำหนดข้อจำกัดการต้องห้ามซึ่งขึ้นอยู่กับแต่ละปัญหา เช่น กำหนดระยะเวลาหรือจำนวนรอบที่จะต้องอยู่ในรายการต้องห้ามเป็นอย่างน้อย ฯลฯ และส่วนที่ 3 รายการต้องห้าม เป็นรายการค่าของตัวแปรที่ถูกปรับเปลี่ยนในแต่ละรอบของการคัดเลือกค่าของตัวแปร เพื่อป้องกันไม่ให้กลับมาที่คำตอบเดิม (10)
- 2) วิธี SA ถูกพัฒนาขึ้นโดย Kirkpatrick Gelatt และ Vecchi ในปี ค.ศ.1983 เป็นวิธีที่เลียนแบบเทคนิคการอบอ่อน (Annealing) มี 2 ขั้นตอนหลัก คือ การให้ความร้อน (Heating) และควบคุมการเย็นตัว (Slowly Cooling) เป็นการลดอุณหภูมิระหว่างการหลอม โดยจะให้ความร้อนและมีการลดอุณหภูมิลงอย่างช้าๆ จนกระทั่งโลหะอยู่ใน

สถานะที่เหมาะสมที่สุด คือ ได้โลหะที่เหนียวไม่เปราะ โดยอะตอมจะมีพลังงานสูง เมื่ออยู่ในอุณหภูมิที่สูงและจะมีอิสระในการจัดเรียงตัวมาก เมื่อมีการลดอุณหภูมิ พลังงานก็จะลดลงตามไปด้วย โครงสร้างของโลหะจะจัดเข้าอย่างเป็นระเบียบเมื่อระบบมีพลังงานต่ำที่สุด ถ้ามีการลดอุณหภูมิลงอย่างรวดเร็วหรือทำให้เย็นเร็วเกินไป ก็จะทำให้โครงสร้างของโลหะไม่สม่ำเสมอและเกิดรอยร้าวขึ้นได้ สำหรับการแก้ปัญหาที่ต้องการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด สถานะของพลังงานจะเสมือนเป็นค่าของฟังก์ชันเป้าหมายหรือฟังก์ชันต้นทุน (Cost Function) ที่คำนวณได้จากผลเฉลยนั้นๆ ดังนั้นสถานะของพลังงานที่ต่ำที่สุดก็จะเปรียบเสมือนผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา ขั้นตอนในการทำงานจะเป็นลำดับการทำงานแบบวนซ้ำ โดยในแต่ละรอบจะประกอบด้วย การเปลี่ยนแปลงแบบสุ่มจากผลเฉลยปัจจุบันเพื่อสร้างผลเฉลยใหม่ที่ใกล้เคียง (Neighbourhood) กับผลเฉลยปัจจุบัน (Current Solution) เมื่อผลเฉลยใหม่ถูกสร้างขึ้นจะคำนวณค่าของฟังก์ชันเป้าหมายหรือฟังก์ชันต้นทุน เพื่อตัดสินใจยอมรับให้เป็นผลเฉลยปัจจุบันหรือไม่ หากผลเฉลยใหม่ดีกว่าผลเฉลยปัจจุบันจะถูกยอมรับให้เป็นผลเฉลยปัจจุบันแทน อุณหภูมิจะลดลงตามจำนวนรอบการค้นหา คล้ายกับอุณหภูมิในการอบอ่อน โดยการอบอ่อนจะสำเร็จเมื่ออุณหภูมิเทียบเท่าอุณหภูมิห้อง เช่นเดียวกับเมื่ออุณหภูมิในรอบการวนซ้ำใดๆ ลดลงถึงอุณหภูมิที่กำหนด การวนรอบจะหยุดลงหรืออาจจะหยุดด้วยเหตุผลอื่นที่ได้กำหนดไว้

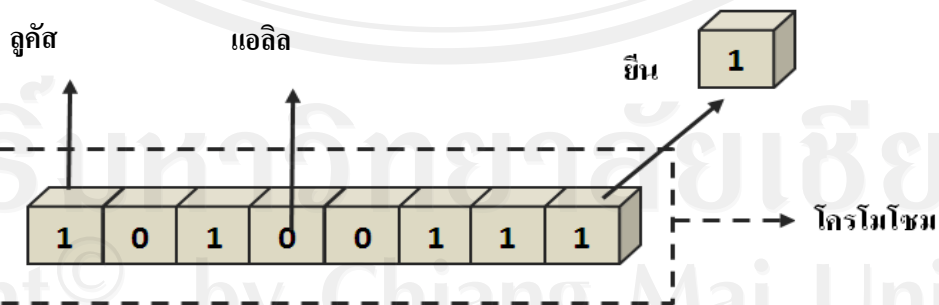
2.1.3 หลักการของ GA

GA เป็นวิธีการแก้ปัญหารูปแบบหนึ่งเพื่อให้ได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดเป็นวิธีการที่คิดค้นโดย John Holland ซึ่งได้รับแรงบันดาลใจจากทฤษฎีวิวัฒนาการของ Charles Darwin ซึ่งเป็นทฤษฎีอธิบายเกี่ยวกับวัฏจักรทางพันธุกรรมที่ได้รับการคัดสรรทางธรรมชาติ สิ่งมีชีวิตที่สามารถปรับตัวให้เข้ากับสภาพแวดล้อมในปัจจุบันจะมีโอกาสอยู่รอดมากกว่าสิ่งมีชีวิตที่ไม่สามารถปรับตัวได้ โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงกระบวนการทางธรรมชาติของพันธุกรรมและนำกลไกการเปลี่ยนแปลงเหล่านี้มาประยุกต์ใช้สำหรับการแก้ปัญหาต่างๆอย่างแพร่หลาย โดยมีการนำมาประยุกต์ใช้ในการค้นหาและแก้ปัญหาให้ได้จุดที่ดีที่สุดหรือเหมาะสมที่สุด ซึ่งอาจเป็นจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุด ขึ้นอยู่กับรูปแบบของแต่ละปัญหาดังแสดงในรูป 2.1 วัฏจักรของ GA แสดงให้เห็นถึงความเหมือนกับการอยู่รอดของสิ่งมีชีวิตในธรรมชาติ สิ่งมีชีวิตที่มีการปรับตัวให้เข้ากับสภาพแวดล้อมได้ดีกว่าจะสามารถอยู่รอดได้ ในขณะที่สิ่งมีชีวิต

อื่นๆที่ไม่สามารถปรับตัวเองได้จะต้องสูญพันธุ์ไป การปรับตัวดังกล่าวแสดงว่าสิ่งมีชีวิตนั้นมีวิวัฒนาการเกิดขึ้นซึ่งเป็นการถ่ายทอดลักษณะทางพันธุกรรม ดังนั้นหลักการทำงานของเจเนติกอัลกอริทึม จึงถูกนำเสนอข้อมูลในรูปแบบโครโมโซม โดยคำตอบที่สามารถเป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหาจะถูกนำมาแปลงเป็นโครโมโซม เพื่อนำโครโมโซมไปใช้ในกระบวนการถ่ายทอดลักษณะทางพันธุกรรม โดยจะใช้ค่าความเหมาะสม (Fitness Function) ที่มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ที่กำหนดให้ และโครโมโซมเหล่านั้นจะถูกนำมาพิจารณาว่าโครโมโซมใดควรนำมาสืบสายพันธุ์ต่อไป หรือโครโมโซมใดไม่ควรนำมาสืบสายพันธุ์ และจากการหาคำตอบโดยใช้โครโมโซมในแต่ละรุ่นจะมีการสุ่มคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา จึงทำให้ GA สามารถหาคำตอบที่มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดได้สมบูรณ์และเหมาะสมที่สุด (11)



รูป 2.1 แสดงกราฟของการหาจุดที่เหมาะสมที่สุด



รูป 2.2 แสดงลักษณะโครโมโซม

คุณสมบัติการเลียนแบบการถ่ายทอดลักษณะทางพันธุกรรมตามธรรมชาติของ GA จะนำค่าที่เหมาะสมที่สุดจากประชากรรุ่นก่อนมาใช้พิจารณาในการหาคำตอบของประชากรรุ่นถัดมาโดย เริ่มต้นจากการสร้างประชากรของคำตอบหรือที่เรียกว่า โครโมโซม (Chromosome) ดังแสดงในรูป 2.2 ขึ้นมาก่อนจากการสุ่ม จากนั้นจึงทำการถอดรหัสโครโมโซมและคำนวณค่าความเหมาะสม (Fitness Value) ของแต่ละโครโมโซมจากฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ประชากรเหล่านี้จะต้องผ่านตัวดำเนินการทางพันธุกรรม (Genetic Operators) เพื่อให้เกิดการปรับเปลี่ยนสายพันธุ์ GA มีขั้นตอนการทำงานทั่วไปดังแสดงในรูป 2.11 และมีองค์ประกอบที่สำคัญดังนี้

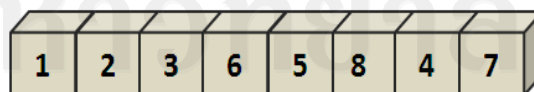
1) รูปแบบโครโมโซมแทนคำตอบ (Chromosome Encoding) การออกแบบโครโมโซมแทนคำตอบเป็นขั้นตอนการออกแบบเพื่อให้สอดคล้องกับปัญหาที่ต้องการพัฒนาวิธีการแก้ไขปัญหาคำตอบด้วย GA การออกแบบโครโมโซมเพื่อแทนคำตอบมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1) การออกแบบโครโมโซมแบบไบนารี (Binary Encoding) เป็นรูปแบบโครโมโซมเริ่มแรกที้นำมาใช้แก้ปัญหาคำตอบของ GA ทุกตำแหน่งของยีนในโครโมโซมแทนที่ด้วย 0 หรือ 1 เท่านั้น ดังแสดงในรูป 2.3



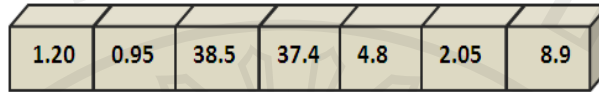
รูป 2.3 แสดงลักษณะโครโมโซมแบบไบนารี

1.2) การออกแบบโครโมโซมแบบลำดับ (Permutation Encoding) เป็นการออกแบบโครโมโซมที่ใช้เป็นตัวเลขทั่วไปได้ เช่น ตัวเลข 1-100 หรือมากกว่า ซึ่งตัวเลขแต่ละตัวบอกลำดับขั้นในการทำงาน ดังแสดงในรูป 2.4



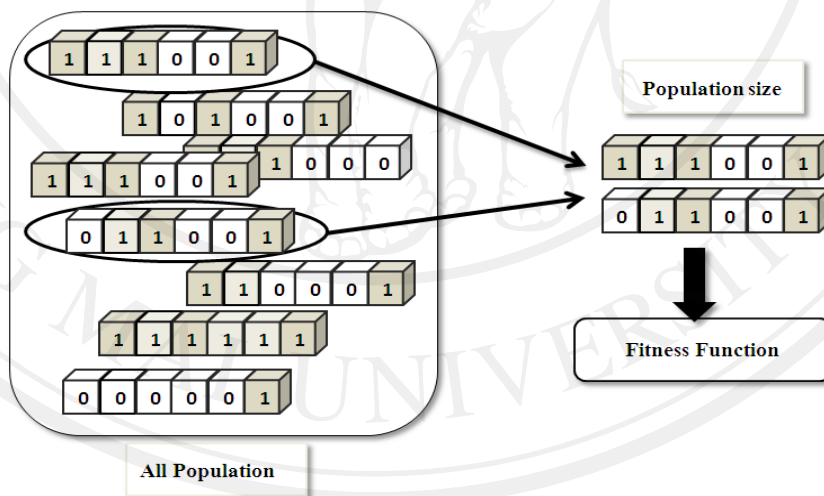
รูป 2.4 แสดงลักษณะโครโมโซมแบบลำดับ

- 1.3) การออกแบบโครโมโซมแบบใช้ค่าหรือเครื่องหมายจริง (Value Encoding) เป็นการออกแบบโครโมโซมที่ใช้เลขจำนวนจริงหรือใช้อักษรที่เป็นตัวแทนของค่าตอบจริงมาใช้ ในการแทนค่าในโครโมโซม ดังแสดงในรูป 2.5



รูป 2.5 แสดงลักษณะโครโมโซมแบบใช้ค่าจริง

- 2) ประชากรเริ่มต้น (Initial Population) การสร้างประชากรเริ่มต้นเป็นการสร้างต้นแบบขึ้นมาเพื่อใช้เป็นจุดเริ่มต้นของขั้นตอนวิวัฒนาการ เป็นขั้นตอนแรกที่เกิดขึ้นก่อนที่จะเริ่มเข้ากระบวนการของ GA โดยประชากรกลุ่มแรกหรือประชากรต้นกำเนิดที่เกิดจากการสุ่ม ดังแสดงในรูป 2.6 จะต้องสุ่มให้ได้ จำนวนเท่ากับขนาดของประชากรที่ได้กำหนดไว้ โดยที่ยังไม่มีการสนใจค่าความเหมาะสมของแต่ละโครโมโซม (9)



รูป 2.6 แสดงการสร้างประชากรเริ่มต้นและการคัดเลือกโครโมโซม

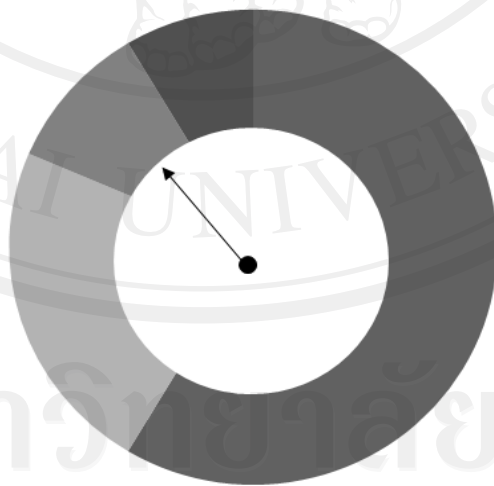
- 3) ค่าความเหมาะสม (Fitness Function) โครโมโซมทุกตัวจะต้องมีค่าซึ่งบ่งบอกถึงความเหมาะสมที่จะพิจารณาว่าสมควรนำไปสืบสายพันธุ์ต่อหรือไม่สมควร ดังนั้นจึงต้องมีการให้ค่าความเหมาะสมกับแต่ละโครโมโซม เพื่อนำค่าความเหมาะสมไป

พิจารณา โดยใช้สมการหาค่าความเหมาะสมที่สอดคล้องกับปัญหา สรุปได้ว่าค่าความเหมาะสม คือตัวที่ใช้ประเมินว่าแต่ละสายโครโมโซมที่เลือกนั้น มีความเหมาะสมหรือสามารถใช้แก้ปัญหาได้ดีเพียงใด

4) การดำเนินการทางพันธุกรรม (Genetic Operator) กล่าวได้ว่า การดำเนินการทางพันธุกรรมเป็นหัวใจสำคัญของ GA ซึ่งมีกระบวนการพื้นฐานที่สำคัญ ดังนี้

4.1) การคัดเลือก (Selection) เป็นการพิจารณาว่าโครโมโซมใดจะอยู่รอดในรุ่นต่อไปนั้นคือคัดเลือกโครโมโซมเพื่อที่จะนำมาเป็นพ่อแม่ (Parent) ในการสืบสายพันธุ์ โดยมีวิธีการคัดเลือกดังต่อไปนี้

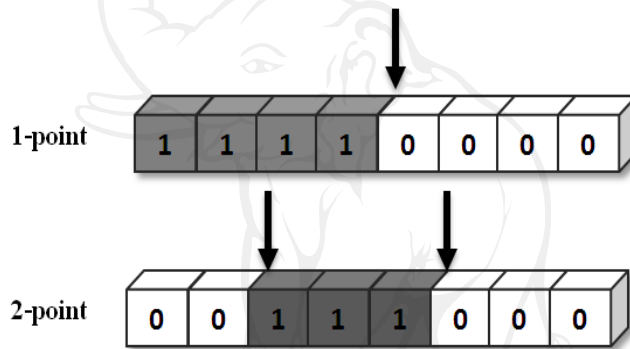
4.1.1) การคัดเลือกแบบวงล้อรูเล็ต (Roulette Wheel) คือโครโมโซมที่มีค่าความเหมาะสมที่ดีกว่ามีโอกาสถูกเลือกมากกว่า เมื่อแสดงถึงวงล้อเสี่ยงโชคที่โครโมโซมทั้งหมดอาศัยอยู่ ขนาดพื้นที่ของวงล้อเสี่ยงโชค คือ สัดส่วนของค่าความเหมาะสมของทุกโครโมโซม ค่าที่มากที่สุดคือส่วนที่ใหญ่ที่สุด ดังแสดงในรูป 2.7 เมื่อมีการหมุนวงล้อโครโมโซมที่มีค่าความเหมาะสมสูงจะมีโอกาสได้รับการคัดเลือกมาก



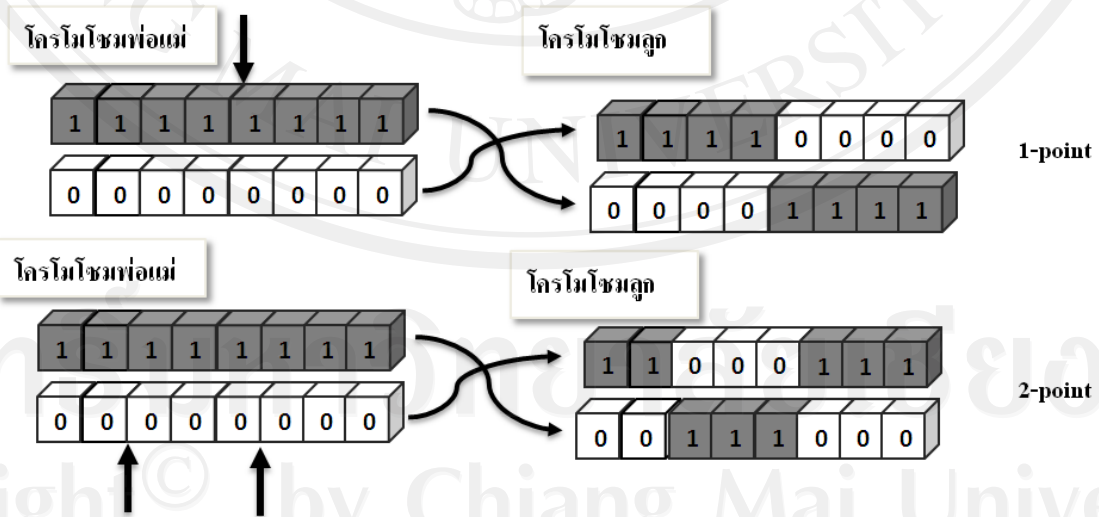
รูป 2.7 แสดงสัดส่วนของค่าความเหมาะสมของการคัดเลือกแบบวงล้อรูเล็ต

4.1.2) การคัดเลือกแบบอิลิทิส (Elitist) เป็นแนวคิดที่ป้องกันการหาของเส้นทางที่ดีที่สุดหมายความว่ามีการคัดเลือกโครโมโซมที่ดีที่สุดไว้ก่อน ส่วนประชากรส่วนที่เหลือที่จะต้องคัดเลือกจะใช้วิธีการเลือกแบบอื่นๆ

4.2) การสลับสายพันธุ (Crossover) เป็นการแลกเปลี่ยนยีนข้ามโครโมโซมระหว่างโครโมโซมพ่อแม่ เพื่อให้ได้โครโมโซมลูก โดยจะมีการแลกเปลี่ยนยีนข้ามโครโมโซมตั้งแต่ 1 จุด 2 จุด และแบบหลายจุด ตามความเหมาะสมของการแก้ปัญหาแต่ละปัญหา ดังแสดงในรูป 2.8 และ 2.9 โดยตำแหน่งของยีนที่จะทำการแลกเปลี่ยนยีนเป็นไปโดยสุ่มตามค่าความเหมาะสมของความน่าจะเป็นในการเกิดการแลกเปลี่ยนยีนข้ามโครโมโซม

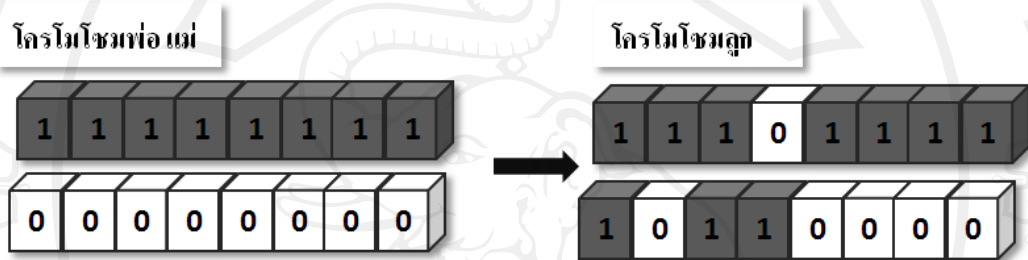


รูป 2.8 แสดงตำแหน่งการสลับสายพันธุแบบ 1 จุด และ 2 จุด

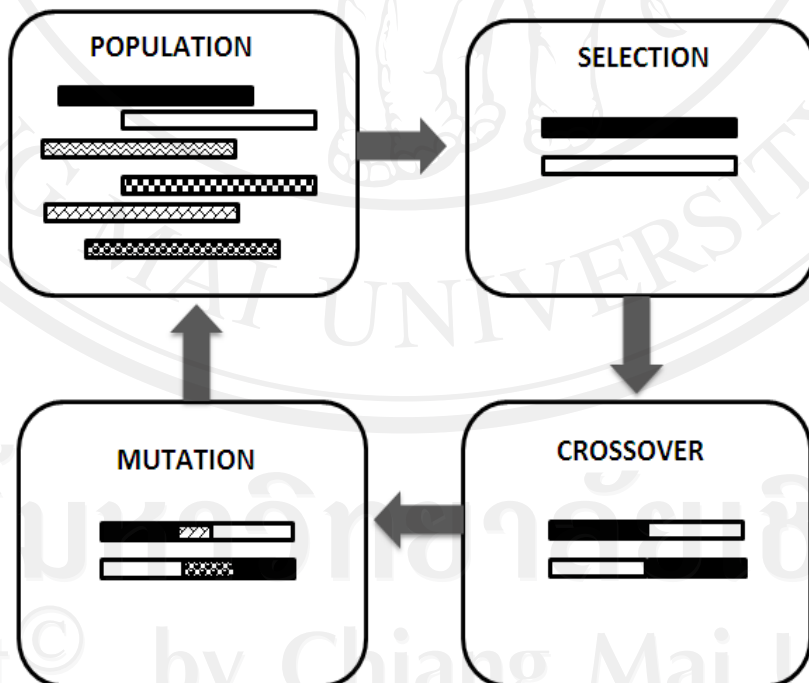


รูป 2.9 แสดงการสลับสายพันธุแบบ 1 จุด และ 2 จุด

4.3) การกลายพันธุ์ (Mutation) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นหลังจากการสลับสายพันธุ์เสร็จสิ้น นั่นหมายความว่าได้รับลูกที่เกิดการสลับสายพันธุ์ จากรุ่นพ่อแม่ แล้วจึงนำรุ่นลูกมาดำเนินการกลายพันธุ์ ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงค่าของยีนบางตัวในโครโมโซมเพื่อให้เกิดโครโมโซมใหม่ ดังแสดงในรูป 2.10 การกลายพันธุ์นั้น ในทางพันธุศาสตร์จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงหรือทำให้เกิดลักษณะใหม่ๆเกิดขึ้น และทำให้เกิดวิวัฒนาการ สำหรับการแก้ปัญหาแล้ว การที่เกิดผลลัพธ์ในลักษณะที่แตกต่างออกไปจากเดิม การกลายพันธุ์ จะทำหน้าที่ป้องกันข้อผิดพลาดของวิธีการแก้ไขปัญหาล้วนๆในการเข้าไปในเฉพาะปัญหาที่ดีที่สุดของการแก้ปัญหา



รูป 2.10 แสดงการกลายพันธุ์



รูป 2.11 แสดงขั้นตอนการทำงานทั่วไปของ GA

2.1.4 การกำหนดจำนวนรอบของการประมวลผล

ในการจำลองสถานการณ์หรือจำลองข้อมูลจำเป็นต้องมีการกำหนดจำนวนรอบของการประมวลผลให้เพียงพอเพื่อลดความแปรปรวนของผลลัพธ์ การหาจำนวนรอบในการประมวลผล (Number of Replications) สามารถทำได้โดยการกำหนดรอบการประมวลผลเริ่มต้น และทำการประมวลผลตามความยาวของการรัน (Replication Length) ที่ต้องการ จากนั้นนำค่าเบี่ยงเบนที่ได้จากหลังการประมวลผล มาคำนวณหาจำนวนรอบในการประมวลผลที่เหมาะสมได้จากสมการดังนี้ (12)

$$R \geq \left(\frac{t_{\frac{\alpha}{2}, R_0 - 1} S_0}{\varepsilon} \right)^2$$

โดย	R	แทน จำนวนรอบในการประมวลผล
	R_0	แทน จำนวนรอบในการประมวลผลเริ่มต้น
	α	แทน ระดับนัยสำคัญ
	$t_{\frac{\alpha}{2}, R_0 - 1}$	แทน ค่าการแจกแจงที
	S_0	แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	ε	แทน ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่ได้ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการคัดเลือกตัวแบบการถดถอยมีดังนี้

บุษยา ปภากจน์ (13) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ โดยเปรียบเทียบการคัดเลือกตัวแบบ 4 วิธี คือ วิธี TS วิธี SR วิธี FS และวิธี MAXR โดยแบ่งการศึกษาออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการคัดเลือกตัวแบบ โดยใช้อัตราส่วนค่านัยสำคัญเฉลี่ยของตัวแบบที่คัดเลือกได้ทั้ง 4 วิธีกับวิธีการถดถอยที่เป็นไปได้ทั้งหมด และส่วนที่ 2 เปรียบเทียบประสิทธิภาพในการพยากรณ์จากค่า AMSE โดยในการศึกษากำหนดให้ค่าความคลาดเคลื่อนเป็นการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ความแปรปรวนเท่ากับ 25 ข้อมูลที่ใช้ทุกตัวแปรเป็นอิสระต่อกัน ดังนั้นข้อมูลที่ใช้จึงไม่เกิดปัญหาสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุ แต่อย่างไรก็ดี ขนาดของตัวอย่างที่ศึกษามี 3 ระดับ คือ กลุ่มที่มีตัวอย่างขนาดเล็ก ($n=20, 30$) กลุ่มที่มีตัวอย่างขนาดกลาง ($n=50, 100$) และกลุ่มที่มีตัวอย่างขนาดใหญ่ ($n=150, 200$) จำนวนตัวแปรอิสระ

ที่ใช้แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มตัวแปรอิสระขนาดเล็กเท่ากับ 5, 7 และ 9 กลุ่มตัวแปรอิสระขนาดกลางเท่ากับ 11, 15, 17 และ 20 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้มาจากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล และทำการทดลองซ้ำ 500 ครั้ง ภายใต้สถานการณ์ที่กำหนด ผลการศึกษาพบว่าในส่วนที่ 1 เมื่อกลุ่มตัวอย่างและจำนวนตัวแปรอิสระมีขนาดเล็ก วิธี SR และวิธี FS มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแบบได้ดีที่สุด สำหรับกลุ่มตัวอย่างและจำนวนตัวแปรอิสระขนาดกลาง วิธี TS มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแบบได้ดีที่สุด และเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่วิธี TS มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแบบได้ดีที่สุด ทุกกลุ่มตัวแปรอิสระ ส่วนผลการศึกษาในส่วนที่ 2 จากค่า AMSE พบว่าเมื่อกลุ่มตัวอย่างและจำนวนตัวแปรอิสระมีขนาดเล็ก วิธี MAXR และวิธี TS มีประสิทธิภาพในการพยากรณ์ได้ดีที่สุดในทุกกลุ่มตัวแปรอิสระ สำหรับวิธี MAXR ถึงแม้ว่าจะไม่ได้ให้อัตราส่วนค่านัยสำคัญเฉลี่ยและค่า AMSE ต่ำที่สุด เท่ากับวิธี TS แต่สามารถให้ค่าที่ใกล้เคียงกับค่าต่ำสุด

ภัทรสุดา สุตแสน (14) ได้ทำการศึกษาโดยเปรียบเทียบเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก โดยจะเปรียบเทียบเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบการถดถอย 4 เกณฑ์ ได้แก่ เกณฑ์ AICC เกณฑ์ SICC เกณฑ์ HQC และเกณฑ์ KICC โดยใช้เกณฑ์การตัดสินใจคือค่า AMSE และใช้ค่า RDAMSE เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบทั้ง 4 เกณฑ์ การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่มที่ศึกษา คือ การแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย 0 และความแปรปรวนเป็น 1, 2, 4, 8 และ 16 ขนาดตัวอย่างที่ใช้คือ 12, 15, 18, 21, 24, 27 และ 30 และจำนวนตัวแปรอิสระในตัวแบบการถดถอยคือ 3, 5 และ 7 ตัวแปร ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล กระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ ปัจจัยที่มีผลต่อ AMSE ของทุกเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบ ได้แก่ จำนวนตัวแปรอิสระและความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่ม และขนาดตัวอย่าง ตามลำดับ โดยที่ AMSE แปรผันตามจำนวนตัวแปรอิสระและความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่ม แต่ AMSE แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง ปัจจัยดังกล่าวข้างต้นส่งผลกระทบต่อเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบดังต่อไปนี้ 1. กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 12 ถึง 15 เกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบที่ดีที่สุดคือ เกณฑ์ HQC รองลงมาคือเกณฑ์ AICC, SICC และ KICC ตามลำดับ สำหรับทุกระดับความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มและจำนวนตัวแปรอิสระ 2. กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 18 เกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบที่ดีที่สุดมีสองเกณฑ์คือ เกณฑ์ HQC และเกณฑ์ AICC และรองลงมาคือเกณฑ์ KICC และ SICC มีค่า AMSE ต่ำกว่า SICC เพียงเล็กน้อย สำหรับทุกระดับความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มและจำนวนตัวแปรอิสระ 3. กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 21 ถึง 30 เกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบที่ให้ค่า AMSE น้อยที่สุดคือ เกณฑ์ AICC รองลงมาคือ เกณฑ์ HQC, KICC และ SIC ตามลำดับ สำหรับทุกระดับความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มและจำนวนตัวแปรอิสระ เมื่อพิจารณาค่า RDAMSE พบว่า ประสิทธิภาพใน

การคัดเลือกตัวแบบของเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบจะแบ่งออกเป็นสองกลุ่มอย่างเห็นได้ชัด คือกลุ่มที่ 1 ได้แก่ เกณฑ์ HQC และเกณฑ์ AICC มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกันและดีที่สุดสำหรับทุกขนาดตัวอย่างและความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่ม ส่วนกลุ่มที่ 2 ได้แก่ เกณฑ์ KICC และ SICC ซึ่งมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน แต่แตกต่างกันและต่ำกว่ากลุ่มแรกสำหรับทุกขนาดตัวอย่างและความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่ม

วิทยาลัย บัญญาติศัย (15) ทำการศึกษาเกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบ เพื่อให้ได้ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด ภายใต้ข้อมูลชุดเดียวกัน โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา คือ MAPE ซึ่งได้ศึกษาในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และ 4 การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนที่ศึกษา คือ การแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1, 2, 3 และ 5 ตามลำดับ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 35 และ 50 ตามลำดับโดยกำหนดระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเป็น 3 ระดับคือระดับต่ำ ($\rho = 0.05 \rightarrow 0.35$) ระดับกลาง ($\rho = 0.40 \rightarrow 0.65$) และระดับสูง ($\rho = 0.70 \rightarrow 0.95$) ในการวิจัยครั้งนี้ได้จำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ทำซ้ำ 500 ครั้ง ผลสรุปที่ได้มีดังนี้ กรณีที่ 1 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 แบ่งออกได้อีกเป็น เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 และ 2 และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับกลาง ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว แต่ถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับสูง ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกสองตัว เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 และ 5 และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับต่ำขึ้นไป ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว แต่ถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับสูง ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกสองตัว เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 35 แบ่งออกได้อีก เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 และ 2 และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับกลางขึ้นไป ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 และ 5 และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับกลางขึ้นไป ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว แต่ถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับสูง ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกสองตัว เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ทุกค่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับสูง ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว กรณีที่ 2 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 4 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 แบ่งได้เป็น เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 และ 2 ให้ผลลัพธ์เช่นเดียวกับกรณีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 และ 5 ในกรณีที่ 1 เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 และ 5 ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับต่ำ ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบลดรูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว แต่ถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับสูง ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบ

ลครูปที่มีการตัดตัวแปรอิสระออกสามตัว เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 35 ให้ผลลัพธ์เช่นเดียวกันกับกรณี
ที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 และ 2 และตัวแปรอิสระมี
ความสัมพันธ์ในระดับสูง ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบลครูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่ง
ตัว เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 และ 5 และตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับกลางขึ้นไป
ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบลครูปที่มีการตัดตัวแปรออกหนึ่งตัว ส่วนกรณีอื่นๆ ภายใต้
ขอบเขตการวิจัยนี้ ตัวแบบที่ได้รับการคัดเลือก คือ ตัวแบบเต็มรูป โดยสรุปได้ว่าค่า MAPE แปรผัน
ตามปัจจัย อันประกอบด้วย ระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และจำนวนตัวแปรอิสระ แต่
แปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

สุรสิทธิ์ ฤทธิ์สมิตชัย (16) ได้ทำการศึกษาโดยเปรียบเทียบเกณฑ์ที่ใช้ในการคัดเลือกตัวแบบ
การถดถอยเชิงเส้นโดยทำการเปรียบเทียบภายในระแนงตัวแบบ (Lattice) และเกณฑ์ที่ใช้ในการ
คัดเลือกตัวแบบมี 2 เกณฑ์ คือ ค่า RSS และค่า MSPE ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้มีจำนวนตัวแปรอิสระเป็น
3 และ 4 ตัวแปร ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบน
มาตรฐานเท่ากับ 1, 2, 3 และ 5 มีขนาดตัวอย่างเป็น 20, 35 และ 50 ข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัยนี้มาจากการ
จำลองโดยคอมพิวเตอร์ โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล มีการทำซ้ำ 500 ครั้ง ผลการศึกษาพบว่า ในกรณีที่
ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระทุกคู่มีค่า $p < 0.55$ เมื่อใช้เกณฑ์การคัดเลือกตัวแบบเป็นเกณฑ์
RSS หรือ MSPE การคัดเลือกตัวแบบด้วยวิธีการเปรียบเทียบจากทุกตัวแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด (All
Possible Models) และการคัดเลือกตัวแบบด้วยวิธีการเปรียบเทียบภายในระแนงตัวแบบให้ผลการ
คัดเลือกตัวแบบเหมือนกัน คือ ตัวแบบเต็มรูป (Full Model) ส่วนกรณีที่ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร
อิสระบางคู่มีค่า $p \geq 0.55$ การคัดเลือกตัวแบบด้วยวิธีการเปรียบเทียบภายในระแนงตัวแบบมีโอกาส
เลือกตัวแบบลครูป (Reduced Model) มากกว่าการคัดเลือกตัวแบบด้วยวิธีการเปรียบเทียบจากทุกตัว
แบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด นอกจากนั้นการใช้เกณฑ์ MSPE มีโอกาสเลือกได้ตัวแบบลครูปมากกว่าการ
ใช้เกณฑ์ RSS โดยที่เกณฑ์ RSS แปรผันตามขนาดตัวอย่างและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความ
คลาดเคลื่อน ส่วนเกณฑ์ MSPE แปรผันตามเฉพาะส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน
เท่านั้น โดยที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระไม่มีผลต่อค่าของเกณฑ์ทั้งสอง

พลากร สีน้อย (1) ได้เสนอสถิติทดสอบเพื่อการคัดเลือกตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ
โดยสร้างสถิติทดสอบจากเกณฑ์ C_p และเกณฑ์ AIC สถิติทดสอบที่สร้างขึ้นนี้เรียกว่าสถิติทดสอบ C_p
และสถิติทดสอบ AIC ตามลำดับ การคัดเลือกตัวแบบใช้วิธี BE โดยใช้เกณฑ์ C_p เกณฑ์ AIC สถิติ
ทดสอบ C_p สถิติทดสอบ AIC และสถิติทดสอบเอฟบางส่วน การศึกษาได้ใช้วิธีการเปรียบเทียบ
เกณฑ์และสถิติทดสอบทั้ง 5 โดยวิธีการจำลองข้อมูล และพิจารณาร้อยละของจำนวนครั้งที่คัดเลือกตัว

แบบได้ถูกต้อง พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 15 และ 20 สถิติทดสอบเอฟบางส่วน คัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องมากกว่าเกณฑ์และสถิติทดสอบอื่นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 และ 30 สถิติทดสอบ C_p สถิติทดสอบ AIC และสถิติทดสอบเอฟบางส่วน คัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องใกล้เคียงกันและคัดเลือกว่าตัวแบบได้ถูกต้องมากกว่าเกณฑ์อื่น และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50, 100 และ 150 สถิติทดสอบ C_p และสถิติทดสอบ AIC คัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องใกล้เคียงกันและคัดเลือกว่าตัวแบบได้ถูกต้องมากกว่าเกณฑ์และสถิติทดสอบอื่น และสถิติทดสอบ C_p ได้ตัวแบบ Over-fit น้อยกว่าสถิติทดสอบ AIC

กานต์ฉัฐ ฌ บางช้าง (5) ทำการศึกษาการคัดเลือกตัวแปรในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ โดยวิธี TS มีฟังก์ชันเป้าหมายเป็นค่า MSE และ MAE กับวิธี SR ในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นแบบพหุ กรณีสองตัวแปรที่ไม่เกิดสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุในตัวแปรอิสระและในกรณีที่เกิดสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุ โดยกำหนดให้ X_1 และ X_4 เกิดสหสัมพันธ์เชิงเส้นแก่กัน ตัวแบบเต็มรูปประกอบด้วยตัวแปรอิสระทั้งหมด 6 ตัวแปร ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา คือ 25 และ 100 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ คือ ร้อยละของจำนวนครั้งที่คัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้อง ผลการศึกษาจากทั้งสองวิธีพบว่าเมื่อพิจารณาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแบบจากขนาดตัวอย่าง เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธี TS และวิธี SR มีร้อยละของการคัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องสูงขึ้นทั้งในกรณีที่ข้อมูลมีและไม่มีสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุ และเมื่อพิจารณาประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแบบจากกรณีข้อมูลเกิดสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุ พบว่าเมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 และ X_4 เพิ่มขึ้น วิธี TS มีร้อยละของการคัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องเพิ่มขึ้น ในขณะที่วิธี SR มีร้อยละของการคัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องลดลง และเมื่อพิจารณาค่า MSE ในกรณีข้อมูลที่เกิดสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุ จะพบว่าทั้งสองวิธีมีค่า MSE ใกล้เคียงกัน แต่ร้อยละของการคัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องแตกต่างกันมากโดยวิธี TS สูงกว่าวิธี SR

Holland (17) ได้เสนอวิธีการค้นหาคำตอบแบบ GA ซึ่งเป็นวิธีการค้นหาคำตอบที่เลียนแบบมาจากการคัดเลือกพันธุกรรมตามธรรมชาติ โดยพันธุกรรมของสิ่งมีชีวิตจะมีการพัฒนาโดยการจัดสรรสิ่งที่ดีที่สุดในสายพันธุ์ เพื่อสืบทอดไปยังรุ่นต่อไป ในการค้นหาคำตอบจะใช้การพิจารณาคำตอบที่ได้จากขั้นตอนการคำนวณก่อนหน้าเพื่อค้นหาคำตอบที่ดีกว่าในขั้นตอนต่อไป ซึ่งการค้นหาคำตอบด้วยวิธีนี้มีการพัฒนาอย่างรวดเร็ว ทำให้เป็นที่สนใจศึกษาอย่างกว้างขวาง โดยมีจุดเด่นคือสามารถใช้ในการคำนวณได้ทั้งในกรณีตัวแปรต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง รวมทั้งกรณีที่มีทั้งตัวแปรสุ่มทั้งสองประเภท โดยหลักการคำนวณคำตอบจะพิจารณากำหนดในรูปของโครโมโซม จากนั้นจะสร้างและปรับปรุงคุณภาพของประชากร โดยผ่านกระบวนการต่างๆ ขั้นตอนจะเริ่มจากการกำหนดฟังก์ชัน

เป้าหมาย จากนั้นกำหนดและระบุถึงสิ่งที่ใช้แทน GA ต่อมากำหนดและระบุถึงการดำเนินการของ GA แล้วทำการสุ่มคำตอบเริ่มต้นแล้วจึงใช้แนวคิดของวิวัฒนาการโดยใช้หลักการคัดเลือกทางธรรมชาติ เช่น สลับสายพันธุ์ และ กลายพันธุ์ ซึ่งจะทำได้คำตอบในรูปแบบทั่วไปที่เป็นพารามิเตอร์ของคำตอบตามที่ต้องการ

Knox (18) ได้ศึกษาปัญหาการหาเส้นทางเดินของพนักงานขาย (Traveling Salesman Problem) และเสนอให้ใช้วิธี TS ในการค้นหาคำตอบ โดยปัญหาดังกล่าวเป็นปัญหาพื้นฐานที่เกิดขึ้นในการขนส่ง Karl Menger ศึกษารูปแบบทั่วไปของปัญหา และใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์เป็นครั้งแรกในทศวรรษ 1930 มีการนำปัญหานี้มาใช้ในการค้นหาคำตอบแบบมีเหตุผล โดยการค้นหาคำตอบจะพิจารณาจากเงื่อนไขที่กำหนดไว้เบื้องต้น และใช้หน่วยความจำในการค้นหาคำตอบถัดไปจากเซตคำตอบปัจจุบัน นอกจากนี้พบว่า วิธี TS ยังมีความเหมาะสมกับปัญหาด้านการจัดกลุ่ม เนื่องจากปัญหาในลักษณะดังกล่าวมีจำนวนตัวแปรมากส่งผลให้มีมิติขนาดใหญ่ ทำให้มีความซับซ้อนในการพิจารณาการค้นหาคำตอบโดยวิธีการแบบปกติ ดังนั้นวิธี TS จึงสามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้เป็นอย่างดีกับปัญหาการหาเส้นทางเดินของพนักงานขายโดยใช้ระยะเวลาในการคำนวณน้อยกว่าวิธี SA

Wasserman และ Sudijanto (19) ได้ทำการศึกษาการคัดเลือกตัวแบบในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้น โดยวิธี GA และนำมาเปรียบเทียบกับวิธี SR เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาเลือกตัวแบบคือค่า AIC และพิจารณาเปรียบเทียบทั้ง 2 วิธี โดยใช้ค่า MSE ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยมาจากการจำลองข้อมูล โดยตัวแบบเต็มมีตัวแปรอิสระทั้งหมด 24 ตัวแปร ในวิธี GA มีการสุ่มตัวแบบขึ้นมา 100 ตัวแบบเพื่อใช้เป็นประชากรเริ่มต้น ผลการศึกษาจากทั้งสองวิธีพบว่าตัวแปรอิสระที่อยู่ในตัวแบบทั้งหมด 7 ตัวแปร คือ $X_4, X_8, X_{14}, X_{15}, X_{17}, X_{20}$ และ X_{22} แต่ตัวแบบที่ได้จากวิธี GA จะให้ค่า MSE เป็น 1,417.49 ในขณะที่วิธี SR จะให้ค่า MSE เป็น 1,548.52 ดังนั้นทำให้สามารถสรุปได้ว่าในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระมาก วิธี GA จะมีความแม่นยำสูงกว่าวิธี SR

Siary และ Berthiau (20) ได้ทำการศึกษาวิธีการในการหาค่าเหมาะสมที่สุดของฟังก์ชัน ที่มีตัวแปรเป็นแบบต่อเนื่องโดยใช้การค้นหาคำตอบวิธี TS และศึกษาอิทธิพลของพารามิเตอร์หลักในการลู่เข้าไปยังค่าที่เหมาะสมซึ่งวัดประสิทธิภาพของการค้นหาโดยใช้การทดสอบกับฟังก์ชันที่นิยมใช้ในการหาค่าน้อยที่สุด ประกอบด้วย ฟังก์ชันโกลด์สไตน์-ไพร์ซ์ (Goldstein-Price) ที่ประกอบด้วยตัวแปรอิสระจำนวน 2 ตัว ฟังก์ชันฮาร์ทแมน (Hartmann) ที่ประกอบด้วยตัวแปรอิสระจำนวน 3 ตัวแปร และฟังก์ชันโรเซนบร็อก (Rosenbrock) ที่ประกอบด้วยตัวแปรอิสระจำนวน n ตัวแปรในงานวิจัยนี้กำหนดให้ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 และ 10 โดยแบ่งการศึกษาออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 เปรียบเทียบผลลัพธ์ในการค้นหาคำตอบวิธี TS กับผลลัพธ์ที่ได้จากการค้นหาคำตอบโดยใช้วิธี SA

ส่วนที่ 2 ทำการวิเคราะห์ความไวของการค้นหาคำตอบวิธี TS โดยพิจารณาจากพารามิเตอร์หลัก ผลการศึกษาพบว่าในส่วนที่ 1 จากการทำซ้ำจำนวน 100 ครั้ง อัตราของการประสบความสำเร็จในการหาค่าน้อยที่สุดจะสูงและผลลัพธ์ที่ได้จะเข้าไปถึงฟังก์ชันเป้าหมาย ในกรณีฟังก์ชันที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 2 หรือ 3 ตัวแปร นอกจากนี้จำนวนครั้งที่ใช้ในการคำนวณฟังก์ชันกรณีการค้นหาคำตอบวิธี SA สูงกว่าการค้นหาคำตอบวิธี TS ประมาณ 30 เท่า แต่เมื่อมีจำนวนตัวแปรเพิ่มมากขึ้น กรณีจำนวน 10 ตัวแปรพบว่าจำนวนครั้งที่ใช้ในการคำนวณฟังก์ชันโดยการค้นหาคำตอบวิธี TS จะสูงกว่าวิธี SA ประมาณ 20 เท่า ผลการศึกษาในส่วนที่ 2 จากการทำการทดสอบโดยเปลี่ยนค่ารัศมี ϵ ให้มีค่าระหว่าง 0.001 ถึง 0.2 พบว่าค่าที่เหมาะสมของพารามิเตอร์ขึ้นอยู่กับแต่ละฟังก์ชัน แต่ความถูกต้องของผลลัพธ์และความเร็วในการลู่เข้ามีความสัมพันธ์ในทางตรงกันข้ามกับค่ารัศมีตัวอย่างเช่น ในกรณี $\epsilon > 0.05$ จะใช้เวลาในการประมวลผล น้อยกว่าในกรณี $\epsilon < 0.005$ ซึ่งค่าที่เหมาะสมที่สุดของรัศมี คือ มีค่าประมาณ 0.01

Drezner Marcoulides และ Salhi (21) ได้เสนอวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุโดยวิธี TS เปรียบเทียบกับวิธี SR และวิธี MAXR เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจคือ อัตราส่วนระหว่างนัยสำคัญของแต่ละวิธีการกับนัยสำคัญของวิธีการถดถอยที่เป็นไปได้ทั้งหมด โดยถือว่าค่าอัตราส่วนที่มีผลลัพธ์เป็น 1 เป็นอัตราส่วนที่เหมาะสมในการคัดเลือกตัวแปรอิสระ และใช้ค่าสัมประสิทธิ์ตัวกำหนด (R^2) เป็นเกณฑ์ในการคัดเลือกตัวแปรอิสระ ทำการศึกษาที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 150 จำนวนตัวแปรอิสระแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ขนาดกลาง คือ 17 ถึง 26 ตัวแปรและขนาดใหญ่ คือ 30 ถึง 80 ตัวแปร ตามลำดับ ผลการศึกษาพบว่ากรณีกลุ่มตัวแปรอิสระขนาดกลางวิธี TS จะให้ค่าอัตราส่วนเป็น 1 ทุกกรณี ขณะที่วิธี SR และวิธี MAXR ให้ผลที่เหมือนกัน คือ ค่าอัตราส่วนเป็น 1 เพียง 3 กรณีในกรณีกลุ่มตัวแปรอิสระขนาดใหญ่ วิธี TS จะให้ผลดีที่สุด คือ ค่าอัตราส่วนเป็น 1 ทุกกรณี ขณะที่วิธี SR จะให้ค่าอัตราส่วนเป็น 1 เพียง 2 กรณี และวิธี MAXR ให้ค่าอัตราส่วนเป็น 1 เพียง 5 กรณี ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่าวิธี TS มีประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแปรอิสระได้ดีที่สุด

Pasha (22) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการคัดเลือกตัวแปรอิสระในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ โดยวิธี FS วิธี BE และวิธี SR ศึกษาจากข้อมูลจริงที่มีจำนวนตัวแปรอิสระ 5 ตัวแปร และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 28 ผลการศึกษาพบว่าวิธีการคัดเลือกตัวแปรด้วยวิธี FS และวิธี BE ให้ผลลัพธ์ในการคัดเลือกตัวแปรอิสระเหมือนกัน คือ X_2, X_4, X_5 ในขณะที่วิธี SR คัดเลือกตัวแปรอิสระเพียง X_2, X_4 ซึ่งผลการทดสอบโดยใช้สถิติ พบว่า X_5 ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงให้เห็นว่าวิธี SR คัดเลือกตัวแปรอิสระได้เหมาะสมกว่าอีก 2 วิธี สำหรับข้อมูลชุดดังกล่าว

Eksioglu Demirer และ Capar (23) ได้ศึกษาการคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้น โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยวิธีการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming) วิธี LR และวิธี GRASP โดยนำผลลัพธ์ที่ได้จากการคัดเลือกจากทั้งสามวิธีการ มาเปรียบเทียบกับวิธี SR วิธี BE และวิธี FS ซึ่งเป็นวิธีการที่มีในโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ โดยเกณฑ์ที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ตัวกำหนดแบบปรับ (R^2_{adj}) ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยนี้ นำมาจากหนังสือ Introduction to Linear Regression Analysis ของ Montgomery และ Peck จำนวน 12 ชุดข้อมูล โดยชุดข้อมูลนี้ประกอบไปด้วยตัวแปรอิสระทั้งหมด 7 ตัวแปร ผลการศึกษาพบว่าวิธี GRASP วิธี LR และวิธี BE คัดเลือกตัวแบบได้ดีใน 5 ชุดข้อมูล ในขณะที่วิธี FS และวิธี SR คัดเลือกตัวแบบได้ดีเพียงชุดข้อมูลเดียว และวิธีการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ คัดเลือกตัวแบบได้ดีใน 6 ชุดข้อมูล นอกจากนี้ยังพบว่าวิธีการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุด วิธีการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ วิธี LR และวิธี GRASP ใช้เวลาในการประมวลผลมากที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีอื่นๆ แต่ให้ผลลัพธ์ออกมาเป็นชุดของตัวแบบให้เป็นทางเลือกในการนำไปใช้ในสถานการณ์จริง ในขณะที่วิธีการที่มีในโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติจะให้ผลลัพธ์ออกมาเป็นตัวแบบที่ดีที่สุดเพียงตัวแบบเดียว

Cetin และ Erar (24) ได้ทำการศึกษาการคัดเลือกตัวแบบในการวิเคราะห์การถดถอยในกรณีที่มีข้อมูลมีค่าผิดปกติ โดยเสนอวิธีการคัดเลือกตัวแบบโดยใช้วิธี Robust ซึ่งคำนวณมาจากตัวประมาณของ Andrew และตัวประมาณของ Huber และ Hampel ที่ใช้ในการพิจารณา คือ เกณฑ์ Cp เกณฑ์ AICF และเกณฑ์ AICC โดยสองเกณฑ์หลังสร้างโดยใช้วิธี Robust ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยมาจากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ประกอบด้วยตัวแปรอิสระทั้งหมด 5 ตัวแปรที่มีการแจกแจงเอกรูป กำหนดค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 ความแปรปรวนเป็น 0.1, 1 และ 10 โดยมีการทำซ้ำทั้งหมด 100 ครั้ง ผลการศึกษาพบว่าในกรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนเป็น 0.1 กับ 1 และมีตัวแปรอิสระไม่เกิน 3 ตัวแปรเกณฑ์ Cp สามารถคัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องทั้งหมด ในกรณีที่ค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนเป็น 0.1 และมีตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร เกณฑ์ AICC สามารถคัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องทั้งหมด ในขณะที่มีตัวแปรอิสระ 4 ตัวแปร เกณฑ์ AICF สามารถคัดเลือกตัวแบบได้ถูกต้องทั้งหมดเช่นกัน นอกจากนี้ยังสามารถสรุปได้ว่าเมื่อค่าความแปรปรวนเพิ่มขึ้น ประสิทธิภาพในการคัดเลือกตัวแบบจะลดลง

Kapetanious (25) ได้ทำการศึกษาการคัดเลือกตัวแบบการวิเคราะห์การถดถอยในกรณีที่เกิดปัญหาทางเศรษฐมิติ (Econometrics) โดยใช้วิธี SA และวิธี GA เปรียบเทียบกับวิธี AIC และ BIC เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้ง 4 วิธี คือ RMSFE ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยเป็นข้อมูล

จากธนาคารกลางในประเทศเนเธอร์แลนด์ระหว่างเดือนมกราคม ปี ค.ศ. 1959 จนถึงเดือนธันวาคม ปี ค.ศ. 1998 ข้อมูลดังกล่าวประกอบด้วยตัวแปรอิสระทั้งหมด 147 ตัวแปร เป็นข้อมูลที่ผ่านการแปลงให้มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และค่าความแปรปรวนเป็น 1 ผลการศึกษาพบว่าวิธี SA และวิธี GA ให้ความแม่นยำในการพยากรณ์สูงกว่าวิธี AIC และ BIC โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่มีจำนวนตัวแปรอิสระสูง

Pacheco Casdo และ Nunez (26) ทำการศึกษาการคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมในการวิเคราะห์การถดถอยแบบโลจิสติกส์ (Logistic Regression) โดยใช้วิธีการค้นหาคำตอบแบบต้องห้ามซึ่งมีวัตถุประสงค์ในการค้นหาตัวแบบที่มีจำนวนตัวแปรน้อยที่สุดแต่มีประสิทธิภาพสูงที่สุดในการพยากรณ์ ทำการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากวิธี TS กับวิธี SR วิธี BE และวิธี FS ซึ่งเป็นวิธีที่สามารถเรียกใช้ได้ในโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ โดยเกณฑ์ที่นำมาใช้ในการพิจารณา คือค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนในการประสบความสำเร็จ ในการนำมาใช้กับข้อมูลที่ใช้ในการทดสอบ ข้อมูลที่นำมาวิจัยทั้ง 10 ชุดข้อมูลนำมาจากฐานข้อมูลของมหาวิทยาลัยแคลิฟอร์เนีย โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนแรกใช้ในการเปรียบเทียบการค้นหาคำตอบวิธี TS กับวิธีข้างต้นที่มีในโปรแกรมสำเร็จรูป ส่วนที่สองใช้ในการสร้างตัวแบบ ผลการศึกษาพบว่าวิธี FS และวิธี SR ดีกว่าวิธี BE ส่วนวิธี TS ผลลัพธ์ที่ได้มีความเหมาะสมมากกว่าวิธีที่ใช้ในโปรแกรมสำเร็จรูป ยกเว้นในกรณีฐานข้อมูลการเลี้ยงเด็ก นอกจากนี้ยังพบว่าในกรณีผลลัพธ์ที่มีค่าใกล้เคียงกันวิธี TS ใช้จำนวนตัวแปรอิสระน้อยกว่าวิธีที่ใช้ในโปรแกรมสำเร็จรูป

Hasan (27) ทำการศึกษาการคัดเลือกตัวแบบในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ โดยเสนอวิธีการแบบผสม (Hybrid GSA) ระหว่างวิธี GA และวิธี SA ในการคัดเลือกตัวแปรของตัวแบบ พร้อมทั้งเปรียบเทียบวิธีดังกล่าวกับวิธี GA วิธี FS และวิธี BE ศึกษาในกรณีที่ไม่เกิดสหสัมพันธ์เชิงเส้นพหุ และศึกษาตัวแปรอิสระตั้งแต่ 11 ถึง 25 ตัวแปร ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ 200 เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาเลือกตัวแบบคือค่า AIC โดยใช้ข้อมูลในการวิเคราะห์ 12 ชุดข้อมูล ผลการศึกษาพบว่า จากการเปรียบเทียบค่า AIC วิธี Hybrid GSA ให้ค่าต่ำกว่าวิธี FS และวิธี BE แต่ให้ค่าที่ใกล้เคียงกับวิธี GA ในบางชุดข้อมูล ซึ่งให้ผลที่คล้ายกันทั้งสองขนาดตัวอย่างดังนั้นแสดงให้เห็นว่าวิธี Hybrid GSA เป็นทางเลือกในการคัดเลือกตัวแปรของแบบการถดถอยที่มีประสิทธิภาพเช่นกัน