

## ภาคผนวก ก

### รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ตรวจสอบเครื่องมือ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์แจ่ม วัชรพันธุ์สกุล      อาจารย์ประจำหลักสูตรคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
มหาวิทยาลัยราชภัฏอุตรดิตถ์
2. นางสาวอรุณศรี เตชะเรืองรอง      ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนอุตรดิตถ์
3. นายอภิชาติ จารุชาติ      ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนอุตรดิตถ์

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved

## ภาคผนวก ข

### ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

#### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	ภาคเรียนที่ 2
บทที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ		จำนวน 15 คาบ
เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส		เวลา 1 คาบ

#### มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด  
ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.4-6/1 ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการคาดคะเนระยะทางและความสูง

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด  
ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.4-6/1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย

ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์  
ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

#### สาระสำคัญ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส มีประโยชน์ในการคำนวณหาความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

##### ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถคำนวณหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้

### ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

### ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

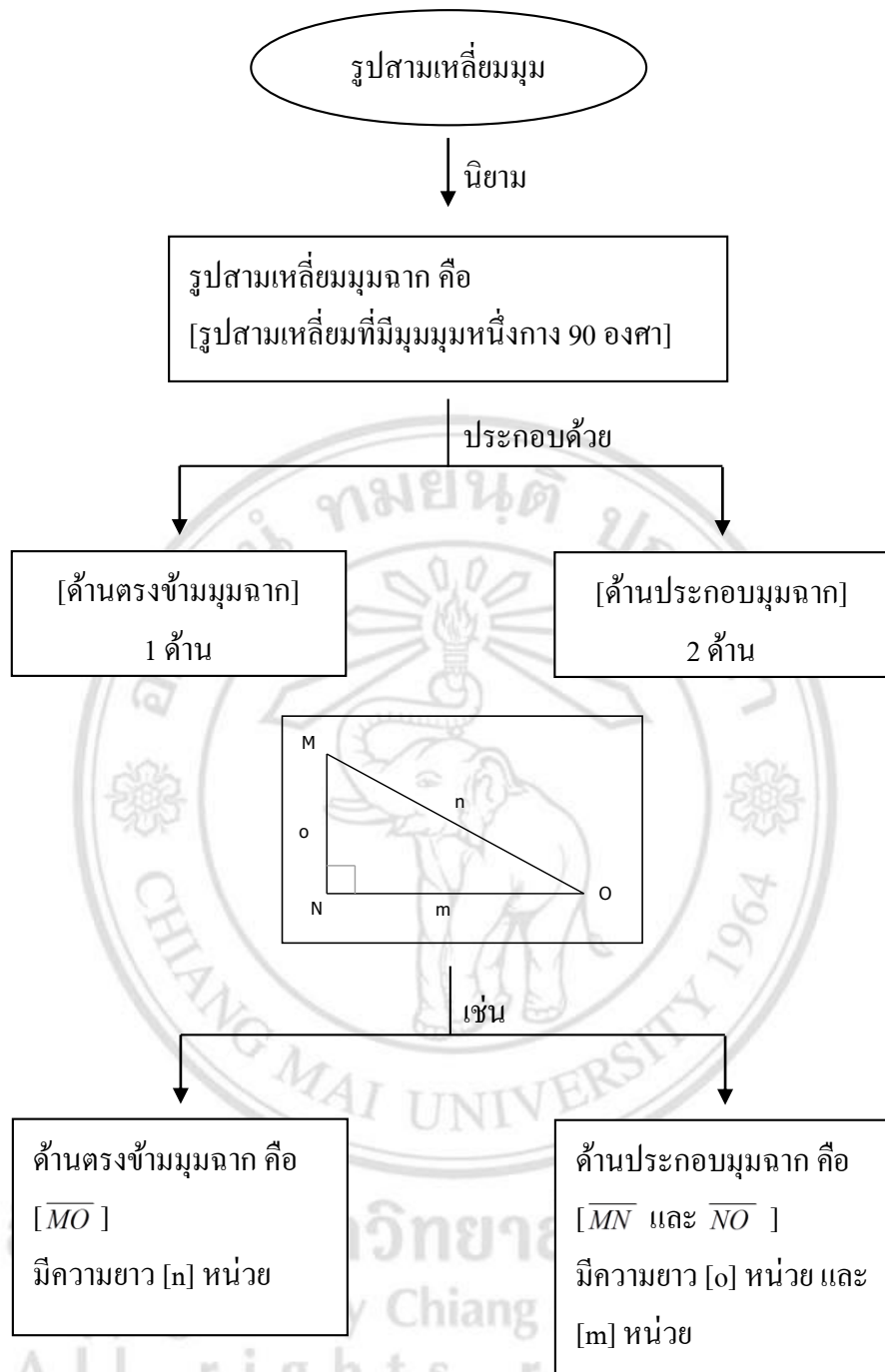
1. นักเรียนมีความตั้งใจและกระตือรือร้นในการเรียน
2. นักเรียนมีความรับผิดชอบและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมร่วมกับผู้อื่น

### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนบทนิยามและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยแสดงแผนผังมโนคติ และซักถามนักเรียนโดยสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมาเขียนคำตอบหน้าชั้นเรียน



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved



2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1/1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส แล้วร่วมกันเฉลย โดยลุ่มนักเรียนออกมาเขียนคำตอบ

3. แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4-5 คน ให้นักเรียนช่วยกันปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และตอบคำถามต่อไปนี้

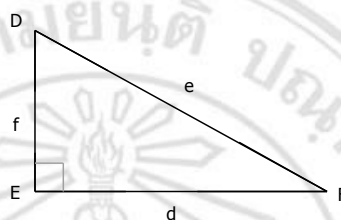
- นักเรียนสามารถนำชิ้นที่กำหนดให้ทั้ง 5 ชิ้น ไปประกอบในรูปสี่เหลี่ยม C ได้พอดีหรือไม่

- เขียนความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยม A, B, C
- เขียนความสัมพันธ์ระหว่างด้าน a, b, c
- เขียนทฤษฎีบทพีทาโกรัส

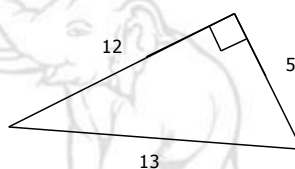
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส ให้นักเรียนเขียนสรุปด้วยตนเอง อีกครั้งลงในเอกสารประกอบการเรียนการสอนที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

5. ครูนำเสนอแผนภาพที่ 1 และ 2 แล้วให้นักเรียนช่วยกันอธิบายความสัมพันธ์ของความยาวด้านโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

แผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 2



6. ครูสอบถามเกี่ยวกับปัญหาที่นักเรียนไม่เข้าใจ และอธิบายเพิ่มเติม

7. ครูมอบหมายนักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1/2 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และเขียนบันทึกการเรียนรู้ส่งในวันต่อไป

### สื่อการเรียนรู้และแหล่งการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการเรียนการสอนที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
3. แผนภาพที่ 1 และ 2
4. แบบฝึกทักษะที่ 1/1 และ 1/2 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

### วิธีการวัดผลและประเมินผล

1. การตรวจแบบฝึกทักษะที่ 1/1 และ 1/2 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. สังเกตพฤติกรรมการเรียน เกี่ยวกับความกระตือรือร้นในการเรียน การตอบคำถาม ความร่วมมือและความรับผิดชอบในการทำงานกลุ่ม
3. ตรวจสอบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน

### เครื่องมือการวัดและประเมินผล

1. แบบบันทึกการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 1/1 และ 1/2 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน
3. แบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved

**เอกสารประกอบการเรียนการสอนที่ 1**  
**เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส**

รูปสามเหลี่ยมมุม

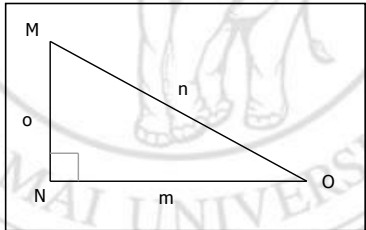
↓  
นิยาม

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ .....

ประกอบด้วย

ด้าน .....

ด้าน .....



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright © by Chiang Mai University

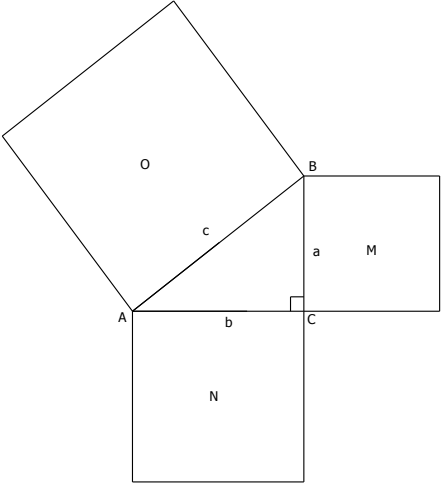
เช่น

ด้าน ..... คือ  
.....  
มีความยาว ..... หน่วย

ด้าน ..... คือ  
.....  
มีความยาว ..... หน่วย

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

↓ กล่าวว่

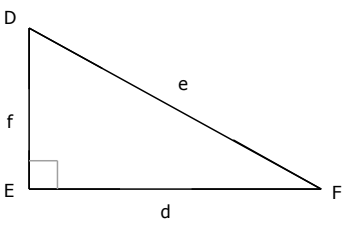


พื้นที่.....เท่ากับ  
พื้นที่.....รวมกับพื้นที่.....  
หรือ เมื่อแทนความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ด้วย a, b, c ได้ความสัมพันธ์ของความยาวด้าน ดังนี้

.....

↓ เช่น

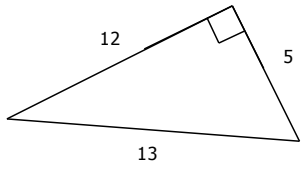
แผนภาพที่ 1



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส  
ได้ความสัมพันธ์ของความยาวด้าน ดังนี้

.....

แผนภาพที่ 2



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส  
ได้ความสัมพันธ์ของความยาวด้าน ดังนี้

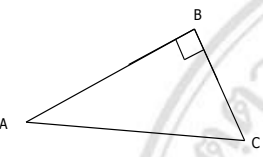
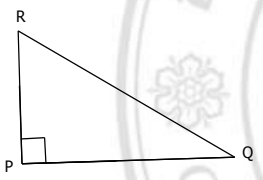
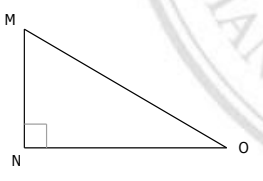
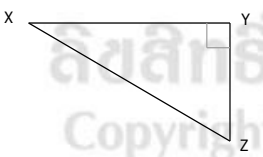
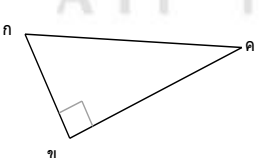
.....



**แบบฝึกทักษะที่ 1/1**  
**เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส**

ชื่อ-สกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมด้านตรงข้ามมุมฉากและด้านประกอบมุมฉากลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

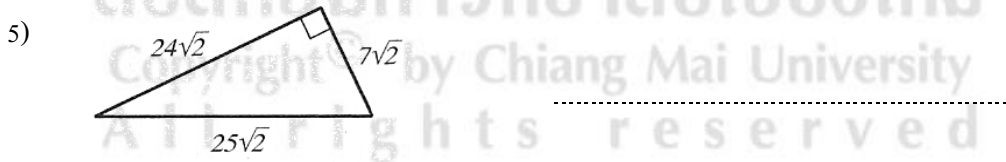
ข้อ	สามเหลี่ยม	ด้านตรงข้ามมุมฉาก	ด้านประกอบมุมฉาก ด้านที่หนึ่ง	ด้านประกอบมุมฉาก ด้านที่สอง
1				
2				
3				
4				
5				

**แบบฝึกทักษะที่ 1/2**  
**เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส**

ชื่อ-สกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

จากรูปที่กำหนดให้ จงเขียนความสัมพันธ์ระหว่างความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright © by Chiang Mai University  
All rights reserved

# ใบกิจกรรมที่ 1

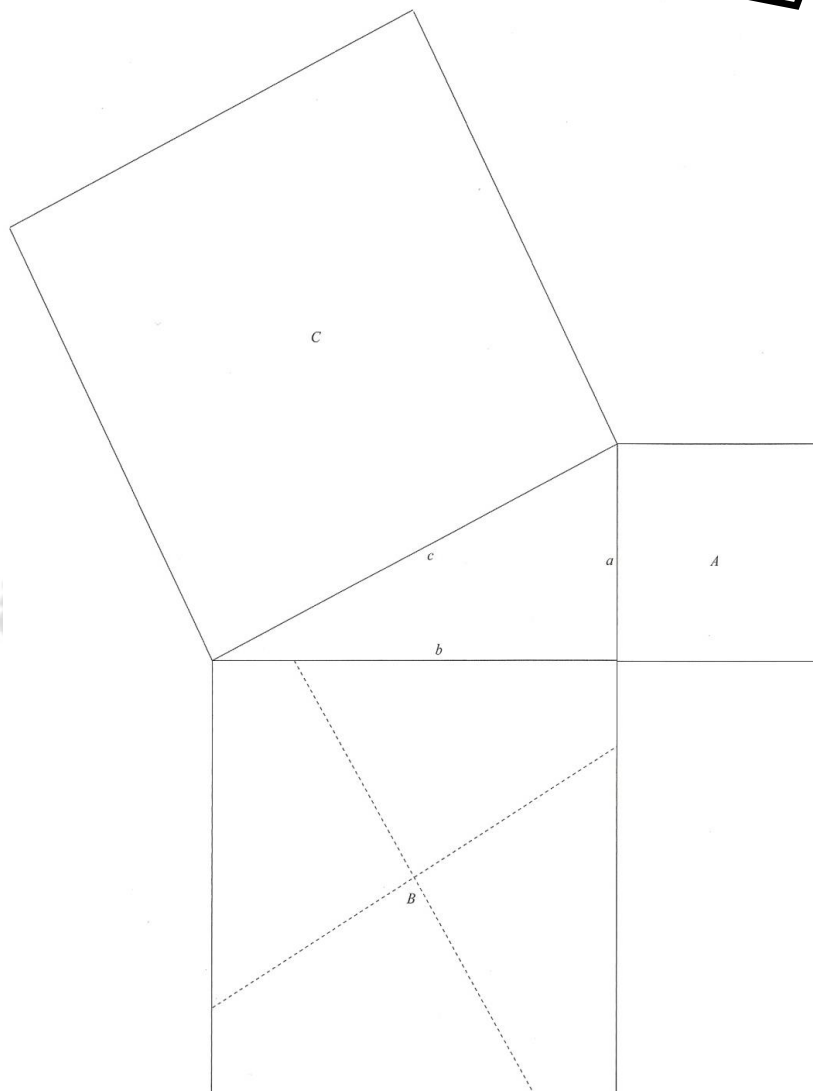
## เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จากรูปด้านล่าง แสดงรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่บนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ประกอบด้วย สี่เหลี่ยม A, B, C นักเรียนทดลองทำตามขั้นตอนด้านล่าง และตอบคำถาม

ขั้นตอนที่ 1 ตัดสี่เหลี่ยม A, B, C ที่อยู่บนด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉาก

ขั้นตอนที่ 2 ตัดรูปสี่เหลี่ยม B ออกเป็น 4 ชิ้น ตามรอยประ

ขั้นตอนที่ 3 จัดรูปสี่เหลี่ยม A และ 4 ชิ้นของสี่เหลี่ยม B ไปประกอบในรูปสี่เหลี่ยม C



**ใบกิจกรรมที่ 1**  
**เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส**

กลุ่มที่..... ชั้น ม.4/.....

1. ชื่อ-สกุล..... เลขที่.....
2. ชื่อ-สกุล..... เลขที่.....
3. ชื่อ-สกุล..... เลขที่.....
4. ชื่อ-สกุล..... เลขที่.....
5. ชื่อ-สกุล..... เลขที่.....



- นักเรียนสามารถจัดชิ้นส่วนที่กำหนดให้ทั้ง 5 ชิ้น ไปประกอบในรูปสี่เหลี่ยม C ได้พอดีหรือไม่

**ตอบ** .....

- ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยม A, B, C

พื้นที่ของสี่เหลี่ยม C = .....

- ความสัมพันธ์ระหว่างด้านของรูปสามเหลี่ยม เมื่อ a, b, c แทนความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม

$c^2 =$  .....

All rights reserved

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
บทที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ  
เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาไซน์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2

จำนวน 15 คาบ

เวลา 1 คาบ

### มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด

- มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด
- ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.4-6/1 ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการคาดคะเนระยะทางและความสูง
- มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด
- ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.4-6/1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
- ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
- ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

### สาระสำคัญ

ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความยาวด้านและมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส ไซน์ มาช่วยในการแก้ปัญหาได้

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องไซน์ ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
2. นักเรียนสามารถนำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนเรื่องไซน์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนวิชาอื่นๆ ได้

### ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนสามารถใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

### ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

1. นักเรียนมีความตั้งใจและกระตือรือร้นในการเรียน

2. นักเรียนมีความรับผิดชอบและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมร่วมกับผู้อื่น

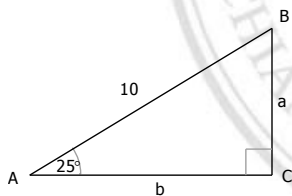
### กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับไซน์โดยใช้แผนภาพที่ 1 และสุ่มนักเรียน 2-3 คน ช่วยกันตอบคำถามต่อไปนี้

#### แผนภาพที่ 1

กำหนด a แทนความยาวด้าน BC

b แทนความยาวด้าน AC



- จากแผนภาพมุม B มีขนาดเท่าไร  $[65^\circ]$

- นักเรียนจะหาไซน์ของมุมที่ไม่ใช่  $30^\circ 45^\circ 60^\circ$  ได้อย่างไร

[หาจากตารางตรีโกณมิติ]

- นักเรียนจะหาความยาวของ a ได้อย่างไร

[ใช้ความรู้เรื่องไซน์ จะได้  $\sin 25^\circ = \frac{a}{10} \Rightarrow 0.423 = \frac{a}{10} \Rightarrow a = 4.23$ ]

- นักเรียนจะหาความยาวของ b ได้อย่างไร

[ใช้ความรู้เรื่องไซน์ จะได้  $\sin 65^\circ = \frac{b}{10} \Rightarrow 0.906 = \frac{b}{10} \Rightarrow b = 9.06$ ]

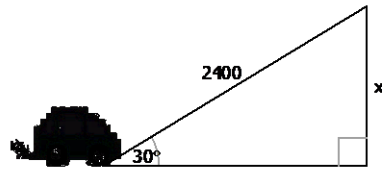
2. ครูแจกตารางตรีโกณมิติ ให้นักเรียนหาค่า a และ b และสรุปค่าที่ได้ร่วมกันอีกครั้ง

3. ครูแสดงสถานการณ์ปัญหาที่ 1 และซักถามนักเรียนในประเด็นต่อไปนี้

สถานการณ์ปัญหาที่ 1 รถยนต์คันหนึ่งวิ่งขึ้นเนินเขา ซึ่งทำมุม  $30^\circ$  กับพื้นราบ เมื่อวิ่งไปได้ 2,400 เมตร ถึงยอดเขาพอดี จงหาว่ารถยนต์คันนี้อยู่สูงจากพื้นราบกี่เมตร

- จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด นักเรียนจะเริ่มต้นแก้ปัญหาอย่างไร [ทำความเข้าใจปัญหา]

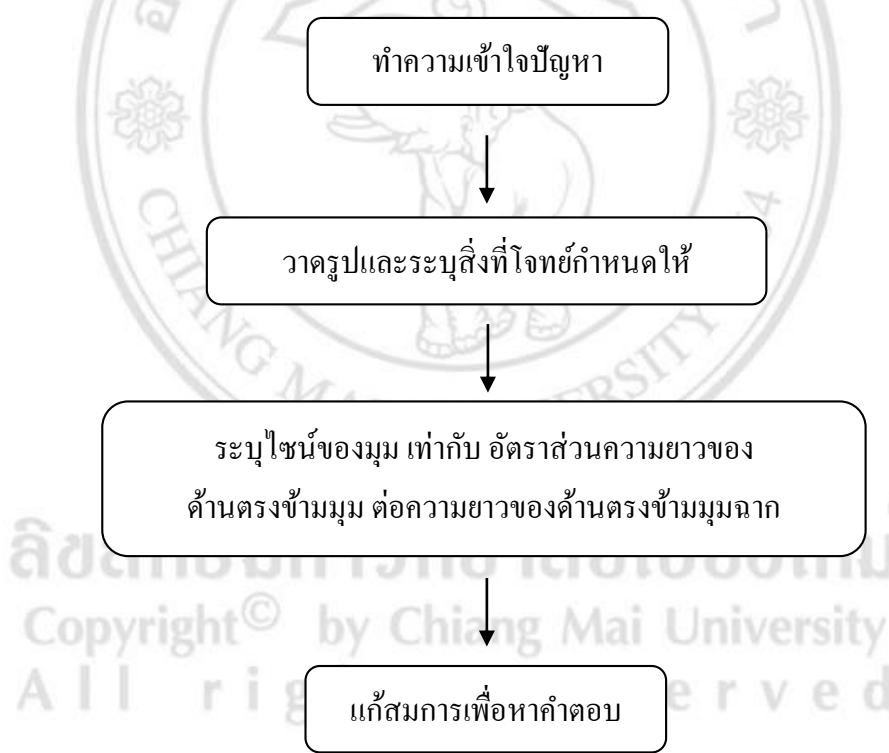
- จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด นักเรียนสามารถวาดรูปและระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างไร



- นักเรียนช่วยกันอธิบายวิธีการหาคำตอบของปัญหานี้อย่างไร

[ ใช้ความรู้เรื่องไซน์ จะได้  $\sin 30^\circ = \frac{x}{2400} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{2400} \Rightarrow x = 1,200$  ]

4. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบของสถานการณ์ปัญหาที่ 1 และอภิปรายถึงขั้นตอนการแก้ปัญหา สุ่มนักเรียน 2-3 คน เขียนแผนผังโนมิต ต่อไปนี้

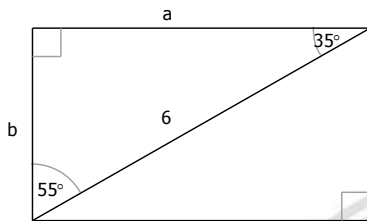


5. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มละ 4-5 คน แต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาไซน์

6. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียน 2 กลุ่ม เพื่อออกมาเฉลยสถานการณ์ปัญหาที่ 2 และ 3 ในใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาไซน์

สถานการณ์ปัญหาที่ 2

เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งยาว 6 เซนติเมตร และทำมุม 55 องศา กับด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมนี้ จงหาความยาวและความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้



หาความยาวของสี่เหลี่ยมผืนผ้า

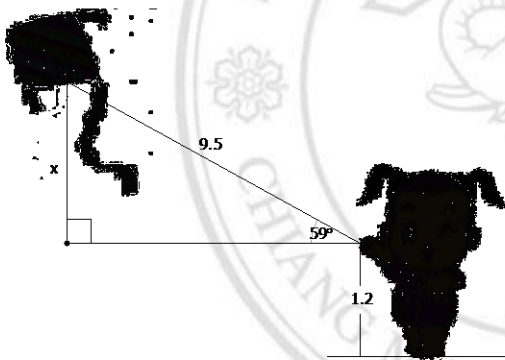
$$\sin 55^\circ = \frac{a}{6} \Rightarrow 0.819 = \frac{a}{6} \Rightarrow a = 4.914$$

หาความกว้างของสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$\sin 35^\circ = \frac{b}{6} \Rightarrow 0.574 = \frac{b}{6} \Rightarrow b = 3.444$$

สถานการณ์ปัญหาที่ 3

เด็กคนหนึ่งกำลังเล่นว่าวอยู่ มือข้างที่ถือเชือกอยู่สูงจากพื้นดิน 1.2 เมตร และเส้นเชือกทำมุม 59 องศา กับพื้นราบ ความยาวเชือกจากมือถึงว่าวยาว 9.5 เมตร อยากทราบว่า ว่าวตัวนี้อยู่สูงจากพื้นดินเท่าใด



หาความยาวของ x

$$\sin 59^\circ = \frac{x}{9.5} \Rightarrow 0.857 = \frac{x}{9.5} \Rightarrow x = 8.1415$$

ว่าวตัวนี้อยู่สูงจากพื้นดิน

$$8.1415 + 1.2 = 9.3415 \text{ เมตร}$$

7. ครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ และครูสอบถามเกี่ยวกับปัญหาที่นักเรียนไม่เข้าใจ และอธิบายเพิ่มเติม

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาไซน์ และเขียนบันทึกการเรียนรู้ส่งในวันต่อไป

สื่อการเรียนรู้และแหล่งการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการเรียนการสอนที่ 5 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาไซน์
2. แผนภาพที่ 1
3. ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาไซน์
4. แบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาไซน์

วิธีการวัดผลและประเมินผล

1. การตรวจแบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาไซน์



2. สังเกตพฤติกรรมการเรียน เกี่ยวกับความกระตือรือร้นในการเรียน การตอบคำถาม ความร่วมมือและความรับผิดชอบในการทำงานกลุ่ม
3. ตรวจสอบที่การเรียนรู้ของนักเรียน

#### เครื่องมือการวัดและประเมินผล

1. แบบบันทึกการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาไฮเซน
2. แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน
3. แบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน



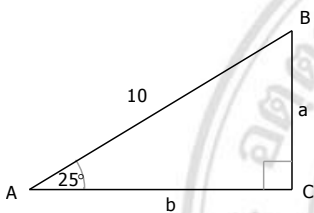
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved

**เอกสารประกอบการเรียนการสอนที่ 5**  
**เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาไซน์**

แผนภาพที่ 1

กำหนด a แทนความยาวด้าน BC

b แทนความยาวด้าน AC



- จากแผนภาพมุม B มีขนาดเท่าไร

- นักเรียนจะหาไซน์ของมุมที่ไม่ใช่  $30^\circ$   $45^\circ$   $60^\circ$  ได้อย่างไร

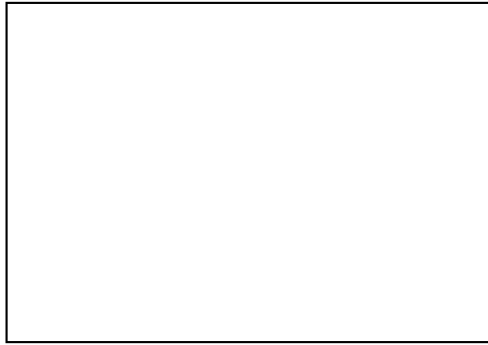
- นักเรียนจะหาความยาวของ a ได้อย่างไร

- นักเรียนจะหาความยาวของ b ได้อย่างไร

สถานการณ์ปัญหาที่ 1 รถยนต์คันหนึ่งวิ่งขึ้นเนินเขา ซึ่งทำมุม  $30^\circ$  กับพื้นราบ เมื่อวิ่งไปได้ 2,400 เมตร ก็ถึงยอดเขาพอดี จงหาว่ารถยนต์คันนี้อยู่สูงจากพื้นราบกี่เมตร

- จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด นักเรียนจะเริ่มต้นแก้ปัญหอย่างไร

- จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด นักเรียนสามารถวาดรูปและระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างไร

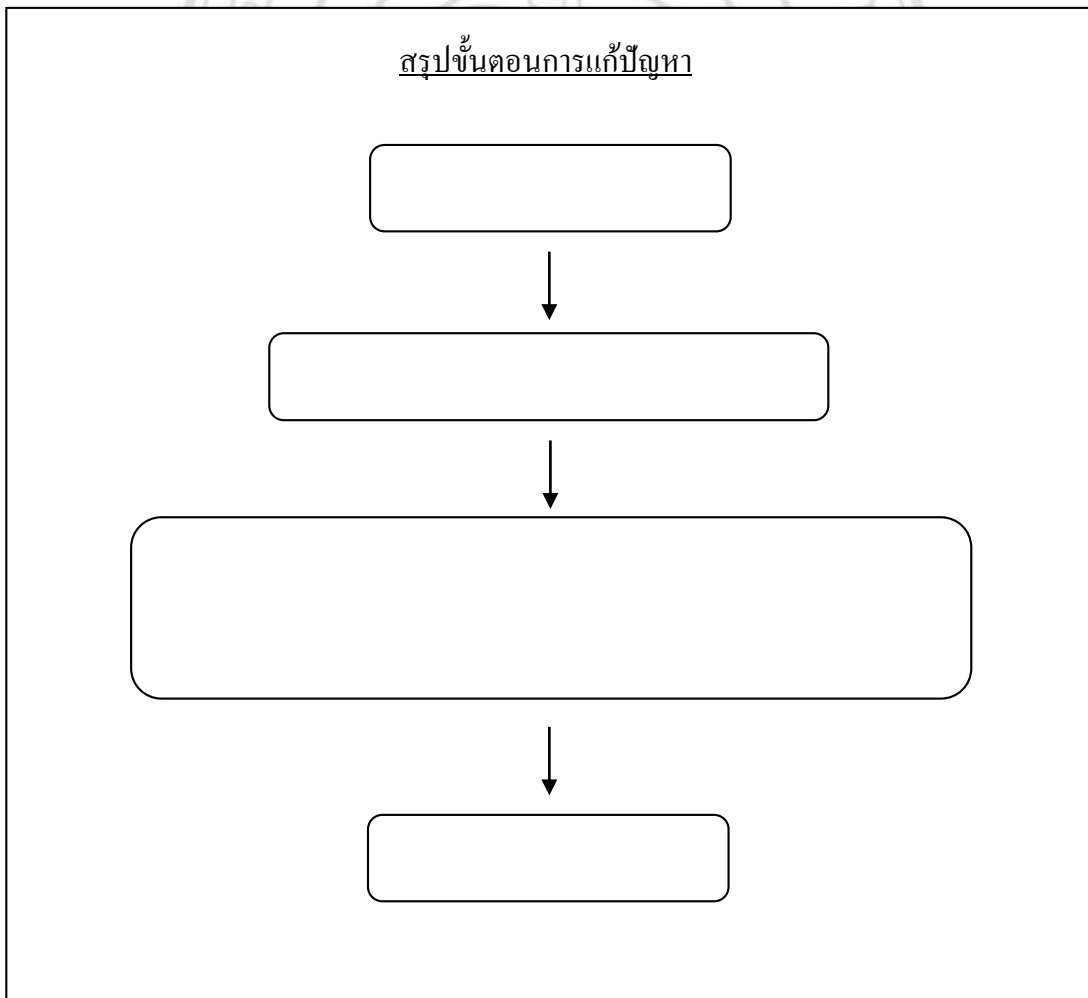


- นักเรียนสามารถหาคำตอบได้อย่างไร

.....

.....

.....



**ใบกิจกรรมที่ 5**  
**เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาไซน์**

กลุ่มที่..... ชั้น ม.4/.....

1. ชื่อ-สกุล..... เลขที่.....
2. ชื่อ-สกุล..... เลขที่.....
3. ชื่อ-สกุล..... เลขที่.....
4. ชื่อ-สกุล..... เลขที่.....
5. ชื่อ-สกุล..... เลขที่.....

**คำชี้แจง**

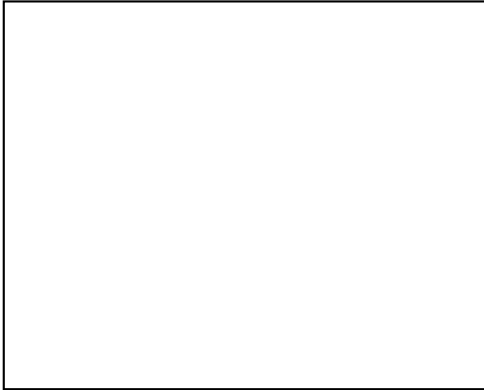
ให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ต่อไปนี้

สถานการณ์ปัญหาที่ 2 เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งยาว 6 เซนติเมตร และทำมุม 55 องศา กับด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมนี้ จงหาความยาวและความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

หาความยาวของสี่เหลี่ยมผืนผ้า

หาความกว้างของสี่เหลี่ยมผืนผ้า

สถานการณ์ปัญหาที่ 3 เด็กคนหนึ่งกำลังเล่นว่าวอยู่ มือข้างที่ถือเชือกอยู่สูงจากพื้นดิน 1.2 เมตร และเส้นเชือกทำมุม 59 องศา กับพื้นราบ โดยที่เชือกจากมือถึงว่าวยาว 9.5 เมตร อยากทราบว่า ว่าวตัวนี้อยู่สูงจากพื้นดินเท่าใด



.....

.....

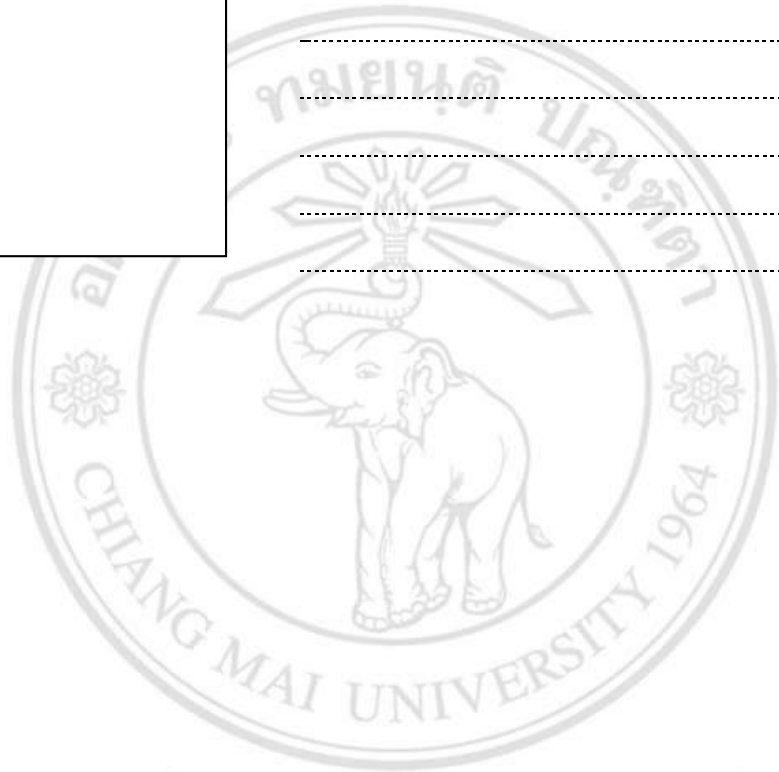
.....

.....

.....

.....

.....



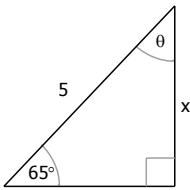
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved

**แบบฝึกทักษะที่ 5**  
**เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสามเหลี่ยม**

ชื่อ-สกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ

1) จากรูป จงหาขนาดของมุม  $\theta$  และความยาวของ  $x$



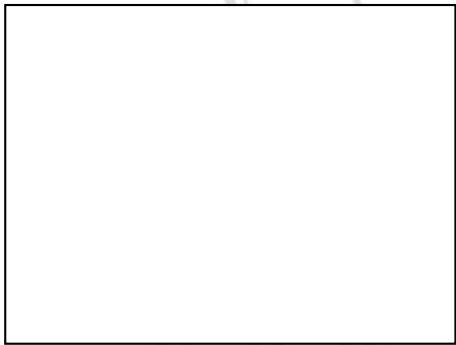
.....

.....

.....

.....

2) กำหนดให้สามเหลี่ยมมุมฉาก XYZ มีมุม XYZ ขนาด  $90^\circ$  มุม YXZ ขนาด  $37^\circ$  และด้าน XZ มีความยาว 9 เซนติเมตร จงหาความยาวของ XY และความยาวของ YZ



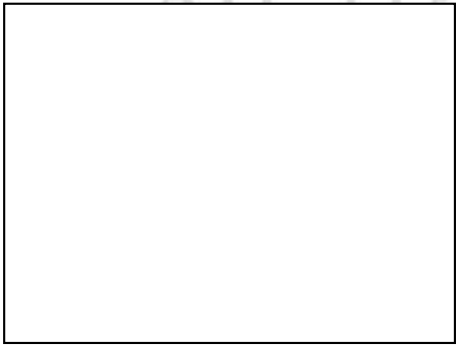
.....

.....

.....

.....

3) พาดบันไดซึ่งมีความยาว 4 เมตร ไว้กับกำแพง โดยที่ปลายบันไดจรดปลายกำแพงพอดี ถ้ำกำแพงสูงจากพื้น 3.2 เมตร จงหาว่าบันไดทำมุมกับพื้นดินประมาณกี่องศา



.....

.....

.....

.....

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	ภาคเรียนที่ 2
บทที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ		จำนวน 15 คาบ
เรื่อง ส่วนกลับของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์		เวลา 1 คาบ

### มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 2.1	เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด
ตัวชี้วัด ค 2.1 ม.4-6/1	ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการคาดคะเนระยะทางและความสูง
มาตรฐาน ค 2.2	แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด
ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.4-6/1	แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ
มาตรฐาน ค 6.1	มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/2	ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/4	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

### สาระสำคัญ

นอกจากไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์แล้ว ยังมีอัตราส่วนตรีโกณมิติอีก 3 อัตราส่วน ได้แก่ เซแคนต์ โคเซแคนต์ และโคแทนเจนต์ ซึ่งเป็นส่วนกลับของโคไซน์ ไซน์ และแทนเจนต์ ตามลำดับ

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ได้
2. นักเรียนสามารถนำอัตราส่วนตรีโกณมิติมาใช้ในคำนวณหาความยาวด้าน หรืออัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้

### ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนสามารถใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

### ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

1. นักเรียนมีความตั้งใจและกระตือรือร้นในการเรียน

2. นักเรียนมีความรับผิดชอบและให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมร่วมกับผู้อื่น

### กิจกรรมการเรียนรู้

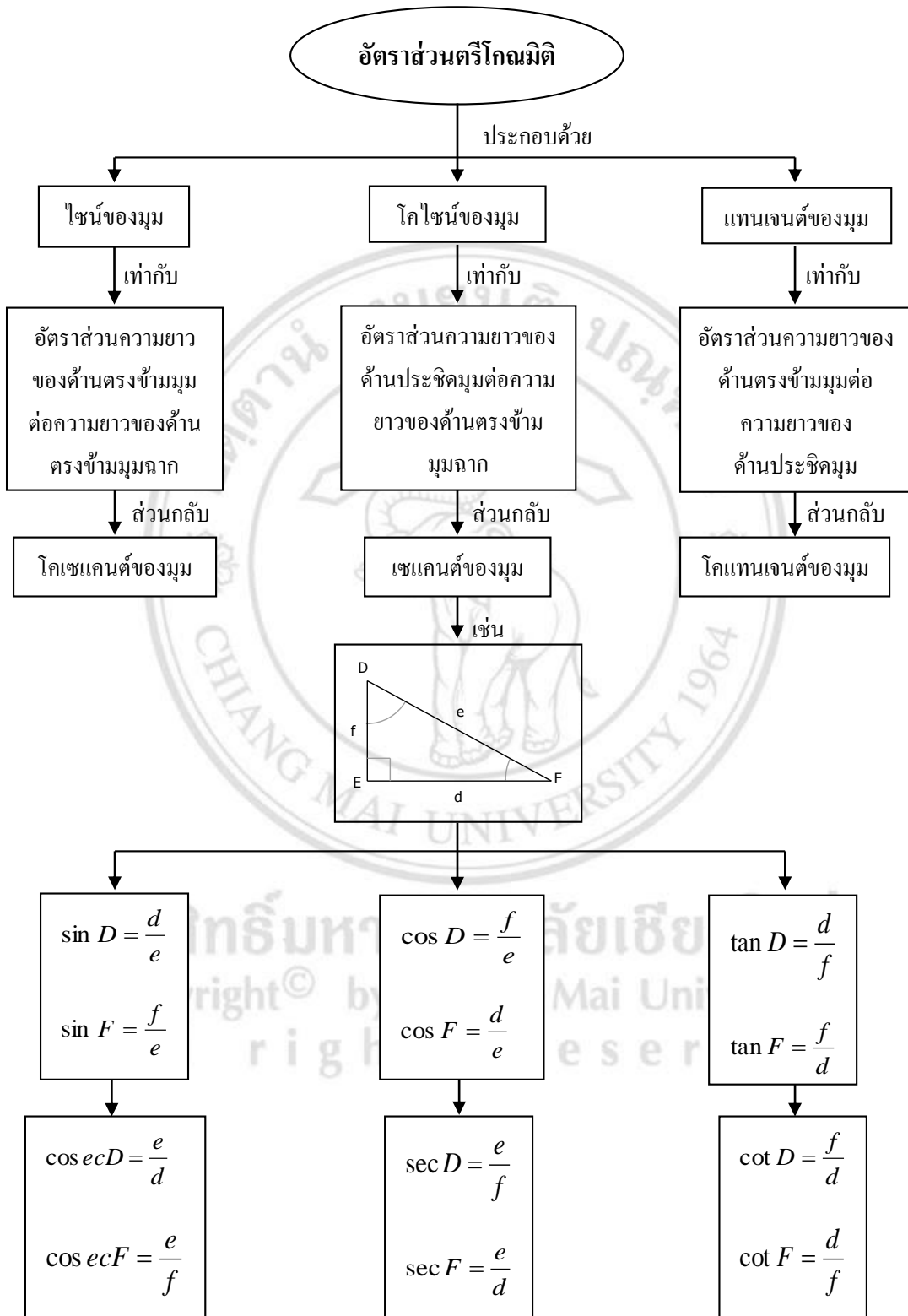
1. ครูทบทวนบทนิยามอัตราส่วนตรีโกณมิติ และค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ$   $45^\circ$   $60^\circ$  โดยการถามตอบ และให้นักเรียนสรุปเป็นแผนผังโนมิตี ดังนี้



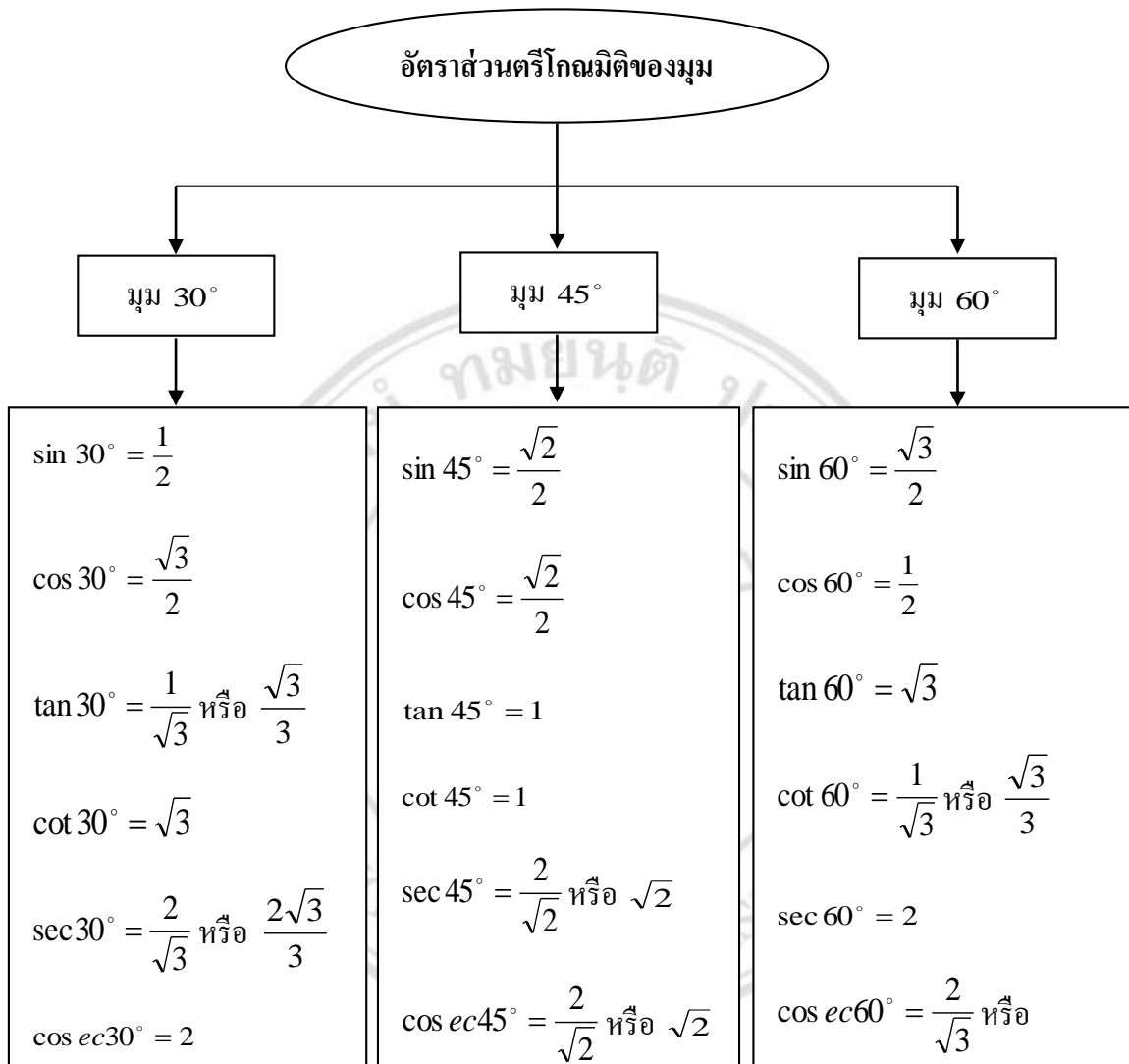
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved



แผนผังมโนคติที่ 12/1



แผนผังมโนมัติที่ 12/2

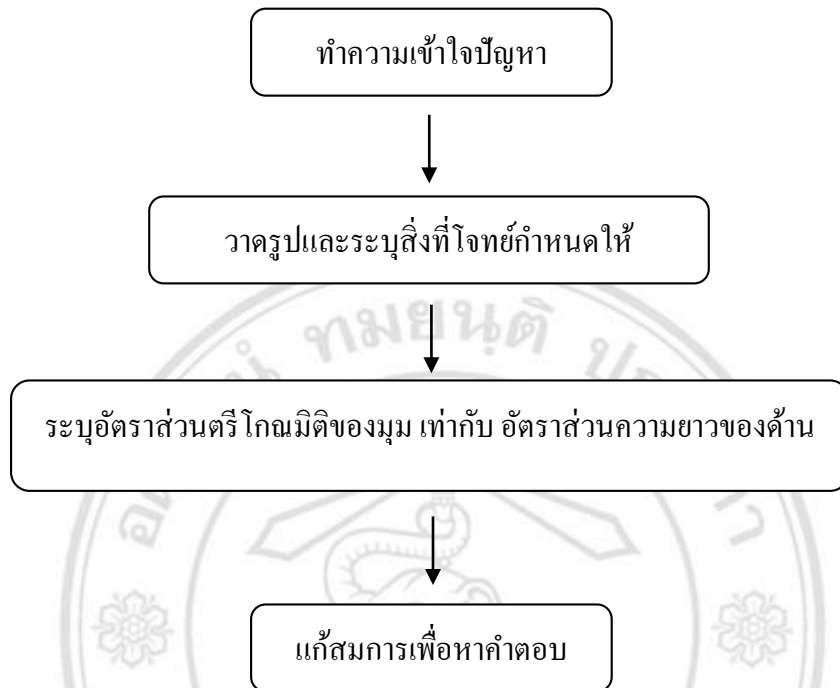


2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 12/1 เรื่อง ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ เพื่อทบทวนความเข้าใจ และสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยหน้าห้องเรียน

3. แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4-5 คน ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแข่งขันกันต่อจิ๊กซอว์ ตรีโกณมิติให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส หลังจากนั้นจึงร่วมกันเฉลย และกล่าวคำชมเชยกับกลุ่มที่ต่อได้ รวดเร็ว และถูกต้อง

4. ครูให้นักเรียนทบทวนขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยสรุปเป็นแผนผังมโนมัติ ต่อไปนี้

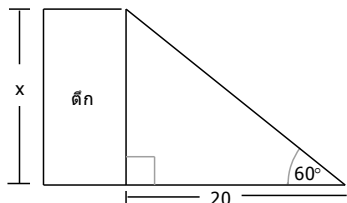
## แผนผังมโนคติที่ 12/3



5. ครูแสดงสถานการณ์ปัญหาที่ 1 และสถานการณ์ปัญหาที่ 2 และซักถามนักเรียนในประเด็นต่อไปนี้

สถานการณ์ปัญหาที่ 1 ชายคนหนึ่งมองเห็นยอดตึกทำมุม  $30^\circ$  กับแนวระดับ โดยยืนห่างจากตัวตึกเป็นระยะทาง 20 เมตร จงคำนวณว่าตึกหลังนี้สูงประมาณกี่เมตร

- จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด นักเรียนจะเริ่มต้นแก้ปัญหาอย่างไร [ทำความเข้าใจปัญหา]
- จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด นักเรียนสามารถวาดรูปและระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างไร

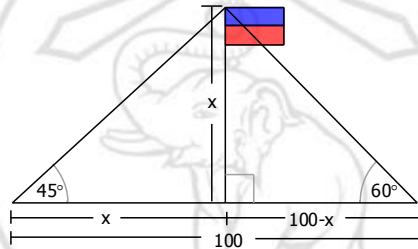


- นักเรียนจะเลือกใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติชนิดใดในการหาคำตอบ และแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างไร

[ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติแทนเจนต์ จะได้  $\tan 60^\circ = \frac{x}{20} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{x}{20} \Rightarrow x = 20\sqrt{3}$  ]

สถานการณ์ปัญหาที่ 2 ชาวปิ่นและชาวฟางยืนอยู่คนละด้านของเสาธง ทั้งสองคนมองเห็นยอดเสาธงทำมุม  $45^\circ$  และ  $30^\circ$  กับแนวระดับ ตามลำดับ คนทั้งสองอยู่ห่างกัน 100 เมตร เสาธงสูงประมาณกี่เมตร

- จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด นักเรียนจะเริ่มต้นแก้ปัญหาอย่างไร [ทำความเข้าใจปัญหา]  
- จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด นักเรียนสามารถวาดรูปและระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างไร



- นักเรียนจะเลือกใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติชนิดใดในการหาคำตอบ และแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างไร

[ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติแทนเจนต์ จะได้

$$\tan 60^\circ = \frac{x}{100-x} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{x}{100-x} \Rightarrow 100\sqrt{3} - \sqrt{3}x = x \Rightarrow (1+\sqrt{3})x = 100\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{100\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} ]$$

6. ครูสอบถามเกี่ยวกับปัญหาที่นักเรียนไม่เข้าใจ และอธิบายเพิ่มเติม

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 12/2 เรื่อง ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ และเขียนบันทึกการเรียนรู้ส่งในวันต่อไป

### สื่อการเรียนรู้และแหล่งการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการเรียนการสอนที่ 12 เรื่อง ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์
2. จี๊จอร์ตรีโกณมิติ

3. แบบฝึกทักษะที่ 12/1 และแบบฝึกหัด 12/2 เรื่อง ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์

#### วิธีการวัดผลและประเมินผล

1. การตรวจแบบฝึกทักษะที่ 12/1 และแบบฝึกหัด 12/2 เรื่อง ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์
2. สังเกตพฤติกรรมการเรียน เกี่ยวกับความกระตือรือร้นในการเรียน การตอบคำถาม ความร่วมมือและความรับผิดชอบในการทำงานกลุ่ม
3. ตรวจสอบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน

#### เครื่องมือการวัดและประเมินผล

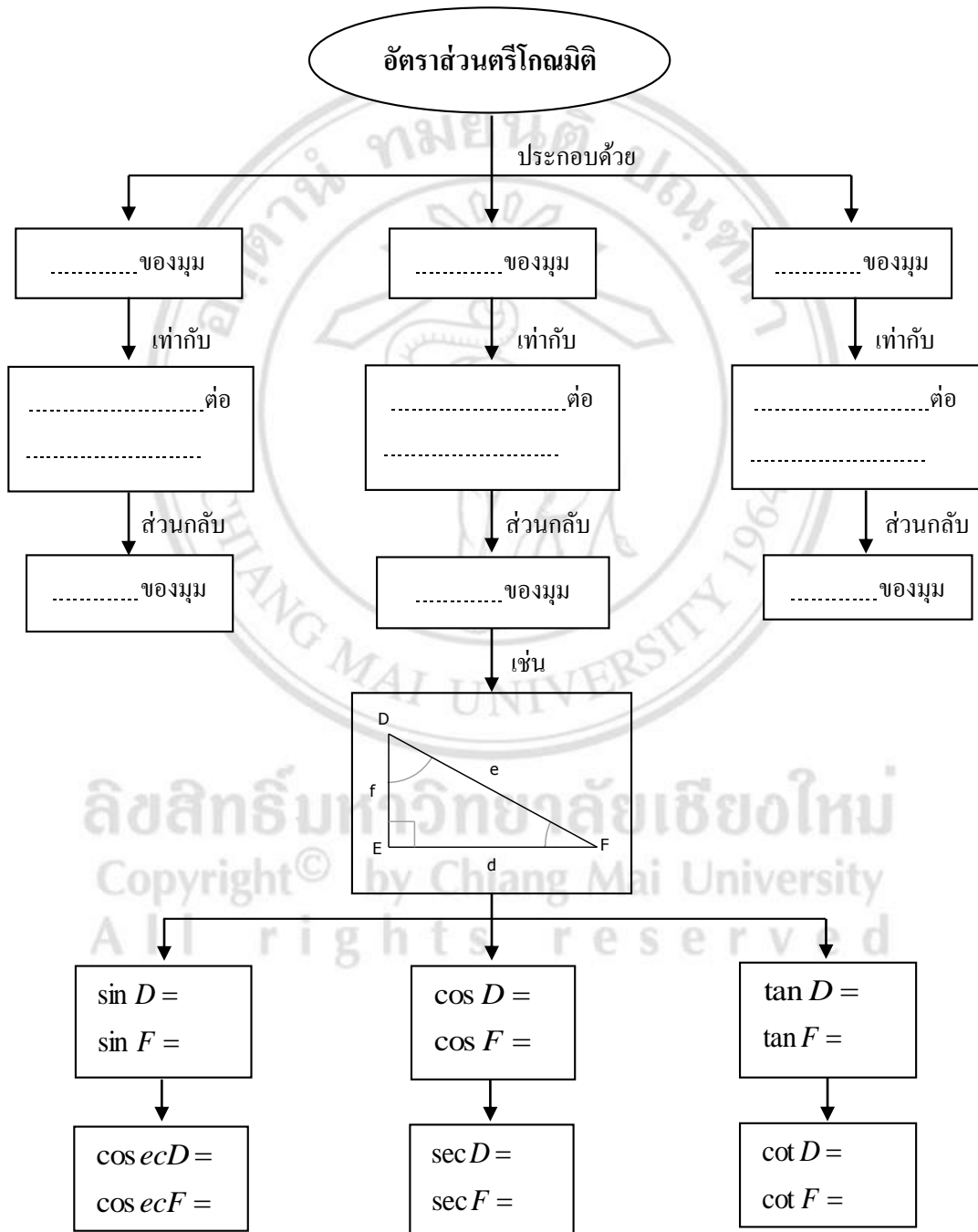
1. แบบบันทึกการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 12/1 และแบบฝึกหัด 12/2 เรื่อง ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์
2. แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน
3. แบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน



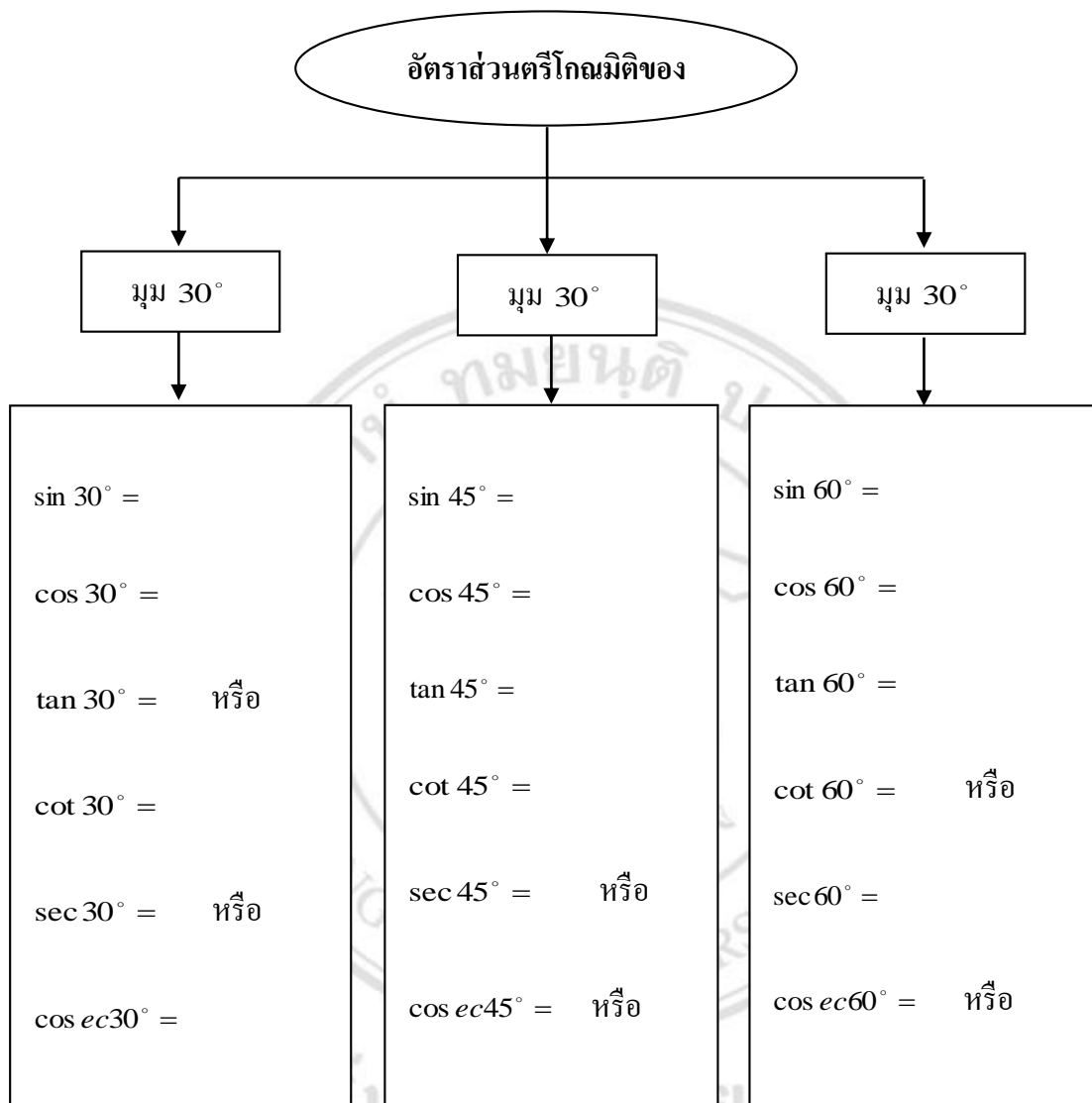
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved

**เอกสารประกอบการเรียนการสอนที่ 12**  
**เรื่อง ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์**

แผนผังมโนคติที่ 12/1



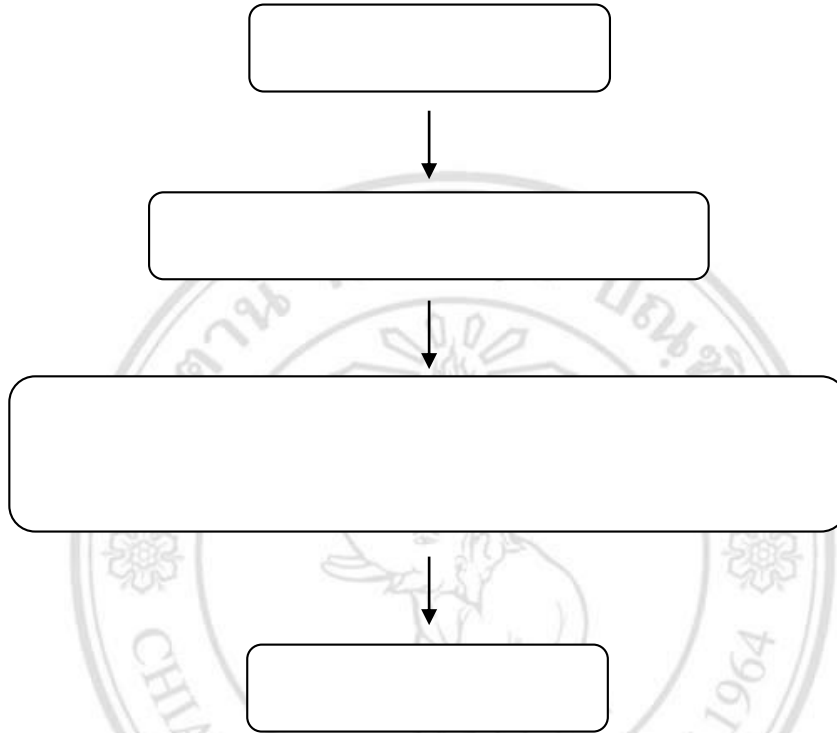
แผนผังมโนคติที่ 12/2



Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved

## ขั้นตอนการแก้ปัญหา

### แผนผังโมเมนต์ที่ 12/3



สถานการณ์ปัญหาที่ 1 ชายคนหนึ่งมองเห็นยอดตึกทำมุม  $30^\circ$  กับแนวระดับ โดยยืนห่างจากตัวตึกเป็นระยะทาง 20 เมตร จงคำนวณว่าตึกหลังนี้สูงประมาณกี่เมตร

- จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด นักเรียนจะเริ่มต้นแก้ปัญหาอย่างไร

.....  
- จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด นักเรียนสามารถวาดรูปและระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างไร



- นักเรียนจะเลือกใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติชนิดใดในการหาคำตอบ และแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

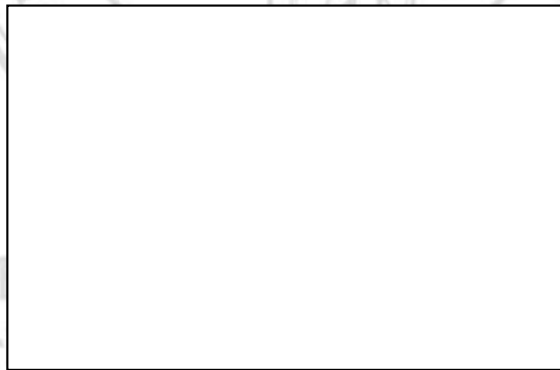
.....

สถานการณ์ปัญหาที่ 2 ชาวปิ่นและชาวฟางยืนอยู่คนละด้านของเสาธง ทั้งสองคนมองเห็นยอดเสาธงทำมุม  $45^\circ$  และ  $30^\circ$  กับแนวระดับ ตามลำดับ คนทั้งสองอยู่ห่างกัน 100 เมตร เสาธงสูงประมาณกี่เมตร

- จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด นักเรียนจะเริ่มต้นแก้ปัญหาอย่างไร

.....

- จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด นักเรียนสามารถวาดรูปและระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างไร



- นักเรียนจะเลือกใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติชนิดใดในการหาคำตอบ และแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างไร

.....

.....

.....

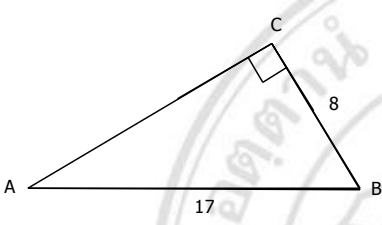
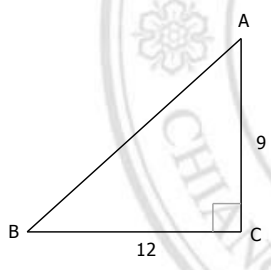
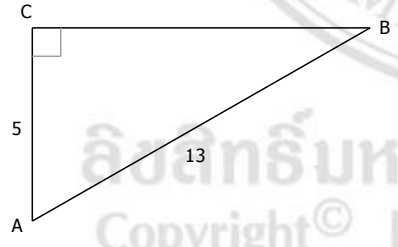
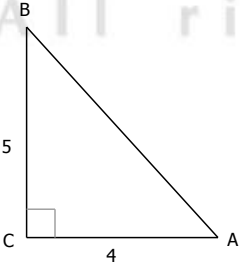
.....

## แบบฝึกทักษะที่ 12/1

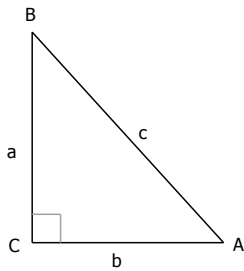
### เรื่อง ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์

ชื่อ-สกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ตอนที่ 1 จงหาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และมุม B จากรูปที่กำหนดให้

รูปตามเหลี่ยม	หาค่าของ
<p>1.</p> 	<p> <math>\sin A = \dots\dots\dots \sin B = \dots\dots\dots</math>  <math>\cos A = \dots\dots\dots \cos B = \dots\dots\dots</math>  <math>\tan A = \dots\dots\dots \tan B = \dots\dots\dots</math> </p>
<p>2.</p> 	<p> <math>\sin A = \dots\dots\dots \sin B = \dots\dots\dots</math>  <math>\cos A = \dots\dots\dots \cos B = \dots\dots\dots</math>  <math>\tan A = \dots\dots\dots \tan B = \dots\dots\dots</math> </p>
<p>3.</p> 	<p> <math>\sin A = \dots\dots\dots \sin B = \dots\dots\dots</math>  <math>\cos A = \dots\dots\dots \cos B = \dots\dots\dots</math>  <math>\tan A = \dots\dots\dots \tan B = \dots\dots\dots</math> </p>
<p>4.</p> 	<p> <math>\sin A = \dots\dots\dots \sin B = \dots\dots\dots</math>  <math>\cos A = \dots\dots\dots \cos B = \dots\dots\dots</math>  <math>\tan A = \dots\dots\dots \tan B = \dots\dots\dots</math> </p>

ตอนที่ 2 จงหาว่าอัตราส่วนที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นอัตราส่วนตรีโกณมิติใด



.....  $A = \frac{a}{c}$

.....  $A = \frac{a}{b}$

.....  $B = \frac{a}{b}$

.....  $B = \frac{c}{b}$

.....  $A = \frac{b}{c}$

.....  $B = \frac{c}{a}$

ตอนที่ 3 จงหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติจากข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไป

ให้รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และ a, b, c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A มุม B และมุม C ตามลำดับ

1.  $\cos B = \frac{1}{3}$  จงหาค่า  $\sin A, \cos A, \tan A, \sin B, \tan B$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.  $\tan B = 4$  และ  $a = 5$  จงหาค่า  $\sin A, \cos A, \tan A$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกหัดที่ 12/2

เรื่อง ส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์

ชื่อ-สกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ

1) ชายคนหนึ่งสูง 5 ฟุต ยืนอยู่ห่างเสาธงต้นหนึ่งพบว่าเงาของตัวเองกับเงาของยอดเสาธงทับอยู่ในตำแหน่งเดียวกันพอดี และเมื่อเหลียวมองไปที่ยอดเสาธงพบว่าเป็นมุมเงย  $30^\circ$  ถ้าวัดเงาของเสาธงได้ยาว  $20\sqrt{3}$  ฟุต อยากทราบว่าเสาธงต้นนี้สูงกี่ฟุต

.....  
.....  
.....  
.....

2) มดแดงยืนอยู่ริมเขื่อน โดยที่ความสูงจากพื้นถึงสายตาของมดแดงเท่ากับ 100 เมตร ถ้ามดแดงก้มมองคูเรือสองลำทอดสมออยู่ในทะเลท่ามุม  $30^\circ$  และ  $60^\circ$  ตามลำดับ จงหาว่าเรือทั้งสองลำอยู่ห่างกันเท่าใด

.....  
.....  
.....  
.....

3) ต้นฝนมองเห็นยอดเสาธงต้นหนึ่งท่ามุม  $30^\circ$  กับแนวระดับ ต่อมาเดินเข้าหาโคนเสาธงเป็นระยะ 40 เมตร เขาจะมองเห็นยอดเสาธงท่ามุม  $60^\circ$  กับแนวระดับ เสาต้นนี้สูงเท่าใด

.....  
.....  
.....  
.....



ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright© by Chiang Mai University  
All rights reserved

## แบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียน

วันที่ เดือน ..... พ.ศ. .... เวลา ..... ถึง ..... น.  
เรื่อง ..... เวลา ..... คาบ  
ชื่อ ..... สกุล ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

---

1. สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในคาบนี้

.....  
.....  
.....

2. สิ่งที่นักเรียนประทับใจเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนในคาบนี้

.....  
.....  
.....

3. สิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนในคาบนี้

.....  
.....  
.....

4. ข้อเสนอแนะในการเรียนคาบต่อไป

.....  
.....  
.....

5. สิ่งที่ยากจะบอกครู

.....  
.....  
.....

วันนี้ฉันรู้สึกว่



## แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

วันที่ เดือน ..... พ.ศ. .... เวลา ..... ถึง ..... น.  
เรื่อง ..... เวลา ..... คาบ

---

1. ความกระตือรือร้นในการเรียน

.....  
.....

2. การซักถามและตอบคำถาม

.....  
.....  
.....

3. พฤติกรรมนักเรียนขณะที่ครูอธิบาย

.....  
.....  
.....

4. ความร่วมมือและความรับผิดชอบในการเข้ากลุ่มทำกิจกรรม

.....  
.....  
.....

5. ความเห็นของผู้สังเกต

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ผู้บันทึก



## แบบบันทึกผลการปฏิบัติการสอน

วันที่.....เดือน.....พ.ศ..... เวลา.....ถึง.....น.  
เรื่อง..... เวลา.....คาบ  
จำนวนนักเรียนทั้งหมด.....คน มาเรียน.....คน ขาดเรียน.....คน

---

### 1. ปัญหาและอุปสรรคในการจัดการเรียนการสอน

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### 2. ผลของการจัดการเรียนการสอน

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### 3. อื่นๆ

.....  
.....  
.....  
.....

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright © by Chiang Mai University  
All rights reserved

ลงชื่อ.....ผู้บันทึก

## แบบบันทึกการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 1/1 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

วันที่.....เดือน.....พ.ศ..... เวลา.....ถึง.....น.

จำนวนนักเรียนทั้งหมด.....คน มาเรียน.....คน ขาดเรียน.....คน

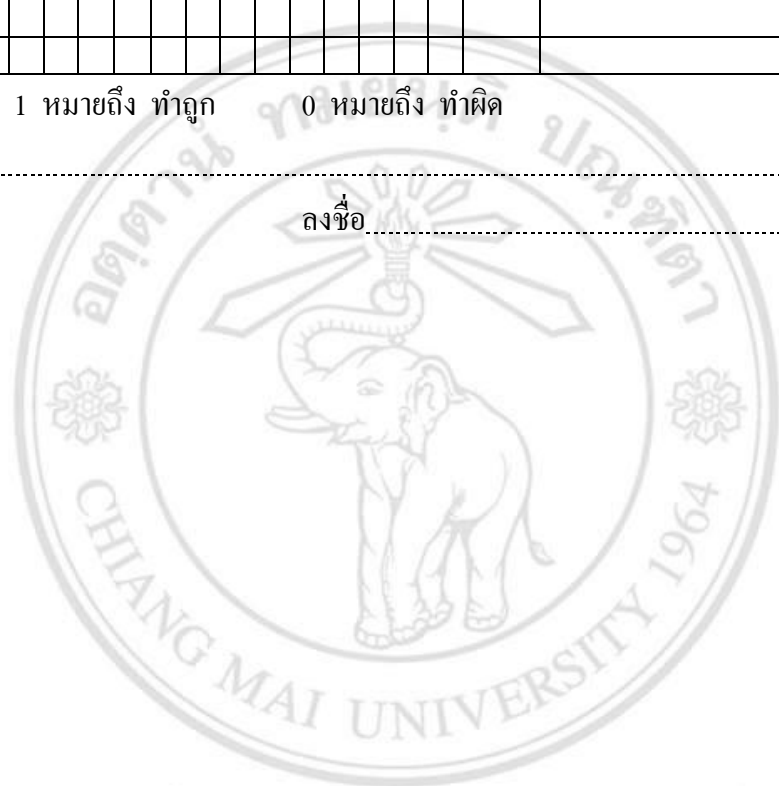
ข้อ เลขที่	1			2			3			4			5			รวม	หมายเหตุ
	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2	5.3		
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	
11																	
12																	
13																	
14																	
15																	
16																	
17																	
18																	
19																	
20																	
21																	
22																	
23																	
24																	
25																	
26																	
27																	
28																	
29																	
30																	
31																	
32																	
ข้อ	1	2			3			4			5			รวม	หมายเหตุ		

เลขที่	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2	5.3		
33																	
34																	
35																	
36																	
37																	
38																	
39																	
40																	
รวม																	

หมายเหตุ 1 หมายถึง ทำถูก 0 หมายถึง ทำผิด

บันทึก.....

ลงชื่อ.....ผู้บันทึก



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
 Copyright© by Chiang Mai University  
 All rights reserved

## ภาคผนวก ง

### การคำนวณหาคุณภาพของแบบทดสอบ

#### 1. ความเที่ยงตรง (validity)

ตารางที่ ง-1 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อในแบบทดสอบ

ข้อ ที่	คะแนนความคิดเห็น ของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	ข้อ ที่	คะแนนความคิดเห็น ของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	
	คนที่	คนที่	คนที่				คนที่	คนที่	คนที่			คนที่
	1	2	3				1	2	3			
1	1	1	1	3	1	11	1	1	1	3	1	
2	1	1	1	3	1	12	1	1	1	3	1	
3	1	0	1	2	0.67	13	1	1	1	3	1	
4	1	1	1	3	1	14	1	1	1	3	1	
5	1	1	1	3	1	15	0	1	1	2	0.67	
6	1	1	1	3	1	16	1	1	1	3	1	
7	0	1	1	2	0.67	17	1	1	1	3	1	
8	1	1	1	3	1	18	1	1	1	3	1	
9	1	1	1	3	1	19	1	1	0	2	0.67	
10	1	1	1	3	1	20	1	1	1	3	1	

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
Copyright © by Chiang Mai University  
All rights reserved

2. ความเชื่อมั่น (reliability) หาโดยวิธีของคูเดอร์ - ริชาร์ดสัน (Kuder – Richardson : KR) ดังนี้

$$r_t = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right)$$

$$r_t = \frac{20}{20-1} \left( 1 - \frac{0.85}{3.84} \right)$$

$$= 0.82$$

ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเป็น 0.82

3. ความยากง่าย (difficulty) และอำนาจจำแนก (discrimination)

ตารางที่ ง-2 แสดงค่าความยากง่าย (difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (discrimination) ของข้อคำถามแต่ละข้อในแบบทดสอบ

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.73	0.38	11	0.40	0.36
2	0.48	0.21	12	0.71	0.57
3	0.65	0.61	13	0.53	0.64
4	0.21	0.38	14	0.80	0.34
5	0.55	0.48	15	0.63	0.77
6	0.60	0.69	16	0.45	0.59
7	0.33	0.55	17	0.37	0.47
8	0.77	0.33	18	0.60	0.85
9	0.35	0.54	19	0.48	0.38
10	0.62	0.73	20	0.55	0.34

ภาคผนวก จ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

1. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

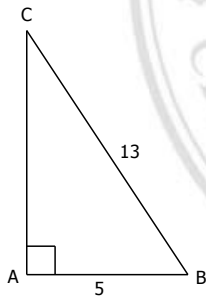
ก.  $\tan A = \frac{1}{\sin A}$

ข.  $\cot A = \frac{1}{\tan A}$

ค.  $\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\cot A}$

ง. ถูกทุกข้อ

2. จากรูป ข้อใดเป็นค่าของ  $\cos C$



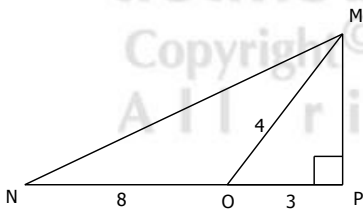
ก.  $\frac{5}{13}$

ข.  $\frac{12}{13}$

ค.  $\frac{12}{5}$

ง.  $\frac{13}{5}$

3. จากรูป  $MN^2$  มีค่าเท่ากับข้อใด



ก. 96

ข. 121

ค. 128

ง. 146

4. ถ้า  $\cot A = \frac{4}{3}$  แล้ว  $\frac{3\sin A - \cos A}{2\sin A + 3\cos A}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{5}{18}$

ข.  $\frac{8}{13}$

ค.  $\frac{19}{6}$

ง.  $\frac{9}{17}$

5. ให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก และ  $17\sin B = 8$  ข้อใดเป็นค่าของ  $\operatorname{cosec}A + \cot B$

ก.  $\frac{361}{120}$

ข.  $\frac{375}{120}$

ค.  $\frac{361}{255}$

ง.  $\frac{375}{225}$

6.  $\frac{\tan 60^\circ \tan 45^\circ - 8\sin 30^\circ \cos 60^\circ}{2\sin 30^\circ (\cos 60^\circ - \tan 30^\circ)}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก.  $\sqrt{3} - 1$

ข.  $\sqrt{3} - 2$

ค.  $2\sqrt{3}$

ง.  $2\sqrt{3} + 1$

7. ข้อใดผิด

ก.  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$

ข.  $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \tan 45^\circ$

ค.  $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$

ง.  $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ = \tan 60^\circ$

8. ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า  $\cos A - \sin A = 0$  แล้ว  $\tan A$  เท่ากับข้อใด

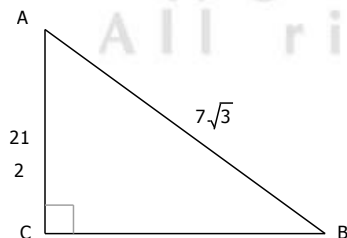
ก.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ข. 1

ค. 2

ง. หาค่าไม่ได้

9. จากรูปที่กำหนดให้ มุม B มีขนาดเท่ากับข้อใด



ก.  $30^\circ$

ข.  $45^\circ$

ค.  $60^\circ$

ง.  $90^\circ$





16. จากรูปสามเหลี่ยม PQR ถ้า  $QR = 10$  หน่วย มุม P มีขนาด  $30^\circ$  และมุม Q มีขนาด  $120^\circ$  แล้ว ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากับข้อใด

ก.  $10 + 10\sqrt{3}$

ข.  $15 + 10\sqrt{3}$

ค.  $20 + 10\sqrt{3}$

ง.  $25 + 10\sqrt{3}$

17. ต้นไม้ต้นหนึ่งทอดเงายาว 20 เมตร แนวของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดปลายเงาของต้นไม้และยอดทำมุม  $25^\circ$  กับเงาของต้นไม้ ข้อใดเป็นความสูงของต้นไม้ต้นนี้

( $\sin 25^\circ = .4226$ ,  $\cos 25^\circ = .9063$ ,  $\tan 25^\circ = .4663$ )

ก. 8.452 เมตร

ข. 9.326 เมตร

ค. 12.458 เมตร

ง. 18.126 เมตร

18. แม็คชีนยัวร์มีแม่น้ำซึ่งกว้าง 50 เมตร มองไปยังยอดตึกริมน้ำ ซึ่งอยู่ฝั่งตรงข้ามคนละฟากของแม่น้ำเป็นมุมเงย  $60^\circ$  ถ้าแม็คสูง 180 เซนติเมตร ตึกสูงประมาณกี่เมตร (กำหนด  $\sqrt{3} = 1.732$ )

ก. 30.7 เมตร

ข. 45.1 เมตร

ค. 86.6 เมตร

ง. 88.4 เมตร

19. มายด์ยืนอยู่บนหน้าผาสูง 200 เมตรจากระดับน้ำทะเล มายด์วัดมุมก้มของเรือสองลำที่ทอดสมออยู่กลางทะเล ได้  $45^\circ$  และ  $30^\circ$  ตามลำดับ จงหาว่าเรือสองลำนี้อยู่ห่างกันเท่าใด (กำหนด  $\sqrt{3} = 1.732$ )

ก. 173.2 เมตร

ข. 146.4 เมตร

ค. 103.5 เมตร

ง. 73.2 เมตร

20. ชายคนหนึ่งยืนห่างจากตึกหลังหนึ่งเป็นระยะ 300 เมตร มองไปที่ยอดตึก และชั้นที่ 19 พบว่าแนวของสายตาของชายคนนี้เป็นมุมเงย  $60^\circ$  และ  $30^\circ$  ตามลำดับ ความสูงตั้งแต่ชั้นที่ 19 ถึงยอดตึกเท่ากับข้อใด

ก.  $50\sqrt{3}$  เมตร

ข.  $100\sqrt{3}$  เมตร

ค.  $150\sqrt{3}$  เมตร

ง.  $200\sqrt{3}$  เมตร

## ภาคผนวก ฉ

### ตัวอย่างภาพกิจกรรม



ภาพที่ ฉ-1 แสดงการทำกิจกรรมกลุ่มการแก้โจทย์ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ



ภาพที่ ฉ-2 แสดงการทำกิจกรรมกลุ่มการแข่งขันเกม

## ประวัติผู้เขียน

- ชื่อ-นามสกุล** นางสาวเฉลิมพร ทองศรีอ้น
- วัน เดือน ปี เกิด** 5 ธันวาคม พ.ศ. 2528
- ประวัติการศึกษา** ปีการศึกษา 2550 วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์  
มหาวิทยาลัยนเรศวร  
ปีการศึกษา 2551 ประกาศนียบัตรวิชาชีพครู มหาวิทยาลัยนเรศวร
- ทุนการศึกษา** ระหว่างปีการศึกษา 2553 ถึง 2558 ได้รับทุนจาก โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มี  
ความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) สถาบันส่งเสริม  
การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)
- ประสบการณ์** พ.ศ. 2552 ครูผู้ช่วย โรงเรียนอุดรดิตถ์ จังหวัดอุดรดิตถ์  
พ.ศ. 2554 – ปัจจุบัน ครู คศ.1 โรงเรียนอุดรดิตถ์ จังหวัดอุดรดิตถ์



มหาวิทยาลัยเชียงใหม่  
ht© by Chiang Mai University  
rights reserved