

## บทที่ 2

### ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

##### 2.1.1 แนวคิดและทฤษฎีทางด้านเศรษฐศาสตร์การเงิน

##### 2.1.1.1 ผลตอบแทนจากการลงทุนในหลักทรัพย์

ผลตอบแทนเป็นแรงจูงใจที่สำคัญในการลงทุน ผู้ลงทุนใช้ระดับอัตราผลตอบแทนที่ประเมินมาจากแนวโน้มในการลงทุนต่างๆ นำมาเปรียบเทียบกับ นอกจากข้อมูลของอัตราผลตอบแทนของสินทรัพย์ในอดีต ยังเป็นเครื่องชี้ผลการดำเนินงานของหลักทรัพย์ หรือ สะท้อนราคาอ้างอิงของอนุพันธ์นั้น โดยผลตอบแทนจากการลงทุนจะประกอบด้วยองค์ประกอบ 2 ส่วน (จิริตัน สังก์แก้ว, 2540) คือ

1) Yield คือกระแสเงินสดที่ผู้ลงทุนได้รับระหว่างช่วงระยะเวลาที่ลงทุน อาจมีลักษณะเป็นเงินปันผล (Dividend) หรือดอกเบี้ย (Interest) ที่ผู้ออกตราสารหรือหลักทรัพย์จ่ายให้แก่ผู้ลงทุนเมื่อถือหลักทรัพย์ไว้จนครบกำหนดระยะเวลาจ่ายเงินปันผลหรือดอกเบี้ย ผู้ออกหลักทรัพย์สามารถจ่ายเงินปันผลในรูปแบบเงินสดหรือหลักทรัพย์ก็ได้

2) Capital Gain / Loss คือการที่ได้กำไรหรือขาดทุนจากการขายหลักทรัพย์ได้ในราคาที่สูงขึ้นหรือต่ำกว่าราคาซื้อ เรียกว่า การเปลี่ยนแปลงราคา (Price Change) ของสินทรัพย์ ในกรณีที่ผู้ลงทุนอยู่ในสถานะซื้อเพื่อรอขาย (Long Position) ผลตอบแทนส่วนนี้คือ ความแตกต่างระหว่างราคาที่จะขายหรือราคาขายหลักทรัพย์กับราคาซื้อ แต่ในกรณีที่ผู้ลงทุนอยู่ในภาวะซื้อมาขาย (Short Position) ผลตอบแทนในส่วนนี้คือ ส่วนต่างของราคาขายกับราคาที่จะซื้อหรือราคาซื้อเพื่อล้างสถานะ ดังนั้นผลตอบแทนรวม (Total Return) ของหลักทรัพย์ คือผลรวมของผลตอบแทนจากกระแสเงินสดระหว่างงวดกับการเปลี่ยนแปลงของราคาหลักทรัพย์นั้น อัตราผลตอบแทนของการลงทุนใดๆ มักถูกแสดงในรูปแบบ ของร้อยละ โดยเปรียบเทียบกับเงินลงทุนต้นงวดและมักคิดด้วยระยะเวลา 1 ปี อันเป็นตัวบ่งชี้ถึงผลที่ผู้ลงทุนจะได้รับในหนึ่งงวด (1 ปี) จากการลงทุนในหลักทรัพย์นั้นๆ อัตราผลตอบแทน

ของหลักทรัพย์ที่  $i$  ณ เวลาที่  $t$  สามารถคำนวณได้จากสมการดังนี้

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}} \times 100 \quad \text{หรือ} \quad R_{i,t} = \ln \left( \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} \right) \quad (2.1)$$

โดยที่  $R_{i,t}$  คืออัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่  $i$  ณ เวลาที่  $t$

$P_{i,t}$  คือราคาของหลักทรัพย์ที่  $i$  ณ เวลาที่  $t$

$P_{i,t-1}$  คือราคาของหลักทรัพย์ที่  $i$  ณ เวลาที่  $t-1$

### 2.1.1.2 อัตราผลตอบแทนที่คาดหวัง (Expected Rate of Return)

อัตราผลตอบแทนที่คาดหวัง คือ อัตราผลตอบแทนที่นักลงทุนคาดหวังว่าจะได้รับจากการลงทุน อัตราของผลตอบแทนจากการลงทุนที่ได้รับนั้นขึ้นอยู่กับความเป็นไปได้ของเหตุการณ์หรือความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์นั้น (Probability) ดังนั้นค่าของอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังจากการลงทุนจึงมีลักษณะเป็นตัวแปรสุ่ม (Random Variable) ซึ่งไม่สามารถบอกเป็นค่าที่แน่นอนได้ บอกได้เพียงโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ขึ้นเท่านั้น โดยอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังของกลุ่มหลักทรัพย์สามารถคำนวณได้จากการหาอัตราผลตอบแทนแบบเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังของแต่ละหลักทรัพย์ที่ประกอบขึ้นเป็นกลุ่มหลักทรัพย์นั้น แต่จะต่างกันตรงที่ตัวถ่วงน้ำหนัก ซึ่งก็คือสัดส่วนของเงินลงทุนในหลักทรัพย์แต่ละชนิดเมื่อเทียบกับมูลค่าเงินลงทุนทั้งหมดนั่นเอง โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$E(R_A) = \sum_{i=1}^n W_i E(R_i) \quad (2.2)$$

โดยที่  $E(R_A)$  คือ อัตราผลตอบแทนที่คาดหวังของกลุ่มหลักทรัพย์ที่ทำการลงทุน

$R_A$  คือ อัตราผลตอบแทนของกลุ่มหลักทรัพย์ที่ทำการลงทุน

$W_i$  คือ สัดส่วนของเงินลงทุนในหลักทรัพย์ที่  $i$  เมื่อเทียบกับมูลค่าเงินลงทุนทั้งหมด โดยที่ผลรวมของ  $W_i$  เท่ากับ 1 เสมอ

$E(R_i)$  คือ อัตราผลตอบแทนที่คาดหวังของหลักทรัพย์ที่  $i$

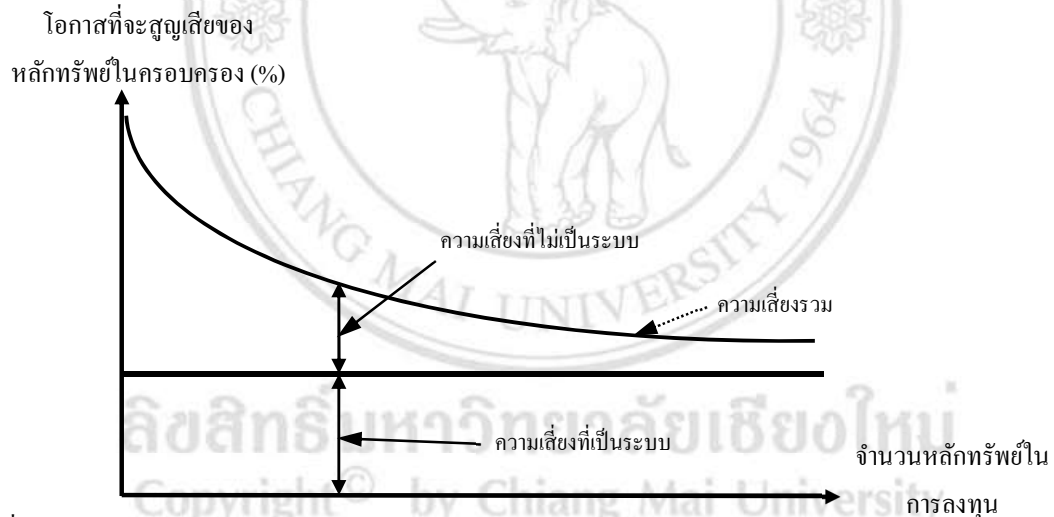
นอกจากนี้ หากพิจารณาการจัดสรรเงินลงทุนในหลักทรัพย์โดยยึดเพียงหลักการแสวงหาอัตราผลตอบแทนสูงสุด (Maximize the Expected Return Criteria) เพียงอย่างเดียวโดยไม่นำเอาเรื่องของความเสี่ยงเข้ามาพิจารณาด้วยแล้ว นักลงทุนจะเลือกลงทุนในหลักทรัพย์ซึ่งให้ผลตอบแทนที่คาดหวังสูงสุด ซึ่งไม่สอดคล้องกับตามความเป็นจริงเท่าไรนัก เพราะการลงทุนในหลักทรัพย์ใดก็ตามที่ให้ผลตอบแทนสูง ย่อมมีความเสี่ยงที่สูงขึ้นตามไปด้วย และเนื่องจากนักลงทุนเป็นผู้ที่มีเหตุผล (Rational) ในการตัดสินใจลงทุนและส่วนใหญ่เป็นผู้ที่พยายามหลีกเลี่ยงความเสี่ยง (Risk Aversion)

ดังนั้นในการตัดสินใจลงทุนใดก็ตาม นักลงทุนจะพิจารณาถึงอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังและระดับของความเสี่ยงที่ตนยอมรับได้ควบคู่กันไปด้วย (ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย, 2560)

### 2.1.1.3 ความเสี่ยง (Risk)

ความเสี่ยง หมายถึงโอกาสที่จะสูญเสียบางสิ่งบางอย่าง ซึ่งเกิดจากความผิดพลาด ความเสียหาย การรั่วไหล ความสูญเปล่า หรือเหตุการณ์ที่ไม่พึงประสงค์ หรือการกระทำใด ๆ ที่อาจเกิดขึ้นภายใต้สถานการณ์ที่ไม่แน่นอน ซึ่งมีผลกระทบให้ไม่ประสบความสำเร็จตามวัตถุประสงค์ หรือเป้าหมายที่ตั้งไว้ (วีรศักดิ์ สุขอาภารักษ์, 2538) ความเสี่ยงรวมสามารถแบ่งได้เป็น

1. ความเสี่ยงที่ไม่เป็นระบบ (Unsystematic Risk) คือความเสี่ยงที่เกิดขึ้นในธุรกิจนั้นเพียงธุรกิจเดียว ไม่ส่งผลกระทบต่อธุรกิจอื่นๆในระบบ เป็นความเสี่ยงเฉพาะตัวของแต่ละหลักทรัพย์ เช่น ความผิดพลาดของผู้บริหาร การเปลี่ยนแปลงรสนิยมของผู้บริโภค ขาดวัตถุดิบในการผลิต ไม่มีการเตรียมวัสดุทดแทน การนัดกันหยุดงานของพนักงาน เป็นต้น โดยความเสี่ยงที่ไม่เป็นระบบนี้ผู้ลงทุนสามารถลดความเสี่ยงลงได้โดยการกระจายการลงทุนในหลักทรัพย์อื่นชดเชย



ที่มา เพชร ชุมทรัพย์, 2549

ภาพที่ 2.1 การลดโอกาสที่จะสูญเสียของหลักทรัพย์ที่ครอบครองโดยการกระจายการลงทุน

2. ความเสี่ยงที่เป็นระบบ (Systematic Risk) คือความเสี่ยงที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ เช่น การที่ราคาของหลักทรัพย์ที่ทำการซื้อขายมีการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงทางการเมือง หรือภาวะเงินเฟ้อที่กระทบต่อตลาดหุ้นส่งผลให้ราคาของหลักทรัพย์ที่ทำการซื้อขายมีการเปลี่ยนแปลง เป็นต้น ผลตอบแทนของหลักทรัพย์เปลี่ยนแปลงไปในทิศทางและลักษณะเดียวกันกับความเปลี่ยนแปลงของอัตราผลตอบแทนของกลุ่มหลักทรัพย์ที่มีในตลาดอยู่เสมอ ทำให้การกระจายการลงทุนในหลักทรัพย์ตัวอื่นไม่อาจจัดอิทธิพลที่เกิดขึ้นได้หมด โดยความ

เสี่ยงในลักษณะนี้ได้แก่ ความเสี่ยงที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของอัตราดอกเบี้ย ความเสี่ยงที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงในอำนาจซื้อ ความเสี่ยงที่เกิดจากภาวะการเปลี่ยนแปลงของตลาด เป็นต้น

#### 2.1.1.4 ความผันผวน (Volatility)

ความผันผวน หมายถึง การกระจายของแนวโน้มของผลลัพธ์ที่มีตัวแปรที่ไม่แน่นอน ในทางการเงิน ความผันผวนมักเกี่ยวข้องกับการกระจายของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ ในด้านสถิติสามารถหาค่าดังสมการต่อไปนี้

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \mu)^2} \quad (2.3)$$

โดยที่ $r_t$	คือ	อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ ณ เวลาที่ $t$
$\mu$	คือ	อัตราผลตอบแทนเฉลี่ยของหลักทรัพย์ในช่วงเวลาที่ $t$
$\hat{\sigma}$	คือ	ความผันผวนของผลตอบแทนหลักทรัพย์ ณ เวลาที่ $t$

ความผันผวนนั้นเกี่ยวข้องกับความเสี่ยง แต่ไม่ใช่ความเสี่ยง เนื่องจากความเสี่ยงนั้นเกี่ยวข้องกับผลลัพธ์ที่ไม่ต้องการหรือผลกระทบในเชิงลบเท่านั้น ในขณะที่ความผันผวนนั้นเป็นเหมือนหน่วยวัดสำหรับความไม่แน่นอนซึ่งอาจจะเกี่ยวข้องกับผลลัพธ์ในเชิงบวกหรือเชิงลบก็ได้ ลักษณะของความผันผวนในตลาดทางการเงินมีลักษณะ (Christie, 1982 อ้างถึงใน อัญญา ชันชวิทย์, 2547) ดังนี้

1) ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์จะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งไม่คงที่เมื่อเวลาเปลี่ยนแปลงไป ในทางการเงินเรียกลักษณะนี้ว่า ความผันผวนที่มีลักษณะเป็นกลุ่มก้อน (Volatility Clustering) กล่าวคือ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของราคาหลักทรัพย์มากในช่วงเวลาหนึ่ง ราคาหลักทรัพย์ในช่วงเวลาถัดไปก็จะมีแนวโน้มว่าจะมีความผันผวนของราคามากตามไปด้วย และในทางกลับกันเมื่อราคาหลักทรัพย์เกิดการเปลี่ยนแปลงน้อย ราคาหลักทรัพย์ในช่วงเวลาถัดไปจะความผันผวนน้อยตามไปด้วย (อัญญา ชันชวิทย์, 2547)

2) ข้อมูลของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์บางข้อมูลอาจมีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ แต่ในความเป็นจริงหลักทรัพย์บางประเภทมีความผันผวนสูงเกินกว่าการอธิบายด้วยทฤษฎีการกระจายตัวของผลตอบแทนที่มีการแจกแจงปกติ เนื่องจากผลตอบแทนของหลักทรัพย์อาจจะมีค่าสูงและต่ำเกินปกติ (Extreme Value)

3) ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนหลักทรัพย์จะมีลักษณะไม่สมมาตร คือ ความผันผวนจะเพิ่มขึ้นหากผลตอบแทนของหลักทรัพย์ในช่วงเวลาก่อนหน้ามีค่าลบ เช่น อัตราผลตอบแทนจะ

มีความผันผวนสูง ถ้าหากราคาของหลักทรัพย์ในช่วงเวลาก่อนมีการปรับตัวลดลงรุนแรง (Leverage Effect) แต่ความผันผวนจะน้อยลง ถ้าหากราคาปรับตัวเพิ่มขึ้น

4) ผลตอบแทนและค่าความผันผวนของหลักทรัพย์หรือตลาดที่แตกต่างกัน เช่น หุ้นต่างบริษัท ตลาดหุ้นพันธบัตรในตลาดหนึ่งหรือหลายๆ ตลาด มีแนวโน้มที่จะมีความสัมพันธ์กันหรือเคลื่อนไปด้วยกัน

### 2.1.1.5 มูลค่าความเสี่ยง (Value at Risk: VaR)

ในทางการเงินได้ให้ความสนใจกับความเสี่ยงซึ่งเป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลตอบแทนสินทรัพย์ หากการลงทุนมีความไม่แน่นอนของผลตอบแทนสูง ซึ่งหมายถึงการมีความเสี่ยงที่มากขึ้น ความผันผวนจะมีขอบเขตของการแกว่งตัวของราคาหรือผลตอบแทนจากการลงทุนนั้นๆ กว้าง ดังนั้นการเข้าใจถึงความเสี่ยงที่จะเกิดขึ้นในการลงทุนจึงเป็นสิ่งสำคัญในการพิจารณาเลือกการลงทุนที่เหมาะสม ซึ่งความผันผวนมีความเกี่ยวข้องกับความเสี่ยงและมักถูกใช้ในการประยุกต์เพื่อการประเมินความเสี่ยงที่เป็นที่รู้จัก คือ มูลค่าความเสี่ยง (VaR) การคำนวณหาค่า VaR หรือมูลค่าความเสี่ยงนั้นจำเป็นต้องตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ว่าอัตราผลตอบแทนมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ (Normal Distribution) ซึ่งถ้าหากอัตราผลตอบแทนมีการแจกแจงแบบปกติแล้ว ความเสี่ยงของกลุ่มการลงทุน (Portfolio) จะสามารถวัดได้จากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) ของกลุ่มการลงทุนนั้นๆ

มูลค่าความเสี่ยง (VaR) เป็นตัวแปรที่มีลักษณะการเดินแบบสุ่ม (Random walk variable) และสามารถให้การแจกแจงปกติ เพื่อประเมินพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงได้ ในปัจจุบันการบริหารความเสี่ยงโดยใช้เทคนิคมูลค่าความเสี่ยง ได้รับความนิยมเป็นอย่างมากเนื่องจากสามารถสรุปค่าความเสี่ยงออกมาเป็นตัวเลขเพียงตัวเดียว ทำให้เข้าใจได้ง่ายและตรงประเด็น (Hui, 2006) โดยมีวิธีในการคำนวณได้แก่

#### 1) วิธีการจำลองโดยใช้ข้อมูลในอดีต (Historical Data Simulation)

วิธีนี้เป็นวิธีการคำนวณหามูลค่าความเสี่ยงที่ง่ายที่สุด คือ การหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่  $i$  ของผลตอบแทนที่คำนวณได้จากข้อมูลในอดีต โดยที่  $i$  หมายถึงระดับความเชื่อมั่นที่ต้องการ ดังนั้นลำดับขั้นตอนในการคำนวณ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 นำข้อมูลราคาในอดีต มาคำนวณอัตราผลตอบแทน ดังรูปแบบต่อไปนี้

$$R_t = \frac{S_t - S_0}{S_0} \quad (2.4)$$

โดยที่  $R_t$  คืออัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์  
 $S_t$  คือราคาหลักทรัพย์ ณ เวลาที่  $t$   
 $S_0$  คือราคาหลักทรัพย์ ณ วันที่กำลังพิจารณา

ขั้นตอนที่ 2 นำผลตอบแทนที่คำนวณได้มาจัดเรียงจากมากไปน้อย

ขั้นตอนที่ 3 หาค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล ซึ่งจุดดังกล่าวจะเป็น % มูลค่าความเสี่ยง ณ ระดับความเชื่อมั่น  $i$  %

วิธี historical simulation เราใช้จำลองจากข้อมูลในอดีตของหลักทรัพย์นั้นอย่างตรงไปตรงมา ข้อสมมติที่ใช้มีอย่างเดียวคือ ปัจจัยที่เป็นตัวกำหนดอัตราผลตอบแทนของตลาดจะยังคงเดิมไม่เปลี่ยนแปลง แต่มีข้อเสียคือต้องใช้ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณค่อนข้างมาก เพราะเป็นการทำการจำลอง(simulation) รูปแบบหนึ่ง ซึ่งจะซับซ้อนมากขึ้นเมื่อพอร์ตมีหลักทรัพย์มากขึ้น นอกจากนี้เรายังต้องเก็บข้อมูลย้อนหลังของหุ้นหลายๆ ตัวทำให้สิ้นเปลืองทั้งเวลาในการคำนวณ

## 2) วิธีเดลต้าปกติ (Delta Normal) หรือ เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Variance-Covariance

วิธีนี้เป็นวิธีการคำนวณที่ตั้งอยู่บนข้อสมมติฐานว่า อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์มีการกระจายแบบปกติ (normal distribution) ซึ่งถ้าอัตราผลตอบแทนมีการกระจายแบบปกติแล้ว ความเสี่ยงของพอร์ตสามารถวัดได้จากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation :  $\sigma$ ) หรือที่เรียกว่าค่า volatility และมูลค่าความเสี่ยงสามารถคำนวณได้จาก

$$VaR = Z_\alpha \times \sigma \quad (2.5)$$

โดยที่  $Z_\alpha$  คือค่า Standard score ณ ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

$\sigma$  คือค่า Standard deviation ของอัตราผลตอบแทน หรือ volatility

วิธีนี้เป็นวิธีการที่การคำนวณง่าย ใช้เวลาน้อย และใช้กำลังเครื่องคอมพิวเตอร์ไม่มากนัก นอกจากนี้ยังสามารถแตกมูลค่าความเสี่ยงออกเป็นมูลค่าความเสี่ยงย่อยๆ ที่เรียกว่า มูลค่าความเสี่ยงส่วนเพิ่ม (Incremental VaR) ตามหลักทรัพย์ต่างๆ ได้อีกด้วยซึ่งจะช่วยให้การตัดสินใจเกี่ยวกับการจัดสรรเงินลงทุนไปยังหลักทรัพย์ต่างๆ ได้ วิธีนี้เป็นส่วนสำคัญของการคำนวณ มูลค่าความเสี่ยงในระบบ Risk Metric ของ J.P. Morgan (1996) วิธีเดลต้าปกติมีข้อเสีย คือ การวัดมูลค่าความเสี่ยงด้วยวิธีนี้จะส่งผลให้การกระจายตัวของอัตราผลตอบแทนต้องเป็นแบบปกติ และหากนำไปใช้วัดความเสี่ยงของตราสารอนุพันธ์จะมีโอกาสผิดพลาดได้มาก เนื่องจากความสัมพันธ์ระหว่างตราสารอนุพันธ์กับตราสารอ้างอิงเป็นแบบเส้นตรง

### 3) วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation)

วิธีการจำลองแบบนี้เป็นการใช้คอมพิวเตอร์ในการจำลองอัตราผลตอบแทนขึ้นจากข้อสมมติฐานเกี่ยวกับกระบวนการสร้างผลตอบแทน (Return generating process) เช่น ถ้าเป็นแบบจำลองการเดินแบบสุ่ม ให้สมมติว่าอัตราผลตอบแทนเกิดจากการสุ่มที่มีการกระจายแบบปกติ (normal distribution แบบพิเศษที่เรียกว่า Log-normal distribution เพราะอัตราผลตอบแทนของหุ้นติดลบไม่เกิน 100% เนื่องจากราคาหุ้นไม่มีทางต่ำกว่า

ข้อดีของวิธี Monte Carlo คือสามารถจำลองรูปแบบของความเสียหายที่ซับซ้อนมากๆ ได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ไม่สามารถคำนวณออกมาเป็นสูตรโดยตรงได้ ตัวอย่างกรณีของ Fancy Option ประเภทที่เป็น Path Dependent (มูลค่าทางทฤษฎีของ Option ขึ้นอยู่กับว่าราคาหุ้นจะเคลื่อนไหวไปอย่างไร) ข้อเสียคือผู้ที่ทำการศึกษาต้องจะจำลองรูปแบบอย่างไร เพราะความน่าเชื่อถือของวิธีนี้ ขึ้นอยู่กับข้อสมมติที่เราใช้ในการจำลอง นอกจากนี้ยังใช้เวลาในการคำนวณมาก

#### 2.1.1.6 ค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกิน (Expected Shortfall : ES)

ค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินหรือที่เรียกว่าส่วนหางของมูลค่าความเสี่ยง ค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินเป็นการผสมผสานลักษณะวิธีการของมูลค่าความเสี่ยงด้วยข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการกระจายตัวส่วนท้ายของผลตอบแทน (Sheppard, 2013)

##### 1) ความหมายของค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกิน (Expected Shortfall Definition)

ค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกิน (ES) ถูกนิยามให้เป็นค่าที่คาดหวังของการสูญเสียที่ได้รับ จากมูลค่าความเสี่ยงที่เกิดขึ้น ค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินไม่มีเงื่อนไข (unconditional Expected Shortfall) มีความหมายคือ

$$\begin{aligned} ES &= E \left[ \frac{W_1 - W_0}{W_0} \mid \frac{W_1 - W_0}{W_0} < -VaR \right] \\ &= E [r_{t+1} | r_{t+1} < -VaR] \end{aligned} \quad (2.6)$$

เมื่อ  $W_t, t=0,1$  คือมูลค่าของสินทรัพย์ในหลักทรัพย์การลงทุนในช่วงเวลาที่ 1 และ 0 โดยมีระยะห่างของเวลาขึ้นอยู่กับข้อกำหนด เช่น หนึ่งวัน หรือ สองสัปดาห์ การกำหนดเงื่อนไขโดยทั่วไปของค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินจะมีประโยชน์มากขึ้น

##### 2) ค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Expected Shortfall)

ค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินอย่างมีเงื่อนไขคือ

$$ES_{t+1} = E_t[r_{t+1} | r_{t+1} < -VaR_{t+1}]. \quad (2.7)$$

เมื่อ  $r_{t+1}$  คือผลตอบแทนของหลักทรัพย์การลงทุน ณ เวลาที่  $t+1$  โดยที่  $t$  เป็นระยะห่างของเวลา  $t+1$  นั้นหมายถึง สามารถกำหนดได้ว่าเป็น หนึ่งวัน สองสัปดาห์ ห้าปี เป็นต้น เพราะการคำนวณค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินจำเป็นต้องใช้ทั้งเลขอันดับควอนไทล์และค่าคาดหวัง ค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินจะถูกประมาณจากแบบจำลองความหนาแน่น แบบพาราเมตริก หรือ กึ่งพาราเมตริกที่เรียบง่ายและมีรายละเอียด

### 3) การประมาณแบบจำลองค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกิน (Evaluating Expected Shortfall models)

แบบจำลองค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินสามารถประมาณได้จากเทคนิคมาตรฐาน แสดงค่าเฉลี่ยที่มีเงื่อนไขของค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินดังนี้

$$E_t[ES_{t+1}] = E_t[r_{t+1} | r_{t+1} < -VaR_{t+1}] \quad (2.8)$$

รูปแบบถดถอยทั่วไปของ Mincer-Zarnowitz (1969) สามารถใช้ทดสอบได้ว่าค่าเฉลี่ยมีค่าเป็นศูนย์หรือไม่ กำหนดให้  $I_{[r_t < VaR_t]}$  แสดงถึง ผลตอบแทนของหลักทรัพย์การลงทุนที่น้อยที่สุดของมูลค่าความเสี่ยง รูปแบบถดถอยทั่วไปของ Mincer-Zarnowitz (1969) สำหรับค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินคือ

$$(ES_{t+1|t} - r_{t+1})I_{[r_{t+1} < -VaR_{t+1|t}]} = x_t \gamma \quad (2.9)$$

เมื่อ  $x_t$  คือ ทุกๆ เซตของเวลา  $t$  ที่สามารถวัดได้ โดยปกติการเลือกค่าคงที่ของ  $x_t$  และ  $ES_{t+1|t}$  การคาดการณ์ค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินในช่วงเวลาอื่นๆ ( $-t$ ) ที่พอร์บบรวมคำอธิบายบางประการของลักษณะที่สำคัญของส่วนท้าย เช่นความผันผวนล่าสุด ( $\sum_{i=0}^t r_{t-i}^2$ ) หรือมูลค่าความเสี่ยง ( $VaR_{t-i}$ ) นอกจากนี้ยังอาจจะมีประโยชน์ในการประเมินแบบจำลองค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกิน ถ้าแบบจำลองค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินถูกต้อง สมมติฐานว่างถูกใช้ในกระบวนการถดถอยเพื่อประมาณความแตกต่าง กำหนดให้  $H_0 : \gamma = 0$  ควรจะไม่ปฏิเสธ ถ้าด้านสมการซ้ายมือคือค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกิน ในสมการที่ (8) ค่าที่คาดการณ์ได้แบบจำลองจะสามารถปรับปรุงการประมาณ ได้ดีขึ้น



### 2.1.1.7 การลงทุนในกลุ่มหลักทรัพย์ที่เหมาะสม (Portfolio Optimization)

การลงทุนในกลุ่มหลักทรัพย์ที่เหมาะสม (Portfolio Optimization) เป็นกระบวนการเลือกสัดส่วนของสินทรัพย์ต่างๆ ถูกคิดค้นโดย Yasuhiro Yamai และ Toshinao Yoshida ในปี ค.ศ. 2002 มีขั้นตอนดังนี้

#### 1) การลงทุนที่เหมาะสมด้วยพื้นฐานมูลค่าความเสี่ยงจากวิธีเดลต้าปกติ (Portfolio Optimization based on VaR by Variance-Covariance or Delta Normal)

การลงทุนที่เหมาะสมที่อยู่บนพื้นฐานของมูลค่าความเสี่ยง (VaR) นั้นจะมีความแม่นยำเพียงใด ขึ้นอยู่กับมูลค่าความเสี่ยงที่ถูกคำนวณมาได้ การหามูลค่าความเสี่ยงจากวิธีเดลต้าปกตินั้นจะใช้การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน (Markowitz, 1952) มาประยุกต์ใช้ในการอธิบายมูลค่าความเสี่ยงจากวิธีเดลต้าปกติ ตั้งแต่มูลค่าความเสี่ยงที่เป็นหลายสเกลาร์ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการสูญเสียเมื่อพื้นฐานเป็นกระจายแบบปกติ หมายถึงการวิเคราะห์ความแปรปรวนเพื่อคัดสรรการลงทุนที่เหมาะสมด้วยค่าเฉลี่ยความแปรปรวนที่ดีที่สุด โดยการลดความแปรปรวนเรื่องข้อจำกัดของผลตอบแทนการลงทุนที่คาดหวังปัญหาการลงทุนที่เหมาะสมนี้เป็นสูตรดังต่อไปนี้

$$\min_{\omega} \frac{1}{2} \omega' \Sigma \omega \tag{2.10}$$

โดยที่

$$\omega' \mu = \mu_X$$

$$\omega' e = 1$$

เมื่อ

- $\mu$  คือเวกเตอร์ของผลตอบแทนที่คาดหวังของปัจจัยเสี่ยง
- $\mu_X$  คือผลตอบแทนคงที่ที่คาดหวังในการลงทุน
- $\Sigma$  คือเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของปัจจัยเสี่ยง
- $e$  คือเวกเตอร์ของ 1
- $\omega$  คือเวกเตอร์ของปัจจัยที่จะเสี่ยงที่จะเกิด
- $\omega'$  คือทรานสโพสเวกเตอร์ของ  $\omega$

วิธีการแก้ปัญหานี้ถูกกำหนดเป็น  $\omega$  สำหรับ  $\mu_X$  จากที่เราได้รับการปรับให้เหมาะสม  $\sigma_X$  สำหรับ  $\mu_X$  ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\sigma_X$  กับ  $\mu_X$  ถูกแสดงในพื้นที่  $\mu_X - \sigma_X$  ขอบเขตที่มีประสิทธิภาพจากขอบเขตที่มีประสิทธิภาพนี้เราสามารถเลือกพอร์ตการลงทุนที่ดีที่สุดที่เหมาะสมกับความเสี่ยงและผลตอบแทนของเราได้

## 2) การลงทุนที่เหมาะสมด้วยพื้นฐานมูลค่าความเสี่ยงจากการจำลอง (Portfolio Optimization Based on VaR by Simulation-Based)

มูลค่าความเสี่ยงที่ได้จากวิธีการจำลองค่อนข้างที่จะมีประสิทธิภาพ ดังนั้นจึงนำเอามูลค่าความเสี่ยงที่เป็นหลายสเกลาร์ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการสูญเสียเมื่อพื้นฐานเป็นกระจายแบบปกติ มาทำการวิเคราะห์ความแปรปรวนเพื่อคัดสรรการลงทุนที่เหมาะสมด้วยค่าเฉลี่ยความแปรปรวนที่ดีที่สุดตามสมการที่ (9) ได้ อย่างไรก็ตาม Mausser และ Rosen (1998) ได้แสดงให้เห็นว่ามันเป็นเรื่องยากที่จะเพิ่มประสิทธิภาพการจำลองมูลค่าความเสี่ยงเนื่องจากมูลค่าความเสี่ยงโดยทั่วไปไม่ได้เป็นฟังก์ชัน convex ของปัจจัยเสี่ยง

### 2.1.2 แนวคิดและทฤษฎีทางด้านเศรษฐมิติ

#### 2.1.2.1 การทดสอบยูนิตรูท (Unit root test) หรือความนิ่งของข้อมูล

การทดสอบยูนิตรูท เป็นการตรวจสอบข้อมูลอนุกรมเวลา (Time series data) ซึ่งส่วนใหญ่จะมีรูปลักษณะไม่นิ่ง (Non-stationary) กล่าวคือ ค่าเฉลี่ย (Mean) และค่าความแปรปรวน (Variances) ของข้อมูลจะมีค่าไม่คงที่เปลี่ยนแปลงไปตามกาลเวลา โดยอาจมีแนวโน้ม (Trend) ในระยะยาว และขณะเดียวกันก็มีการแกว่งตัวระยะสั้น (Cyclical swing) ขึ้นอยู่กับสิ่งที่มากระทบ (Shock) ดังนั้นการใช้วิธีการแบบ Ordinary Least Squares (OLS) ในการประมาณค่า อาจก่อให้เกิดการถดถอยไม่แท้จริง (Spurious regression) ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะต้องนำ ข้อมูลมาทดสอบความนิ่งของข้อมูลเสียก่อน ว่ามีลักษณะข้อมูลเป็นแบบ “นิ่ง” [Integrated of Order 0 = I(0)] หรือ “ไม่นิ่ง” [Integrated of Order  $d = I(d), d > 0$ ] การทดสอบยูนิตรูท นั้นสามารถทดสอบได้โดยการใช้การทดสอบ DF (Dickey - Fuller Test) และการทดสอบ ADF (Augmented Dickey - Fuller Test) โดย Dickey-Fuller (1981) สมมติความสัมพันธ์เป็นดังนี้

$$X_t = \rho X_{t-1} + e_t \quad (2.11)$$

โดยที่  $X_t, X_{t-1}$  คือ ตัวแปร ณ เวลาที่  $t$  และ  $t-1$   
 $e_t$  คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random Error)  
 $\rho$  คือ สัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์ (Autocorrelation coefficient)

$$\text{จาก } X_t = \rho X_{t-1} + e_t \quad (2.12)$$

$$X_t - X_{t-1} = \rho X_{t-1} - X_{t-1} + e_t \quad (2.13)$$

$$\Delta X_t = (\rho - 1) X_{t-1} + e_t \quad (2.14)$$

โดยที่  $\theta = (\rho - 1)$  หรือ  $\rho = 1 + \theta$ ;  $-1 < \theta < 1$

$\theta$  คือ ค่าพารามิเตอร์

โดยกำหนดสมมติฐาน คือ

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : |\rho| < 1$$

ถ้ายอมรับ  $H_0$  แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ  $H_0$  แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะ  
นิ่ง และการทดสอบนี้ยังสามารถแปลงสมการได้ดังนี้ คือ

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + e_t \quad \text{กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มตามเวลา} \quad (2.15)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + e_t \quad \text{กรณีมีค่าคงที่} \quad (2.16)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + e_t \quad \text{กรณีมีค่าคงที่และแนวโน้มตามเวลา} \quad (2.17)$$

โดยกำหนดสมมติฐาน คือ

$$H_0 : \theta = 0 \quad \text{มียูนิทรูท (มีลักษณะไม่นิ่ง)}$$

$$H_1 : \theta < 0 \quad \text{ไม่มียูนิทรูท (มีลักษณะนิ่ง)}$$

การตัดสินใจยอมรับสมมติฐาน  $H_0$  แสดงว่า ข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธสมมติฐาน  
 $H_0$  แสดงว่า ข้อมูลมีลักษณะนิ่ง นอกจากนี้ถ้าสมการ (14) (15) และ (16) นำไปทำกระบวนการอัด  
ถดถอย (Autoregressive Processes) จะได้ดังนี้

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad \text{กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มตามเวลา} \quad (2.18)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad \text{กรณีมีค่าคงที่} \quad (2.19)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad \text{กรณีมีค่าคงที่และแนวโน้มตามเวลา} \quad (2.20)$$

โดยที่  $X_t, X_{t-1}$  คือตัวแปร ณ เวลาที่  $t$  และ  $t-1$

$\alpha, \beta, \theta, \phi$  คือค่าพารามิเตอร์

$T$  คือค่าแนวโน้ม

$e_t$  คือความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random Error)

ซึ่งสมการ (17) (18) และ (19) เป็นการทดสอบ Augmented Dickey-Fuller Test (ADF) ซึ่ง  
พัฒนามาจากวิธี Dickey-Fuller Test เพื่อแก้ปัญหา Serial Correlation ในการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมี  
ลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยการเปรียบเทียบค่าสถิติ t-test ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติ (Critical Value)

### 2.1.2.2 แบบจำลองความผันผวนเชิงสุ่ม (Stochastic Volatility Model: SV)

ถึงแม้ว่าแบบจำลอง ARCH จะเป็นแบบจำลองที่ง่ายต่อการประมาณค่า แต่ก็ยังเป็น  
แบบจำลองที่มีข้อบกพร่องที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองก่อนข้างมาก Nelson (1991) ได้กล่าวไว้ว่า 1.  
ข้อจำกัดที่กำหนดในพารามิเตอร์ของแบบจำลองนี้มีไว้เพื่อให้แน่ใจว่าเงื่อนไขของความแปรปรวน

เป็นความจริงซึ่งมักจะผิดพลาดเมื่ออยู่ในขั้นตอนการประมาณค่า 2. พฤติกรรมของตัวแปรสุ่มมักมีการเคลื่อนที่ไม่เป็นไปตามกฎของเงื่อนไขความแปรปรวน

แบบจำลอง ARCH เป็นแบบจำลองพื้นฐานของแบบจำลองความผันผวนเชิงสุ่ม (SV model) รูปแบบหนึ่ง โดย Taylor (1986) ได้กล่าวไว้ว่าเพื่อที่จะทำให้ความแปรปรวนของผลตอบแทนเป็นกระบวนการสุ่มที่มีการสังเกตได้ง่ายขึ้น แบบจำลองความผันผวนเชิงสุ่ม (SV) จึงเป็นแบบจำลองที่เอาชนะข้อบกพร่องของแบบจำลอง ARCH โดยมีการปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมขึ้นตามกรอบทฤษฎีทางการเงินที่ได้รับการพัฒนามากขึ้น หากกำหนดให้  $y_t$  เป็นผลตอบแทนของสินทรัพย์ ณ เวลาที่  $t$  ความผันผวนเชิงสุ่มสามารถหาได้โดยการกำหนดตัวแปรเสริม (parameterization) ดังต่อไปนี้

$$y_t = \exp(h_t/2)\varepsilon_t \quad (2.21)$$

$$h_t = \gamma + \phi h_{t-1} + \eta_t \quad (2.22)$$

เมื่อ  $\varepsilon_t$  และ  $\eta_t$  เป็นตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะเป็นอิสระกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน (Independent and identical distribution : *i.i.d.*) และมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ  $N(0,1)$  และ  $N(0,\sigma_\eta^2)$  ตามลำดับ เพราะแบบจำลองความผันผวนเชิงสุ่มอนุญาตให้ความผันผวนสามารถอยู่ในรูปแบบของลอการิทึมได้ เพื่อที่จะพัฒนากระบวนการของความแปรปรวนให้อยู่ภายใต้เงื่อนไขข้อจำกัด โดยกระบวนการแฝง  $h_t$  ในสมการที่ 46 สามารถบ่งบอกถึงการไหลของข่าวใหม่ในตลาดการเงินได้ ในขณะที่  $\phi$  เป็นค่าที่บ่งบอกถึงผลกระทบจากความผันผวนในช่วงเวลาที่  $t-1$

### 2.1.2.3 แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

แบบจำลอง ARCH ของ Robert F. Engle ได้รับการพัฒนาแบบจำลองต่อโดย Bollerslev (1986) ด้วยการให้ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (Conditional Variance) มีลักษณะเป็น ARMA Process โดยที่กำหนดให้ Error process มีลักษณะดังนี้

$$e_t = s_t z_t \quad (2.23)$$

$$z_t \sim N(0,1) \quad (2.24)$$

$$s_t^2 = w + \sum_{i=1}^q a_i e_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p b_i s_{t-i}^2 \quad (2.25)$$

เมื่อ  $z_t$  คือ การกระจายตัวแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 ที่เป็นค่าอิสระจากเหตุการณ์ในอดีต ( $e_{t-1}$ ) ดังนั้นค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขและไม่มีเงื่อนไขของ  $e_t$  จะมีค่าเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ  $e_t$  ถูกกำหนดโดย  $s_t^2$  ในสมการข้างต้นเรียกว่า Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity : GARCH (p,q) ทั้งนี้แบบจำลอง

GARCH (p,q) ได้เปิดโอกาสให้มีกระบวนการ Autoregressive และ Moving Average ในการหาค่าความแปรปรวนที่มีลักษณะ Heteroskedastic Variance ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$E_{t-1}e_t^2 = w + \sum_{i=1}^q a_i e_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p b_i s_{t-i}^2 \quad (2.26)$$

ถ้ากำหนดให้ค่า  $p = 0$  และ  $q = 1$  จะได้เป็น ARCH (1) หรือถ้าค่า  $b_i$  ทั้งหมดมีค่าเป็น 0 แบบจำลอง GARCH (p,q) จะเทียบเท่ากับแบบจำลอง ARCH(q) นั่นเอง คุณสมบัติที่สำคัญของแบบจำลอง GARCH คือค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของตัวรบกวน (disturbances) ของค่า  $x_t$  สร้างขึ้นมาจากกระบวนการ ARMA จึงสามารถคาดได้ว่าส่วนที่เหลือ (Residual) จากการทำ ARMA จะแสดงถึงรูปแบบคุณลักษณะเดียวกัน เช่น ถ้าการประมาณค่า  $\{x_t\}$  ด้วยกระบวนการ ARMA ค่าสหสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation Function หรือ ACF) ซึ่งเป็นสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสุ่มที่หน่วยเวลาห่างกันของกระบวนการเดียวกันและสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน (Partial Autocorrelation Function หรือ PACF) ของส่วนที่เหลือ จะบ่งบอกถึงกระบวนการ white noise และ ACF ของส่วนเหลือยกกำลังสอง (Squared Residuals) นำมาช่วยในการระบุถึงลำดับของกระบวนการ GARCH ได้

#### 2.1.2.4 แนวคิดพื้นฐานของคอปูลา

ฟังก์ชันคอปูลา เป็นฟังก์ชันที่มีมุมมองมาจากการแจกแจงแบบมาร์จินัลของตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กัน และคอปูลาสามารถใช้เพื่อกำหนดการวัดแบบไร้พารามетริก (Nonparametric) ของการขึ้นอยู่กับกันระหว่าง 2 ตัวแปรสุ่มได้ นอกจากนี้ คอปูลายังใช้อธิบายในเรื่องของการมีสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ทำให้คอปูลาเป็นประโยชน์ในการพัฒนาการศึกษาแบบจำลองในรูปแบบใหม่ๆ ได้ (Trivedi and Zimmer, 2005)

##### 1) คำจำกัดความและคุณสมบัติของคอปูลา

คำจำกัดความและคุณสมบัติพื้นฐานของคอปูลา Sklar (1959) กำหนดให้  $X$  เป็นตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันการกระจาย (df) คือ  $F_X(X) = \Pr(X \leq x)$  เพื่อความง่าย กำหนดให้  $F_X$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง (Continuous) และสามารถหาผลต่าง (Differentiable) ฟังก์ชันความหนาแน่นของ  $f_X(x)$  ดังนี้

$$F_X(X) = \int_{-\infty}^x f_X(z) \quad \text{โดยที่} \quad f_X = F_X' \quad (2.27)$$

ให้  $F_X'$  เป็นฟังก์ชันควอนไทล์ (Quantile function)

$$F_X(\alpha) = \inf\{x | F_X(x) \geq \alpha\} \quad (2.23)$$

สำหรับ  $\alpha \in (0,1)$  และจากทฤษฎีความน่าจะเป็นได้ว่า

1)  $F_X(X) \square U(0,1)$  เมื่อ  $U(0,1)$  คือ ตัวแปรที่มีการกระจายแบบยูนิฟอร์ม (Uniformly Distribution Random Variable) ระหว่าง  $(0,1)$

$$2) U \square U(0,1) \text{ ดังนั้น } F_X^{-1}(U) \sim F_X$$

หากกำหนดให้  $X$  และ  $Y$  เป็นตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบมาร์จินัล (Marginal Distribution Random Variable) หรือ margin คือ  $F_X$  และ  $F_Y$  ตามลำดับและมีฟังก์ชันการกระจายร่วม (Joint Distribution Function) ดังนี้

$$F_{XY}(x, y) = \Pr(X \leq x, Y \leq y) \quad (2.28)$$

ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบมาร์จินัลอาจถูกแสดงโดยใช้ฟังก์ชันการกระจายร่วม  $f_{XY}$  ดังนี้

$$f_{xy}(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} F_{XY}(x, y) \quad (2.29)$$

สำหรับตัวแปรสุ่ม  $X$  และ  $Y$  นั้นจะเป็นอิสระกันต่อเมื่อ

$$F_{XY}(x, y) = F_X(x)F_Y(y) \text{ สำหรับทุก } X \text{ และ } y$$

## 2) ทฤษฎี Sklar's Theorem

กำหนดให้  $F_{XY}$  เป็นฟังก์ชันการกระจายร่วมด้วยมาร์จินัล คือ  $F_X$  และ  $F_Y$  ดังนั้นจะพบว่า มีฟังก์ชันการกระจายตัวคอปูลา สำหรับ  $x, y \in [-\infty, \infty]$  ดังนี้

$$F_{XY}(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y)) \quad (2.30)$$

เมื่อ  $F_X$  และ  $F_Y$  มีลักษณะแบบต่อเนื่อง ฟังก์ชัน  $C$  จะมีลักษณะเฉพาะเพียงหนึ่งเดียว (Unique) บนช่วง  $\text{Range } F_X \times \text{Range } F_Y$  ในทางตรงกันข้ามถ้าหาก ฟังก์ชัน  $C$  เป็นคอปูลาโดยที่  $F_X$  และ  $F_Y$  เป็นฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรเดี่ยว (Univariate Distribution Function)  $F_{XY}$  จะเป็นฟังก์ชันการกระจายร่วมด้วยมาร์จินัลของ  $F_X$  และ  $F_Y$  หรือจะกล่าวได้ว่า ฟังก์ชันคอปูลาที่สอดคล้องกับฟังก์ชันการกระจายที่ต่อเนื่อง  $F_{XY}$  จะสัมพันธ์กับมาร์จินัลของ  $F_X$  และ  $F_Y$  ด้วยโครงสร้างที่ขึ้นอยู่กับแก่นกันจะสร้าง  $F_{XY}$  ที่มีลักษณะเฉพาะเพียงหนึ่งเดียว และหากเป็นเช่นนั้นก็จะสามารถกล่าวได้ว่าคอปูลาของ  $X$  และ  $Y$  คือฟังก์ชันการกระจายของ  $F_X(x)$  และ  $F_Y(y)$  (Sklar, 1959)

ยกตัวอย่าง คอพูลา อย่างง่าย (Simple Copula) ถ้า  $X$  และ  $Y$  เป็นอิสระต่อกัน ดังนั้น คอพูลาของตัวแปรทั้งสองจะสอดคล้องกับ

$$C(u, v) = u \cdot v \quad (2.31)$$

เรียกสมการนี้ว่า คอพูลาที่ขึ้นอยู่กับกัน (Independent Copula) หรือ Product Copula ซึ่งรูปแบบสมการนี้จะสอดคล้องกับคำจำกัดความของความเป็นอิสระต่อกัน สมมติ  $X$  และ  $Y$  มีลักษณะขึ้นอยู่กับกันในลักษณะบวกอย่างสมบูรณ์ (Perfect Positive Dependent) ซึ่งจะเกิดขึ้นถ้า

$$Y = T(X) \quad (2.32)$$

และ  $T$  เป็นการเปลี่ยนรูปที่เพิ่มขึ้นอย่างเข้มงวด (Strictly Increasing Transformation) ดังนั้นคอพูลา สำหรับ  $X$  และ  $Y$  จะสอดคล้องกับ

$$C(u, v) = \min(u, v) \quad (2.33)$$

จะเห็นได้ว่าเป็นฟังก์ชันการกระจายของคู่  $(U, U)$  เมื่อ  $U \sim U(0,1)$  สุดท้าย สมมติว่า  $X$  และ  $Y$  มีลักษณะขึ้นอยู่กับกันทางลบอย่างสมบูรณ์ (Perfectly Negatively Dependent) หรือ Counter monotonic ซึ่งจะเกิดขึ้นถ้า

$$Y = T(X)$$

และ  $T$  เป็นการเปลี่ยนรูปที่ลดลงอย่างเข้มงวด (Strictly Decreasing Transformation) ดังนั้นคอพูลา สำหรับ  $X$  และ  $Y$  จะสอดคล้องกับ

$$C(u, v) = \max(u + v - 1, 0) \quad (2.34)$$

ซึ่งคือ ฟังก์ชันการกระจายของคู่อันดับ  $(U, 1-U)$  คอพูลาสำหรับตัวแปรสุ่มที่มีรูปแบบลักษณะ Co-monotonic และ Counter-monotonic เรียกว่า Fréchet bounds สำหรับคอพูลาใดๆ  $c(u, v)$

$$\max(u + v - 1, 0) \leq C(u, v) \leq \min(u, v) \quad (2.35)$$

### 3) ความหนาแน่นคอพูลา (Copula Density)

ความหนาแน่นคอพูลาถูกกำหนดจาก

$$c(u, v) = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} C(u, v) \quad (2.36)$$

เมื่อ  $F_{XY}$  เป็นฟังก์ชันการกระจายร่วมด้วยมาร์จินัลของ  $F_X$  และ  $F_Y$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (2.36) ดังนั้นจากการใช้กฎลูกโซ่ (chain rule) จะสามารถหาความหนาแน่นร่วมของ  $X$  และ  $Y$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
f_{xy}(x,y) &= \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} F_{XY}(x,y) \\
&= \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} C(F_X(x), F_Y(y)) \frac{\partial F_X}{\partial x} \frac{\partial F_Y}{\partial y} \\
&= c((F_X(x), F_Y(y))) \cdot f_x(x) f_y(y)
\end{aligned} \tag{2.37}$$

จะเห็นได้ว่ามีความเป็นไปได้ที่จะจำลองความหนาแน่นของแบบจำลอง 2 ตัวแปร โดยการกำหนดความหนาแน่นมาร์จินัลและความหนาแน่นคอปูลา

### 2.1.2.5 คอปูลาแบบหลายตัวแปร (Multivariate copulas)

คอปูลาแบบหลายตัวแปรเป็นคอปูลารูปแบบหนึ่งในการจำลองการขึ้นอยู่กับกันของตัวแปรที่มากกว่า 2 ตัวขึ้นไป ซึ่งมีคอปูลาสามารถจำแนกได้ 2 กลุ่ม คือ คอปูลาอิลิปติกอล (Elliptical copulas) และ คอปูลาอาร์คิมิดีเนียน (Archimedean copulas) ซึ่งทั้งสองประเภทนี้จะมี ตระกูล (family) ของคอปูลาที่แตกต่างกันออกไป โดยตระกูลคอปูลาที่พบได้บ่อยในกลุ่มของคอปูลาอิลิปติกอล ได้แก่ Gaussian copulas และ Student-*t* copulas ส่วนในกลุ่มของคอปูลาอาร์คิมิดีเนียนที่พบได้บ่อย ได้แก่ Clayton, Gumbel, Joe และ Frank จำพวกคอปูลาอาร์คิมิดีเนียน (Nikoloulopoulos, 2013)

#### 1) คอปูลาอิลิปติกอล (Elliptical copulas)

รูปแบบทั่วไปของคอปูลาอิลิปติกอลแบบหลายตัวแปรมีสมการดังนี้

$$C(u_1, \dots, u_n | \rho) = \Phi \left( \Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_n); \rho \right) \tag{2.38}$$

เมื่อฟังก์ชัน  $\Phi_z(\cdot)$  คือฟังก์ชันคอปูลาหลายตัวแปรที่มี การแจกแจงแบบปกติ หรือ การแจกแจงแบบ Student-*t* ด้วย  $V$  องศาสำหรับ Student-*t* copulas  $\rho$  เป็นเมทริกซ์สหสัมพันธ์ขนาด  $n \times n$  ของตัวแปรตาม (dependence parameters) ด้วยช่วงระหว่าง -1 ถึง 1 ฟังก์ชัน  $\Phi^{-1}$  คือฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสะสม (cumulative distribution function) ของตัวแปรเดี่ยวมาตรฐาน (univariate standard) normal และ student-*t* สำหรับ Gaussian copulas และ Student-*t* copulas ตามลำดับ

#### 2) คอปูลาอาร์คิมิดีเนียน (Archimedean copulas)

สมการของคอปูลาอาร์คิมิดีเนียนแบบหลายตัวแปรมีรูปแบบดังนี้

$$C(u_1, \dots, u_n | \theta) = \Phi \left( \sum_{j=1}^n \Phi^{-1}(u_j); \theta \right) \tag{2.39}$$



เมื่อฟังก์ชัน  $\phi(\cdot)$  คือ แปลงลาปลาซ (Laplace transform) ของตัวแปรเดี่ยว ซึ่งตระกูลของการแจกแจงอาจจะเป็น Clayton, Gumbel, Joe และ Frank ฟังก์ชันคือฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสะสมของการแจกแจงตัวแปรเดี่ยวมาตรฐาน ในกรณีที่หลายตัวแปรสามารถเปลี่ยนความขึ้นอยู่แก่กัน โดยการเลือกชนิดของเมทริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน (symmetric positive-definite matrix) ซึ่งแสดงลักษณะของคอปูลาอิลิปติกอล และช่วงแคบมากขึ้นเมื่อมีหลายมิติเพิ่มขึ้น (Harry and Taizhong, 1996)

### 2.1.2.6 แบบจำลองปริภูมิสถานะ (State space model)

ระบบแบบพลวัตจะอธิบายถึงการเปลี่ยนแปลงในสถานะของส่วนประกอบได้ ตัวแปรที่เป็นค่าสังเกตจะถูกแสดงในฟังก์ชันเชิงพลวัต แต่ส่วนประกอบที่ไม่ใช่ค่าสังเกต (Unobserved components) นี้จะเรียกประกอบนี้ว่าตัวแปรสถานะ (state variables) การเปลี่ยนแปลงจากสถานะหนึ่งไปยังอีกสถานะ หรือการเปลี่ยนแปลงตามกฎบางอย่างนี้จะเรียกชนิดของการสร้างแบบจำลองพลวัตของระบบว่าปริภูมิสถานะ (State space)

ซึ่งสามารถอธิบายพฤติกรรมของตัวแปรสังเกตได้จากตัวแปรภายนอก โดยการตรวจสอบจากการเปลี่ยนแปลงภายในระบบ และจากคุณสมบัติของส่วนประกอบที่ไม่ใช่ค่าสังเกต (Unobserved components) ดังนั้นการสร้างแบบจำลองนี้ถ้าถูกนำไปใช้อย่างถูกต้องอาจแสดงให้เห็นถึงลักษณะและสาเหตุของการเคลื่อนไหวแบบพลวัตของตัวแปรได้อย่างมีประสิทธิภาพ

แบบจำลองปริภูมิสถานะสามารถประมาณได้โดยใช้ตัวกรองคาลแมน ตัวกรองคาลแมนตั้งชื่อตาม Rudolf E. Kálmán (1960) ซึ่งแต่เดิมมีการใช้กันอย่างแพร่หลายในระบบการควบคุมอัตโนมัติและการสื่อสาร และมีการพัฒนาต่อมาให้มีรายละเอียดมากขึ้น โดย Kalman (1978)

Clark (1987) เป็นคนแรกที่ประยุกต์ใช้แบบจำลองปริภูมิสถานะและตัวกรองคาลแมนในการวิเคราะห์ทางเศรษฐกิจ ต่อมา Harvey (1989) and Hamilton (1994) ได้ทำการเพิ่มองค์ประกอบที่สำคัญของวิธีการสร้างแบบจำลองปริภูมิสถานะนี้

ปริภูมิสถานะเป็นระบบสมการเชิงพลวัตที่ประกอบไปด้วยสมการของค่าสังเกตและสมการสถานะซึ่งสามารถแสดงได้ดังระบบสมการต่อไปนี้

$$y_t = H\xi_t + Ax_t + \mu_t \quad (2.40)$$

$$\xi_{t+1} = F\xi_t + Bx_{t+1} + v_{t+1} \quad (2.41)$$

เมื่อ  $y_t$  เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรสังเกตขนาด  $n \times 1$   
 $\xi_t$  เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรสถานะขนาด  $r \times 1$   
 $x_t$  เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรภายนอกขนาด  $k \times 1$

<b>H</b>	เป็นเมทริกซ์ของค่าสัมประสิทธิ์ขนาด $n \times r$
<b>A</b>	เป็นเมทริกซ์ของค่าสัมประสิทธิ์ขนาด $n \times k$
<b>B</b>	เป็นเมทริกซ์ของค่าสัมประสิทธิ์ขนาด $r \times k$
<b>F</b>	เป็นเมทริกซ์ของค่าสัมประสิทธิ์ขนาดและ $r \times r$
$\mu_t$	เป็นเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนขนาด $n \times 1$
$v_t$	เป็นเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนขนาด $r \times 1$

และกำหนดให้เมทริกซ์ของความแปรปรวนจะมีค่าดังต่อไปนี้

$$\text{Cov}(\mu_t, \mu_t) = R \quad \text{Cov}(v_t, v_t) = Q \quad \text{Cov}(\mu_t, v_t) = 0$$

จากสมการที่ (2.40) คือสมการของค่าสังเกต (observation equation or measurement equation) และสมการที่ (2.41) คือสมการสถานะ (State equation or transition equation) ซึ่งสามารถประมาณค่าได้ด้วยขั้นตอนของตัวกรองคาลแมน (Kalman filter algorithm)

### 2.1.2.7 ตัวกรองคาลแมน (the Kalman filter)

ตัวกรองคาลแมนเป็นตัวประมาณค่าของสมการกำลังสองเชิงเส้น (Linear quadratic estimation) ที่ถูกพัฒนาขึ้นโดยอาศัยทฤษฎีการประมาณค่า (Estimation theory) ที่ใช้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่า " Stochastic" ซึ่งประกอบด้วยทฤษฎีของความน่าจะเป็น (Probability) และขบวนการสุ่ม (Random process) การประมาณค่าของตัวแปรสถานะในระบบพลวัตนั้น ตัวแปรสถานะมักมีสัญญาณรบกวนหรือเกิดจากข้อจำกัดในการตรวจวัดตัวแปรสถานะ ดังนั้นการใช้ตัวกรองคาลแมนก็เพื่อที่จะขจัดตัวรบกวนที่เกิดขึ้นในตัวแปรสถานะ (Kalman, 1996 อ้างถึงใน สมภพ ภูริวิกรัย พงศ์ ม.ป.ป.)

ขั้นตอนของตัวกรองคาลแมนสามารถอธิบายได้ใน 3 ขั้นตอน ซึ่งได้แก่ การทำนาย (prediction) การปรับปรุง (updating) และ การขจัดอุปสรรค (smoothing)

#### 1) การทำนาย

ขั้นตอนนี้ คือ การคาดการณ์บนพื้นฐานของข้อมูลที่มีอยู่ ณ เวลาที่  $t-1$  โดยกำหนดให้เวกเตอร์สถานะ (state vector) คือ  $\xi_{t|t-1}$  และ  $P_{t|t-1}$  คือเมทริกซ์ความแปรปรวนซึ่งได้มาจากการประมาณค่าของ  $y_t$  ดังนี้

$$\xi_{t,t-1} = F\xi_{t-1|t-1} \quad (2.42)$$

$$P_{t,t-1} = FP_{t-1|t-1}F' + Q \quad (2.43)$$

$$y_{t|t-1} = H\xi_{t|t-1} + Ax_{t|t-1} \quad (2.44)$$

## 2) การปรับปรุง

ในการพยากรณ์ค่าคลาดเคลื่อนจะประกอบด้วยข้อมูลที่ทำให้เราสามารถปรับปรุงการคาดการณ์ค่า  $\zeta_t$  ได้ดีขึ้น ขั้นตอนนี้จะทำการอนุมานค่าของเวกเตอร์สถานะ  $\zeta_t$  ทำการปรับปรุงโดยใช้ค่าสังเกต (observed value) ของ  $y_t$

$$\Psi_t = \mathbf{H} \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{H}' + \mathbf{R} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{H}' (\Psi_t)^{-1} \quad (2.46)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = y_t - y_{t|t-1} \quad (2.47)$$

$$\zeta_{t,t} = \zeta_{t|t-1} + \mathbf{K}_t \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (2.48)$$

$$\mathbf{P}_{t,t} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}) \mathbf{P}_{t|t-1} \quad (2.49)$$

เมื่อ  $\mathbf{K}_t$  คือผลได้ของตัวกรองคาลแมน  $\Psi_t$

$\Psi_t$  คือเมทริกซ์ของความแปรปรวน/ความแปรปรวนร่วม

$\boldsymbol{\varepsilon}_t$  คือเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อน

เราสามารถทำการประมาณตัวกรองคาลแมนโดยตรงได้จากฟังก์ชันเงื่อนไขความหนาแน่นดังนี้

$$f(y_t | I_{t-1}) = (2\pi)^{-n/2} |\Psi_t|^{-1/2} \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\varepsilon}_t' \Psi_t \boldsymbol{\varepsilon}_t}{2}\right) \quad (2.50)$$

เมื่อ  $I_{t-1}$  คือเซตของข้อมูล ณ เวลาที่  $t-1$

ตัวกรองคาลแมนยังสามารถทำการประมาณได้จากการ maximizing ของ Log likelihood ด้วยฟังก์ชันเงื่อนไขความหนาแน่นดังนี้ (ไม่สนใจส่วนของค่าคงที่)

$$\text{Max} : \sum_{t=1}^T \log f(y_t | I_{t-1}) = -\frac{nT}{2} \log(2\pi) \quad (2.51)$$

$$+\text{Max} : -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \{\log(\Psi_t) + (\boldsymbol{\varepsilon}_t' \Psi_t \boldsymbol{\varepsilon}_t)\}$$

การประมาณค่าพารามิเตอร์และตัวแปรสถานะสามารถหาค่าที่เหมาะสมได้ที่ขั้นตอนของการทำนายการอนุมานบนพื้นฐานของข้อมูลที่มีอยู่ในตัวแปรสถานะเท่านั้น อย่างไรก็ตามข้อสรุปนี้ จะต้องมีการปรับปรุงแก้ไขขึ้นอยู่กับความจริงและการอนุมานกับตัวแปรสังเกต โดยจะทำการขั้นตอนการปรับปรุง ตัวแปรสถานะจะเปลี่ยนแปลงในทางของตัวเองและตัวกรองจะเป็นเหมือนกล่องดำในขั้นตอนการทำนายแต่วัตถุประสงค์ของการแนะนำตัวแปรสถานะนั้นมีการประมาณ การนำเสนอและการเปิดเผยกระบวนการของการสุ่ม  $y_t$  ในอีกทางเลือกหนึ่งสามารถทำได้โดยการเปรียบเทียบค่าที่แท้จริงของ  $y_t$  และทำนายตัวแปรสถานะ แต่ไม่ได้เป็นวิธีที่ดีกว่าวิธีแรก การแก้ไข

ข้อผิดพลาดที่สอดคล้องกัน ทำเพื่อปรับปรุงตัวแปรสถานะให้มีความใกล้เคียงกับการพฤติกรรมของระบบพลวัต

### 3) การขจัดอุปสรรค

ตัวแปรสถานะที่ประมาณระหว่าง 2 ขั้นตอนที่ผ่านมาการใช้ข้อมูลในอดีตทั้งหมดและความเข้าใจข้อมูลในปัจจุบัน  $y_t$  แต่ไม่ได้เป็นตัวอย่างของข้อมูลทั้งหมดซึ่งรวมถึงข้อมูลในอนาคตที่ยังมาไม่ถึงในเวลานั้นด้วย สำหรับความเป็นจริงการควบคุมและการใช้งานที่คล้ายกันเหล่านี้ทั้งหมดจำเป็นต้องสามารถคาดหวังได้ ซึ่งจะเห็นได้ว่าการประมาณการของตัวแปรสถานะในช่วง  $t$  ใดๆ ก็ตาม บนพื้นฐานของข้อมูลทั้งหมดที่ตั้งค่าให้สังเกต ณ เวลา  $T$  ขั้นตอนนี้จะขจัดอุปสรรคและที่ปรับปรุงตัวแปรสถานะย้อนกลับแทนที่ ณ ช่วงเวลา  $T-1$

$$\xi_{t,T} = \xi_{t|t} + V_t(\xi_{t+1|T} - \xi_{t+1|t}) \quad (2.52)$$

$$p_{t,T} = p_{t|t} + v_t(p_{t+1|T} - p_{t+1|t})v_t' \quad (2.53)$$

เมื่อ

$$v_t = p_{t|t} F' p_{t+1|t}^{-1} \quad (2.54)$$

$\xi_{t,T}$  คือส่วนอนุมานของ  $\xi_t$  บนพื้นฐานของตัวอย่างทั้งหมด และ  $p_{t|T}$  คือเมทริกซ์ของความแปรปรวน ในการอนุมานเวกเตอร์ของตัวแปรสถานะและเมทริกซ์ของความแปรปรวน ณ  $T$ ,  $\xi_{t|T}$  และ  $p_{t|T}$  ทราบได้จากสมการที่ (2.42) และ (2.43) ทั้งหมดของ  $\xi_{t,T}$  และ  $p_{t|T}$  สามารถทำซ้ำผ่านสมการที่ (2.45) ถึง (2.49)

#### 2.1.2.8 แบบจำลองสลับเปลี่ยนมาร์คอฟ (Markov Switching Model)

Hamilton (1989) ได้เสนอแบบจำลองสลับเปลี่ยนมาร์คอฟขึ้น โดยมีแนวคิดที่ว่าตัวแปรทางเศรษฐศาสตร์การเงินมีการเปลี่ยนแปลงตามกาลเวลา หากตัวแปรที่เกิดขึ้นจากการแจกแจงรูปแบบหนึ่ง ณ เวลาถัดมาย่อมมีโอกาสสูงที่จะเกิดตัวแปรที่มีการแจกแจงเดียวกันขึ้น เช่น เมื่อผลตอบแทน ณ เวลาที่  $t-1$  มีค่าเป็นบวก อัตราผลตอบแทนในช่วงเวลาที่  $t$  ย่อมมีแนวโน้มที่จะมีค่าเป็นบวกด้วย หรือถ้าผลตอบแทน ณ เวลาที่  $t-1$  มีค่าเป็นลบ อัตราผลตอบแทนในช่วงเวลาที่  $t$  ย่อมมีแนวโน้มที่จะมีค่าเป็นลบตามไปด้วยเช่นกัน พฤติกรรมนี้เรียกว่าพฤติกรรม “สลับเปลี่ยนมาร์คอฟ (Markov Switching)”

จากที่กล่าวมาข้างต้นคุณลักษณะของแบบจำลองการสลับเปลี่ยนมาร์คอฟ มีกลไกสลับที่ถูควบคุมโดยตัวแปรสถานะที่ไม่สังเกตเห็น (unobservable state variable) อันดับหนึ่ง (first-order) ของห่วงโซ่มาร์คอฟ (Markov Chain) โดยเฉพาะอย่างยิ่งคุณสมบัติของมาร์คอฟได้กำหนดให้ค่า

ปัจจุบันของตัวแปรสถานะขึ้นอยู่กับค่าในช่วงเวลาก่อนหน้าทันที กล่าวคือโครงสร้างของแบบจำลอง อาจจะดีกว่าในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งแต่เมื่อเวลาผ่านไป โครงสร้างของแบบจำลองจะถูกแทนที่ด้วย โครงสร้างอื่นเมื่อมีการเปลี่ยนสถานะเกิดขึ้น นี่คือการแตกต่างของแบบจำลองสลับเปลี่ยนมาร์คอฟ กับแบบจำลองสุ่มสลับ (random switching model) ของ Quandt (1972) ซึ่งเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น สลับเปลี่ยนอย่างเป็นอิสระเมื่อเวลาผ่านไปทำให้แบบจำลองการสลับเปลี่ยนมาร์คอฟมีความสามารถในการจำลองอนุกรมเวลาแบบพลวัตที่มีความซับซ้อนมากขึ้น กลไกสลับเปลี่ยนมาร์คอฟได้รับการ พิจารณาเป็นครั้งแรกโดย Goldfeld และ Quandt (1972) และ Hamilton (1989) ได้นำเสนอการ วิเคราะห์อย่างละเอียดของรูปแบบมาร์คอฟ ต่อมาได้มีการเปลี่ยนวิธีการประมาณค่าโดย Hamilton (1994) และ Kim และ Nelson (1999)

จากการทบทวนวรรณกรรมในอดีตแสดงให้เห็นว่า พฤติกรรมอนุกรมเวลาของตัวแปร ทางเศรษฐกิจและการเงินอาจมีรูปแบบที่แตกต่างกันในแต่ละช่วงของเวลา ดังนั้นแทนการใช้ แบบจำลองสำหรับค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขของตัวแปรเพียงแบบจำลองเดียวอาจไม่เพียงพอ แต่ แบบจำลองการสลับเปลี่ยนมาร์คอฟที่สร้างขึ้น โดยการรวมแบบจำลองเชิงพลวัตที่มากกว่าสอง แบบจำลองขึ้นไปผ่านกลไกสลับมาร์คอฟตาม Hamilton (1989,1994) ได้กล่าวไว้ แบบจำลองการ สลับเปลี่ยนมาร์คอฟ AR (Markov switching AR model) สามารถแสดงให้เห็นถึงคุณสมบัติของสลับ เปลี่ยนมาร์คอฟโดยใช้รูปแบบที่เรียบง่ายในการอธิบายดังต่อไปนี้

กำหนดให้  $S_t$  เป็นตัวแปรสถานะ (state variable) ที่มีค่า 0 หรือ 1 แบบจำลองอย่างง่าย สำหรับตัวแปร  $z_t$  ที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการ AR ดังนี้

$$z_t = \begin{cases} \alpha_0 + \beta z_{t-1} + \varepsilon_t, & S_t = 0, \\ \alpha_0 + \alpha_1 + \beta z_{t-1} + \varepsilon_t, & S_t = 1 \end{cases} \quad (2.55)$$

เมื่อ  $\alpha_0, \alpha_1$  คือค่าคงที่และ  $|\beta| < 1$  และ  $\varepsilon_t$  เป็น *i.i.d.* (Independent and identically distributed) ตัวแปรสุ่มที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ  $\sigma_\varepsilon^2$  นั่นคือกระบวนการนิ่ง ของ AR(1) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ  $\alpha_0/(1-\beta)$  เมื่อ  $S_t = 0$  แต่ถ้าเกิดการสลับเปลี่ยนของกระบวนการ AR(1) กระบวนการจะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ  $(\alpha_0 + \alpha_1)/(1-\beta)$  เมื่อ  $S_t$  เปลี่ยนจาก 0 เป็น 1 โดยมีเงื่อนไข ว่า  $\alpha_1 \neq 0$  แบบจำลองนี้ถูกกำหนดโดยโครงสร้างเชิงพลวัตที่ต่างกัน 2 ระดับโดยขึ้นอยู่กับตัวแปร สถานะ  $S_t$  ในกรณีที่  $z_t$  ถูกควบคุมจากการกระจายสองรูปแบบที่แตกต่างกัน  $S_t$  จะเป็นตัวกำหนดการ สลับเปลี่ยนระหว่างการกระจายสองภาวะ (Two-States)

จากสมการที่ (2.55) เมื่อ  $S_t = 0$  โดยที่  $t=1, \dots, \tau_0$  และ  $S_t = 1$  โดยที่  $t = \tau_0 + 1, \dots, T$  เป็นแบบจำลองที่มีการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างของแบบจำลองแบบกะทันหัน

หลังจากเปลี่ยน  $t = \tau_0$  หาก  $S_t$  เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการกระจายตัวแบบแบร์นูลลี (Bernoulli random variables) จะกลายเป็นแบบจำลองสลับเปลี่ยนเชิงสุ่มของ Quandt (1972) ในแบบจำลองสลับเปลี่ยนเชิงสุ่ม  $S_t$  จะเป็นตัวแปรอิสระของตัวแปรสถานะทั้งในอดีตและอนาคตของ  $Z_t$  ซึ่งอาจจะเป็นการสลับไปมาระหว่างสถานะที่แตกต่างกัน ถ้า  $S_t$  คือการตั้งสมมติฐานเป็นตัวแปรตัวบ่งชี้  $1_{\lambda, c}$  ดังนั้น  $S_t = 0$  หรือ 1 ขึ้นอยู่กับค่าของ  $\lambda_t$  มีค่ามากกว่าค่าเทรชโฮลด์ (Threshold)  $C$  หรือไม่ หากมากกว่าสมการที่ (28) จะกลายเป็นแบบจำลอง Threshold การเปลี่ยนแบบจำลองสลับเปลี่ยนเชิงสุ่มเป็นแบบจำลอง Threshold ก่อนข้างสามารถเกิดขึ้นได้บ่อย ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับตัวแปรล่าช้าอิสระ (lagged dependent variable) ( $Z_{t-d}$ ) ณ เวลา  $t$

ในขณะที่แบบจำลองทั้งหมดนี้สามารถปรับเปลี่ยนพฤติกรรมของอนุกรมเวลาในสองภาวะได้แต่ก็มีข้อจำกัดในแต่ละแบบจำลอง สำหรับแบบจำลองที่มีการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างเดียว (Single structure) ก็จะมีข้อจำกัดมากเพราะเกิดการเปลี่ยนแปลงเพียงหนึ่งครั้ง แม้ว่าจะมีการขยายรูปแบบเพื่อให้มีการเปลี่ยนแปลงมากขึ้น แต่กลับส่งผลให้ผลของการประมาณค่าแบบจำลองและการทดสอบสมมติฐานมีความยุ่งยากมากขึ้น นอกจากนี้การเปลี่ยนแปลงในรูปแบบโครงสร้างเดียวจะทำให้แบบจำลองถูกกำหนดจากตัวแปรเวลาภายนอก แต่ในทางกลับกันแบบจำลองสลับเปลี่ยนเชิงสุ่มอนุญาตให้มีการเปลี่ยนแปลงหลายครั้ง แต่ครั้งที่มีการเปลี่ยนแปลงตัวแปรสถานะจะยังคงอยู่ภายนอกโครงสร้างของแบบจำลองเชิงพลวัต อย่างไรก็ตามแบบจำลองสลับเปลี่ยนเชิงสุ่มมีข้อเสียคือการที่ตัวแปรสถานะมีความเป็นอิสระในแต่ละช่วงเวลา และด้วยเหตุนี้ทำให้ไม่สามารถใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาได้ แต่ถ้าหากเป็นการเปลี่ยนแปลงในแบบจำลอง Threshold จะทำให้ตัวแปรสถานะขึ้นอยู่กับภายนอกและเปลี่ยนแปลงได้หลากหลายกว่าการเลือกตัวแปร  $\lambda_t$  ที่เหมาะสม แต่การเลือกค่า threshold  $C$  ในแบบจำลองนี้มักจะเป็นงานที่ยาก ดังนั้นวิธีการหนึ่งที่จะหลีกเลี่ยงปัญหาดังกล่าวคือการพิจารณาข้อกำหนดที่แตกต่างกันสำหรับ  $S_t$  โดยเฉพาะ สมมติว่า  $S_t$  เป็นไปตามอนุพันธ์ลำดับแรกของห่วงโซ่มาร์คอฟทำให้เมทริกซ์มีการเปลี่ยนแปลงดังต่อไปนี้

$$P = \begin{pmatrix} Pr(S_t = 0 | S_{t-1} = 0) & Pr(S_t = 1 | S_{t-1} = 0) \\ Pr(S_t = 0 | S_{t-1} = 1) & Pr(S_t = 1 | S_{t-1} = 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{pmatrix}$$

เมื่อ  $p_{ij}$  ( $i, j = 0, 1$ ) แสดงถึงความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง  $S_t = j$  ที่กำหนดว่า  $S_{t-1} = i$  เห็นได้ชัดว่า ความน่าจะเป็นจะตอบสนองกับความเปลี่ยนแปลง  $p_{11} + p_{10} = 1$  การเปลี่ยนแปลงเมทริกซ์จะบังคับพฤติกรรมของตัวแปรสถานะสุ่มและจะมีเพียงสองพารามิเตอร์ ( $p_{00}, p_{11}$ ) เท่านั้น

### 2.1.2.9 การทดสอบย้อนกลับ (Backtesting)

การทดสอบย้อนกลับเป็นเทคนิคสำหรับการจำลองแบบหรือกลยุทธ์เกี่ยวกับข้อมูลที่ผ่านมาเพื่อวัดความถูกต้องและประสิทธิผล การทดสอบย้อนกลับในมูลค่าความเสี่ยงถูกใช้เพื่อเปรียบเทียบความสูญเสียที่คาดการณ์ไว้จากค่าที่คำนวณได้ซึ่งมีความเสี่ยงกับผลขาดทุนจริงที่เกิดขึ้นเมื่อสิ้นสุดระยะเวลาที่กำหนด การเปรียบเทียบนี้จะระบุระยะเวลาที่มีการประเมินค่าความเสี่ยงของพอร์ตลงทุนว่าต่ำกว่าหรือที่สูงกว่ามูลค่าที่คาดว่าจะเป็น ค่าที่คาดการณ์ความเสี่ยงสามารถคำนวณใหม่ได้หากค่าการทดสอบย้อนหลังไม่ถูกต้องซึ่งจะช่วยลดความเสี่ยงจากความสูญเสียที่ไม่คาดคิด

สมมติฐานพื้นฐานของแบบจำลองการทำ Backtesting คือ การใช้ค่าความเป็นไปได้เพียงสองแบบคือ 1 เป็น "ความสำเร็จ" และ 0 คือ "ล้มเหลว" (Alexander, 2009) วิธีการทดสอบย้อนกลับของแบบจำลองมูลค่าความเสี่ยงมีหลายวิธีการ โดยปกติจะคำนวณจากจำนวนครั้งที่เกิดการสูญเสียของพอร์ตการลงทุน (Investment Portfolio) ซึ่งการทดสอบย้อนกลับนั้นจะนับส่วนเกินจากค่าคาดหวังที่คาดการณ์ไว้ โดยจะเรียกว่าอัตราการละเมิด (Rate of Violations) เช่น มูลค่าความเสี่ยง ณ ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 95 มีค่าคาดหวังว่าจะมีอัตราการละเมิดไม่เกินร้อยละ 5 หรือมูลค่าความเสี่ยง ณ ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 99 มีค่าคาดหวังว่าจะมีอัตราการละเมิดไม่เกินร้อยละ 1

วิธีการทดสอบย้อนกลับที่ถูกใช้กันอย่างแพร่หลายถูกพัฒนาโดย Kupiec (1995) ซึ่งตรวจสอบว่าอัตราการละเมิดที่สังเกตได้มีค่าเท่ากับค่าสถิติที่คาดการณ์ไว้หรือไม่ ภายใต้สมมติฐานที่ว่าแบบจำลองมีความเป็นไปได้ที่จะเหมาะสม อัตราส่วนทางสถิติคือ

$$L = 2 \ln \left( \left( 1 - \frac{n}{T} \right)^{T-n} \left( \frac{n}{T} \right)^n \right) - 2 \ln \left( (1-q)^{T-n} q^n \right) \quad (2.56)$$

โดยที่  $n$  คือจำนวนวันในเวลาที่  $T$  ที่มีการละเมิดหรือส่วนเกินปรากฏขึ้น

$q$  คืออัตราการละเมิดที่คาดหวังไว้

ดังนั้นแบบจำลองมูลค่าความเสี่ยงจะถูกปฏิเสธหากเกิดการละเมิดมากเกินไปหรือน้อยเกินไป

สำหรับมูลค่าความเสี่ยงที่มีเงื่อนไข (Conditional Value-at-Risk) หรือ ค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกิน (Expected Shortfall) มีวิธีการทดสอบย้อนกลับ คือ ใช้จำนวนของฟังก์ชันการสูญเสีย  $\rho$  ซึ่งถูกเสนอโดย Blanco และ Nihle (1998)

$$\rho = \frac{(\text{return} - \text{VaR})^+}{\text{VaR}} \quad (2.57)$$

เมื่อ  $f^+ = f$  ถ้า  $f > 0$  โดยไม่เป็น 0

จะสังเกตได้ว่าความสูญเสียของมูลค่าความเสี่ยงที่มีเงื่อนไข (CVaR) จะให้ค่าที่สูงกว่ามูลค่าความเสี่ยงแบบปกติ (VaR) ซึ่งเป็นเกณฑ์มาตรฐานสำหรับขั้นตอนการประเมินผลและการคาดการณ์ความเสี่ยงในอนาคต โดยจะเท่ากับส่วนต่างระหว่างมูลค่าความเสี่ยงที่มีเงื่อนไข (CVaR) กับมูลค่าความเสี่ยงแบบปกติ (VaR) หากด้วยมูลค่าความเสี่ยง (VaR) อย่างไรก็ตามฟังก์ชันการสูญเสีย (2.57) ยังมีปัญหา เนื่องจากมูลค่าความเสี่ยงที่เป็นตัวหารจะไม่สามารถเป็นศูนย์ได้ และสามารถให้ผลลัพธ์ที่ไม่ถูกต้อง หากมูลค่าความเสี่ยงมีค่าใกล้ศูนย์ (Letmark, 2006)

### 2.1.2.10 เกณฑ์การเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด (Model selection)

การเลือกแบบจำลอง (Model selection) สำหรับการประมาณค่าสมการเชิงเศรษฐมิตินั้น เพื่อที่จะได้รูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุด จำเป็นต้องมีแนวทางในการเลือกรูปแบบของแบบจำลองโดยพิจารณาจากค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Information Criterion (SIC) โดยรูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมจะให้ค่า AIC และ SIC ต่ำที่สุด ซึ่ง Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Information Criterion (SIC) สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\text{Akaike Information Criterion (AIC)} = -2l / \eta + 2k / \eta \quad (2.58)$$

$$\text{Schwartz Information Criterion (SIC)} = -2l / \eta + k \log \eta / \eta \quad (2.59)$$

โดยที่  $k$  คือจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

$\eta$  คือจำนวนของค่าสังเกต

$l$  คือค่าของ Log likelihood function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่า  $k$  ตัว

## 2.2 เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ปิยนุช เรืองขจร (2550) ได้ทำการศึกษาการประมาณค่าความผันผวนและผลตอบแทนของราคาน้ำมันดิบ ถ่านหินและก๊าซธรรมชาติ ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อเลือกแบบจำลองในการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทน โดยวิธี ARIMA-EGARCH ARIMA-GARCH-M และ ARIMA-GARCH พบว่าผลการพยากรณ์ผลตอบแทนของราคาพลังงานแต่ละชนิดในช่วง Historical Forecast และ Ex-Post Forecast แบบจำลองที่ให้ค่า Root Mean Square Error ต่ำที่สุดสำหรับผลตอบแทนของราคาน้ำมันดิบ ถ่านหิน และก๊าซธรรมชาติ เป็นแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ผลตอบแทนล่วงหน้าในอนาคตของพลังงานแต่ละชนิด และสามารถประมาณค่าความแปรปรวนของผลตอบแทนใน 5 ช่วงเวลาต่อมา แบบจำลองที่เหมาะสมในการพยากรณ์ ผลตอบแทนของราคาพลังงานแต่ละชนิดขึ้นอยู่กับลักษณะการเคลื่อนไหวของพลังงานแต่ละชนิด



รุจินันท์ บดินิวิวัฒน์ (2554) ศึกษาตัวแบบ Markov-Switching ว่าสามารถทำนายกำไรส่วนเกินจากตลาดหลักทรัพย์ได้หรือไม่ โดยใช้ผลตอบแทนรายวันของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย (SET) ในช่วงปี 2533 ถึง 2555 ด้วยวิธีการ Markov Switching Model และ Moving Average พบว่าผลตอบแทนเฉลี่ยในช่วงการพยากรณ์นอกตัวอย่าง (Out-of-sample) ที่ได้จากการใช้ Markov Switching Model น้อยกว่าผลตอบแทนเฉลี่ยที่ได้จากการใช้ Moving Average แต่เมื่อพิจารณาความเสี่ยงร่วมด้วยพบว่าการใช้ Markov Switching นั้นให้ความแปรปรวนน้อยกว่าและมี sharpe ratio ที่สูงกว่าแสดงให้เห็นถึงความเสี่ยงจากการลงทุนที่น้อยกว่า

Carvalho และ Lopes (2007) ได้ทำการศึกษาเรื่อง Simulation-based sequential analysis of Markov switching stochastic volatility models โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการจำลอง และ ราคาดัชนี IBOVESPA แบบรายวันด้วยวิธีการ Markov switching stochastic volatility ผลการศึกษาพบว่า ระยะเวลาของสภาวะมีระยะเวลาที่ค่อนข้างยาวการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรสถานะไม่ต่อเนื่อง และมีความผันผวนต่ำเมื่อเทียบกับดัชนีชนิดอื่น

Vo (2011) ได้ทำการศึกษาเรื่อง Oil and stock market volatility A multivariate stochastic volatility perspective โดยใช้ข้อมูลราคาดัชนี S&P 500 และราคาน้ำมันดิบรายวันในตลาดซื้อขายล่วงหน้า ของประเทศสหรัฐอเมริกา WTI ด้วยวิธีการ GARCH และ Multivariate stochastic volatility ผลการศึกษาพบว่าการใช้แบบจำลอง Dynamic Correlation Multivariate Stochastic Volatility ให้ผลการประมาณที่ดีกว่าแบบจำลอง Constant Correlation Multivariate Stochastic Volatility แต่อย่างไรก็ตามในการวิเคราะห์มูลค่าความเสี่ยงแบบจำลอง CC-MSV สามารถให้ค่าที่ตรงกับความเป็นจริงได้มากกว่า นอกจากนี้ยังพบว่า การเพิ่มขึ้นของความผันผวนในตลาดน้ำมันส่งผลให้ความผันผวนในตลาดหุ้นเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางเดียวกันด้วยและในทางกลับกันถ้าความผันผวนในตลาดหุ้นเพิ่มขึ้นก็จะส่งผลต่อความผันผวนในตลาดน้ำมันในทิศทางเดียวกันด้วย

Lammerding, Stephan, Trede และ Wilfling (2013) ได้ทำการศึกษาเรื่อง Speculative bubbles in recent oil price dynamics Evidence from a Bayesian Markov-switching state-space approach ด้วยวิธีการ Markov-switching model, State-space model และ Markov Chain Monte Carlo โดยใช้ข้อมูลรายวันของ ราคาปิคน้ำมันดิบรายวันในตลาดซื้อขายล่วงหน้า ของประเทศสหรัฐอเมริกา WTI และ ราคาปิคน้ำมันดิบรายวันในตลาดซื้อขายล่วงหน้า ของประเทศสหรัฐอเมริกา Brent ผลการศึกษาพบว่า มีฟองสบู่ในการเปลี่ยนแปลงของราคาน้ำมันล่าสุดจริงและเห็นได้ชัดว่าวิกฤตทางการเงินจะส่งผลกระทบต่อภาคเศรษฐกิจจริงและการลดระดับการเติบโตโลก การชะลอตัวนี้จะในการทำงานสินค้าในตลาดมีปริมาณมากเกินไป ซึ่งในท้ายที่สุดมันจะทำให้เกิดการระเบิดของฟองสบู่ราคาน้ำมัน

Akgüla , Bildiricib และ Özdemirc (2015) ได้ทำการศึกษาเรื่อง Evaluating the nonlinear linkage between gold prices and stock market index using Markov-Switching Bayesian VAR models ด้วยวิธีการ Markov Switching Bayesian VAR Models โดยใช้ข้อมูลรายวันราคาดัชนี S&P 500 ราคาทองคำ และราคาน้ำมันดิบ ผลการศึกษาพบว่า การเปลี่ยนแปลงของราคาน้ำมันดิบส่งผลกระทบต่อราคาทองคำและ S & P 500 ผลกระทบนี้จะแตกต่างกันไปตามสภาวะ เมื่อราคาน้ำมันมีการเปลี่ยนแปลงจะส่งผลกระทบต่อราคาทองคำคือในเชิงบวกในเวลา  $T$  และ  $T-1$  แต่เป็นลบในเวลา  $T-2$  ส่วนผลกระทบของราคาน้ำมันที่มีต่อดัชนี S & P 500 นั้นจะเป็นบวก  $T$  และ  $T-2$  แต่เป็นลบในเวลา  $T-1$

Pinhoa, Francob และ Silvac (2016) ได้ทำการศึกษาเรื่อง Modeling volatility using state space models with heavy tailed distributions โดยใช้ข้อมูลรายวันดัชนี S&P 500, ดัชนีNASDAQ, ดัชนีINMEX, ดัชนี IBOVESPA, ดัชนี Merval, และดัชนี IPSA ด้วยวิธีการ non-Gaussian state space model, Pareto model, Skew GED model, Weibull model, GARCH และ EGARCH ผลการศึกษาพบว่าแบบจำลอง non-Gaussian state space โดยใช้การกระจายแบบ Weibull และ Log-gamma สามารถให้ค่า criteria ที่ดีกว่าแบบจำลอง GARCH และ EGARCH แต่ในดัชนี INMEX และ ดัชนี Merval ค่า criteria ที่ได้จากแบบจำลอง GARCH และ EGARCH โดยมีการกระจายตัวแบบ SV-LOG ให้ค่าที่ดีกว่าเพียงเล็กน้อยซึ่งจากตรงนี้แสดงให้เห็นว่าแบบจำลอง non-Gaussian state space สามารถประมาณค่าได้ดีไม่น้อยกว่าแบบจำลอง GARCH และ EGARCH เลย

Nael Al-Anaswah และ Bernd Wilfling (2011) ได้ทำการศึกษาเรื่อง Identification of speculative bubbles using state-space models with Markov-switching ด้วยวิธีการ state-space models กับ Markov-switching โดยใช้ข้อมูลดัชนี S&P 500 ระหว่างค.ศ. 1871 ถึง 1980 ผลการศึกษาพบว่าขั้นตอนทางเศรษฐมิติที่ใช้ในบทความฉบับนี้แสดงให้เห็นว่าข้อกำหนดเฉพาะของ Markov-switching อาจมีส่วนสำคัญต่อการเปลี่ยนแปลงของฟองสบู่ในราคาหุ้น ดังนั้นเราจึงเสนอการผนวกรวมข้อมูลเชิงประจักษ์นี้เข้ากับวิธีการทั่วไปที่ออกแบบมาเพื่อค้นหาฟองสบู่ในราคาหุ้น เพื่อเพิ่มโอกาสในการตรวจพบฟองสบู่ในอนาคตได้มากขึ้นในระยะเริ่มต้น

Vladimir Kuzin (2006) ได้ทำการศึกษาเรื่อง The inflation aversion of the Bundesbank: A state space approach ด้วยวิธีการ State space และ Markov switching โดยใช้ข้อมูลรายไตรมาสของเยอรมัน ช่วงปี ค.ศ. 1975 ถึง พ.ศ. 2541 ผลการศึกษาพบว่า Bundesbank มีปฏิกิริยาไม่แน่นอนต่อการเติบโตของประเทศเยอรมนี ผลที่ได้สามารถตีความได้จากวิธีการที่เรียกว่า "opportunistic approach" จากเงิน

ผิด การประมาณค่าด้วยข้อมูลรายเดือนหรือการคาดการณ์ในอนาคตอาจเป็นจุดเริ่มต้นสำหรับการวิจัยต่อไป ความเป็นไปได้ที่จะขยายงานในปัจจุบันก็คือการเปรียบเทียบกับประเทศอื่น

Masafumi Nakano , Akihiko Takahashi และ Soichiro Takahashi (2017) ได้ทำการศึกษาเรื่อง Creating investment scheme with state space modeling ด้วยวิธีการ state space โดยใช้ข้อมูลผลตอบแทนของดัชนี S&P500 ดัชนี Hang Seng พันธบัตรรัฐบาลสหรัฐฯอายุ 10 ปี และทองคำ ผลการศึกษาพบว่า วิธีการนี้ภายใต้พารามิเตอร์กรณีพื้นฐานอัตราส่วน Sharpe ของพอร์ตการลงทุนที่สร้างมาอยู่ที่ประมาณ 30-50% (ต่อปี) สูงกว่าวิธีอื่น นอกจากนี้ยังยืนยันว่าความอ่อนไหวต่อการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์มีประสิทธิภาพค่อนข้างปานกลาง สำหรับพอร์ตการลงทุนที่สร้างมา

Stefanos Dimitrakopoulos และ Dipak K. Dey (2017) ได้ทำการศึกษาเรื่อง Discrete-response state space models with conditional heteroscedasticity: An application to forecasting the federal funds rate target ด้วยวิธีการ State-space model และ stochastic volatility โดยใช้ข้อมูล เป้าหมายอัตราเงินเฟ้อของธนาคารกลางสหรัฐฯ รายสัปดาห์ซึ่งครอบคลุมช่วงตั้งแต่สัปดาห์แรกของเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ. 2527 ถึงสัปดาห์สุดท้ายของเดือนเมษายน 2544 ผลการศึกษาพบว่า โมเดลนี้มีประสิทธิภาพในการทำงานก่อนหน้าดีกว่าข้อกำหนดอื่น ๆ

## ตารางที่ 2.1 ทบทวนวรรณกรรม

ชื่อผู้แต่ง	ชื่อเรื่อง	ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา	วิธีการที่ใช้ศึกษา
ปิยนุช เรืองขจร (2550)	การประมาณค่าความผันผวนและผลตอบแทนของราคาน้ำมันดิบ ถ่านหิน และก๊าซธรรมชาติ	ราคาปิดน้ำมันดิบรายวันในตลาดซื้อขายล่วงหน้าของประเทศสหรัฐอเมริกา และราคาปิดของถ่านหินในตลาดสหรัฐอเมริกา	ARIMA-E-GARCH ARIMA-GARCH-M และ ARIMA-GARCH
รุจินันท์ บดินิธิวัตน์ (2554)	ตัวแบบ Markov-Switching สามารถทำนายกำไรส่วนเกินจากตลาดหลักทรัพย์ได้หรือไม่	ผลตอบแทนรายวันของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย (SET)	Markov Switching Model และ Moving Average
Carlos M. Carvalho และ Hedibert F. Lopes (2007)	Simulation-based sequential analysis of Markov switching stochastic volatility models	ราคาดัชนี IBOVESPA แบบรายวัน	Markov switching stochastic volatility

ตารางที่ 2.1 ทบทวนวรรณกรรม (ต่อ)

ชื่อผู้แต่ง	ชื่อเรื่อง	ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา	วิธีการที่ใช้ศึกษา
Chia-Lin Chang , Michael McAleer และRoengchai Tansuchat (2009)	Volatility Spillovers Between Returns on Crude Oil Futures and Oil Company Stocks	ดัชนีราคาน้ำมันดิบเวสต์ เท็กซัสในตลาดล่วงหน้า และดัชนีราคาปิดตลาด หลักทรัพย์ของบริษัท น้ำมันรายใหญ่	VARMA-GARCH และ VARMA- AGARCH
Minh Vo (2011)	Oil and stock market volatility A multivariate stochastic volatility perspective	ราคาดัชนี S&P 500 และ ราคาน้ำมันดิบรายวันใน ตลาดซื้อขายล่วงหน้า ของ ประเทศสหรัฐอเมริกา WTI	GARCH และ Multivariate stochastic volatility
Marc Lammerding, Patrick Stephan, Mark Trede และ Bernd Wilfling (2013)	Speculative bubbles in recent oil price dynamics Evidence from a Bayesian Markov- switching state-space approach	ราคาปิดน้ำมันดิบรายวัน ในตลาดซื้อขายล่วงหน้า ของประเทศสหรัฐอเมริกา WTI และราคาปิด น้ำมันดิบรายวันในตลาด ซื้อขายล่วงหน้า ของ ประเทศสหรัฐอเมริกา Brent	Markov-switching model State-space model และ Markov- Chain- Monte-Carlo
Işıl Akgüla , Melike Bildiricib และ Selin Özdemirc (2015)	Evaluating the nonlinear linkage between gold prices and stock market index using Markov- Switching Bayesian VAR models	ราคาดัชนี S&P 500 ราคา ทองคำ และราคาน้ำมันดิบ	Markov Switching Bayesian VAR Models

ตารางที่ 2.1 ทบทวนวรรณกรรม (ต่อ)

ชื่อผู้แต่ง	ชื่อเรื่อง	ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา	วิธีการที่ใช้ศึกษา
Frank M. de Pinhoa, Glaura C. Francob และ Ralph S. Silvac (2016)	Modeling volatility using state space models with heavy tailed distributions	ดัชนี S&P 500, ดัชนี NASDAQ, ดัชนี INMEX, ดัชนี IBOVESPA, ดัชนี Merval, และดัชนี IPSA แบบรายวัน	non-Gaussian state space model, Pareto model, Skew GED model, Weibull model, GARCH และ EGARCH
Nael Al-Anaswah และ Bernd Wilfling (2011)	Identification of speculative bubbles using state-space models with Markov-switching	ดัชนี S&P 500 ระหว่าง ค.ศ. 1871 ถึง 1980	state-space models กับ Markov- switching
Vladimir Kuzin (2006)	The inflation aversion of the Bundesbank: A state space approach	รายไตรมาสของเยอรมัน ช่วงปี ค.ศ. 1975 ถึง พ.ศ. 2541	State space และ Markov switching
Masafumi Nakano , Akihiko Takahashi , Soichiro Takahashi (2017)	Creating investment scheme with state space modeling	ดัชนี S&P500 ดัชนี Hang Seng พันธบัตรรัฐบาล สหรัฐฯอายุ 10 ปี และ ทองคำ	สร้างผลตอบแทนที่ มากเกินกว่า S & P 500 และสร้าง พอร์ตการลงทุนที่มี ผลตอบแทนทาง การเงินที่ไม่ดี
Stefanos Dimitrakopoulos , Dipak K. Dey (2017)	Discrete-response state space models with conditional heteroscedasticity: An application to forecasting the federal funds rate target	เป้าหมายอัตราเงินเฟ้อของ ธนาคารกลางสหรัฐฯ	State-space model และ stochastic volatility