บทที่ 3

ระเบียบวิธีวิจัย

ในส่วนระเบียบวิธีวิจัยการศึกษาการวิเคราะห์สัดส่วนการลงทุนที่เหมาะสมในทองคำ น้ำมัน และดัชนีหุ้นโดยการประยุกต์ใช้แบบจำลองปริภูมิสถานะสลับเปลี่ยนมาร์คอฟ แบบจำลองความผันผวนเชิงสุ่มและฟังก์ชั่นคอปูลาจะนำเสนอถึงข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา วิธีการศึกษา วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล และระยะเวลาในการดำเนินการวิจัย ดังนี้

3.1 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา

ในการศึกษาครั้งนี้ใช้ข้อมูลเป็นข้อมูลราคาปิดรายสัปดาห์โดยใช้ข้อมูลตั้งแต่ 1 เมษายน 2539 ถึง 31 มีนาคม 2559 จำนวน 1,045 ข้อมูล

ตารางที่ 3.1 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา

	ตลาดที่ทำการซื้อขาย	**ฐานข้อมูล**
ดัชนี S&P 500	สหรัฐอเมริกา	Thomson Reuter DataStream
ราคาทองคำ	สหรัฐอเมริกา	Thomson Reuter DataStream
ราคาน้ำมัน (WTI)	สหรัฐอเมริกา	Thomson Reuter DataStream

3.2 วิธีการศึกษา / วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล และสถิติที่ใช้ในการศึกษา

3.2.1 ปรับข้อมูลให้อยู่ในรูปของผลตอบแทน

โดยการใช้ข้อมูลทุติยภูมิที่ได้มาทำให้อยู่ในรูปของผลตอบแทนเนื่องจากโดยทั่วไปข้อมูลอนุกรมเวลาของราคามักมีลักษณะที่ไม่นิ่ง (non-stationary) เราจึงมักจะปรับข้อมูลราคา ให้เป็น ข้อมูลผลตอบแทน ที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) มากกว่าดังนี้

$$R_{i,t} = \ln\left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}\right) \tag{3.1}$$

โดยที่ $R_{i,t}$ คืออัตราผลตอบแทนของสินทรัพย์ที่ i ณ เวลาที่ t

$P_{i,t}$ คือราคาของสินทรัพย์ที่ i ณ เวลาที่ t

$P_{i,t-1}$ คือราคาของสินทรัพย์ที่ i ณ เวลาที่ $t-1$

$i=1$ คือดัชนีราคา S&P 500 $i=2$ คือราคาทองคำ $i=3$ คือราคาน้ำมัน

จากสมการที่ 3.1 เป็นรูปแบบของผลตอบแทนที่ถูกแปลงรูปให้อยู่ในรูปแบบของลอการิทึม ซึ่งมีความแต่ต่างจากรูปแบบผลตอบแทนปกติ เนื่องจากภายใต้ลักษณะลอการิทึมนั่นมีคุณสมบัติบ้างประการ ที่ดีกว่ารูปแบบข้อมูลผลตอบแทนแบบปกติ กล่าวคือ ประการที่หนึ่งข้อมูลผลตอบแทนในลักษณะลอการิทึมนั่นสามารถแปลงกลับให้อยู่ในรูปแบบผลตอบแทนแบบปกติได้ ประการที่สองเมื่อผลตอบแทนมีขนาดเล็กมาก ผลตอบแทนที่มีลักษณะลอการิทึมและผลตอบแทนแบบปกติจะมีค่าเท่ากัน และประการที่สามหากผลตอบแทนที่ได้รับมีความถี่สูง จะทำให้การทำให้อยู่ในลักษณะลอการิทึมนั่น จะสามารถลดความซับซ้อนของอัลกอริทึมลงได้ Hudson (2010)

3.2.2 การทดสอบยูนิทรูท (Unit root test) หรือความนิ่งของข้อมูล

การจะนำข้อมูลไปใช้ในการประมาณค่าจะต้องมีการทดสอบความนิ่งของข้อมูลเพื่อที่จะหลีกเลี่ยงข้อมูลที่ไม่นิ่งหรือไม่มีเสถียรภาพ โดยหากนำข้อมูลที่ไม่นิ่งหรือไม่มีเสถียรภาพมาใช้ในการประมาณค่าแบบจำลองอาจเกิดปัญหาผลลวง (Spurious Regression) ได้ จึงจำเป็นที่ต้องทำการทดสอบด้วยวิธีการทดสอบ ADF (Augmented Dickey - Fuller Test) โดยที่

$R_{1,t}$ คืออัตราผลตอบแทนของราคาดัชนี S&P 500 ณ เวลาที่ t

$R_{2,t}$ คืออัตราผลตอบแทนของทองคำในตลาดสหรัฐฯ ณ เวลาที่ t

$R_{3,t}$ คืออัตราผลตอบแทนของน้ำมันในตลาดของสหรัฐฯ ณ เวลาที่ t

ตารางที่ 3.2 การทดสอบยูนิทรูท

ตัวแปร	**ทดสอบยูนิทรูท**		
$R_{1,t}$	**ผลตอบแทนของราคาดัชนี S&P 500**		
	None	$\Delta R_{1,t} = \theta R_{1,t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta R_{1,t-i} + \varepsilon_t$	(3.2)
	Intercept	$\Delta R_{1,t} = \alpha + \theta R_{1,t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta R_{1,t-i} + \varepsilon_t$	(3.3)
	Trend and Intercept	$\Delta R_{1,t} = \alpha + \beta t + \theta R_{1,t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta R_{1,t-i} + \varepsilon_t$	(3.4)

ตารางที่ 3.2 (ต่อ)

ตัวแปร	ทดสอบยูนิทรูท	
$R_{2,t}$	**ผลตอบแทนของราคาทองคำในตลาดซื้อขายล่วงหน้าของสหรัฐฯ**	
	None $\quad \Delta R_{2,\mathrm{t}} = \theta R_{2,t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta R_{2,t-1} + \varepsilon_t$	(3.5)
	Intercept $\quad \Delta R_{2,t} = \alpha + \theta R_{2,t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta R_{2,t-i} + \varepsilon_t$	(3.6)
	Trend and Intercept $\quad \Delta R_{2,t} = \alpha + \beta t + \theta R_{2,t-1} \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta R_{2,t-i} + \varepsilon_t$	(3.7)
$R_{3,t}$	**ผลตอบแทนของราคาน้ำมันในตลาดซื้อขายล่วงหน้าของสหรัฐฯ**	
	None $\quad \Delta R_{3,\mathrm{t}} = \theta R_{3,t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta R_{3,t-1} + \varepsilon_t$	(3.8)
	Intercept $\quad \Delta R_{3,t} = \alpha + \theta R_{3,t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta R_{3,t-i} + \varepsilon_t$	(3.9)
	Trend and Intercept $\quad \Delta R_{3,t} = \alpha + \beta t + \theta R_{3,t-1} \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta R_{3,t-i} + \varepsilon_t$	(3.10)

หมายเหตุ: $i=1$ คือดัชนีราคา S&P 500 $\quad i=2$ คือราคาทองคำ $i=3$ คือราคาน้ำมัน

การทดสอบ Augmented Dickey Fuller คือ ค่าสถิติ t-statistic ของสัมประสิทธิ์ในรูปแบบสัมบูรณ์มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤตที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 0.05 และ 0.1 ผลการทดสอบจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง (null hypothesis) หรือก็คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ทำการศึกษาไม่มี unit root หรือ ข้อมูลมีลักษณะนิ่ง แต่ถ้าค่าสถิติ t-statistic ของสัมประสิทธิ์ในรูปแบบสัมบูรณ์มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 0.05 และ 0.1 ของ MacKinnon ผลการทดสอบจะยอมรับสมมติฐานว่างหรือก็คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ทำการศึกษา ณ เวลาที่ t มี unit root หรือ ข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง สำหรับการทดสอบ ADF และ PP มีการกำหนดสมมติฐานไว้ดังนี้

H_0 : อัตราผลตอบแทนของข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลาที่ t มี unit root หรือ ข้อมูลไม่มีความนิ่ง

H_1 : อัตราผลตอบแทนของข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลาที่ t ไม่มี unit root หรือ ข้อมูลมีความนิ่ง

จากนั้นจะนำข้อมูลอนุกรมเวลาที่ผ่าการทดสอบความนิ่งของข้อมูลแล้วเข้าสู่แบบจำลองเป็นขั้นตอนถัดไป

3.2.3 กระบวนหาความสัมพันธ์และความผันผวนของผลตอบแทน

ในส่วนนี้จะเป็นการประยุกต์ใช้แบบจำลองความผันผวนเชิงสุ่มและฟังก์ชั่นคอปูลาสำหรับประมาณความสัมพันธ์และความผันผวนของผลตอบแทน

1) แบบจำลองความผันผวนเชิงสุ่ม (Stochastic Volatility Model)

สำหรับขั้นตอนนี้จะเป็นการประยุกต์ใช้แบบจำลองความผันผวนเชิงสุ่มกับอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ในแต่ละชนิดเพื่อหากระบวนการความผันผวนเชิงสุ่มในแต่ละผลตอบแทนของหลักทรัพย์ด้วยสมาการต่อไปนี้

$$R_{i,t} = \exp(h_{i,t}/2)\varepsilon_{i,t} \tag{3.11}$$

$$h_{i,t} = \mu_i + \phi_i h_{i,t-1} + \eta_{i,t} \tag{3.12}$$

เมื่อ ε_t และ η_t เป็นตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะเป็นอิสระกันและมีการแจกแจงเหมือนกัน (independent and identical distribution : $i.i.d.$) และมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ $N(0,1)$ และ $N(0,\sigma_\eta^2)$ ตามลำดับ โดยกระบวนการแฝง h_t ในสมาการที่ 3.12 บ่งบอกถึงการไหลของข่าวใหม่ในตลาดการเงินได้ ในขณะที่ ϕ เป็นค่าที่บ่งบอกถึงผลกระทบจากความผันผวนในช่วงเวลาที่ $t-1$

จากกระบวนการดังกล่าวในแบบจำลองความผันผวนเชิงสุ่มจะได้ชุดของข้อมูลความผันผวนเชิงสุ่มที่ได้จากการประมาณที่จะถูกนำไปใช้ในฟังก์ชั่นของคอปูลาเพื่อเชื่อมความผันผวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์ในแต่ละชนิด ให้อยู่ในรูปของคอปูลาหลายตัวแปร

2) ฟังก์ชั่นคอปูลา (Copula)

คอปูลาเป็นหนึ่งในฟังก์ชั่นความขึ้นอยู่แก่กัน โดยการรวมเอาการกระจายแบบตัวแปรเดี่ยว เข้าไว้ด้วยกันเพื่อให้ได้มาซึ่งการกระจายร่วม โดยทฤษฎีของ Sklar

เริ่มจาก การปรับรูปแบบของตัวแปร u_t โดยการใช้ semi-parametric ของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสะสม จากทฤษฎีคอปูลาโดย F เป็น *n*-dimensional ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสะสมด้วยมาร์จินัลต่อเนื่อง $F_1, F_2, ..., F_n$ จากนั้นจะขึ้นอยู่กับฟังก์ชั่นของคอปูลาต่อไป

$$F(z_1, z_2, ..., z_n) = C(F_1(z_1), F_2(z_2), ..., F_n(z_n)) = C(u_1, ..., u_n) \tag{3.13}$$

สำหรับ n ตัวแปร (ดัชนี S&P 500 ราคาทองคำ และราคาน้ำมัน) โดย $t_{\nu,\Sigma}$ เป็นมาตรฐานหลายตัวแปร (standardized multivariate) ของการกระจายแบบ t ด้วยเมตริกซ์ความสัมพันธ์ Σ และองศาอิสระ ν คอปูลา student-*t* สามารถกำหนดได้ดังต่อไปนี้

$$C^{St}(u_{1t}, u_{2t}, ..., u_{nt}) = t_{\nu,\Sigma}(t'_\nu(u_{1t}), t'_\nu(u_{2t}), ..., t'_\nu(u_{nt})) \tag{3.14}$$

เมื่อ t'_ν หมายถึง การผกผันของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสะสมแบบ *t*

จากสมการที่ (12) การแจกแจงมาร์จินัล คือ $F_i(h)$ บนพื้นฐานของข้อมูลในอดีต $\{h_{1t}, h_{2t}, ..., h_{nt}\}, t = 1, 2, ..., T$ และมีองศาอิสระ ν จะได้ว่า

$$\begin{aligned} u_t &= (u_{1t}, u_{2t}, ..., u_{nt}) = (F_1(h_{1t}), F_2(h_{2t}), ..., F_n(h_{nt})) \\ \zeta_t &= (t'_\nu(u_{1t}), t'_\nu(u_{2t}), ..., t'_\nu(u_{nt})) \end{aligned} \tag{3.15}$$

ดังนั้น $C^{St}(u_t) = t_{\nu,\Sigma}(\zeta_t)$ เมทริกซ์พารามิเตอร์ Σ เป็นการประมาณค่าโดยใช้วิธีการ Maximum Likelihood โดยสามารถคำนวณได้ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1: เบื้องต้นเมทริกซ์ของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เป็นเมทริกซ์จากฟังก์ชันหลายตัวแปรของคอปูลาแบบ Gaussian โดยประมาณ $\hat{\Sigma} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \zeta_t \zeta_t'$.

ขั้นที่ 2: เมทริกซ์ของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ $\hat{\Sigma}_{n+1}$ ของคอปูลาหลายตัวแปรแบบ Student's t จะได้รับการคำนวณซ้ำในกระบวนการนี้

$$\hat{\Sigma}_{k+1} = \frac{1}{T}\left(\frac{\nu + n}{\nu}\right) \cdot \sum_{t=1}^{T} \frac{\zeta_t \zeta_t'}{1 + \frac{1}{\nu}\zeta_t' \hat{\Sigma}_k \zeta_t} \quad , \quad k = 1, 2, ... \tag{3.16}$$

ขั้นที่ 3: กระบวนการทำซ้ำข้างต้นจะทำจนกระทั่ง $\hat{\Sigma}_{n+1} = \hat{\Sigma}_n$ ดังนั้นการใช้ Maximum Likelihood จะได้รับเมทริกซ์ของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ Σ สำหรับคอปูลาแบบ Student's t ซึ่งอาจจะเป็น $\hat{\Sigma} = \hat{\Sigma}_n$

3.2.4 กระบวนการวิเคราะห์ผลกระทบของตัวแปรตามเวลา

1) การวิเคราะห์การถดถอยสลับเปลี่ยนมาร์คอฟด้วยผันแปรตามเวลา

ในปีค.ศ. 1997 West และ Harrison ได้นำเสนอแบบจำลองผันแปรตามเวลา (time-varying model) ซึ่งเป็นแบบจำลองที่โดยทั่วไปใช้ในจับรูปแบบของการเปลี่ยนแปลงที่แตกต่างกันของข้อมูลเมื่อเวลาผ่านไป ในหัวข้อนี้จะเป็นการขยายแบบจำลองตามเวลาด้วยแบบจำลองการสลับเปลี่ยนมาร์คอฟของ Hamilton (1989) และวิเคราะห์การถดถอยสลับเปลี่ยนมาร์คอฟด้วยค่าสัมประสิทธิ์ตามเวลาในสภาวะที่แตกต่างกัน จากการถดถอยเชิงเส้นทั่วไป (general linear regression) ด้วยเวลาที่แตกต่างกันมีรูปแบบดังนี้

$$y_t = \alpha_t + \beta_t X_t' + \varepsilon_t \tag{3.17}$$

$$\begin{aligned} \alpha_t &= P_t \alpha_{t-1} + u_t \\ \beta_t &= F_t \beta_{t-1} + v_t \end{aligned} \tag{3.18}$$

เมื่อ y_t คือเวกเตอร์ของตัวแปรตาม X_t' คือ เมทริกซ์ของตัวแปรอิสระ α_t คือ ค่าคงที่ (intercept) และ β_t คือ ค่าสัมประสิทธิ์ (coefficient) ที่มีลักษณะตามเวลา ε_t คือตัวรบกวนหรือข้อผิดพลาดจากค่าสังเกต u_t และ v_t คือ ข้อผิดพลาดที่ถูกปรับเปลี่ยน ซึ่งมีการกระจายแบบปกติดังต่อไปนี้ $N(0,\sigma_\varepsilon^2)$ $N(0,\sigma_u^2)$ และ $N(0,\sigma_v^2)$ ตามลำดับ

การแบ่งสภาวะ (regime) ในการศึกษาครั้งนี้ใช้เพียง 2 สภาวะ ได้แก่ สภาวะที่ตลาดเติบโตต่ำและสภาวะตลาดที่มีการเติบโตสูงเพื่อที่ให้ครอบคลุมพื้นฐานของสภาวะเศรษฐกิจ จากสมการที่ 3.17 และ 3.18 สามารถเขียนในรูปแบบของการสลับเปลี่ยนมาร์คอฟได้ดังนี้ :

$$y_t = \alpha_{(S_t)} + \beta_{t,(S_t)} X'_t + \varepsilon_t \tag{3.19}$$

เมื่อ $\alpha_{(S_t)}$ และ $\beta_{t,(S_t)}$ คือ ตัวแปรสภาวะความขึ้นอยู่แก่กัน (regime dependent parameters) ซึ่งจะสามารถเปลี่ยนแปลงตามเวลาได้ตามสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} (\alpha_{(S_t),t+1} - \bar{\alpha}_{(S_t)}) &= P_{t,(S_t)}(\alpha_{t,(S_t)} - \bar{\alpha}_{t,(S_t)}) + u_{t+1} \\ (\beta_{(S_t),t+1} - \bar{\beta}_{(S_t)}) &= F_{t,(S_t)}(\beta_{t,(S_t)} - \bar{\beta}_{t,(S_t)}) + v_{t+1} \end{aligned} \tag{3.20}$$

สมการทั้งสองนี้เป็นสมการตามเวลาที่แตกต่างกัน $\bar{\alpha}_{t,(S_t)}$ และ $\bar{\beta}_{t,(S_t)}$ คือเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์สภาวะคงตัวและค่าคงที่ตามลำดับโดยขึ้นอยู่กับ ตามที่Hamilton (1996) กำหนดให้ $\tilde{\beta}_{t,(S_t)} = (\beta_{t,(S_t)} - \bar{\beta}_{t,(S_t)})$ และ $\tilde{\alpha}_{t,(S_t)} = (\alpha_{t,(S_t)} - \bar{\alpha}_{t,(S_t)})$ ดังนั้นจึงเขียนสมการที่ 3.20 ใหม่ได้ดังต่อไปนี้

$$y_t = \bar{\alpha}_{(S_t)} + \alpha_{(S_t)} + \bar{\beta}_{t,(S_t)} X'_{t,(S_t)} + \beta_{t,(S_t)} X'_{t,(S_t)} + \varepsilon_t \tag{3.21}$$

เมื่อ S_t คือตัวแปรสภาวะที่ถูกกำหนดห่วงโซ่มาร์คอฟและความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง (Q) สามารถกำหนดได้โดย $p_{ij} = \Pr(S_{t+1} = j | S_t = i)$ และ $\sum_{j=1}^{k} p_{ij} = 1$ $i, j = 1,...,k$ เมื่อ p_{ij} ความน่าจะเป็นของสภาวะที่ i ตามด้วยสภาวะ j และเพื่อความสะดวกจึงปรับรูปของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์การเปลี่ยนแปลง Q

$$Q = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \cdots & p_{k1} \\ p_{12} & p_{22} & \cdots & p_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1k} & p_{2k} & \cdots & p_{kk} \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

2) การกรองคาลมานและการประเมินค่าพารามิเตอร์

การกรองคาลมาน (Kalman filter) คือ ขั้นตอนการเรียกซ้ำที่ใช้ในการประมาณพารามิเตอร์ที่สังเกตซึ่งอยู่บนพื้นฐานของ $\theta_{(S_t)} = (\alpha_{(S_t)}, \beta_{(S_t)})$ ด้วยข้อมูลที่มีอยู่ในเซตของข้อมูล (ψ) ซึ่งจะได้ว่าการกรองคาลมานมีขั้นตอนในการประมาณ 2 ขั้นตอนดังนี้:

1. การทำนาย (Prediction) ขั้นตอนนี้คือการคาดการณ์ y_t ด้วยพื้นฐานจาก y_{t-1} เมื่อ y_{t-1} คือค่าที่ได้จากการคำนวณค่าคาดหวังจาก $E[\beta_{(S_t)} | \psi_{t-1}]$ และ $E[\alpha_{(S_t)} | \psi_{t-1}]$

2. การปรับปรุง (Updating) ในขั้นตอนนี้เราจะใช้ข้อมูลที่เกิดขึ้นจากขั้นตอนการทำนายมาปรับปรุงและการคาดการณ์ค่า y_t ใหม่ให้ดีขึ้น โดยใช้ข้อผิดพลาดจากการทำนาย (prediction error) ซึ่งสามารถคำนวณได้จาก $\upsilon_{t-1} = y_t - y_{t|t-1}$ และค่า $\beta_{(S_t)}$ โดยอิงจากค่า ψ_t สามารถประมาณได้ตามรูปแบบต่อไปนี้

$$\beta_{(S_t)_{t|t}} = \beta_{(S_t)_{t|t-1}} + W_{t(S_t)} \upsilon_{t|t-1} \tag{3.23}$$

เมื่อ $W_{(S_t)}$ คือ น้ำหนักที่ถูกกำหนดจากข้อมูลใหม่ของ $\alpha_{(S_t)}$ และ $\beta_{(S_t)}$ คือ ข้อผิดพลาดจากการทำนายและนำข้อมูลที่ได้จากการประมาณดังกล่าวมาวิเคราะห์ลักษณะของตัวแปรตามเวลาที่สังเกตุ ได้แก่ ราคาดัชนีหลักทรัพย์ S&P 500 ราคาทองคำ และราคาน้ำมัน ก่อนจะนำค่าที่ได้จากการประมาณมาใช้เพื่อนำไปหามูลค่าความเสี่ยงและค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินต่อไป

3.2.5 กระบวนการประมาณความเสี่ยง

1) มูลค่าความเสี่ยงและค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกิน

ในส่วนนี้จะเป็นการวิเคราะห์ความเสี่ยง โดยการคำนวณหาค่ามูลค่าความเสี่ยงและค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินสำหรับสินทรัพย์ทั้งสาม ที่จะนำมาทำการเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักเพื่อหาสัดส่วนการลงทุนในขั้นตอนถัดไป จากผลตอบแทนของสินทรัพย์ที่ทำการจำลองขึ้นมาด้วยคอปูลา student-*t* จะได้สมการว่า

$$VaR_{\alpha|t+1} = inf\left\{r_{t+1} : P(R \le r_{t+1}) \ge \alpha\right\} \tag{3.24}$$

$$ES_{\alpha|t+1} = E\left[r_{t+1} \middle| r_{t+1} \le -VaR_{\alpha|t+1}\right] \tag{3.25}$$

เมื่อ $r_{t+1} = w_1 r_{1,t+1} + w_2 r_{2,t+1} + w_3 r_{3,t+1}$ โดยการสันนิษฐานว่าน้ำหนักในสินทรัพย์แต่ละชนิดเป็น $w_1 = w_2 = w_3 = \frac{1}{3}$ โดยที่ $0 \le w_i \le 1$ และ $i = 1,2,3$ $r_{i,t+1}$ เป็นผลตอบแทนจากสินทรัพย์ของแต่ละชนิด ณ ช่วงเวลาที่ $t+1$

2) การจัดสรรสัดส่วนการลงทุนด้วยความเสี่ยงที่ต่ำที่สุด

การจัดสรรสัดส่วนการลงทุนที่ดีที่สุดของสินทรัพย์ที่เลือกจะถูกสร้างขึ้นภายใต้เงื่อนไขว่ามูลค่าความเสี่ยงหรือค่าเฉลี่ยความเสียหายส่วนเกินที่น้อยที่สุดและพิจารณาผลตอบแทนที่มากที่สุด รวมถึงการสร้างขอบเขตที่มีประสิทธิภาพที่ได้อธิบายในบทที่ 2 ข้อที่ 2.1.6 สำหรับความเสี่ยงต่ำที่สุดสามารถหาได้จากสมาการต่อไปนี้

$$\text{Min}\, ES_{\alpha|t+1} = E\left[r_{t+1} \middle| r_{t+1} \le -VaR_{\alpha|t+1}\right] \tag{3.26}$$

ภายใต้ $r_{t+1} = w_1 r_{1,t+1} + w_2 r_{2,t+1} + w_3 r_{3,t+1}$

เมื่อ $w_1 + w_2 + w_3 = 1 ; 0 \le w_i \le 1$ และ $i = 1,2,3$ และ $r_{i,t+1}$ เป็นผลตอบแทนจากสินทรัพย์ของแต่ละชนิด ณ ช่วงเวลาที่ $t+1$.

3) การทดสอบย้อนกลับ

เพื่อประเมินความเสี่ยงที่ถูกประมาณมาจากแบบจำลองดังกล่าวว่ามีความถูกต้องเพียงใด โดยการใช้หลักเกณฑ์ดังต่อไปนี้ unconditional coverage (UC) independence (IND) และ conditional coverage (CC) โดยหลักเกณฑ์ unconditional coverage (UC) เป็นการทดสอบที่ถูกนำเสนอโดย Kupiec ในปี 1995 ซึ่งเป็นการตรวจสอบว่าอัตราความล้มเหลวที่คาดไว้ของแบบจำลองมูลค่าความเสี่ยงแตกต่างจากอัตราความล้มเหลวที่เกิดขึ้นจริงหรือไม่ ดังสมการต่อไปนี้

$$LR_{UC} = -2\ln[(1-p)^{T-N} p^{N}] + 2\ln[(1-(N/T))T - N(N/T)^{N}] \tag{3.27}$$

เมื่อ p คือระดับของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่กำหนด T คือจำนวนวันทั้งหมด N จำนวนวันที่ผิดพลาด LR_{UC} ตามการกระจาย $\chi^2(1)$ เนื่องจากความจริงที่ว่าวิธีการทดสอบ unconditional coverage (UC) นั้นทดสอบเฉพาะส่วนต่างของการละเมิด VaR และระดับความเชื่อมั่นที่เลือกเท่านั้น

Christoffersen (1998) ได้พัฒนาสถิติอัตราส่วนความน่าจะเป็นขึ้นเพื่อทดสอบว่าการระบุความผิดพลาดของ VaR มีความสัมพันธ์กันในเวลาเดียวกันหรือไม่ T_{ij} เป็นจำนวนค่าที่สังเกตที่ i ซึ่งขึ้นอยู่กับ j ในขณะที่ 1 หมายถึงการระบุความผิดพลาด และ 0 คือการประมาณค่าที่ถูกต้อง π แสดงให้เห็นถึงความน่าจะเป็นของการยกเว้นที่สังเกตและ π_i คือความน่าจะเป็นของการยกเว้นที่สังเกตอย่างมีเงื่อนไขในสภาวะที่ i อัตราส่วนของความน่าจะเป็นถูกแสดงดังสมการต่อไปนี้

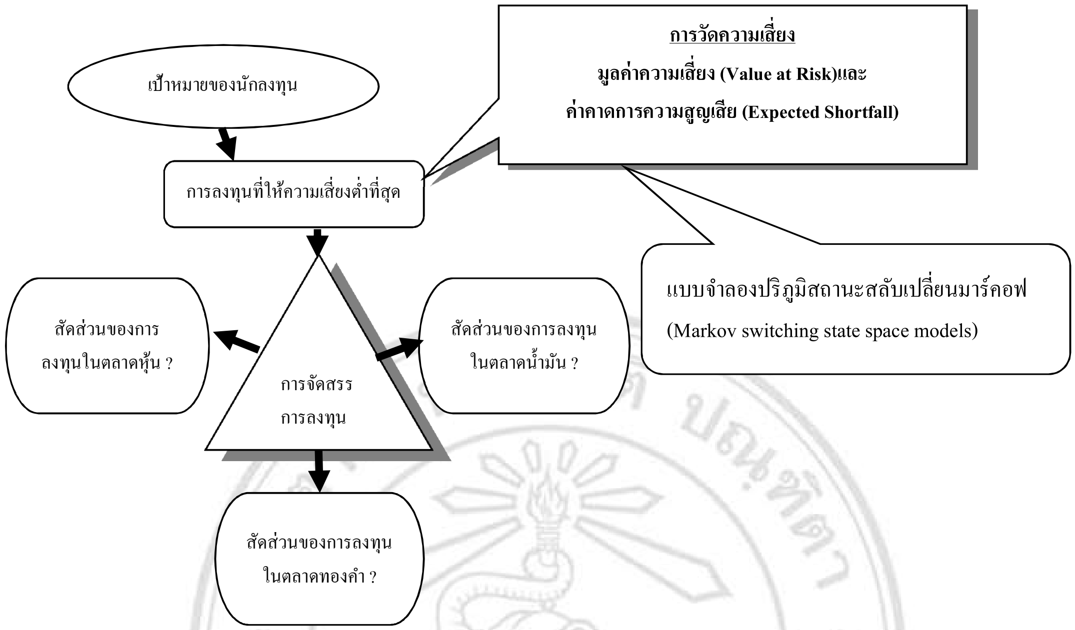
$$LR_{IND} = -2\ln[(1-\pi)^{(T_{00}+T_{01})}\pi^{(T_{01}+T_{11})}] + 2\ln[(1-\pi_0)^{T_{00}}\pi^{T_{01}}(1-\pi_1)^{T_{01}}\pi_1^{T_{11}}] \tag{3.28}$$

ดังนั้นวิธีการนี้จึงปฏิเสธโมเดลที่มีการละเมิด VaR แบบคลัสเตอร์มากเกินไปหรือน้อยเกินไป สำหรับการทดสอบ conditional coverage (CC) เป็นการรวมสถิติการทดสอบและอัตราส่วนของความน่าจะเป็นเข้าด้วยกัน

$$LR_{CC} = LR_{UC} + LR_{IND} \tag{3.29}$$

unconditional coverage (UC) และ independence (IND) ใช้การกระจาย $\chi^2(1)$ ในขณะที่ผลรวมหรือ conditional coverage (CC) จะใช้การกระจายเป็น $\chi^2(2)$ ณ ระดับความเชื่อมั่นที่ 95% ค่าที่วิกฤติของ $\chi^2(1)$ สำหรับ unconditional coverage (UC) independence (IND) คือ 3.84 และ $\chi^2(2)$ สำหรับ conditional coverage (CC) คือ 5.99

3.3 กรอบแนวคิด / แบบจำลอง



Source: By Author, 2015.

ภาพที่ 3.1 กรอบแนวคิด

การศึกษานี้จะเป็นประโยชน์ต่อการตัดสินใจของผู้ที่จะทำการลงทุนในตลาดหุ้น ตลาดทองคำ และตลาดน้ำมันของสหรัฐฯเป็นอย่างยิ่ง และช่วยจัดการความเสี่ยงที่เกิดจากความผันผวนของราคาหลักทรัพย์ในตลาดหุ้น ราคาทองคำ และราคาน้ำมันในตลาดสหรัฐฯที่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา