# บทที่ 2

# เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ค้นคว้า ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการวิจัย ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ตามหัวข้อ ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. แนวปฏิบัติสู่ผลสัมฤทธิ์ขั้นสูง
    - 2.1. การออกแบบบทเรียน
    - 2.2. การมอบหมายงานให้เหมาะสมกับระดับการรู้คิด
    - 2.3. การให้ทำงานกลุ่มหรืองานคู่ตามความเหมาะสม
    - 2.4. การประเมินเพื่อการเรียนรู้
    - 2.5. การเอื้อให้มีการสนทนาและการอภิปรายที่นักเรียนเป็นศูนย์กลาง
    - 2.6. การเขียนอย่างเป็นกิจวัตรทั้งในและนอกห้องเรียน
    - 2.7. การสืบเสาะหาความรู้
3. การคิดเชิงเรขาคณิตระดับของการคิดเชิงเรขาคณิต
    - 3.1. ความหมายของการคิดเชิงเรขาคณิต
    - 3.2. ระดับและลักษณะสำคัญของการคิดเชิงเรขาคณิต
    - 3.3. การวัดการคิดเชิงเรขาคณิตของกรูเธอเรสและเจมี่
    - 3.4. การพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิต
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    - 4.1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวปฏิบัติสู่ผลสัมฤทธิ์ขั้นสูง
    - 4.2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงเรขาคณิต

**1. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์**

มีนักการศึกษาและนักวิชาการ ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้ไว้ในหลากหลายมุมมอง ดังนี้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

อุษา คงทอง (2553: 1) ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้ว่า คือกระบวนการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน เพื่อที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ โดยได้เสนอหลักเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ ไว้ 4 ประการ คือ

1. หลักการเตรียมความพร้อมพื้นฐาน อันได้แก่ การเตรียมตัวของครูผู้สอนทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะการจัดการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาการจัดการเรียนรู้

2. หลักการวางแผนและเตรียมการจัดการเรียนรู้ อันได้แก่ การเตรียมเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ การผลิตสื่อ เรียมแบบทดสอบและซ้อมสอน

3. หลักการใช้จิตวิทยาในการเรียนรู้ เช่น หลักการความแตกต่างระหว่างบุคคล หลักการเร้าความสนใจ หลักการเสริมแรง

4. หลักการประเมินผลและรายงานผล ซึ่งเกี่ยวกับการกำหนดจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ การสร้างและการใช้เครื่องมือในการประเมิน การตีความหมายและการรายงานผลการประเมิน

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2556) กล่าวว่าการจัดการเรียนรู้ คือการจัดกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการในกิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนพัฒนากระบวนการคิดสร้างความรู้ โดยมีปฏิสัมพันธ์กับผู้สอน และผู้เรียนด้วยกันเอง

จากความหมายดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้คือ การปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูผู้สอนกับนักเรียน นักเรียนกับนักเรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์

**2. แนวปฏิบัติสู่ผลสัมฤทธิ์ขั้นสูง**

แนวปฏิบัติสู่ผลสัมฤทธิ์ขั้นสูง คือแนวปฏิบัติทางการสอนที่ช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน ซึ่งประกอบด้วย 7 วิธีการ ได้แก่ การออกแบบบทเรียนที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ การมอบหมายงานให้เหมาะสมกับระดับการรู้คิด การให้ทำงานกลุ่มหรือทำงานคู่ตามความเหมาะสม การประเมินผลระหว่างเรียนเพื่อปรับการสอนให้เหมาะกับสภาพการเรียนรู้ การเอื้อให้มีการสนทนาและการอภิปรายที่นักเรียนเป็นศูนย์กลาง การเขียนอย่างเป็นกิจวัตรทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน และการสืบเสาะหาความรู้

**2.1. การออกแบบบทเรียน**

มีนักการศึกษา ได้ให้ความหมายและเสนอแนวทางการออกแบบบทเรียนไว้ ดังนี้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

Dick& Carey (1985: 5) ได้ให้ความหมายของการออกแบบบทเรียนว่า เป็นกระบวนการวางแผนการเรียนการสอนอย่างหนึ่งเพื่อให้บรรลุเป้าหมายของการจัดการเรียนการสอนที่ต้องการ โดยต้องทราบว่าจะสอนอะไร และสอนอย่างไร และทราบได้อย่างไรว่าการสอนนั้นบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้แล้ว

Chevron (2559) ได้เสนอแนวทางออกแบบบทเรียนที่ดีไว้แยกตามประเด็น ดังนี้

1. องค์ประกอบของบทเรียนที่ดี

การออกแบบบทเรียนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเข้ามามีบทบาทในการเรียนรู้มากขึ้น จัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีความน่าสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนอยากรู้อยากเรียน อาจใช้การกระตุ้นด้วยคำถาม (Chevron, 2559) ซึ่งการออกแบบบทเรียนที่ดีควรมีองค์ประกอบสำคัญ 4 ประการ คือ

1.1. นำเสนอวัตถุประสงค์และเป้าหมายที่ชัดเจนของบทเรียน

1.2. มีการเชื่อมโยงความรู้เดิมของนักเรียนที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาแล้วเข้ากับหัวข้อใหม่ ความรู้ในปัจจุบัน

1.3. ให้เวลานักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าเนื้อหาและการนำความรู้ไปใช้

1.4. การปิดท้ายบทเรียนด้วยการทบทวน และสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้

นอกจากนี้ยังได้เสนอแนะเกี่ยวกับคุณสมบัติของบทเรียนที่ดี การดำเนินกิจกรรมของบทเรียนที่ดี การวางแผนบทเรียนที่ดี

2. คุณสมบัติของบทเรียนที่ดี

การออกแบบบทเรียนที่ดี ครูต้องเริ่มต้นด้วยตอนจบ คือมองที่มีผลลัพธ์ที่อยากให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ กล่าวคือถ้าบทเรียนนี้ประสบความสำเร็จ องค์ความรู้อะไร ทักษะด้านไหน และทัศนคติแบบใดที่นักเรียนจะได้รับไป ซึ่งโดยทั่วไปแล้วบทเรียนที่มีประสิทธิภาพจะมีลักษณะดังนี้

2.1. มีวัตถุประสงค์ชัดเจน

2.2. มีกิจกรรมที่นักเรียนสามารถทำแล้วบรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้

2.3. มีการเกริ่นนำหรือปิดบทเรียน เพื่อเป็นการเชื่อมโยงความรู้เก่าเข้ากับความรู้ใหม่

2.4. มีการแสดงตัวอย่างก่อนนำเข้าสู่กิจกรรม

2.5. มีการใช้คำถามจากครูเพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในแต่ละขั้นตอน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

2.6. มีงานเดี่ยวที่นักเรียนสามารถนำความรู้มาประยุกต์ใช้ตามระดับความสามารถที่แตกต่างกัน

3. การดำเนินกิจกรรมของบทเรียนที่ดี

การดำเนินกิจกรรมให้ราบรื่น โดยทั่วไปจะทำตามรูปที่เรียกว่า I/We/You design ซึ่ง I คือครูเป็นผู้อธิบายกรอบแนวคิด และแสดงตัวอย่างให้แก่นักเรียน , We คือนักเรียนทั้งชั้นเรียน ซึ่งจะต้องถ่ายเทความรู้จากครู สู่นักเรียน และ You คือนักเรียนแต่ละคน ต้องลงมือทำด้วยตนเองซึ่งจะทำเดี่ยว หรือกลุ่มก็ได้ และลงท้ายด้วยว่านักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้างมีการตั้งคำถามเพื่อทำให้ความเข้าใจชัดเจนมากขึ้น

4. การวางแผนบทเรียนที่ดี

การวางแผนบทเรียนที่ดี ควรประกอบไปด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

4.1. ต้องตั้งตำถามกับตนเองก่อนว่า บทเรียนที่ผ่านมาบรรลุตามเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่ ถ้าไม่ควรสอนแบบเดิม อยู่หรือไม่ หรือควรพัฒนาปรับปรุงส่วนใด

4.2. วัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ในบทเรียนใหม่คืออะไร วัดผลการเรียนรู้ได้อย่างไร ควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้อย่างไร

4.3. เลือกชิ้นงาน หรือกิจกรรมให้นักเรียน มีโอกาสทำความเข้าใจ หรือเกิดทักษะให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของบทเรียน

4.4. วัสดุอุปกรณ์อะไรบ้างที่ต้องใช้

4.5. การเปิดบทเรียนด้วยการแนะนำกรอบแนวคิดใหม่ หรือการแนะนำกิจกรรม

4.6. งานที่ครูจะมอบหมายให้สอดคล้องกลับตัวอย่างที่ครูใช้

4.7. กำหนดคำถามที่ครูใช้เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในช่วงต่าง ๆ ของบทเรียน ควรเขียนคำถามสำคัญลงไปในแผนการสอน

4.8. แนวทางการวัดและประเมินควรทำอย่างไร

4.9. กิจกรรม แบบใดที่ช่วยกระตุ้นความคิดเดิมของนักเรียน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

จากข้อมูลที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การออกแบบบทเรียนคือการวางแผนการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้การจัดการเรียนการสอนนั้นบรรลุตามเป้าหมายที่วางไว้ ซึ่งบทเรียนต้องมีวัตุประสงค์ชัดเจน มีการกำหนดขั้นในการสอน กิจกรรมมีความเหมาะสมเอื้อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ มีงานที่เหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน มีวางวงแผนการใช้สื่อ มีแนวทางการประเมินเพื่อให้ทราบว่าบทเรียนบรรลุตามเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่

**2.2. การมอบหมายงานให้เหมาะสมกับระดับการรู้คิด**

มีการศึกษาวิจัย เกี่ยวกับบทบาทของการมอบหมายงานให้เหมาะกันระดับรู้คิดของนักเรียน มีการกำหนดจุดประสงค์เพื่อช่วยส่งเสริมการวางแผนการสอนให้ดีขึ้น โดยจะมอบหมายงานให้มีความท้าทายในระดับที่เหมาะสมต่อกลุ่มนักเรียนที่มีลักษณะหรือศักยภาพที่แตกต่างกัน ซึ่งมีนักการศึกษาได้เสนอแนวทางในการใช้ระบุหาระดับการมอบหมายงานเพื่อสร้างการรู้คิดไว้หลากหลาย ได้แก่

แนวคิดของ Bloom ในปี 1965 (Chevron, 2559) ที่แบ่งวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ไว้ 6 ระดับ เพื่อมอบหมายงานให้สอดคล้องกับระดับรู้คิด ดังนี้

1. ความรู้ความจำ (Knowledge) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับคำจำกัดความของสิ่งต่าง ๆ และความรู้เกี่ยวกับวิธีการใช้สิ่งต่าง ๆ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึง การมีความเข้าใจในความรู้ที่เรียน โดยสามารถ อธิบายด้วยคำพูดของตนเองได้ สามารถแปลความหมาย ตีความหมายหรือบอกผลตามการกระทำได้

3. การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ (Application) หมายถึง ความสามารถจะนำสิ่งที่เรียนรู้มาแล้ว ไปประยุกต์ใช้กับประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน

4. การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ความสามารถที่จะแบ่งแยกสิ่งต่าง ๆ ที่ต้องการเรียนรู้ออกเป็นส่วนย่อย และสามารถแสดงถึงส่วนย่อยของสิ่งเหล่านั้น

5. การสังเคราะห์ (Synthesis) หมายถึงความสามารถที่จะรวบรวมสิ่งๆต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้หรือประสบการณ์เข้าด้วยกันกับสิ่งใหม่

6. การประเมินผล หมายถึง ความสามารถที่จะใช้ความรู้ที่เรียนมาในการตัดสินวินิจฉัยคุณค่าของสิ่งที่ได้เรียนรู้หรือประสบการณ์จากกการอ่านหรือการฟัง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

จากข้อมูลที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การมอบหมายงานตามระดับการรู้คิดของนักเรียน คือการมอบหมายงานที่ท้าทายต่อความสามารถของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาการรู้คิดให้อยู่ในระดับที่สูงขึ้น

**2.3. การให้ทำงานกลุ่มหรืองานคู่ตามความเหมาะสม**

การจัดการเรียนรู้แบบกลุ่ม เพื่อให้ส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน จำเป็นต้องใช้กระบวนการทำงานหรือทำกิจกรรมกลุ่ม มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมาย และแนวทางเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มหรือการทำงานกลุ่มแบบมีส่วนร่วม ไว้ดังนี้

Slavin (1987) ได้ให้ความหมายการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มว่า เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้ร่วมมือ และช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ โดยแบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ประกอบด้วยสมาชิกที่มีความสามารถแตกต่างกันทำงานร่วมกันเพื่อเป้าหมายกลุ่ม

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552:182) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบกลุ่ม เป็นวิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 4 คนต่อหนึ่งกลุ่ม และสมาชิกในกลุ่มมีความสามารถทางการเรียนที่แตกต่างกัน มีส่วนร่วมรับผิดชอบในสิ่งที่ได้รับมอบหมายและช่วยเหลือซึ่งกันและกันโดยมีเป้าหมายในการทำงานร่วมกันคือเป้าหมายกลุ่ม

นุชลี อุปนัย (2555: 174) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบกลุ่ม เป็นวิธีการสอนที่ช่วยให้ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเองหรือเกิดการเรียนรู้ที่ซับซ้อนด้วยตนเองจากการพูดคุยสนทนา เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาร่วมกับผู้อื่น

โดย Chevron (2559: 31) ได้เสนอบทบาทหน้าที่ของนักเรียนผ่านการกำหนดของครูผู้สอนได้ และประโยชน์ของการทำงานกลุ่ม ดังนี้

บทบาทนักเรียนในกลุ่ม

1. หัวหน้ากลุ่ม มีหน้าที่ควบคุมการะบวนการทำงานกลุ่มให้เป็นไปตามกระบวนการและทราบว่าอะไรที่ทำสำเร็จไปแล้วบ้าง และงานอะไรที่ควรทำเป็นลำดับถัดไป

2. ผู้ดูแลสื่อและอุปกรณ์ มีหน้าที่ ดูแลอุปกรณ์การเรียนรู้ที่ครูมอบหมายให้ในแต่ละกลุ่ม

3. ผู้สื่อสาร มีหน้าที่เป็นตัวแทนที่พร้อมจะตอบคำถามของครูที่ถามไปยังกลุ่ม

4. ผู้เก็บรวบรวมข้อมูล มีหน้าที่เก็บและบันทึกข้อมูลการทำกิจกรรม

5. ผู้ตรวจสอบ มีหน้าที่ ควบคุมการทำงานกลุ่มให้สำเร็จตามเป้าหมายของกิจกรรม

6. ผู้ให้กำลังใจ มีหน้าที่ชื่นชม และสร้างความมั่นใจให้กลุ่ม บันทึกคำแนะนำเชิงบวกและการปฏิบัติงานที่ดีของกลุ่ม กระตุ้นและสร้างการมีส่วนร่วมของสมาชิกในกลุ่ม

7. ผู้ควบคุมเวลา มีหน้าที่ ควบคุมเวลาและอำนวยความสะดวกในการทำงานของกลุ่มในช่วงเวลาที่กำหนด

ประโยชน์การทำงานกลุ่ม

1. นักเรียนทุกคนในกลุ่มจะมีความเข้าใจที่ตรงกันและชัดเจน

2. นักเรียนที่ความรู้แตกต่างกันอยู่ในกลุ่มทำให้เกิดการเรียนรู้ที่หลากหลายมากยิ่งขึ้น

3. เกิดการพัฒนาทักษะทางสังคมจากการจับกลุ่มในจำนวนที่แตกต่างกัน

4. มีความรับผิดชอบหน้าที่ของตนและช่วยเหลือเพื่อนในกลุ่ม

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

โดย George D. Kuh (2008: 10) กล่าวถึงข้อดีของการทำงานกลุ่มแบบมีส่วนร่วม ว่ามีเป้าหมายสำคัญอยู่สองประการ ประการแรกคือ การเรียนรู้ที่จะทำงานและแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นร่วมกับผู้อื่น และประการที่สองคือ ทำให้ความรู้หรือความเข้าใจของตนเองชัดเจนยิ่งขึ้นผ่านการฟัง ข้อมูลจากประสบการที่แตกต่างของเพื่อนในกลุ่ม

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบกลุ่ม คือการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนได้ทำงานร่วมกับผู้อื่นเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพผ่านการพูดคุย แลกเปลี่ยนแนวคิดกันระหว่างเพื่อนในกลุ่ม และนอกกลุ่ม โดยนักเรียนทุกคนจะต้องมีหน้าที่รับผิดชอบเพื่อให้งานที่ได้รับมอบหมายบรรลุตามเป้าหมาย

**2.4. การประเมินเพื่อการเรียนรู้**

นักเรียนศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการประเมินเพื่อการเรียนรู้ไว้ดังนี้

Chevron (2559: 37) กล่าวว่า การประเมินเพื่อการเรียนรู้เป็นการให้ข้อมูลที่เกิดขึ้นระหว่างที่มีกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้ก่อนที่จะมีการประเมินผลหลังเรียน ทั้งครูผู้สอนและนักเรียนจะใช้ผลที่ได้จากการประเมินผลระหว่างเรียนมาใช้ในการติดสินใจว่าจะต้องมีการทำอะไรเพื่อกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้

Stiggins, Arter &Chappuis (2006) กล่าวไว้ว่า การประเมินเพื่อการเรียนรู้ เป็นการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงและพัฒนาเป็นสำคัญ โดยครูผู้สอนจะปรับเปลี่ยนการสอนตามหลักฐานที่แสดงออกจากผลการประเมิน ซึ่งการปรับเปลี่ยนหรือปรับปรุงนั้นจะส่งผลที่เกิดต่อนักเรียนโดยทันที ในขณะเดียวกัน นักเรียนก็สามารถใช้ผลการประเมินนี้เพื่อจัดการและปรับเปลี่ยนการเรียนรู้ของตนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

ซึ่งสอดคล้องกับที่ วิจารณ์ พานิช (2556: 63) การประเมินเพื่อการเรียนรู้คือ การประเมินเพื่อพัฒนา ต้องประเมินให้ทราบว่าเด็กได้เรียนรู้สิ่งที่ครูอยากให้เขารู้หรือสิ่งที่ครูตั้งเป้าไว้หรือไม่ และมากไปกว่านั้นคือควรฝึกให้เด็กสามารถประเมินตนเองจากการให้นักเรียนประเมินงานของตนเอง และผลงานของเพื่อน

นอกจากนี้การประเมินเพื่อการเรียนรู้สามารถดำเนินการได้หลายรูปแบบ ดังนี้

Atkin, Black& Coffey (2001) ได้เสนอแนวทางที่ครูสามารถนำไปใช้ในการประเมินเพื่อการเรียนรู้ไว้ 3 ข้อ ได้แก่

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

1. ให้นักเรียนเขียนเป้าหมายในการเรียนรู้ที่นักเรียนอยากมีส่วนร่วมในการรับผิดชอบเพื่อพัฒนาตนเอง

2. ใช้คำถามในการกระตุ้นเพื่อให้เกิดการเรียนรู้เป็นระยะ ทำให้ทราบว่านักเรียนมีการพัฒนาความรู้ความเข้าใจอยู่ในระดับใด

3. ให้นักเรียนสะท้อนผลการเรียนรู้ด้วยตนเองว่ามีการเปลี่ยนแปลงหรือพัฒนาไปมากน้อยเพียงให้

Chevron (2559) ได้เสนอคำถามเพื่อการประเมินที่ครูสามารถถามเพื่อนำไปพัฒนานักเรียนได้ ดังนี้

1. อะไรคือจุดแข็งของนักเรียน
2. อะไรคือจุดอ่อนของนักเรียน
3. ทำอะไรให้นักเรียนตอบคำถามหรือทำงานได้ดีขึ้น
4. ผลจากการประเมินจะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดีขึ้นได้อย่างไร

จากข้อมูลข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าการประเมินเพื่อการเรียนรู้คือ การประเมินที่ใช้ข้อมูลระหว่างการจัดการเรียนการสอนมาประเมินเพื่อปรับปรุงการสอนให้ส่งผลดีต่อนักเรียนมากขึ้น โดยสามารถทำได้หลากหลายรูปแบบ ซึ่งครูผู้สอนสามารถนำแนวทางในการประเมินเพื่อการเรียนรู้ไปปรับใช้ในการประเมินให้เหมาะสมกับชั้นเรียนของตนเอง

**2.5. การเอื้อให้มีการสนทนาและการอภิปรายที่นักเรียนเป็นศูนย์กลาง**

การสนทนาและการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในชั้นเรียนเป็นการเปลี่ยนประสบการณ์ในชั้นเรียนจากแบบที่เป็นการถ่ายทอดข้อมูลทิศทางเดียวจากครูสู่นักเรียนเป็นแบบที่มีการฝึกให้รู้จักคิดแบบมีเหตุผลมากขึ้น ซึ่งทั้งนักเรียนและครูจะได้ร่วมกันสร้างองค์ความรู้ใหม่ โดยมีนักการศึกษาให้ความหมายของการสอนแบบสนทนาหรือการสอนแบบอภิปรายไว้ ดังนี้

Goldenberg (1999:297) กล่าวว่า การสอนแบบสนทนา เป็นการสอนที่ครูและนักเรียนจะต้องร่วมกันอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับเรื่องที่เรียน ซึ่งต้องมีการนำเอาความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของแต่ละบุคคลมาใช้ประกอบ โดยครูต้องตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบด้วยตนเองและคิดหาคำตอบของปัญหาอย่างอิสระ

ซึ่งมีงานวิจัยมากมายที่ศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนแบบอภิปรายและได้กำหนดเป้าหมายของการอภิปรายไว้หลากหลาย ดังนี้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

Chevron (2559) ได้กำหนดเป้าหมายของการอภิปรายไว้ 6 ข้อ ได้แก่

1. เพื่อให้เกิดการสื่อสาร เชื่อมโยงความคิดเก่าและความคิดใหม่เข้าด้วยกัน ซึ่งจะช่วยให้ครูและนักเรียน ได้แสดงออกถึงความเข้าใจที่อยู่ภายในออกมา

2. ช่วยให้ครูและนักเรียนเห็นและเข้าในว่า สิ่งที่นักเรียนทำคืออะไร เป็นการทบทวนเนื้อหาที่เรียนผ่านมาแล้ว หรือเป็นการสร้างความรู้ความเข้าใจใหม่

3. เพื่อให้ครูสามารถประเมินความเข้าใจของนักเรียนได้ และสามารถปรับวิธีสอนเพื่อให้ตรงกับสิ่งที่นักเรียนขาด หรือความจ้องการของนักเรียน

4. เพื่อสนับสนุนการให้เหตุผล การอภิปรายเชิงวิเคราะห์ในชั้นเรียน และเพื่อสนับสนุนให้มีการเปลี่ยนบทบาทของครูและนักเรียน และเปลี่ยนการควบคุมดูแลฝึกให้นักเรียนสามารถเล่าเรื่องราวและสร้างความหมายด้วยตนเอง

5. เพื่อให้ครูฝึกการชี้แนะแนวทางให้นักเรียน บรรยายหรือนำเสนอสิ่งต่าง ๆ ให้น้อยลง

Michelle Cirillo (2013: 1) กล่าวว่า การอภิปรายในชั้นเรียนมีเป้าหมายสำคัญอยู่ 4 ข้อ คือ

1. เพื่อเพิ่มการเรียนรู้ของนักเรียน จากประสบการณ์หรือการแลกเปลี่ยนแนวคิดในชั้นเรียน

2. เพื่อจูงใจนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้สึกผ่อนคล้าย และมีส่วนร่วมในการอภิปรายในชั้นเรียน

3. เพื่อส่งเสริมให้ครูเข้าใจแนวคิดและสามารถประเมินความคิดของนักเรียนได้

4. เพื่อเปลี่ยนผู้นำทางการเรียนรู้จากครู สู่นักเรียน

เมื่อกำหนดเป้าหมายของการอภิปรายแล้วกลยุทธ์ในการสร้างความเข้าใจผ่านการอภิปรายถือเป็นอีกสิ่งที่มีความสำคัญ ซึ่งมีนักเรียนศึกษา เสนอกลยุทธ์ในการอภิปรายไว้ ดังนี้

Langer (1991:10) กล่าวถึงกลยุทธ์ในการสร้างความเข้าใจผ่านการอภิปรายไว้ 4 ข้อ ได้แก่

1. ความเข้าใจเริ่มต้น คือการทำความเข้าใจผ่านการตั้งคำถามในสิ่งที่ตนเองไม่แน่ใน

2. ความเข้าใจแบบสำรวจตรวจค้น คือการนำความรู้ที่ตนเองมีสร้างความเข้าใจในรายละเอียดผ่านการอภิปรายให้มากยิ่งขึ้น

3. คิดใหม่ในสิ่งที่ตนเองรู้อยู่แล้ว คือการสร้างความเข้าใจในสิ่งใหม่โดยนำความรู้เดิมที่ตนเองมีกลับมาทบทวนใหม่

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

4. ทำให้ประสบการณ์เป็นรูปธรรม คือการสร้างความเข้าใจใหม่ จากการวิเคราะห์ประเมินความรู้ที่ได้รับจากมมุมมอบที่หลากหลาย

Corcoran et.al (2013) กล่าวว่ากลยุทธ์สำคัญในการอภิปรายให้เกิดประสิทธิผลคือ การพูดทวนซ้ำ มอบหมายภารกิจหรือชิ้นงานที่มีความคุ้มค่ากับเวลาที่เสียไป ให้นักเรียนมีส่วนร่วม และซักถามถึงความหมายของสิ่งที่พูด

จากเนื้อหาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าการสนทนา หรือการอภิปรายที่มีผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง คือแนวทางในการจัดการเรียนการสอนแบบหนึ่งที่เน้นให้นักเรียนนำความรู้และประสบการณ์ของตนเองมีแลกเปลี่ยนเรียนรู้ เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าในที่ถูกต้องร่วมกัน และทำให้ครูผู้สอนสามารถการประเมินความเข้าใจของนักเรียนได้

**2.6. การเขียนอย่างเป็นกิจวัตรทั้งในและนอกห้องเรียน**

นักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของการเขียนไว้ ดังนี้

ลุงไอน์สไตน์ (2552: 6) กล่าวว่า การเขียนคือการสื่อความหมายชนิดหนึ่ง ที่สามารถถ่ายทอดความรู้ ความคิดความรู้สึกและความต้องการของผู้เขียนออกมาเป็นลายลักษณ์อักษรเพื่อให้เข้าใจถูกต้องและเข้าใจตรงกัน

ยุดา รักษ์ไทยและ เบญจมาศ อ่ำพันธุ์ (2542: 7) ได้ให้ความหมายของการเขียนว่าเป็นการแสดงออกรูปแบบหนึ่งที่ต้องอาศัยความรู้และประสบการณ์ ความคิดและจินตนาการเพื่อบอกสารบางอย่างให้กับผู้อ่าน

โดย Chevron (2559: 50) ได้ให้แนวทางในการเขียนอย่างมีประสิทธิภาพไว้ดังนี้

1. การเขียนช่วยส่งเสริมความเข้าใจ
2. การเขียนส่งเสริมทักษะการฝึกฝนที่เชื่อมโยงกับหลักวิชา
3. การเขียนจะต้องส่งเสริมให้เกิดมุมมองที่หลากหลาย และการครุ่นคิดอย่างลึกซึ้ง
4. การเขียนส่งเสริมการสะท้อนคิด
5. การเขียนส่งเสริมการสอนและการร่วมมือกันเชิงลึก

จากความหมายดังที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การเขียน คือการสื่อสารที่สามารถแสดงออกถึงความรู้ ความคิดจากประสบการของผู้เขียนออกมาผ่านตัวอักษร ซึ่งการเขียนอย่างมีประสิทธิภาพถือเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ครูสร้างความเข้าใจให้นักเรียนในชั้นเรียน โดยครูผู้สอนควร

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ส่งเสริมใช้ชั้นเรียนของตนเองใช้การเขียนเพื่อสร้างความเข้าใจในหลากหลายรูปแบบและปลูกฝังให้นักเรียนเขียนสื่อความหมายให้ถูกต้อง ชัดเจน

**2.7. การสืบเสาะหาความรู้**

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายและเสนอแนวทางในการจัดการเรียนการสอนจากการสืบเสาะ ดังนี้

สุวิทย์ และ อรทัย มูลคำ (2550:136) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะว่าเป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหาจากการสืบเสาะแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง โดยที่ครูผู้สอนตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการทางการคิด ซึ่งมีวัตถุประสงค์ ดังนี้

1. เพื่อให้ผู้เรียนรู้วิธีการสืบเสาะค้นความอย่างมีประบวนการ และสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง

2. เพื่อฝึกให้ผู้เรียนกล้าคิดกล้าแสดงออก กล้าตัดสินใจ มีความรับผิดชอบ และมุ่งมั่นในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย

3. เพื่อปลูกฝังนิสัยการค้นคว้าหาความรู้ การแสวงหาความรู้ให้ผู้เรียน และนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันต่อไป

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552:331-333) กล่าวว่า การสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ เป็นการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้แสวงหาความรู้ด้วยตนเองโดยใช้วิธีการและกระบวนการทางวิทยาศาสตร์เป็นเครื่องมือในการค้นหาความรู้ที่ผู้เรียนยังไม่เคยรู้มาก่อน โดยมีขั้นตอน 3 ขั้นตอนดังนี้

1. การนำเข้าสู่ปัญหา เป็นขั้นเริ่มต้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเอง และแนะนำให้นักเรียนคิดแนวทางที่นำไปสู่การแก้ปัญหาที่หลากหลาย กล้าแสดงความคิดรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น

2. การทดลอง เป็นขั้นสำคัญของการสอนแบบสืบเสาะ คือเป็นการฝึกทักษะและกระบวนการของนักเรียน ฝึกให้ทำงานร่วมกับผู้อื่น แก้ปัญหาที่ได้รับมอบหมายที่หลากหลายให้ได้ด้วยตนเอง โดยครูผู้สอนต้องใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ปัญหาและแนวทางการแก้ปัญหา

3. การอภิปรายเพื่อสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำแนวทางการแก้ปัญหาในแบบต่าง ๆ มาอภิปรายเพื่อนำเข้าสู่ข้อสรุป โดยนักเรียนอาจใช้คำถาม ถามครูหรือนักเรียนด้วยกันเอง เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิด

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

อุษา คงทอง (2553: 91) กล่าวว่า การสืบเสาะหาความรู้เป็นวิธีสอนที่ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้ โดยใช้กระบวนการทางความคิดหา เหตุผล จะค้นพบความรู้หรือแนวทางแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง โดยผู้สอนตั้งคำถาม ประเภทกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้ความคิด หาวิธีการแก้ปัญหาได้เองและสามารถนำการแก้ปัญหา มาใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้ โดยมี จุดมุ่งหมาย คือ

1. เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนทำการสอบสวนค้นคว้าความรู้ด้วยตนเอง
2. เพื่อฝึกให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล
3. เพื่อฝึกให้ผู้เรียนใช้ความคิดหาวิธีการแก้ปัญหาได้เอง

Chevron (2559: 52) กล่าวว่า การสืบเสาะหาเป็นกลยุทธ์หนึ่งในกระบวนการสอน เพื่อใช้พัฒนาการจัดการเรียนรู้ การออกแบบบทเรียน ที่เน้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติ สำรวจ และอธิบายทั้งเดี่ยวและกลุ่ม โดยสามารถแบ่งประเภทของการสืบเสาะออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. การสืบเสาะหาความรู้แบบเปิด (Open or Full Inquiry) โดยนักเรียนเป็นผู้เริ่มและสร้างคำถามที่เป็นตัวกระตุ้นกิจกรรมการสืบเสาะ

2. การสืบเสาะหาความรู้แบบชี้แนวทาง (Guided Inquiry) โดยครูเป็นผู้ตั้งคำถามที่เป็นตัวกระตุ้นกิจกรรม นักเรียนเป็นผู้วางแผนกระบวนการในการหาคำตอบ โดยครูจะตรวจสอบแนวคิดก่อนให้นักเรียนเริ่มลงมือทำ

3. การสืบเสาะแบบครูเป็นผู้กำหนดแนวทางในการทำกิจกรรม (Structured Inquiry) วิธีการนี้ จะขึ้นอยู่กับการสอนของครูเป็นหลัก นักเรียนการแก้ปัญหาเหมือนกัน และสรุปแนวคิดหรือวิธีการที่เหมือนกัน โดยครูให้คำถามกระตุ้น

จากแนวคิดดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การสืบเสาะหาความรู้หรือการเรียนรู้แบบสืบเสาะเป็นกลยุทธ์หนึ่งในการจัดการเรียนการสอน ที่เน้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติ เสาะแสวงหาความรู้และแก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างมีกระบวนการ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

**3. การคิดเชิงเรขาคณิต**

**3.1. ความหมายของการคิดเชิงเรขาคณิต**

มีนักการศึกษาและนักวิชาการ ได้ให้ความหมายของการคิดเชิงเรขาคณิตไว้ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้ (2550:38) ได้ให้ความหมายของการคิดเชิงเรขาคณิตว่า เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับเรขาคณิต ที่ต้องอาศัยการวิเคราะห์ข้อมูลให้การสรุปเป็นข้อเท็จจริง

จำเริญ อนันตธรรมรส (2553) กล่าวว่า การคิดเชิงเรขาคณิต คือ ลักษณะของความคิดที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิตจากระดับต่ำสู่ระดับสูงตามแนวคิดของ แวน ฮีลี 5 ระดับ คือ

ระดับ 0: การมองเห็นภาพ (Visualization)

ระดับ 1: การวิเคราะห์ (Analysis)

ระดับ 2: การสรุปอย่างไม่เป็นทางการ (Informal Deduction)

ระดับ 3: การสรุปอย่างเป็นทางการ (Formal Deduction)

ระดับ 4: การคิดขั้นสูง (Rigor)

อรรถกร ใจเดช (2555) กล่าวว่าการคิดเชิงเรขาคณิต คือ ความสามารถของนักเรียนที่บอก หรืออธิบายเกี่ยวกับเรขาคณิตตามกรอบแนวคิดของกรูเธอเรสและเจมีประกอบด้วย 4 ด้าน คือ ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ด้านการใช้นิยาม ด้านการจัดหมวดหมู่ และด้านการพิสูจน์

จากความหมายข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การคิดเชิงเรขาคณิต คือลักษณะของการคิดการให้เหตุผลทางเรขาคณิตที่แสดงออกผ่านการบอกหรืออธิบาย ซึ่งสามารถวัดระดับได้

**3.2. ระดับและลักษณะสำคัญของการคิดเชิงเรขาคณิต**

มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้กำหนดระดับการคิดเชิงเรขาคณิตจากระดับต่ำไปสูง ซึ่งมีแนวคิดหลักมาจากแนวคิดของ แวน ฮิลีโดยได้กำหนดระดับความสามารถในการคิดเชิงเรขาคณิตไว้ 5 ระดับ (Crowley, 1987: 2-3) ดังนี้

ระดับ 0: การมองเห็นภาพ (Visualization)

ในระดับนี้ นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการตระหนักถึงรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิต แต่ยังไม่เข้าใจคุณสมบัติ องค์ประกอบของรูป ไม่รู้จักคำศัพท์ทางเรขาคณิต แต่สามารถแยกแยะรูปร่างทางเรขาคณิตจากประสบการณ์ของนักเรียน และสามารถลอกเลียนแบบการวาดรูปเรขาคณิตได้ ยกตัวอย่างเช่น นักเรียนสามารถจำแนกระหว่าง สี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้ เนื่องจาก สี่เหลี่ยมทั้งสองมีรูปร่างที่แตกต่างกัน และนักเรียนสามารถ วาดรูปเลียนแบบได้ แต่ไม่สามารถบอกคุณสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมเกี่ยวกับ การขนานกันของด้านตรงข้าม หรือมุมของรูปสี่เหลี่ยมที่มีทักมุมเป็นมุมฉากได้ เป็นต้น

ระดับ 1: การวิเคราะห์ (Analysis)

ในระดับนี้ นักเรียนสามารถเริ่มต้นวิเคราะห์ความคิดรวบยอด จากการสังเกต และการทดลอง นักเรียนเริ่มมองเห็นคุณสมบัติ หรือคุณลักษณะเฉพาะของรูป และสามารถจำแนกรูปออกเป็นกลุ่มๆ ได้ โดยใช้สมบัติต่าง ๆ หรือองค์ประกอบของภาพ ยกตัวอย่างเช่น เมื่อกำหนดสี่เหลี่ยมด้าน

ขนานมาให้นักเรียนสามารถ ระบายสีมุมที่มีขนาดเท่ากันได้ แต่ยังไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้ เป็นต้น

ระดับ 2: การสรุปอย่างไม่เป็นทางการ (Informal Deduction)

ในระดับนี้ นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ ของสมบัติต่าง ๆ และนำความสัมพันธ์นั้นมาจำแนกประเภทของรูปได้ นักเรียนเริ่มเข้าใจนิยาม ทฤษฎีบท และการให้เหตุผลอย่างไม่เป็นทางการ แต่ยังไม่สามารถพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง ยกตัวอย่างเช่น นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมที่กำหนดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยสรุปจากเหตุผลหรือคุณสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมอย่างไม่เป็นทางการ เป็นต้น

ระดับ 3: การสรุปอย่างเป็นทางการ (Formal Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถสรุปเรขาจากการใช้ นิยาม ทฤษฎีบท ได้อย่างถูกต้อง มีความเข้าใจโครงสร้าง และลำดับในการให้เหตุผล สามารถพิสูจน์ได้หลายรูปแบบ และสามารถทำได้ด้วยตนเอง เข้าใจความแตกต่างระหว่าง ทฤษฎีบท และบทกลับของทฤษฎี

ระดับ 4: การคิดขั้นสูง (Rigor)

ในระดับนี้ นักเรียนต้องมีความรอบรู้เกี่ยวกับระบบสัจพจน์ และสามารถพิสูจน์ข้อเท็จจริงของเรขาคณิตในระบบที่ไม่ใช่ระบบยูคลิดได้ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในกระบวนวิชาอื่น ๆ และมองเรขาคณิตในรูปแบบที่เป็นนามธรรม

ระดับการคิดเชิงเรขาของ แวน ฮิลีที่กล่าวมาข้างต้น ประกอบไปด้วยลักษณะที่สำคัญดังนี้ (Crowley, 1987:4)

1. การมีลำดับขั้น คือ การพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตจะเกิดขึ้นทีละระดับ การที่จะมีระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับสูงได้นั้น จะต้องที่อยู่ในระดับต่ำกว่ามาก่อน

2. ความก้าวหน้า อีกระดับหนึ่งขึ้นอยู่กับเนื้อหาและวิธีการสอน ไม่ขึ้นอยู่กับอายุ

3. สิ่งที่ไม่ชัดเจนในระดับหนึ่งจะชัดเจนในระดับถัดไป

4. มีภาษาประจำระดับ และมีระบบของความสัมพันธ์ในการเชื่อมโยงภาษา จากระดับที่ต่ำกว่าไปในระดับที่สูงกว่า

5. ความไม่เหมาะสมกับระดับ ถ้านักเรียนมีระดับการคิดเชิงเรขาคณิตหนึ่ง แต่ครูผู้สอนสอนในระดับที่แตกต่าง นักเรียนอาจไม่เข้าใจเนื้อหาที่ครูสอน

**3.3. การวัดการคิดเชิงเรขาคณิตของ Gutierrez & Jaime**

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

Gutierrez & Jaime (1998: 29) ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมที่แสดงออกถึงการคิดเชิงเรขาคณิตในแต่ละระดับของ แวน ฮิลีและพัฒนาขึ้นเป็นกรอบแนวคิด โดยแบบการเชิงเรขาคณิตออกเป็น 4 ด้าน ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 กรอบวัดระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของ Gutierrez& Jaime (1998)

| **ลักษณะที่แสดงถึงความก้าวหน้าของการคิดเชิงเรขาคณิต** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **ระดับที่ 1** | **ระดับที่ 2** | **ระดับที่ 3** | **ระดับที่ 4** |
| **การตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง** | ระบุลักษณะของรูปร่าง | ระบุคุณสมบัติทางคณิตศาสตร์ | - | - |
| **การใช้นิยาม** | บอกหรือเขียนลักษณะรูปร่างของรูปเรขาคณิตได้ | บอกหรือเขียนนิยามหรือคุณสมบัติได้ | เข้าใจนิยามหรือสมบัติที่เพียงพอและจำเป็น | เข้าใจนิยามที่คล้ายกันและสามารถพิสูจน์ที่มาของคำตอบได้ |
| **การจัดหมวดหมู่** | จัดหมวดหมู่ของรูปเรขาคณิตจากรูปร่างลักษณะ | จัดหมวดหมู่ของรูปเรขาคณิตจากสมบัติและนิยามทางคณิตศาสตร์ | อธิบายความสัมพันธ์และความแตกต่างระหว่างกลุ่มผ่านการใช้สมบัติและนิยามได้ | - |
| **การพิสูจน์** | - | ตรวจสอบความถูกต้องของการพิสูจน์ได้จากตัวอย่าง | พิสูจน์อย่างไม่เป็นทางการผ่านการใช้นิยามหรือคุณสมบัติ | พิสูจน์อย่างเป็นทางการผ่านการใช้นิยามหรือคุณสมบัติทางคณิตศาสตร์ |

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์และปรับกรอบแนวคิดของ Gutierrez & Jaime ให้สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่องวงกลมซึ่งเป็นเรื่องที่มีความเกี่ยวข้องกับการคิดเชิงเรขาคณิตในหลาย ๆ ด้านและน่าจะสามารถส่งเสริมให้นักเรียนมีระดับการคิดเชิงเรขาคณิตที่สูงขึ้นได้ โดยผู้วิจัยได้ปรับลดด้านของการคิดเชิงเรขาคณิตให้เหลือ 3 ด้านคือ ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง ด้านการใช้นิยาม และด้านการพิสูจน์ ซึ่ง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ตัดด้านการจัดหมวดหมู่ออก เนื่องจากเนื้อหาเรื่องวงกลม เป็นเนื้อหาที่เกี่ยวกับรูปร่างเพียงรูปร่างเดียว คือวงกลม ซึ่งไม่สามารถจัดเป็นหมวดหมู่ได้ โดยมีกรอบแนวคิดแยกตามด้าน ดังนี้

**ด้านที่ 1: การตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง (Recognition)**

ตารางที่ 2.2 กรอบการวัดระดับการคิดเชิงเรขาคณิตเรื่องวงกลม ด้านที่ 1 การตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง (Recognition)

| ระดับการคิด | พฤติกรรมนักเรียน | ตัวอย่างคำถาม | คำตอบ |
|---|---|---|---|
| **ระดับที่ 1** | นักเรียนรู้คำศัพท์ทั้งหมดเกี่ยวกับรูปร่างที่นักเรียนเห็น แต่ไม่สามารถให้เหตุผลของคำตอบได้ | ครูกำหนดรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม ให้นักเรียนเขียนลักษณะภาพที่นักเรียนสังเกตเห็นพร้อมให้เหตุผล | นักเรียนสามารถตอบได้ว่าภาพที่ครูกำหนด ประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมที่อยู่ในรูปวงกลม แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้ว่ารูปที่นักเรียนสังเกตเห็นเป็นวงกลมหรือรูปสี่เหลี่ยมเพราะเหตุใด |
| **ระดับที่ 2** | นักเรียนรู้คำศัพท์ทั้งหมดเกี่ยวกับรูปร่างที่นักเรียนเห็น และสามารถให้เหตุผลของคำตอบได้ | | นักเรียนสามารถตอบได้ว่าภาพที่ครูกำหนดคือรูปสี่เหลี่ยมแนบในรูปวงกลม และสามารถอธิบายได้ว่าเพราะเหตุใดรูปที่ครูกำหนดจึงเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม |

**ด้านที่ 2: การใช้นิยาม (Definition)**

ตารางที่ 2.3 กรอบการวัดระดับการคิดเชิงเรขาคณิตเรื่องวงกลม ด้านที่ 2 การใช้นิยาม (Definition)

| ระดับการคิด | พฤติกรรมนักเรียน | ตัวอย่างคำถาม | คำตอบ |
|---|---|---|---|
| **ระดับที่ 1** | นักเรียนสามารถเขียนบรรยายรูปร่างของรูปเรขาคณิตที่นักเรียนเห็นได้แต่ไม่สามารถบอก | | นักเรียนสามารถเขียนบรรยายลักษณะภาพที่นักเรียนเห็นออกมาได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถนำทฤษฎีบทมาใช้ในการหาคำตอบได้ |

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

| | | | |
|---|---|---|---|
| | ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมได้ไม่สามารถในไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ | | |

ตารางที่ 2.3 (ต่อ)

| ระดับการคิด | พฤติกรรมนักเรียน | ตัวอย่างคำถาม | คำตอบ |
|---|---|---|---|
| **ระดับที่ 2** | นักเรียนสามารถเขียนบรรยายรูปร่างและบอกทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม ที่นักเรียนเห็นได้ แต่ไม่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ | จงหาขนาดของมุมที่ฐานของสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่แนบในครึ่งวงกลม เมื่อครูกำหนดภาพของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่ฐานเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลม | นักเรียนสามารถเขียนบรรยายลักษณะภาพที่นักเรียนเห็นออกมาได้ถูกต้อง และสามารถนำทฤษฎีบทมาใช้ในการหาคำตอบได้ ว่ามุมภายในครึ่งวงกลมมีขนาด 90° แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงมาสู่การหาคำตอบได้ |
| **ระดับที่ 3** | นักเรียนสามารถเขียนบรรยายรูปร่างและบอกทฤษฎีเกี่ยวกับวงกลม ที่นักเรียนเห็นได้ และสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาที่ได้ | | นักเรียนสามารถเขียนบรรยายลักษณะภาพที่นักเรียนเห็นออกมาได้ถูกต้อง สามารถนำทฤษฎีบทมาใช้ในการหาคำตอบได้ ว่ามุมภายในครึ่งวงกลมมีขนาด 90° และสามารถเชื่อมโยงมาสู่การหามุมที่ฐานได้ ถูกต้อง |
| **ระดับที่ 4** | นักเรียนสามารถเขียนบรรยายรูปร่างและบอกทฤษฎีเกี่ยวกับวงกลม ที่นักเรียนเห็นได้ สามารถเลือกใช้ทฤษฎีบทไปนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และ | | นักเรียนสามารถวาดภาพตามที่โจทย์กำหนดให้ได้ สามารถนำทฤษฎีบทมาใช้ในการหาคำตอบได้ ว่ามุมภายในครึ่งวงกลมมีขนาด 90° สามารถเชื่อมโยงมาสู่การหามุมที่ฐานได้ และสามารถแสดงเหตุผลในการหาคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล |

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

| ระดับการคิด | พฤติกรรมนักเรียน | ตัวอย่างคำถาม | คำตอบ |
|---|---|---|---|
| | สามารถแสดงเหตุผลของคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล | | |

**ด้านที่ 3: การพิสูจน์ (Proof)**

ตารางที่ 2.4 กรอบการวัดระดับการคิดเชิงเรขาคณิตเรื่องวงกลม ด้านที่ 3 การพิสูจน์ (Proof)

| ระดับการคิด | พฤติกรรมนักเรียน | ตัวอย่างคำถาม | คำตอบ |
|---|---|---|---|
| **ระดับที่ 2** | นักเรียนสามารถพิสูจน์ความจริงได้จากตัวอย่าง | เมื่อครูกำหนดให้นักเรียนพิสูจน์ว่าในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน จะมีขนาดเท่ากัน | นักเรียนสามารถพิสูจน์ข้อความข้างต้นได้จากการวัดขนาดของมุม |
| **ระดับที่ 3** | นักเรียนสามารถพิสูจน์หาความจริงได้ แต่ไม่สามารถอธิบายการพิสูจน์ได้อย่างเป็นขั้นเป็นตอน | | นักเรียนสามารถพิสูจน์ข้อความข้างต้นได้จากเขียนพิสูจน์ที่ไม่มีลำดับขั้นตอนหรือมีแนวทางในการหาคำตอบที่สามารถนำไปสู่การพิสูจน์ที่ถูกต้อง |
| **ระดับที่ 4** | นักเรียนสามารถพิสูจน์หาความจริงได้ และสามารถอธิบายการพิสูจน์ได้อย่างเป็นขั้นเป็นตอน | | นักเรียนสามารถพิสูจน์ข้อความข้างต้นได้จากเขียนพิสูจน์ที่มีลำดับขั้นตอนชัดเจน เชื่อมโยงความรู้มาใช้ได้ถูกต้องสมบูรณ์ |

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

**3.4. การพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิต**

การพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิต สามารถทำได้ผ่านการจัดการเรียนการสอน ซึ่งมีนักการศึกษา เสนอแนวทางในการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

แวน ฮิลี (ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552: 393)ได้กำหนดแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสนทนา และมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมเกี่ยวกับจุดมุ่งหมายของการเรียน โดยการสังเกตและใช้คำถาม

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง นักเรียนสำรวจหัวข้อของการศึกษาผ่านสื่อที่ครูจัดให้เป็นลำดับขั้น

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น สร้างจากประสบการณ์เดิมของนักเรียน โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็น เกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการสังเกต โดยนักเรียนจะได้ทำการอธิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และกับครูผู้สอน

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่สิ่งใหม่อย่างอิสระ นักเรียนต้องเผชิญกับงานที่มีความยุ่งยากมากขึ้น มีขั้นตอนในการทำที่หลากหลาย

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาทั้งหมด เป็นการทบทวนสิ่งที่ได้เรียนรู้

Crowley (1987:7-13) ได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนในแต่ละระดับ โดยการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับระดับการคิดของนักเรียนจะทำให้นักเรียนพัฒนาระดับการคิดให้อยู่ในระดับที่สูงขึ้นได้ ซึ่งกิจกรรมจะจำแนกตามระดับการคิดเชิงเรขาคณิต ในระดับที่ 0-3 ดังนี้

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นภาพ

ในระดับนี้ครูควรจัดกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วม ดังนี้

1. พับหรือสร้างรูปทางเรขาคณิต

2. ระบุรูปร่างของรูปเรขาคณิตที่นักเรียนมองเห็น ยกตัวอย่างเช่น ครูให้นักเรียนวาดภาพรูปเรขาคณิตง่าย ๆ หรือชี้สิ่งของรอบตัวเพื่อให้นักเรียนบอกลักษณะของรูปเรขาคณิตนั้น ๆ

3. สร้างรูปเรขาคณิตโดยการลอกรูปบนกระดาษจุด กระดานตะปู เป็นต้น

4. บรรยายรูปเรขาคณิตและใช้ภาษาที่เหมาะสมทั้งที่เป็นภาษามาตรฐานและไม่มาตรฐาน

5. แก้ปัญหาโดยการวัดและการนับ เช่น

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์

ในระดับนี้ครูสามารถจัดกิจกรรมโดนเน้นให้นักเรียนเกิดการพัฒนา ดังนี้

1. วาด ระบายสี พับ หรือตัด เพื่อระบุคุณสมบัติของรูปเรขาคณิต

2. บรรยายรูปเรขาคณิตโดยใช้สมบัติ

3. เปรียบเทียบรูปร่างของรูปเรขาคณิตโดยใช้สมบัติของรูปเรขาคณิต

4. คัดเลือกรูปเรขาคณิตโดยใช้ลักษณะเพียงอย่างเดียว

5. ระบุหรือวาดรูปจากการบอกปากเปล่าหรือการเขียนบรรยายสมบัติของรูปเรขาคณิต

6. บอกชื่อรูปเรขาคณิตจากสิ่งที่มองเห็นบางส่วน

7. การสังเกต

8. บอกสมบัติ สิ่งที่ใช้แทนลักษณะหรือสิ่งที่ใช้ในการเปรียบเทียบรูปเรขาคณิต

9. ค้นหาสมบัติที่ไม่คุ้นเคย

10. ใช้คำสั่งและสัญลักษณ์อย่างเหมาะสม

ระดับ 2 การสรุปอย่างไม่เป็นทางการ

ครูสามารถจัดกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนทำสิ่งต่าง ๆ ดังนี้

1. เน้นให้นักเรียนศึกษาความสัมพันธ์ของรูปภาพ สรุป และประยุกต์

2. ใช้สมบัติของรูปเรขาคณิตให้น้อยที่สุดในการบรรยายรูปเรขาคณิต

3. พัฒนาสู่การใช้นิยาม

4. ฝึกสรุปอย่างไม่เป็นทางการ

5. แสดงการสรุปอย่างไม่เป็นทางการโดยการใช้แผนภาพ

6. หาวิธีการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 วิธี

7. อภิปรายข้อความและบทกลับของข้อความ

8. ฝึกการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิต

ระดับ 3 การสรุปอย่างเป็นทางการ

ครูสามารถจัดกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนทำสิ่งต่าง ๆ ดังนี้

1. บอกสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

2. บอกข้อมูลที่ได้จากรูปเรขาคณิตและข้อมูลที่โจทย์ให้มา

3. แสดงความเข้าใจ ความหมาย อนิยาม บทนิยาม สัจพน์ และทฤษฎีบท

4. แสดงความเข้าใจเงื่อนไขที่เพียงพอ

5. การเขียนพิสูจน์

6. เปรียบเทียบการพิสูจน์ที่แตกต่างกัน

7. ใช้การพิสูจน์ที่หลากหลาย

8. บอกขั้นตอนในการพิสูจน์

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า การพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิตมีทั้งหมด 5 ขั้นตอน คือ 1. การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน 2. การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง 3. การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยการอธิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และกับครูผู้สอน 4. การเรียนรู้สิ่งใหม่สิ่งใหม่อย่างอิสระ และ 5. การสรุปรวม ซึ่งครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้สอดคล้องและเหมาะสมกับระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนจึงจะทำให้สามารถนักเรียนพัฒนาระดับการคิดให้อยู่ในระดับที่สูงขึ้นได้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

**4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**

**4.1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวปฏิบัติสู่ผลสัมฤทธิ์ขั้นสูง**

ปิยะนุช นุตตะรัง (2557) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสร้างบทเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยวิธีสืบเสาะหาความรู้ และกิจกรรมโครงงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ บทเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบสังเกตพฤติกรรม และแบบวัดความพึงพอใจในการเรียนของนักเรียน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า บทเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นโดยวิธีสืบเสาะหาความรู้ และกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพของกระบวนการต่อประสิทธิภาพของผลลัพธ์ ( $E_1/E_2$ ) เท่ากับ 81.21/75.10 ค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 0.6234 และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีดังกล่าว มีพฤติกรรมในการเรียนและมีความพึงพอใจต่อบทเรียนในระดับดี

พิมพ์พร อสัมภินพงศ์ (2552) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยทำการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและตัวประกอบของจำนวนนับ สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และนักเรียนที่เรียนโดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือมีความร่วมมือในการทำงานกลุ่มมากกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

สมจิต หนูพิชัย (2553) ได้ศึกษาผลการใช้วิธีสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสซึมร่วมกับเทคนิคการอภิปรายกลุ่มแบบโต๊ะกลมต่อทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้เครื่องมือคือ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดทักษะกระบวนการแก้ปัญหา และแบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อวิธีการสอน พบว่านักเรียนมีทักษะกระบวนการแก้ปัญหาหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้การอภิปรายกลุ่มสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีความพึงพอใจในระดับมาก

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

พิมสิริ แก้วศรีหา (2555) ได้ศึกษาทักษะการคิดวิเคราะห์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ โดยมีเครื่องมือคือ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดการคิดวิเคราะห์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พบว่านักเรียนร้อยละ 80.5 ได้คะแนนทักษะการคิดวิเคราะห์ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป และนักเรียนร้อยละ 90.24 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 90 ขึ้นไป

กฤษณะ อ่อนเอื้อน (2558) ได้ศึกษาเกี่ยวผลการใช้แนวทางการประเมินเพื่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ สาหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 6 แบบประเมินเพื่อการเรียนรู้รายคาบเรียน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบบันทึกหลังกิจกรรมการเรียนรู้ และวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณใช้ การหาค่าฐานนิยม พิสัย ความถี่และร้อยละ วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพใช้การวิเคราะห์เนื้อหา ซึ่งผลการวิจัยพบว่า แนวทางการประเมินเพื่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์มีความเหมาะสมที่ระดับความเหมาะสมมาก นักเรียนที่ได้รับประเมินด้วยแนวทางการประเมินเพื่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 71.17 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 8.6 นักเรียนมีทักษะการอ่าน คิดวิเคราะห์ และเขียนมีผลการประเมินอยู่ในระดับดีเยี่ยมร้อยละ 72 ของนักเรียนทั้งหมด ระดับดี ร้อยละ 24 ของนักเรียนทั้งหมด ระดับผ่านจานร้อยละ 4 ของนักเรียนทั้งหมด และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนทุกคนผ่านเกณฑ์โดยมีผลการประเมินอยู่ในระดับดีเยี่ยม ทุกคนและนักเรียนทุกคนมีความพึงพอใจต่อแนวทางการประเมินเพื่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

ณัฐวัฒน์ มะลิวรรณ (2559) ได้ศึกษาผลการใช้การเขียนบันทึกในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยใช้เครื่องมือในการวิจัยคือ แบบเขียนบันทึกในวิชาคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งมีลักษณะเป็นคู่ขนาน จำนวน 5 ฉบับและแบบสังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวปฏิบัติสู่ผลสัมฤทธิ์ขั้นสูง สามารถสรุปได้ว่า วิธีการสอนต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็น การออกแบบบทเรียน การใช้งานทางคณิตศาสตร์ การให้ทำงานกลุ่ม งานคู่หรืองานเดี่ยวตามความเหมาะสม การประเมินระหว่างเรียน การอภิปรายในชั้นเรียน การเขียนอย่างเป็นกิจวัตร และการสืบเสาะหาความรู้ล้วนแล้วแต่สามารถส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการคิดใน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ด้านต่าง ๆ ทักษะการแก้ปัญหา ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ตลอดจนความพึงพอใจในการเรียนของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

**4.2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงเรขาคณิต**

จำเริญ อนันตธรรมรส (2553) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อความคิดทางเรขาคณิตและความสามารถการเขียนพิสูจน์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เครื่องมือคือ แบบวัดความคิดทางเรขาคณิต และแบบวัดความสามารถในการเขียนพิสูจน์ พบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอบแบบ เฟสเมท็อดคอมบิเนชันมีระดับการคิดทางเรขาคณิตดีขึ้นประมาณสองระดับ และมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์ที่ดีกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบธรรมดาอย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

อภิญญา กาลมงคล (2553) ได้ทำการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติและปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดของ แวน ฮิลี ซึ่งสามารถส่งเสริมให้นักเรียน ได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง สังเกต สำรวจค้นหาความรู้ และตั้งคำถาม โดยใช้เครื่องมือคือ แบบวัดการคิดเชิงเรขาคณิต แบบวัดผลสัมฤทธิ์ และการตรวจชิ้นงานนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิต จากระดับที่ 1 และระดับที่ 2 ไปสู่ระดับที่ 3 จำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 85.71 ของนักเรียนทั้งหมด

อรรถกร ใจเดช (2555) ได้ทำการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวการสอนของ แวน ฮิลี ซึ่งมีเครื่องมือคือ แผนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาการคิดทางเรขาคณิตตามแนวการสอนของ แวน ฮิลี และแบบทดสอบวัดการคิดทางเรขาคณิต ตามกรอบแนวคิดของกรูเธอเรสและเจมี ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน อยู่ในระดับที่ 2 และระดับที่ 3 มีจำนวนเพิ่มมากขึ้นในทุก ๆ ด้าน

อมรรัตน์ ใจไหว (2551) ได้พัฒนาแผนการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต ตามแนวการสอนของ แวน ฮีลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยมีเครื่องมือคือ แผนจัดการเรียนรู้ แบบประเมินแผน และให้นักเรียนทดสอบใช้ใบกิจกรรม แล้วนำข้อมูลมาวิเคราะห์ปรับปรุง ซึ่งผลการทดสอบพบว่าแผนการจัดการเรียนการสอนที่

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต 3 ระดับคือ ขั้นมองเห็นภาพ ขั้นการวิเคราะห์ และขั้นการสรุปที่ไม่เป็นทางการ โดยกิจกรรมที่ใช้เป็นกิจกรรมที่เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับภูมิปัญญาท้องถิ่น

Abdul Halim Abdulleh และ Effandi Zakaria (2013) ได้ทำการส่งเสริมระดับการคิดเชิงเรขาคณิต ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ แวน ฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 94 คน โดยแบ่งนักเรียน ออกเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่กลุ่มควบคุม 47 คน และกลุ่มทดลอง 47 คน ให้ใช้แบบทดสอบเรขาคณิตของ แวน ฮิลี (VHGT) พบว่า ก่อนการจัดการเรียนรู้นักเรียนทั้งสองกลุ่ม มีระดับการคิดเชิงเรขาคณิตในระดับต่ำ ทั้งสองกลุ่ม แต่หลังจากการจัดการเรียนรู้แล้ว พบว่าในกลุ่มที่ใช้การสอนตามแนวคิดของ แวน ฮิลี มีจำนวนนักเรียนที่มีระดับการคิดเชิงเรขาคณิตในระดับที่ 3 สูงกว่ากลุ่มที่สอนด้วยวิธีการปกติ

Maja Skrbec (2015) ได้ทำการศึกษา เกี่ยวกับระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนที่อายุ 9 - 11 ปี ในประเทศสโลวีเนีย ตามกรอบแนวคิดของ แวน ฮิลี โดยใช้เครื่องคือ แบบทดสอบการคิดเชิงเรขาคณิต พบว่านักเรียนกว่าร้อยละ 60.7 มีระดับการคิดเชิงเรขคณิตอยู่ที่ระดับ 0 ร้อยละ 31.7 มีระดับการคิดเชิงเรขคณิตอยู่ที่ระดับ 1 และมีเพียงร้อยละ 1.4 มีระดับการคิดเชิงเรขคณิตอยู่ที่ระดับ 2 ซึ่งครูผู้สอนควรเลือกใช้ระดับการสอน และภาษาที่สอนให้เหมาะกับระดับการคิดของนักเรียนเพื่อจูงใจให้นักเรียนเกิดการพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิต

จากการศึกษางานวิจัยข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนสามารถส่งเสริมให้เกิดขึ้นได้จากหลากหลายแนวทางการจัดการเรียนรู้สำหรับนักเรียนมัธยม ยกตัวอย่างเช่น การใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน การใช้แนวการสอนของ แวน ฮิลี เป็นต้น ซึ่งพบว่า หลังการจัดการเรียนรู้นักเรียนส่วนมากมีระดับการคิดเชิงเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ 2 และระดับ 3

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved